

中南林业科技大学学报

Journal of Central South University of Forestry & Technology

ISSN 1673-923X，CN 43-1470/S

《中南林业科技大学学报》2026年第6期

Doi:10.14067/j.cnki.1673-923X.2026.06.002

论文标题： 基于限定混合Weibull模型的针阔混交林直径分布规律

作　　者： 国　红，何　潇

收稿日期： 2025-06-09

引文格式： 国红,何潇.基于限定混合Weibull模型的针阔混交林直径分布规律[J].中南林业科技大学学报,2026,46(6):18-24.

GUO H, HE X. Study on diameter structure distribution of coniferous and broad-leaved mixed forests based on finite mixed Weibull model[J]. Journal of Central South University of Forestry & Technology,2026,46(6):18-24.

相关论文推荐

Recommended articles

基于气候因子的湖南省主要树种组林分生长率模型研建

Developing stand level growth rate models for dominant tree species groups based on climatic factors in Hunan Province

基于气候与立地效应的杉木人工林平均木树高生长模型

Average tree height growth model of *Cunninghamia lanceolata* plantation based on climate and site effects

基于混合效应的湖南杉木人工林平均高和优势木平均高相关关系模型

Correlation model of average height and dominant average height of *Cunninghamia lanceolata* plantations in Hunan Province based on mixed effect

基于不同立地质量评价指标的杉木大径材林分树高-胸径模型

Height-diameter model of *Cunninghamia lanceolata* large-diameter stands based on various site quality evaluation index

基于混合效应的湖南马尾松次生林单木生长模型

Growth model for individual tree of secondary *Pinus massoniana* forest in Hunan Province based on mixed effect

基于混合效应的马尾松单木断面积预估模型

Prediction model of individual-tree basal area for *Pinus massoniana* based on mixed effect

Doi:10.14067/j.cnki.1673-923x.2026.06.002 http: //qks.csuft.edu.cn

基于限定混合 Weibull 模型的针阔混交林直径分布规律

国 红，何 潇
（中国林业科学研究院资源信息研究所，北京 100091）

摘 要：【目的】构建天然云冷杉针阔混交林的直径分布模型，明确针阔混交林的径级结构，量化直径多样性。【方法】以吉林省汪清林业局金沟岭林场 12 块天然云冷杉针阔混交 1 hm^2 大样地为研究对象，使用限定混合 Weibull 模型、Gamma 模型、Weibull 模型拟合各样地的直径分布，通过均方根误差（RMSE）和平均绝对误差（MAE）等指标评价直径分布模型的拟合效果。【结果】对于该地区的大部分针阔混交林，直径分布属于单峰分布，从形状参数来看，属于正偏山状分布。3 种方法相比，限定混合 Weibull 模型的 RMSE 和 MAE 明显小于 Weibull 模型和 Gamma 模型，优势明显；限定混合 Weibull 分布相比 Weibull 分布和 Gamma 分布的 RMSE 误差分别减少了 29.38%、31.73%，MAE 分别减少了 28.27%、36.23%。无论单峰分布、多峰分布、S 状分布，限定混合 Weibull 模型都优于 Weibull 模型。从各样地树种组成来看，在针叶树比例较高的样地中，限定混合 Weibull 模型优势更大。【结论】总体来说，在拟合多树种的混交林直径分布时，可以更多地选用限定混合 Weibull 模型，从而能更加精准地量化天然针阔混交林的直径多样性。

关键词：针阔混交林；直径分布；Gamma 模型；Weibull 模型；限定混合 Weibull 模型
中图分类号：S711 **文献标志码：**A **文章编号：**1673-923X(2026)06-0018-07

Study on diameter structure distribution of coniferous and broad-leaved mixed forests based on finite mixed Weibull model

GUO Hong, HE Xiao

(Research Institute of Forest Resource Information Techniques, CAF, Beijing 100091, China)

Abstract:【Objective】A diameter distribution model was constructed to fit the diameter class structure of a mixed forest of spruce and fir trees.【Method】Taking a 1 hm^2 coniferous and broad-leaved mixed plots in the Jingouling forest farm of Jilin region as the research object, a finite mixed Weibull model was used for fitting the diameter distribution of each plots, and the fitting results were compared with the Gamma model and Weibull model. The results indicated that for most of the mixed forests of spruce and fir in the region, they belong to a unimodal distribution, and from the perspective of shape parameters, they belong to a positively skewed mountainous distribution.【Result】The RMSE (root mean square error) and MAE (mean absolute error) of the finite mixed Weibull model are significantly smaller than those of the Weibull model and Gamma model, indicating a clear advantage; The RMSE error of the finite mixed Weibull distribution decreased by 29.38% and 31.73% respectively compared to the Weibull distribution and Gamma distribution, and the MAE decreased by 28.27% and 36.23% respectively. Regardless of unimodal or multimodal distribution, the finite mixed Weibull model is superior to the Weibull model.From the composition of tree species in various plots, the advantage of the limited mixed Weibull model is greater in plots with a higher proportion of coniferous trees.【Conclusion】It indicates that more finite mixed Weibull models can be used to replace the Weibull model when fitting the diameter distribution of spruce and fir mixed forests.

Keywords: coniferous and broad-leaved mixed forests; diameter distribution; Gamma model; Weibull model; finite mixed Weibull model

收稿日期（Received）：2025-06-09 **修订日期**（Revised）：2025-08-16
基金项目：林业和草原科技成果国家级推广项目（2023133117）。
第一作者：国红（hongguo@ifrit.ac.cn），副研究员。 **通信作者：**何潇（hexiao@ifrit.ac.cn），副研究员，博士。
引文格式：国红 , 何潇 . 基于限定混合 Weibull 模型的针阔混交林直径分布规律 [J]. 中南林业科技大学学报 ,2026,46(6):18-24.
GUO H, HE X. Study on diameter structure distribution of coniferous and broad-leaved mixed forests based on finite mixed Weibull model[J]. Journal of Central South University of Forestry & Technology,2026,46(6):18-24.

林分直径结构是森林最基本的林分结构之一[2]，对森林生态系统功能具有重要影响，直径分布模型是模拟森林生长和收获的重要手段，也是运用到森林经营中的主要工具之一[1]。一般来说，混交林系统的结构相对复杂，分布形式多样，除了经典的倒“J”曲线外，还经常呈现不对称的单峰或多峰曲线形式[3]，因此，不同地区、尺度和森林类型最优直径分布模型不同。大量直径分布模型已经应用于混交林的径级结构的研究中，如指数、正态、对数正态、logit-logistic、Gamma、beta、Johnson’s SB 和 Weibull 分布模型。其中，Weibull 分布模型和 Gamma 分布是适应性比较强的概率分布之一[4-5]。Weibull 模型具有以下特征：1）拟合一系列曲线和偏度等级的灵活性；2）相对容易估计参数；3）闭合的累积密度公式[6]。当林分具有双峰分布时，应考虑混合 Weibull 分布[7]。

直径分布的旋转 S 形式可以用于混合 Weibull 函数拟合[8]。由两个或多个成分分布组成的频率分布被定义为“混合”分布。限定混合模型（FMM）在生物学、医学、环境科学、渔业、工程和经济学有着广泛的应用。然而，迄今为止，只有不多的几项研究使用限定混合 Weibull 模型对林木直径分布形式进行建模。Liu 等分别使用限定混合模型和三参数 Weibull 模型拟合天然混交林的直径分布[9]，其研究结果表明，限定混合模型在拟合林分直径不规则曲线方面具有明显的优势。Zhang 等[10] 发现限定混合模型在拟合具有旋转 S 形特征的直径分布方面优于其他模型。秦舟等[11] 和刘菊卉[12] 把 3 个直径分布模型包括负指数、三参数 Weibull、限定混合 Weibull 模型运用到拟合针阔混交林的直径分布中，结果表明限定混合 Weibull 模型在拟合不规则的直径分布时效果较好。但以前的研究中，样地大小多采用 0.06 ～ 0.2 hm^2 的小尺度样方，然而针对结构复杂的天然针阔混交林生态系统，此类小样地可能难以全面反映其结构特征，而对 1 hm^2 大型固定样地进行观测，可以更准确表征林分结构特征，其优势体现在：首先，大样地能完整容纳群落中各阶段的林木，确保树种和直径分布数据的完整性；其次，大样地系统具有更高的生境异质性容纳能力，可涵盖不同微地形和土壤条件的生态单元；再者，相较于易受边际效应干扰的小样地，大样地受人为干扰的概率显著降低，更利于直径分布规律的研究。

本研究采用 Weibull 分布、限定混合 Weibull 模型和 Gamma 分布，分析了吉林省汪清林业局金沟岭林场 12 块 100 m×100 m 大样地针阔混交林直径分布的规律，旨在对比分析 3 种方法在拟合针阔混交林直径分布规律的效果，研究大样地尺度针阔混交林直径分布规律与 0.06 ～ 0.2 hm^2 样地尺度的分布规律的差异，通过直径分布规律研究提出当地森林经营的合理建议。

1　研究数据

1.1　研究区概况

研究地点位于吉林省汪清县金沟岭林场（43°17′ ～ 43°25′N，130°05′ ～ 130°20′E），经营面积 16 286 hm^2。林场为低山丘陵地貌，海拔 550 ～ 1 100 m，坡度 10° ～ 25°，极少陡坡在 35° 以上。该区属季风性气候，年平均气温 4 ℃左右，年积温 2 144 ℃，其中 1 月平均气温最低，在 -32 ℃左右，7 月平均气温最高，在 32 ℃左右。年降水量 600 ～ 700 mm，多集中在 7 月。早霜从 9 月开始，晚霜延至翌年 5 月，生长期 120 d。本区土壤以暗棕壤为主。该地区立地条件较好，植物种类繁多，主要乔木树种有冷杉 *Abiesn ephrolepis*、鱼鳞云杉 *Picea jezoensis*、红松 *Pinus koraiensis*、红皮云杉 *Picea koraiensi*、大青杨 *Populus ussuriensis*、椴树 *Tilia amurensis*、色木 *Acer mono*、榆树 *Ulmus pumila*、白桦 *Betula platyphylla*、水曲柳 *Fraxinus mandshurica*、胡桃楸、黄菠萝、枫桦 *Betula costata* 等[13]。

1.2　样地数据

2013 年 9 月在吉林省汪清林业局金沟岭林场建立了 12 块云冷杉针阔混交林，样地面积为 100 m×100 m。调查了所有胸径大于 2 cm 的林木的单木测树因子，调查因子包括树高、胸径、冠幅和坐标等。12 块样地的林分因子基本统计结果见表 1。从表 1 可知，12 块样地的胸径平均值在 12.25 ～ 14.40 cm，12 块样地胸径平均值差异不大；胸径偏度在 0.65 ～ 1.66 之间，当偏度＞ 0 时，分布为右偏，即拖尾在右边，峰尖在左边，也称为正偏态；从峰度来看，YLK-1 样地峰度≈ 0，可认为分布的峰态服从正态分布，其它样地峰度＞ 0，分布的峰态陡峭（高尖）。

2　研究方法

2.1　限定 Weibull 分布

假设限定混合分布由 k 个单独的概率密度函数组成；第 i 个单独分量的分布由特定的概率密度

表 1 样地基本特征表
Table 1 Basic characteristic of plots

样地 Plots No.	株数 Number / 株	胸径 DBH /cm				平均树高 Average height /m	平均冠幅 Average crown /m	树种组成 Species composition
		平均值 Mean value	标准差 SD	偏度 Skewness	峰度 Kurtosis			
YLK-1	939	14.40	9.40	0.80	0.06	13.90	1.96	52 其他阔叶树 26 云冷杉 22 落叶松
YLK-2	1 226	12.56	9.51	1.09	0.83	13.07	1.98	48 其他阔叶树 28 云冷杉 24 落叶松
YLK-3	1 236	13.20	9.69	1.66	8.42	12.63	1.50	46 其他阔叶树 29 松类 25 云冷杉
YLK-4	1 167	13.74	8.36	0.82	0.40	13.62	1.57	50 其他阔叶树 36 松类 14 云冷杉
YLK-5	1 330	13.32	8.10	1.05	1.39	14.41	1.98	61 其他阔叶树 17 云冷杉 22 落叶松
YLK-6	1 429	12.72	8.96	1.19	1.85	11.92	2.03	58 其他阔叶树 21 云冷杉 21 落叶松
YLK-7	1 539	12.39	9.22	0.90	0.30	12.12	1.92	58 其他阔叶树 30 冷杉 12 落叶松
YLK-8	1 310	12.32	9.55	1.12	1.04	11.40	1.98	59 其他阔叶树 25 云冷杉 16 落叶松
YLK-9	1 436	12.25	9.91	0.91	0.87	11.48	1.33	49 其他阔叶树 22 椴树 23 冷杉 6 落叶松
YLK-10	1 195	14.30	8.74	0.69	0.37	13.66	2.16	58 其他阔叶树 23 云冷杉 19 落叶松
YLK-11	1 302	13.70	8.58	0.65	0.29	13.61	1.50	51 其他阔叶树 30 冷杉 19 落叶松
YLK-12	1 438	14.00	7.32	0.76	1.50	15.10	1.43	45 其他阔叶树 44 冷杉 11 落叶松

函数描述，详细的描述见文献 [9]，因此，混合分布的总概率密度函数可表示为：

$$f(x)=\sum_{i=1}^{k}p_i f_i(x) = p_1 f_1(x)+p_2 f_2(x)+...+p_k f_k(x) \quad (1)$$

式中：P_i 是第 i 组分在总量所占比例的相对丰度，必须满足约束条件 $0<P_i<1$ 和 $P_1+P_2+\cdots P_k=1$。其中 $f_1(x)$，$f_2(x),\cdots f_k(x)$ 是具有不同均值和可能不同方差的概率密度函数。

在本研究中，假设随机变量 x（即树木直径）的有限混合分布中的分量概率密度函数是两参数 Weibull 函数，满足下列公式：

$$f(x)=(\frac{\gamma}{\beta})(\frac{x}{\beta})^{\gamma-1}\exp[-(\frac{x}{\beta})^{\gamma}] \quad (2)$$
$$\beta>0,\ \gamma>0$$

式中：x 是测得的林木胸径。β 和 γ 分别是 Weibull 分布模型的尺度和形状参数。

两组分 Weibull 函数估计方法采用最大似然法。这里只考虑两组分混合 Weibull 分布，所以混合分布的概率密度函数为：

$$f(x,\omega)=pf(x,\theta_1)+(1-p)f(x,\theta_2) \quad (3)$$
i=1 ～ 2，且 $0\leqslant P\leqslant 1$

这里的混合分布具有 5 个参数，即 β_1、γ_1、β_2、γ_2 以及表征混合分布的参数 P。

2.2 Gamma 分布

$$\begin{cases} f(x)=\dfrac{\beta^{\gamma}}{\Gamma(\gamma)}x^{\gamma-1}e^{-\beta x}, x>0 \\ 0 \qquad x\geqslant 0 \end{cases} \quad (4)$$

随机变量 x 是服从参数 β 和 γ（$b>0$，$P>0$）的 Gamma 分布，可以缩写为 x–（β，γ）。参数 γ 决定 Gamma 分布的形状，因此 γ 称为形状参数，而 β 称为比例参数。当 γ=1 时，为指数分布；当 $\gamma>1$ 时，该密度函数是单峰分布，峰值位于 $x=(\gamma-1)/\beta$；当 $\gamma=n/2$，β=1/2 时，为 x^2 分布，当 $1<\gamma\leqslant 1$ 时，密度函数曲线先上凸，后下凹；当 $\gamma>2$ 时，其密度函数曲线是先下凸，中间上凸，最后又下凸 [14]。

2.3 模型比较指标

本研究用于模型比较的指标为均方根误差（RMSE）（公式 5）、平均绝对误差（MAE）（公式 6）和似然比 x^2 拟合优度检验 [17]。

$$RMSE=\sqrt{\frac{\sum_{j=1}^{m}(N_j-\hat{N}_j)^2}{m}} \quad (5)$$

$$MAE=\frac{1}{m}\sum_{i=1}^{m}\left|N_j-\hat{N}_j\right| \quad (6)$$

式中：N_j 和 $\hat{N}_j$ 分别为观测和预测的树木数量，m 为径级数。

将模型残差（R_j）定义为样地中每个径级树木数量的观测值和预测值之间的差异（公式 7），正残差表示模型预测不足，负残差表示模型预测过高。利用 t 检验（公式 10）来确定直径分布模型是否显著，公式 10 中的 t 值遵从自由度为 $2j$–1 的分布。

$$R_j=N_j-\hat{N}_j \quad (7)$$

$$S_1=\frac{1}{j}\sum_{j=1}^{j}(N_j-\overline{N_j}) \quad (8)$$

$$S_2=\frac{1}{j}\sum_{j=1}^{j}(\hat{N}_j-\overline{\hat{N}_j}) \quad (9)$$

$$t=\frac{\frac{1}{j}\sum_{j=1}^{j}N_j-\frac{1}{j}\sum_{j=1}^{j}\hat{N}_j}{\sqrt{\frac{(j-1)S_1^{\,2}+(j-1)S_2^{\,2}}{j(j-1)}}} \quad (10)$$

$S_1^{\,2}$ 和 $S_2^{\,2}$ 为直径分布的样本实测方差和模型预测方差。上述参数的计算通过 R 语言（4.0.5 版）的 nlme 和 mixR 软件包完成 [15-16]。

3　结果与分析

3 种方法直径分布的拟合参数如表 2 所示，其中 Weibull 分布有 2 个参数，包括尺度参数 β 和形状参数 γ，和表征混合分布的参数 P，Weibull 分布的尺度参数 β 为 7.63 ～ 11.34，形状参数 γ 为 2.50 ～ 4.33；Gamma 分布有 2 个参数，包括比例参数 β 和形状参数 γ，Gamma 分布的比例参数 β_1 为 9.57 ～ 27.3，形状参数 γ 为 1.9 ～ 16.26；限定混合 Weibull 分布是两组分混合分布，通过 β_1、γ_1、β_2、γ_2 以及表征混合分布的参数 P_1 和 P_2 等 6 个参数描述。限定混合 Weibull 分布的尺度参数 β_1 为 5.83 ～ 9.72，形状参数 γ_1 为 3.50 ～ 21.45，β_2 为 9.95 ～ 25.41，形状参数 γ_2 为 2.93 ～ 10.91。由表 2 可知，除了 YLK-6 样地形状参数为 4.33，大于 3.6，属于左偏态分布；其他样地形状参数为 1 ～ 3.6，属于正偏山状分布。从图 1 上可以看出，云冷杉样地绝大部分样地属于单峰分布，YLK-7 和 YLK-9 属于多峰分布。对于单峰分布，Weibull 分布、限定 Weibull 分布和 Gamma 分布的拟合曲线差别较小，对于多峰分布 YLK-2、YLK-7 和 YLK-9 样地，限定 Weibull 分布能更好地拟合出双峰分布的曲线。

表 2　3 种方法直径分布拟合参数表
Table 2　Diameter distribution fitting parameters of three methods

模型 Model	参数 Parameter	样地号 Plots No.											
		YLK-1	YLK-2	YLK-3	YLK-4	YLK-5	YLK-6	YLK-7	YLK-8	YLK-9	YLK-10	YLK-11	YLK-12
限定混合 Weibull 模型 Mixture Weibull model	P_1	0.83	0.43	0.61	0.97	0.84	0.86	0.79	0.64	0.27	0.16	0.39	0.84
	γ_1	4.21	4.58	4.61	3.50	6.15	7.36	7.77	7.14	10.89	21.45	8.17	4.97
	β_1	9.32	8.60	8.07	9.72	7.69	7.11	6.86	6.72	6.74	5.83	7.06	7.97
	P_2	0.17	0.57	0.39	0.03	0.16	0.14	0.21	0.36	0.73	0.84	0.61	0.16
	γ_2	5.37	3.52	3.01	10.91	3.64	4.48	3.52	3.88	3.71	3.55	2.93	2.97
	β_2	17.10	13.16	13.84	25.41	11.43	9.95	10.43	10.97	11.78	11.31	12.39	12.46
Weibull 模型 Weibull model	γ	2.75	2.98	2.50	2.51	3.53	4.33	3.37	3.05	3.13	3.10	2.56	3.00
	β	10.93	11.34	10.53	10.39	8.45	7.63	7.82	8.52	10.63	10.59	10.54	8.79
Gamma 模型 Gamma model	γ	8.00	8.33	6.99	8.80	16.88	25.94	17.97	11.07	9.46	8.80	6.60	12.74
	β	0.82	0.82	0.75	0.95	2.20	3.69	2.53	1.45	0.99	0.93	0.71	1.61

t 检验的主要判别指标主要是 P 值，结果如从表 3 所示，t 为检验值，P 值是指在零假设为真的条件下，观察到当前统计量或更极端结果的概率；df 是自由度，是判断数据分布形态和计算 P 值的关键参数。由表 3 可知，Weibull 分布、限定混合 Weibull 分布和 Gamma 分布的 P 值均远大于 0.05，说明实测直径分布和 3 种方法拟合的直径分布没有显著性差异，3 种方法均可以较好地拟合云冷杉林的直径分布。

从表 3 可知，按照 RMSE 和 MAE 均值来看，Weibull 分布、限定混合 Weibull 分布和 Gamma 分布的 RMSE 和 MAE，平均值分别为 16.91 和 10.42、11.94 和 7.47、17.50 和 11.72，限定混合 Weibull 分布的误差明显小于 Weibull 分布和 Gamma 分布，排序为限定混合 Weibull 分布 < Weibull 分布 < Gamma 分布。限定混合 Weibull 分布较之 Weibull 分布的 RMSE 误差平均减少了 29.38%，MAE 减少了 28.27%；限定混合 Weibull 分布较之 Gamma 分布的 RMSE 误差平均减少了 31.73%，MAE 减少了 36.23%。Weibull 分布的 RMSE 误差是限定混合 Weibull 分布的 RMSE 误差的 1.0 ～ 2.4 倍，平均为 1.5 倍，Gamma 分布的 RMSE 误差平均是限定混合 Weibull 分布的 1.6 倍。

综合每块样地来看，限定混合 Weibull 分布的 RMSE 和 MAE 几乎都小于 Weibull 分布和 Gamma 分布，特别是对于 S 状分布的 YLK-2、YLK-7 和多峰分布的 YLK-9，对于 YLK-2，Weibull 分布的 RMSE 误差是限定混合 Weibull 分布的 RMSE 误差

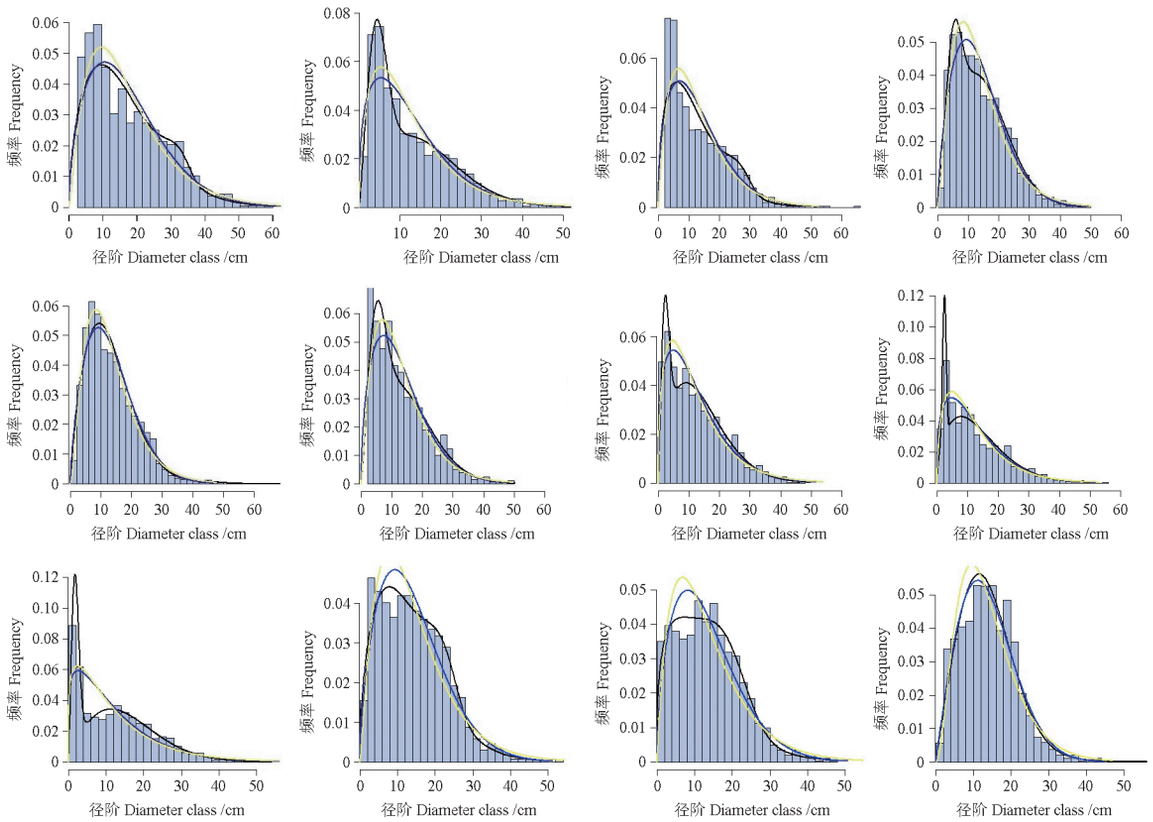


图 1 3 种方法径级分布模型拟合效果

Fig. 1 Fitting results of three diameter distribution models

表 3 3 种模型的误差和检验表

Table 3 Error and test table in three models

样地 Plot No.	Weibull 模型 Weibull model					限定混合 Weibull 模型 Mixed weibull model					Gamma 模型 Gamma model				
	t	*df*	*P* value	RMSE	MAE	*t*	*df*	*P* value	RMSE	MAE	*t*	*df*	*P* value	RMSE	MAE
1	-0.29	43.71	0.77	13.49	9.04	0.04	45.86	0.97	12.31	8.29	0.77	0.97	0.90	12.66	7.88
2	0.13	45.51	0.89	21.47	13.25	-0.15	44.62	0.88	9.04	5.38	0.89	0.88	0.94	21.41	14.38
3	-0.07	47.93	0.94	21.90	11.82	-0.54	44.88	0.59	24.82	12.25	0.94	0.59	0.72	23.97	14.11
4	0.06	43.97	0.96	13.29	8.73	-0.34	41.76	0.73	8.57	5.54	0.96	0.73	0.65	13.27	9.42
5	-0.41	44.53	0.68	13.37	8.56	0.15	48.80	0.88	9.06	5.78	0.68	0.88	0.79	10.15	7.30
6	0.12	43.62	0.90	19.16	12.13	0.22	44.59	0.82	16.97	7.75	0.90	0.82	0.95	23.67	14.58
7	0.05	44.88	0.96	19.09	12.58	-0.23	42.75	0.82	12.06	9.71	0.96	0.82	0.96	16.61	11.33
8	0.03	45.87	0.98	22.66	12.19	-0.25	43.50	0.81	13.72	4.73	0.98	0.81	0.97	19.97	13.81
9	0.00	47.55	1.00	21.59	7.58	-0.08	45.93	0.93	6.82	5.88	1.00	0.93	0.94	21.55	9.12
10	-0.31	45.49	0.76	11.12	7.58	-0.49	44.18	0.63	9.33	5.88	0.76	0.63	0.91	13.52	9.12
11	-0.29	42.58	0.78	11.12	9.04	-0.09	43.90	0.92	9.33	7.77	0.78	0.92	0.75	13.52	12.15
12	-0.52	38.56	0.61	14.69	12.55	-0.34	39.52	0.73	11.29	10.73	0.61	0.73	0.85	19.66	17.45

的 2.4 倍之多，从图 1 看出 YLK-2 直径分布曲线在 10 cm 径级处有明显 S 状弯曲。对于多峰分布的 YLK-9，Weibull 和 Gamma 分布的 RMSE 误差是限定混合 Weibull 分布的误差的 3.2 倍之多。

Weibull 分布和 Gamma 分布的误差整体差距不大，YLK-5 样地中 Gamma 分布的误差小于 Weibull 分布，且差距较大，分析原因 YLK-5 样地属于单峰分布，且分布平滑，Gamma 分布更适合，这和相关研究相同，Gamma 分布更适合单峰分布。对于单峰分布的样地，例如 YLK-1、YLK-3、YLK-5，Gamma 分布的 RMSE 误差是限定混合 Weibull 分布的误差的 0.96 ～ 1.10，差异不大。

从树种组成来看（表 1），12 块样地的树种组成阔叶树和针叶树的比例基本在 1∶1，阔叶树占比较大的样地，Weibull 分布和 Gamma 分布的 RMSE 误差是限定混合 Weibull 分布的误差的 1.3

和1.4倍；针叶树占比较大的样地Weibull分布和Gamma分布的RMSE误差是限定混合Weibull分布的误差的1.8和1.8倍。不论是对于针叶树还是阔叶树，限定混合Weibull分布的误差都较小，优于Weibull和Gamma分布，在针叶树占比较大的样地，限定混合Weibull分布表现出了更大的优势。从12个样地的误差平均值来看，Weibull分布的RMSE和MAE误差平均值分别是16.91和10.42；Gamma分布的RMSE和MAE误差平均值分别是17.50和11.72，限定混合Weibull分布的RMSE和MAE误差平均值是11.94和7.47，限定混合Weibull分布的RMSE和MAE误差平均值最小，比Weibull分布低了29.38%和28.27%，比Gamma分布低了31.73%和36.23%。

4 讨 论

林分直径结构反映林分特征因子的变化规律，直径分布模型可以模拟林分直径的分布。通过整合直径分布模型与产量预测模型，可实现对现实林分未来生长的综合预测，精准解析其结构演变规律、生长动态特征及产量变化趋势[18]，对于森林经营决策和林分调查监测具有重要意义。因此，直径分布拟合模型需要高精度和灵活性，合理使用不同的模型和非参数方法是必不可少的。

本研究采用限定混合Weibull模型、Weibull模型和Gamma模型对直径分布进行拟合，并比较了不同模型对不同树种拟合的效果差异。首先，根据配对*t*检验的结果，3种方法的直径分布拟合均可以满足要求，与实测值差异不显著。其次，限定混合Weibull模型优势明显，无论单峰分布还是多峰分布，限定混合Weibull模型具有更小的RMSE和MAE误差，更适合拟合多峰分布的直径分布。对于单峰分布，Gamma模型的RMSE和MAE明显小于Weibull模型，并和限定混合Weibull模型接近，说明对于单峰分布，Gamma模型具有明显优势。自此，尤其对于不规则曲线分布的针阔混交林样地，包括双峰分布、S状分布的限定混合Weibull模型的误差值远远小于其他2种模型，因而其拟合效果远远好于其他2个分布，且无论单峰分布、多峰分布、S状分布，限定混合Weibull模型都优于Weibull模型，说明在拟合多树种直径分布，可以更多地选用限定混合Weibull模型来代替Weibull模型。这一结论和杜志[19]和孔雷[20]的研究类似，杜志[19]在拟合长白山退化云冷杉样地时，得出结论限定混合Weibull模型优于Weibull模型和负指数模型，孔雷[20]认为拟合天然混交林分的直径分布规律的精度上，限定性混合双Weibull模型是优选模型。前面几位研究者使用的样地面积为0.06～0.2 hm^2，本研究使用的样地是1 hm^2，但研究结论相似。对于单峰分布，Gamma分布和限定混合Weibull分布拟合效果差异不大，本研究表明可以选用Gamma分布。张雄清等[14]在研究天然栎林直径分布时也指出Gamma分布在拟合以小径级为主的栎林时效果较好。本研究拟合的针阔混交林径级也较小，和他们的研究结果类似。利用直径分布模型分析林分结构，可为林分经营提供依据和措施[21]。

本研究给出了拟合针阔混交林直径分布的限定混合Weibull分布的实例，也与Weibull分布和Gamma分布进行了比较。但本研究仅给出了有限数量的针阔混交林的例子，针阔混交比例在1∶1，限定混合Weibull分布对大量混交林林分，特别是不同比例的针阔混交林之间的拟合效果仍有待进一步研究，以评价其对不同物种组成和分布形态的拟合适宜性。

未来的另一个研究方向将是研究限定混合Weibull分布的估计参数在林分因子上的回归，以促进混交林的生长建模。限定混合Weibull分布拟合不规则直径分布的适用性也应与其他建模方法（如非参数方法）进行比较。

5 结 论

本研究比较了限定混合Weibull模型、Weibull模型和Gamma模型3种方法拟合针阔混交林直径分布的效果。主要结论如下：

1）与实测值对比可知，限定混合Weibull模型、Weibull模型和Gamma模型3种方法均可以满足*t*检验；

2）通过对比RMSE和MAE，限定混合Weibull模型更适合拟合多峰分布的直径分布；

3）考虑各样地树种组成，对比RMSE和MAE可知，限定混合Weibull模型更适合拟合针叶树种占比大的样地。

本研究收集针阔混交林地的数据，运用3种模型对该地林分进行拟合，结果表明该地林分直径结构比较合理，但也仍需进行一定程度的间伐调整，保留生长较好、大径阶的林木作为目标林木，对影响目标林木生长的小径阶林木进行采伐，从而改善整体的直径分布结构，提高该地林分的经济和生态效益。

参考文献：

[1] 国红 , 雷渊才 . 蒙古栎林分直径 Weibull 分布参数估计和预测的方法比较 [J]. 林业科学 ,2016,52(10):64-71.
GUO H, LEI Y C. Method comparison of Weibull function for estimating and predicting diameter distribution of *Quercus mongolica* stands[J]. Scientia Silvae Sinicae,2016,52(10):64-71.

[2] 吴可 , 殷鸣放 , 周永斌 , 等 . 白石砬子自然保护区林木直径分布及其动态变化 [J]. 东北林业大学学报 ,2010,38(5):20-23.
WU K, YIN M F, ZHOU Y B, et al. Diameter distribution and dynamic changes of trees in Baishilazi national nature reserve[J]. Journal of Northeast Forestry University,2010,38(5):20-23.

[3] ENGONE OBIANG N L, NGOMANDA A, HYMAS O, et al. Diagnosing the demographic balance of two light-demanding tree species populations in central Africa from their diameter distribution[J]. Forest Ecology and Management,2014,313:55-62.

[4] NELSON T C. Diameter distribution and growth of loblolly pine[J]. Forest Science,1964,10(1):105-114.

[5] 陈昌雄 , 黄宝龙 , 林立法 . 南平市延平区天然阔叶林直径分布的研究 [J]. 福建林业科技 ,2004,31(1):1-4,9.
CHEN C X, HUANG B L, LIN L F. A study on diameter-distribution in natural broad-leaved forests in Yanping district of Nanping City[J]. Journal of Fujian Forestry Science and Technology, 2004,31(1):1-4,9.

[6] GUO H, LEI X D. YOU L, et al. Climate-sensitive diameter distribution models of larch plantations in north and northeast China[J]. Forest Ecology and Management,2022,506:119947.

[7] BAILEY R L, DELL T R. Quantifying diameter distributions with the Weibull function[J]. Forest Science,1973,19(2):97-104.

[8] GOFF F G, WEST D. Canopy-understory interaction effects on forest population structure[J]. Forest Science,1975,21(2):98-108.

[9] LIU C M, ZHANG L J, DAVIS C J, et al. A finite mixture model for characterizing the diameter distributions of mixed-species forest stands[J]. Forest Science,2002,48(4):653-661.

[10] ZHANG L J, GOVE J H, LIU C M, et al. A finite mixture of two Weibull distributions for modeling the diameter distributions of rotated-sigmoid, uneven-aged stands[J]. Canadian Journal of Forest Research,2001,31:1654-1659.

[11] 秦舟 , 张梦弢 . 关帝山华北落叶松林分直径分布规律研究 [J]. 西北林学院学报 ,2021,36(1):208-214.
QIN Z, ZHANG M T. Diameter distribution of *Larix gmelinii* var. *Principis-Rupprechtiii* in Guandi mountain[J]. Journal of Northwest Forestry University,2021,36(1):208-214.

[12] 刘菊卉 . 林分直径分布及空间结构研究——以武夷山曹墩为例 [D]. 南京 : 南京林业大学 ,2016.
LIU J H. Study on the stand diameter distribution and spatial structure: a case study of Caodun in Wuyi[D]. Nanjing: Nanjing Forestry University,2016.

[13] 卢军 , 张会儒 , 雷相东 , 等 . 长白山云冷杉针阔混交林幼树树高 - 胸径模型 [J]. 北京林业大学学报 ,2015,37(11):10-25.
LU J, ZHANG H R, LEI X D, et al. Height-diameter models for saplings in a spruce-fir mixed forest in Changbai mountains[J]. Journal of Beijing Forestry University,2015,37(11):10-25.

[14] 张雄清 , 雷渊才 . 北京山区天然栎林直径分布的研究 [J]. 西北林学院学报 ,2009,24(6):1-5.
ZHANG X Q, LEI Y C. Studies on diameter distribution of oak plants in Beijing[J]. Journal of Northwest Forestry University, 2009,24(6):1-5.

[15] R Core Team. R: a language and environment for statistical computing[EB/OL]. https://www.R-project.org.

[16] HENNINGSEN A, HAMANN J D. Systemfit: a package for estimating systems of simultaneous equations in R[J]. Journal of Statistical Software,2007,23(4):1-40.

[17] MACDONALD P D M, PITCHER T J. Age-groups from size-frequency data: a versatile and efficient method of analyzing distribution mixtures[J]. Journal of the Fisheries Board of Canada, 1979,36:987-1001.

[18] 李凤日 . 兴安落叶松天然林直径分布及产量预测模型的研究 [J]. 东北林业大学学报 ,1987,15(4):8-16.
LI F R. Study on diameter distribution and models predicting yields for natural Dahurian larch stands[J]. Journal of Northeast Forestry University,1987,15(4):8-16.

[19] 杜志 . 长白山退化云冷杉林不同演替阶段的林分结构研究 [D]. 北京 : 北京林业大学 ,2013.
DU Z. Study on stand structure during different succession stages in degraded spruce-fir forests of Changbai mountains[D]. Beijing: Beijing Forestry University,2013.

[20] 孔雷 . 金沟岭林场三种林型最优林分结构的研究 [D]. 北京 : 北京林业大学 ,2013.
KONG L. Optimal structures for three ecological forests in Jingouling forest[D]. Beijing: Beijing Forestry University,2013.

[21] 杨艳锋 , 郑小贤 , 梁雨 , 等 . 北京八达岭林场元宝枫人工林林分结构研究 [J]. 林业资源管理 ,2008(2):57-60.
YANG Y F, ZHENG X X, LIANG Y, et al. Study on *Acer truncatum* plantation structure in Badaling forest farm in Beijing[J]. Forest Resources Management,2008(2):57-60.

[本文编校：吴 彬]