# 基于修正Gompertz模型的非连续pH值测量法对乳酸菌产酸活力检测的优化研究

白晓彤，陈春裕，陈蓓蕾，黄隽光，杨爱君*

广东燕塘乳业股份有限公司，广东广州 511356

摘　要：[目的]通过修正Gompertz模型拟合的方法提高非连续法测量产酸活力的准确性。[方法]该模型的运行基于4 个发酵动力学参数：停滞期（λ）、发酵最大酸化速率（μ）、初始pH值（pH0）和终点pH值（pH∞）。基于非连续测量法结果，使用非线性最小二乘法辨别出模型中4 个发酵动力学参数，通过二分法数值求解得到产酸活力结果。优化效果基于连续测量的结果进行验证。[结果]拟合曲线的决定系数（$R^2$）为0.9988，均方根误差（RMSE）为0.03，该模型拟合效果良好。该模型使得非连续测量法的测量误差由10.62%缩小至2.21%。[结论]该模型能有效提高非连续测量产酸活力的准确性，但由于实际发酵过程中复杂的生化反应，该模型在提供其他发酵动力学参数方面存在局限性。

关键词：乳酸菌；产酸活力；Gompertz模型；非连续pH值测量

文章编号：1671–4393（2025）11–0125–05　　DOI:10.12377/1671–4393.25.11.15

## 0 引言

酸奶是一种由牛奶经过乳酸菌发酵制成的乳制品。在发酵过程中，乳酸菌将牛奶中的乳糖转化为乳酸，导致牛奶pH值下降并使酪蛋白胶束聚集，同时伴随风味物质合成等复杂生化反应，最终形成酸奶特有的质地与风味[1]。这一过程不仅赋予酸奶营养特性，还决定其感官品质。因此，乳酸菌代谢活性，尤其是产酸活力，是影响酸奶品质的关键控制参数[2, 3]。

乳酸菌产酸活力是乳酸菌在特定环境条件下，

作者简介：白晓彤（1998–），女，广东广州人，硕士，研究方向为供应链与原材料质量控制；
陈春裕（1994–），女，广东韶关人，本科，工程师，研究方向为供应链与原材料质量控制；
陈蓓蕾（1998–），女，湖北武汉人，本科，助理工程师，研究方向为供应链与原材料质量控制；
黄隽光（1999–），男，广东佛山人，本科，助理工程师，研究方向为供应链与原材料质量控制。
*通信作者：杨爱君（1970–），女，广东潮州人，硕士，正高级工程师，研究方向为乳制品质量检测和质量保证。

中国乳业杂志阅读

通过代谢乳糖生成乳酸的速率。该指标综合反映了菌株的代谢活性以及菌株对发酵系统的适应性，是评价乳酸菌发酵性能的核心参数之一，也是评估乳酸菌发酵剂质量的指标之一[2]。监测发酵过程中单位时间内pH值的变化是测量乳酸菌产酸活力的常用方法[1]。根据国际标准《ISO 26323：2009 奶制品 应用连续pH测定法对奶制品培养菌的酸化活性测定》[4]，乳酸菌发酵剂产酸活力有3 种表达方式：①开始酸化的时长（接种后pH值下降0.08所需的时长）；②发酵t小时后的pH值；③到达标称pH值的发酵时长。目前，在发酵过程中监测样品pH值变化的方法有两种：非连续测量法与连续测量法[4]。

非连续测量法是在发酵过程中通过分阶段取样、离线检测的方式获取pH值，是一种简单且低成本的产酸活力检测方法[2]。该法需提前准备多组平行样品，以便在多个时间点进行pH值测量，这无疑增加了工作量。不仅如此，分阶段取样测量的特性会导致发酵过程数据缺失，使该法在产酸活力的测量上有一定局限性，如无法准确获取到达标称pH值的发酵时长。

连续测量法的原理是通过连有电极的pH值数据记录仪，在不影响样品正常发酵的前提下，实时监测并自动记录样品pH值的变化[4]。得益于连续测量法的特性，该法目前被认为是更准确的产酸活力测量方法，且已被国际标准化组织（ISO）认定为标准参考方法（ISO 26323：2009）[4]。该法不仅能更完整地监测到发酵酸化的全过程，且能有效地减少前期样品制备和检测过程的时间及人力投入，还可避免试样分装造成的不一致性。此外，配有分析软件的设备如法国AMS Alliance公司研发的iCinac酸化分析仪，可基于监测数据进行分析处理，提供多种发酵动力学参数（如最大酸化速率、停滞期时长等）[2]。但此类设备往往造价不菲且需要持续维护，成本较高。目前，仍有不少高校与企业采用非连续测量法测量乳酸菌产酸活力[5, 6]。

近年来，有研究提出描述乳酸菌产酸的动力学模型。通过导入测量数据拟合发酵曲线，该法为非连续测量法在评估产酸活力方面的局限性提供了优化潜力。研究发现，酸奶发酵规律符合Gompertz曲线特征：初期增长缓慢，随后逐渐加快，到达一定程度后放缓，最后无线接近为一条水平直线[7]。Zwietering等[8]首先通过再参数化Gompertz模型，引入最大生长速率（μ）和生长停滞期（λ），并应用于微生物生长模型，同时验证了模型良好的拟合性。随后，De Brabandere等[1]在修正的Gompertz模型中引入初始发酵pH值（pH0）和发酵终点pH值（pH∞），使该模型更适用于描述酸奶发酵的酸化过程。

本研究旨在借助修正的Gompertz模型，探究是否能借助数学模型补偿非连续测量法在乳酸菌产酸活力测量中的数据缺失，进而提高结果的准确性，为相关研究提供参考。本研究以连续测量结果为基准，对比产酸活力结果和发酵动力学参数，对优化效果进行验证。

## 1 材料与方法

### 1.1 试验材料

发酵剂A（唾液链球菌嗜热亚种、德氏乳杆菌保加利亚亚种，达到pH=4.6时间≤6.5 h），丹尼斯克（中国）有限公司；脱脂乳粉，新西兰恒天然集团。

### 1.2 仪器与设备

iCinac酸化分析仪，法国AMS Alliance公司；BWS-27精密恒温水槽，上海一恒科学仪器有限公司。

### 1.3 试验步骤

#### 1.3.1 非连续测量法

（1）配制培养液：称取适量脱脂乳粉，充分溶解，使用0.1 mol/L NaOH标准溶液调整pH值至6.60，分装至100 mL PP瓶中，置于水浴锅中灭菌（99 ℃，30 min）。灭菌后取出冷却至室温，置于0~6 ℃冰箱贮至少16 h，不得超过12 d。

（2）配制样品溶液：称取适量发酵剂A，溶解于100 mL无菌生理盐水，摇匀，吸取10 mL菌液至

中国乳业线上阅读

90 mL无菌生理盐水，摇匀制得样品溶液。

（3）接种：将样品溶液按1%的体积分数接种至培养液，摇匀后放入恒温水槽发酵，每个时间点进行两组平行样品重复性测试。

（4）测量与记录：在各时间点摇匀待测样品并使用已校准的电极进行测试，测试间隔为30 min，手动记录数据。

1.3.2 连续pH值测量

（1）配制培养液：称取适量脱脂乳粉，充分溶解，使用0.1 mol/L NaOH标准溶液调整pH值至6.60，分装至250 mL 玻璃瓶中，置于水浴锅中灭菌（99 ℃，30 min）。灭菌后取出冷却至室温，置于0~6 ℃冰箱贮藏少16 h，不得超过12 d。

（2）配制样品溶液：称取适量发酵剂A，溶解于100 mL无菌生理盐水，摇匀，吸取10 mL菌液至90 mL无菌生理盐水，摇匀制得样品溶液。

（3）接种：将样品溶液按1%的体积分数接种至培养液中，将发酵样品摇匀，固定已校准电极，放入恒温水槽中发酵，以每个时间点进行两组平行样品重复性测试。

（4）参数设置：在iCinac酸化分析仪软件上设置监测模式等参数，测量间隔设置为1min。

（5）测量与记录：启动iCinac酸化分析仪进行发酵的实时监测。pH值达4.6后终止监测，将自动记录的数据导出进行分析。

为保证两种方法结果的一致性，本次试验中，连续测量法与非连续测量法同步进行，所使用脱脂乳粉、发酵剂A接种量与发酵温度严格一致。

### 1.4 模型应用与数据处理

修正的Gompertz模型公式中：pH0代表发酵初始值，pH∞代表发酵终值，λ（h）代表停滞期时长，μ（$h^{-1}$）代表发酵过程中最大酸化速率。

$$pH = pH_0 + (pH_\infty - pH_0)\exp\{-\exp[\frac{\mu e}{pH_\infty - pH_0}(\lambda - t) + 1]\}$$

将上述修正的Gompertz模型公式简化表达为pH=g（t），$pH_0$、$pH_\infty$、λ、μ视为未知参数值，以误差平方和（SSE）最小为目标：$SSE = \sum_{i=1}^{n}(pH_i - g(t_i))^2$，通过非线性最小二乘法辨识得到4 个未知参数值。其中，在误差平方和的公式中，$t_i$及$pH_i$分别表示发酵过程中各测量点的发酵时间以及测量pH值。参数确定后，便可计算得到任意发酵时长t对应的pH值，或通过二分法数值求解可获得到达任意pH值所需的发酵时间。

本研究中，试验数据通过EXCEL计算处理；显著性检验通过SPSS软件进行单因素方差分析（ANOVA），$P<0.05$为显著性差异。

## 2 结果与分析

### 2.1 Gompertz 模型拟合结果

图1展示了采用发酵剂A的连续测量法所绘制的产酸活力曲线、非连续测量法各测量点结果以及非连续测量法数据结合修正的Gompertz模型拟合后所得产酸活力曲线。由图1可知，连续测量法与修正的Gompertz模型拟合后所得产酸活力曲线符合酸奶发酵曲线规律：停滞期–快速增长期–平稳期。本研究中，修正的Gompertz模型拟合效果由决定系数$R^2$和均方根误差（RMSE）进行评估，$R^2$为0.9988，说明各测量点的拟合值与实际测量值较接近，拟合程度良好。拟合结果与非连续测量法结果之间的RMSE为0.03，说明模型拟合pH值平均偏离实际测量值0.03。以上结果说明，在本试验中修正的Gompertz模型拟合效果良好，拟合结果具有参考意义。

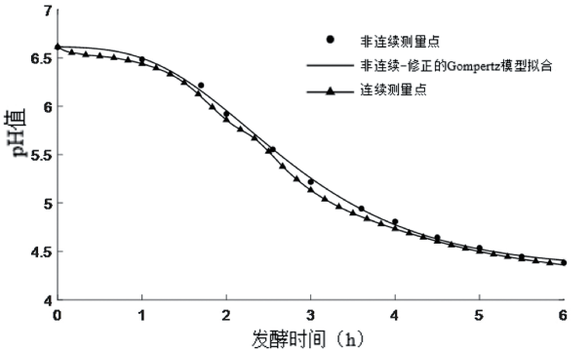



图 1 采用发酵剂 A 的产酸活力曲线图（连续测量法、非连续测量法、非连续 – 修正的 Gompertz 模型拟合）

中国乳业线上阅读

### 2.2 产酸活力结果对比

根据非连续测量法结果辨识出模型参数后，通过二分法数值求解，可获得产酸活力结果（到达pH=4.6所需时间）（表1）。在连续与非连续测量法下，样品产酸活力结果分别为4.52 h和5 h。虽然两种方法所得结果均符合产品标称值，但彼此间相差0.48 h，相对误差为10.62%，存在显著性差异（$P$＜0.05）。应用修正的Gompertz模型后，非连续测量法所得产酸活力结果为4.62 h，与连续测量法差异缩短至0.1 h，相对误差缩小至2.21%，无显著性差异（$P$＞0.05）。综上所述，结合数学模型的方式能弥补非连续测量法导致的测量数据缺失，缩小与连续测量法的差异，提供较准确的产酸活力结果。

**表 1 不同测量方法下产酸活力测量结果**

| 测量方法 | 连续测量法 | 非连续测量法 | 非连续测量法－修正的 Gompertz 模型拟合 |
|---|---|---|---|
| 产酸活力（h） | 4.52$^{a}$ | 5.00$^{b}$ | 4.62$^{a}$ |
| 相对误差（%） | – | 10.62 | 2.21 |

注：表中不同字母上标表示差异显著（$P$<0.05），下同

### 2.3 发酵动力学参数对比

发酵动力学参数，如发酵最大酸化速率（μ）和停滞期（λ），是描述乳酸菌在发酵中代谢情况的重要指标，也是修正Gompertz模型的重要参数。连续测量法可通过iCinac酸化分析仪软件计算直接获得以上参数。通过对比连续测量法与非连续测量法−修正的Gompertz模型拟合两种方式分别获得的发酵动力学参数，可有效验证模型拟合的发酵曲线准确性。两种方法的发酵动力学参数如表2所示，连续测量法与非连续测量法−修正的Gompertz模型拟合计算所得μ分别为−0.732 $h^{-1}$与−0.954 $h^{-1}$，λ分别为1.08 h与0.91 h，存在一定的差异。说明该方法在提供准确的发酵动力学参数上仍有局限。

**表 2 连续测量法与非连续测量法－修正的 Gompertz 模型拟合测量的发酵动力学参数对比**

| 参数 | 连续测量法 | 非连续测量法－修正的 Gompertz 模型拟合 |
|---|---|---|
| 最大酸化速率 μ（$h^{-1}$） | –0.95$^{a}$ | –0.73$^{b}$ |
| 停滞期 λ（h） | 0.91$^{a}$ | 1.08$^{b}$ |

## 3 讨论

试验结果显示，修正的Gompertz模型拟合效果良好，并有效缩小了非连续测量法产酸活力的误差，然而该方法辨识发酵动力学参数（如μ和λ）方面准确性仍待提高。这是因为实际发酵过程更为复杂，模型无法通过有限的参数精准预测发酵反应。例如，导致μ差异的原因在于，发酵快速增长期中存在一段时间约10 min的停滞，随后以更快的速度继续酸化。而模型并未预设这段停滞，因此无法自动识别该特征，因此拟合曲线在这一时期以较平缓、均匀的速度下降（图1）。导致λ差异的原因也是由于预设模型与实际发酵过程有出入。此外，修正的Gompertz模型是建立在发酵过程中无外界干扰的假设下，而在实际发酵过程中，发酵温度的波动或样品溶氧含量可能导致拟合曲线与实际发酵曲线发生偏差。综上所述，数学模型结合非连续测量法在一定程度上可减少与连续法的差异，但由于实际发酵过程中的菌种代谢和外界干扰因素无法预测，导致在提供发酵动力学参数（如μ和λ）上存在局限性。

## 4 结论

本研究通过修正的Gompertz模型对非连续测量法在乳酸菌产酸活力测量进行优化。结果表明，该模型拟合效果良好，且通过该数学模型拟合的方式能有效提高非连续测量法在的准确性。在产酸活力的测量上，该法可在一定程度上替代连续测量法，免去昂贵的设备成本投入。但由于实际生物发酵过程的复杂性，Gompertz此类数学模型在获取其它发酵动力学参数方面（如最大酸化速率和停滞期）显示出局限性，如发酵过程中的短暂代谢停滞导致

中国乳业线上阅读

了该模型在发酵快速增长期的拟合偏差。未来研究可考虑结合分段函数、调整测量点分布或动态调整参数对模型进行修正，提高模型拟合的准确性。本研究提供了一种低成本、高精度的产酸活力检测方案，但需结合实际情况对模型参数进行校准。

**参考文献**


[1] De Brabandere A G，De Baerdemaeker J G. Effects of process conditions on the pH development during yogurt fermentation[J]. Journal of Food Engineering，1999，41（3–4）：221–227.

[2] 冯立科，陈春裕，白晓彤等. iCinac酸化分析仪在乳酸菌发酵剂产酸活力及稳定性分析中的应用[J]. 现代食品，2024，30（21）：199–202.

[3] Shen X，Li W，Cai H，et al. Metabolomics analysis reveals differences in milk metabolism and fermentation rate between individual Lactococcus lactis subsp. lactis strains[J]. Food research international，2022，162（Pt A）：111920.

[4] International Organization for Standardization. Milk products–determination of the acidification activity of dairy cultures by continuous pH measurement（CpH）：ISO 26323：2009（E）/IDF 213：2009（E）[S].

[5] 刘绒梅，高达，孙金威，等.传统乳制品中乳酸菌的筛选及发酵性能研究[J].中国酿造，2022，41（5）：78–83.

[6] 项群然，崔树茂，唐鑫，等.协同发酵对发酵乳中益生菌活菌数及酸乳品质的影响[J].食品与发酵工业，2023，49（6）：18–26.

[7] 李德茂，陈吴西，郭蔚，等.工业生物发酵过程模拟：进展与发展趋势[J].生物工程学报，2019，35（10）：1974–1985.

[8] Zwietering M H，Jongenburger I，Rombouts F M，et al. Modeling of the bacterial growth curve[J]. Applied and environmental microbiology，1990，56（6）：1875–1881.


# Optimization Research on the Detection of Acidification Activity of Lactic Acid Bacteria by Discontinuous pH Measurement Based on Modified Gompertz Model


BAI Xiaotong，CHEN Chunyu，CHEN Beilei，HUANG Junguang，YANG Aijun*

Guangdong Yantang Dairy Co.，Ltd.，Guangzhou Guangdong 511356



**Abstract**：[Objective]This study aimed at improving the accuracy of the discontinuous pH measurement in the determination of acidification activity by modeling fitting based on the modified Gompertz model.[Method]The model operated based on four key parameters：the lag phase time（λ），maximal rate of pH decrease with time（μ），initial pH（pH0），and final pH（pH∞）. Based on the results of discontinuous pH measurement，the four parameters were identified by using nonlinear least square method，and then the acidification activity was determined by bisection method. The optimization was verified based on results of continuous pH measurement.[Result]The determination coefficient（$R^2$）was 0.9988，root-mean-square error（RMSE）was 0.03，which showed that the model gave good fits of the data. The model decreased the relative error of discontinuous pH measurement from 10.62% to 2.21%.[Conclusion]The model can improved the accuracy of discontinuous pH measurement，however，the modified Gompertz model had limitations in providing other fermentation kinetic parameters due to the complicated biochemistry reation in actual fermentation process.



**Keywords**：lactic acid bacteria；acidification activity；Gompertz model；discontinuous pH measurement


中国乳业线上阅读