文章编号:1000 - 4653(2026)04 - 0126 - 10

考虑货流平衡的内河集装箱班轮运输航线设计

李德昌, 焦芳芳*, 纪永波, 高 宇, 刘文迪
(交通运输部水运科学研究院 船舶运输技术中心, 北京 100088)

摘 要:针对内河集装箱班轮航线设计问题,根据装载量对内河船舶吃水影响显著的特点,提出了一种基于装载量优选船舶去程航线最后一个挂靠港的策略。结合内河重箱仅可单程而空箱可双程运输的特征,引入空箱节点变量,按照需求是否可分割两种情形,建立了两类考虑货流平衡的航线设计模型。选用长江上 10 组不同尺寸的实际船舶进行了算例验证分析。结果表明:基于装载量优选船舶去程最后一个挂靠港口,以及考虑货流平衡的空箱调运策略均有利于提高船公司航次利润;随着季节性长江航道水深的增加,以及船公司设置的置信水平的降低,航线配船数量和船舶挂靠港口数量均呈现先增加后保持不变的趋势,船公司航次利润也随之增加。研究结论可为船公司内河班轮运输决策提供有益的参考。

关键词:水路运输;航线设计;节点模型;内河集装箱班轮运输;空箱调运
中图分类号:U692.3 **文献标志码**:A **DOI**:10.3969/j.issn.1000 - 4653.2026.04.014

Route design for inland river container liner shipping considering cargo flow balance

Li Dechang, *Jiao Fangfang**, *Ji Yongbo*, *Gao Yu*, *Liu Wendi*
(Ship Transportation Technology Center, China Waterborne Transport Research Institute, Beijing 100088, China)

Abstract: This paper studies the routing design problem of inland river container liners. In accordance with the significant impact of loading volumes on the draft of inland ships, a strategy was proposed to optimize the last port of call on the ship's outbound route based on loading volumes. In view of the features that loaded containers can only be transported in one direction while empty containers can be transported in both directions on inland waterway, the node variables of empty containers were introduced. Then, two route design models considering cargo flow balance were established under two scenarios depending on whether the demand is divisible. Ten groups of real ships with different sizes on the Yangtze River were selected for example validation analysis. The results indicate that optimizing the last port of call for ships based on loading volumes and considering cargo flow balance are beneficial for improving the shipping company's voyage profits. Both the number of ships deployed on the route and the number of ports of call show a trend of first increasing and then remaining unchanged with the increase in the seasonal water depth of the Yangtze River channel or the decreases in the confidence level set by the shipping company. The shipping company's voyage profit also increases with water depth. The research conclusions can provide useful references for operation decision-making of shipping companies on inland waterway liner transportation.

Key words: waterway transportation; route design; node-based model; inland river container liner shipping; empty container repositioning

收稿日期:2026-01-28
基金项目:交通运输部战略规划课题(2025-MOT-SYJ0039);中央级公益性科研院所基本科研业务费专项资金项目(72511)资助
第一作者:李德昌(1994—),男,助理研究员,研究方向为集装箱班轮运输、水运经济,(E-mail)lidch@wti.ac.cn
* **通信作者**:焦芳芳(1987—),女,副研究员,研究方向为国内水路运输,(E-mail)jiaofangfang@wti.ac.cn
引用格式:李德昌,焦芳芳,纪永波,等. 考虑货流平衡的内河集装箱班轮运输航线设计[J]. 中国航海,2026,49(4):126 - 135.
Li D C, Jiao F F, Ji Y B, et al. Route design for inland river container liner shipping considering cargo flow balance[J]. Navigation of China, 2026, 49(4): 126 - 135. (in Chinese)

航线设计是船公司开展集装箱班轮运输的一项战略决策,是关乎其收益和竞争优势的核心问题[1]。在内河集装箱航运中,河口港通常亦为国际集装箱班轮运输的干线海港,内河集装箱航运主要承担干线海港的集疏运任务[2]。由此,内河集装箱班轮航线要以河口港作为船舶去程(逆流而上)起点和回程(顺流而下)终点,沿河途经港口可选作挂靠港。此外,由于重箱只能在船舶去程或回程挂靠港口间单向运输,空箱则不受此限制,且运输需求(进出港货流)大多不平衡。因此,如何在制定有效的重箱装运和空箱调运策略以实现货流平衡的条件下,设计合理的内河集装箱班轮运输航线(即确定船舶去程和回程挂靠港口及顺序)是船公司面临的一个极为复杂的优化问题。

航线设计长期以来一直是国内外学者研究的热点问题,但研究主要集中在海上集装箱班轮运输领域。例如,Malaguti 等[3]考虑到托运人取送货请求以及船舶在支线港口的吃水限制因素,建立了班轮航线设计模型,并设计了分支切割求解算法。在此基础上,Balma 等[4]进一步研究了船舶吃水限制下的班轮航线设计问题,运用非凸线性转化技术开发了有效不等式求解算法。考虑到海运贸易中的货流不平衡问题,Shintani 等[5]引入港口重箱和空箱双需求变量,允许船舶在返回始发港前,可以随时改变航行方向,多次挂靠某些中间港口对航线进行设计。连峰等[6]考虑集装箱生命周期,在备选班轮航线和重箱运输需求确定的情况下,确定新箱投放和旧箱报废地点,设计了空箱运输路径方案。

鉴于内河集装箱航运的特殊性,海运集装箱班轮航线设计成果存在许多不适用之处。比如,内河沿岸港口前后顺序确定,不能如海运那样随意颠倒;在内河航运中,即使船舶跳过某个中间港口,但其航线距离仍保持不变。为此,孔灵睿[7]等考虑货源点集装箱在不同喂给港分配对支线船舶运输成本的影响,建立了集装箱分配与支线船舶调度联合优化模型,对内河支线运输航线进行了设计。Maras[8]在假定内河港口对间周集装箱运输需求已知条件下,以船舶往返航次最大航行时间为约束,建立了包含尺寸、航速及挂靠港口等变量的混合整数线性规划模型。随后,Maras 等[9]进一步针对内河驳船航线设计问题,考虑任意港口对间空箱调运因素,建立了确定内河船舶去程和回程不同挂靠港口混合整数线性规划模型。Zhang 等[10]考虑航道水深和桥高限制,提出利用折叠箱解决桥高限制和空箱需求问题,建立了以总成本最小化为目标的内河班轮航线设计模型。Li 和 Yang[11]进一步考虑空箱租赁成本和港口堆存成本,建立了航行限制条件下折叠箱和普通空箱混合调运策略下的内河班轮航线设计模型。Alfandari 等[12]结合内河集装箱航运船舶挂靠港口顺序已知的特点,构建了内河驳船航线设计混合整数规划模型,以解决内河集装箱驳船去程和回程挂靠港口集合选择问题。Bilegan 等[13]根据不同服务水平下各港口集装箱运价的差异,在不考虑空箱调运和最后挂靠港优选情况下,对内河挂靠港口集合和收益进行优化。

综上,已有研究假定船舶去程最后一个挂靠港确定,并未考虑不同装载量下船舶去程最后一个挂靠港的最优选择问题;且忽视了内河班轮航线需长期保持的重/空箱货流平衡问题,由此会导致空箱堆存成本乃至总成本上升[14];此外,已有研究均假定单位距离运价给定,忽视了内河上中下游港口间运价差异及其波动因素对航运收益产生的影响。鉴于此,本文综合考虑装载量、货流平衡、运价差异及其波动因素,对内河集装箱班轮航线设计问题进行扩展研究。本文的主要贡献如下:

1)依据内河集装箱船舶尺寸较小、装载量对船舶吃水影响显著的特点,建立了重/空箱装载量与航段船舶吃水限制关系式,并叠加收益与各运输成本、装运策略、吃水限制、运输距离之间的关系对船舶去程最后一个挂靠港口进行优选;

2)结合内河重箱只可进行单程港口间运输,而空箱可在任一港口装卸的特征,引入了空箱节点变量建模,减少了模型中变量数量,有助于模型的快速求解;

3)针对内河集装箱班轮航线港口间运价差异及其波动,提出了基于置信水平的机会约束建模方法,以适应风险决策的要求。

1 问题描述

内河集装箱班轮航线设计要以河口港为船舶始发和终到港,沿河港口选为挂靠港,为客户提供"五定"运输服务。船舶载箱量会受到各航段航道水深的限制。此外,为了满足客户的长期货物运输需求,在航线设计中选定的每个挂靠港口,重箱和空箱的总流入量(入港方向的流量)应等于总流出量(出港方向的流量)。否则,船公司需在该港口租赁或堆存空箱以实现货流平衡。

由此可见,内河集装箱班轮航线设计问题的实质便是:在船舶尺寸和发船频率给定、运价波动情形下,船公司基于对未来较长的一定时期内内河沿岸

港口间运输需求的预测,通过设定一定的运价波动置信水平,确定最优的船舶去程和回程航次总时间(由此进一步得到最优的船舶配置数量),确定船舶去程最后一个挂靠港口、船舶去程和回程的最优挂靠港口集合,在各挂靠港口间的最优重箱载运量和空箱调运量,以及在港口的最优空箱租赁量和堆存量,以实现航次利润最大化目标。

为了便于建模,本文结合航运实际做如下基本假设:

1)航线上配置船舶的尺寸相同;

2)发船频率为周班;

3)未来较长时期内港口间的预期运输需求确定;

4)港口间集装箱运价波动,但其均值可预测;

5)参考 Wang 等[15]的处理方式,本文不考虑因运输需求未被满足而产生的机会损失成本。

2 模型构建

2.1 参数和变量符号

1)集合

$\Delta_u=\{1,\cdots,N\}$:沿河港口集合(亦为船舶去程可挂靠港口集合),其中,1 表示河口港;

$\Delta_d=\{N,N+1,\cdots,2N-1\}$:船舶回程可挂靠港口的集合,其中,去程港口 i 与回程港口 $2N-i$ 实为同一港口,$2N-1$ 亦为河口港;

$\Psi=\{(i,j):i,j\in\Delta_u,i<j\leqslant N$ 或 $i,j\in\Delta_d,N\leqslant i<j\}$:重箱运输路径集合;

$\Psi_k=\{(i,j)\in\Psi,i\leqslant k<j\}$:港口 k 先前港口和后续港口之间重箱运输路径集合;

$\Phi_i^+=\{(i,j)\in\Psi,j>i\}$:由港口 i 装运到其他港口重箱运输路径集合;

$\Phi_i^-=\{(j,i)\in\Psi,j<i\}$:由其他港口装运到港口 i 重箱运输路径集合;

2)参数

P_{ij}:港口 i 到港口 j 重箱运价(元/标准箱(Twenty-foot Equivalent Unit,TEU));

D_{ij}:港口 i 和 j 之间重箱周运输需求量(TEU/周);

M_{ij}:港口 i 到港口 j 重箱运价均值(元/TEU);

$C_{i,f}$:港口 i 单位重箱装卸成本(元/TEU);

$C_{i,e}$:港口 i 单位空箱装卸成本(元/TEU);

F_i:港口 i 使费(元);

L_i:港口 i 单位空箱周租赁成本(元/TEU);

S_i:港口 i 单位空箱周堆存成本(元/TEU);

C_d:船舶燃油费用(元/km);

C_o:船舶固定运营费用(元/周);

C_i:船舶闲置成本(元/h);

V:船舶最大载箱量(TEU);

R_i:以港口 i 作为去程最后一个挂靠港口时航线距离(km);

$T_{i,t}$:以港口 i 作为去程最后一个挂靠港口时船舶往返航次总航行时间(h);

$T_{i,f}$:港口 i 单位重箱装卸时间(h/TEU);

$T_{i,a}$:船舶进出港口 i 的时间(h);

$T_{i,e}$:港口 i 单位空箱装卸时间(h/TEU);

Q:船舶空载吃水深度(m);

η_f:单位重箱对船舶吃水深度的增加值(m/TEU);

η_e:单位空箱对船舶吃水深度的增加值(m/TEU);

$W_{i,d}$:航段 i 水深限制(m);

B:一个极大的正数;

ξ_{ij}:港口 i 到港口 j 重箱运价波动值;

ε:船公司关于运价波动的风险值(即 $1-\varepsilon$ 表示置信水平);

$\boldsymbol{\mu}_{ij}$:ξ_{ij}的期望估计值;

$\boldsymbol{\Sigma}_{ij}$:ξ_{ij}的方差估计值;

γ_1,γ_2:与模糊集相关的参数,且满足 $\gamma_1\geqslant 0$,$\gamma_2\geqslant 1$;

$\tilde{\boldsymbol{\mu}}_{ij}$:$\alpha$-单峰性下 ξ_{ij}的期望估计值;

$\tilde{\boldsymbol{\Sigma}}_{ij}$:$\alpha$-单峰性下 ξ_{ij}的方差估计值;

3)决策变量

z_{ij}:从港口 i 运送到港口 j 的重箱量(TEU);

u_i:港口 i 卸载空箱量(TEU);

v_i:港口 i 装载空箱量(TEU);

x_i:0,1 变量;若船舶挂靠港口 i,则等于 1,否则等于 0;

y_i:0,1 变量;若船舶去程最后一个挂靠港口为 i,则等于 1,否则等于 0;

λ_k:0,1 变量;若港口 k 先前港口和后续港口之间重箱运输量与港口 k 装卸空箱量之和大于零,则等于 1,否则等于 0;

b_{ij}:0,1 变量,若港口 i 和 j 之间的重箱全部被运输,则等于 1,否则等于 0;

w_i:港口 i 堆存空箱量(TEU);

q_i:港口 i 租赁空箱量(TEU);

m:以周为单位的航次时间(也等于航线配船数)(周);

t_i:船舶在起始港口闲置时间(h)。

2.2 空箱节点变量模型

鉴于空箱可以在任意挂靠港口进行装卸,故有别于基于港口间货运量(弧变量)传统建模方法,本文基于港口装卸空箱量(节点变量),构建以下航线设计模型[M1]:

$$\max \sum_{(i,j)\in\Psi}(P_{ij}-C_{i,\mathrm{f}}-C_{j,\mathrm{f}})z_{ij}-\sum_{i\in\Delta^u\cup\Delta^d}C_{i,\mathrm{e}}(v_i+u_i)-\left(\sum_{i\in\Delta_\mathrm{u}\cup\Delta_\mathrm{d}\setminus\{1\}}F_ix_i-\sum_{i\in\Delta_\mathrm{u}\setminus\{1\}\setminus\{N\}}F_iy_i\right)-\sum_{i\in\Delta_\mathrm{u}}(S_iw_i+L_iq_i)-\sum_{i\in\Delta^u}2R_iC_\mathrm{d}y_i-C_\mathrm{o}m-C_\mathrm{i}t_\mathrm{i} \tag{1}$$

s. t.

$$\sum_{i\in\Delta_\mathrm{u}\setminus\{1\}}y_i=1 \tag{2}$$

$$y_i+x_j\leqslant 1,\ \forall i\in\Delta_\mathrm{u}\setminus\{N\},i<j<2N-i \tag{3}$$

$$y_i\leqslant x_i,\ \forall i\in\Delta_\mathrm{u} \tag{4}$$

$$y_i\leqslant x_{2N-i},\ \forall i\in\Delta_\mathrm{d} \tag{5}$$

$$z_{ij}\leqslant D_{ij}x_i,\ \forall(i,j)\in\Psi \tag{6}$$

$$z_{ij}\leqslant D_{ij}x_j,\ \forall(i,j)\in\Psi \tag{7}$$

$$\sum_{(i,j)\in\Phi_i^+}z_{ij}+v_i\leqslant Vx_i,\ \forall i\in\Delta_\mathrm{u}\cup\Delta_\mathrm{d} \tag{8}$$

$$\sum_{(j,i)\in\Phi_i^-}z_{ji}+u_i\leqslant Vx_i,\ \forall i\in\Delta_\mathrm{u}\cup\Delta_\mathrm{d} \tag{9}$$

$$\sum_{(i,j)\in\Psi_k}z_{ij}+\sum_{i\leqslant k}(v_i-u_i)\leqslant V,\quad\forall k\in\Delta_\mathrm{u}\cup\Delta_\mathrm{d}\setminus\{2N-1\} \tag{10}$$

$$Q+\eta_\mathrm{f}\sum_{(i,j)\in\Psi_k}z_{ij}+\eta_\mathrm{e}\sum_{i\leqslant k}(v_i-u_i)\leqslant W_{k,\mathrm{d}}(1+B(1-\lambda_k)),\ \forall k\in\Delta_\mathrm{u}\cup\Delta_\mathrm{d}\setminus\{2N-1\} \tag{11}$$

$$\lambda_k=\begin{cases}1 & \sum_{(i,j)\in\Psi_k}z_{ij}+\sum_{i\leqslant k}(v_i-u_i)>0\\ 0 & \text{否则}\end{cases},\quad\forall k\in\Delta_\mathrm{u}\cup\Delta_\mathrm{d}\setminus\{2N-1\} \tag{12}$$

$$\sum_{(i,j)\in\Phi_i^+}z_{ij}+v_i-\sum_{(j,i)\in\Phi_i^-}z_{ji}-u_i+\sum_{(2N-i,j)\in\Phi_{2N-i}^+}z_{(2N-i)j}+v_{(2N-i)}-\sum_{(j,2N-i)\in\Phi_{2N-i}^-}z_{j(2N-i)}-u_{(2N-i)}=q_i-w_i,\quad\forall i\in\Delta^u \tag{13}$$

$$168m-t_\mathrm{i}\leqslant\sum_{i\in\Delta_\mathrm{u}\setminus\{1\}}T_{i,\mathrm{t}}y_i+\sum_{(i,j)\in\Psi}2T_{i,\mathrm{f}}z_{ij}+\sum_{i\in\Delta_\mathrm{u}\cup\Delta_\mathrm{d}\setminus\{1\}}T_{i,\mathrm{a}}x_i+\sum_{i\in\Delta_\mathrm{u}\cup\Delta_\mathrm{d}}T_{i,\mathrm{e}}(v_i+u_i)-\sum_{i\in\Delta_\mathrm{u}\setminus\{N\}}T_{i,\mathrm{a}}y_i\leqslant 168m \tag{14}$$

$$\Pr\{P_{ij}\leqslant M_{ij}+\xi_{ij}\}\geqslant 1-\varepsilon,\ \forall(i,j)\in\Psi \tag{15}$$

$$\sum_{j<i}v_j-\sum_{j<i}u_j\geqslant u_i,\ \forall i\in\Delta_\mathrm{u}\cup\Delta_\mathrm{d} \tag{16}$$

$$\sum_{j>i}u_j-\sum_{j>i}v_j\geqslant v_i,\ \forall i\in\Delta_\mathrm{u}\cup\Delta_\mathrm{d} \tag{17}$$

$$\sum_{i\in\Delta_\mathrm{u}\cup\Delta_\mathrm{d}}v_i=\sum_{i\in\Delta_\mathrm{u}\cup\Delta_\mathrm{d}}u_i \tag{18}$$

$$x_i\in\{0,1\},\ \forall i\in\Delta_\mathrm{u}\cup\Delta_\mathrm{d} \tag{19}$$

$$y_i\in\{0,1\},\ \forall i\in\Delta_\mathrm{u}\setminus\{1\} \tag{20}$$

$$z_{ij}\in\mathrm{Z}_+,\ \forall(i,j)\in\Psi \tag{21}$$

$$v_i,u_i\in\mathrm{Z}_+,\ \forall i\in\Delta_\mathrm{u}\cup\Delta_\mathrm{d} \tag{22}$$

$$w_i,q_i\geqslant 0,\ \forall i\in\Delta_\mathrm{u} \tag{23}$$

目标函数式(1)表示内河集装箱班轮航次利润最大化,计算方式为航次重箱运输收入与航次各项运输成本的差值。其中第一项为航次重箱运输净收入,第二项为航次空箱运输费用,第三项为航次港口使费,第四项为航次空箱租赁和堆存成本,第五项为航次燃油成本,第六项为航次运营成本,第七项为船舶在港口闲置时间成本。式(2)和(3)表示选择一个港口作为去程最后挂靠港,并保证最后挂靠港确定之后,船舶不能再进行去程方向后续港口的挂靠。式(4)和(5)分别表示船舶去程和回程挂靠港口,同时建立最后挂靠港与中途挂靠港之间的关系。式(6)和(7)表示只有当港口 i 和 j 同时被选择挂靠时,才能将集装箱从港口 i 运送到港口 j,且重箱运输量不超过运输需求。式(8)和(9)表示船舶在港口装载的重箱和空箱数量不超过船舶容量。式(10)表示船舶在各航段重箱和空箱的运输总量不超过船舶容量。式(11)和(12)表示各航段船舶吃水限制,保证船舶在必经航段满足航道水深限制。式(13)表示港口流量平衡约束,即流入港口的空箱和重箱数量应等于流出数量,若两者不相等则需要在港口租赁或堆存空箱。式(14)表示船舶航次时间约束,即船舶进港时间、货物装卸时间、船舶闲置时间和航行时间的总和应尽量等于以周为单位的船舶周转时间。式(15)表示运价在一定置信水平下的机会约束。式(16)表示在每个港口卸载的空箱量不超过先前港口累计装卸空箱剩余量。式(17)表示在每个港口装载空箱量不超过先前港口累计装卸空箱剩余量。式(18)表示班轮航次装载和卸载空箱量相等。式(19)—(23)表示决策变量取值范围。

2.3 模型确定性转化

在模型[M1]中,式(15)是集装箱运价在一定置信水平下的机会约束。当船公司关于运价波动参数 $\boldsymbol{\xi}_{ij}$ 的分布函数 $F(\boldsymbol{\xi}_{ij})$ 信息有限(即仅能获得 $\boldsymbol{\xi}_{ij}$ 的期望 $\boldsymbol{\mu}_{ij}$ 和方差 $\boldsymbol{\Sigma}_{ij}$ 估计值)时,依据这种估计值仍会导致决策者信心不足。因此,使用 γ_1 和 γ_2 两个参数对 $\boldsymbol{\mu}_{ij}$ 和 $\boldsymbol{\sigma}_{ij}$ 的估计值加以约束,即构造分布函数 F

$(\boldsymbol{\xi}_{ij})$ 的椭球模糊集 Ω 对机会约束进行线性转化[16]。

$$\Omega = \{F(\boldsymbol{\xi}_{ij}) \mid [E(\boldsymbol{\xi}_{ij}) - \boldsymbol{\mu}_{ij}]^{\mathrm{T}} \boldsymbol{\Sigma}_{ij}^{-1} [E(\boldsymbol{\xi}_{ij}) - \boldsymbol{\mu}_{ij}] \leqslant \gamma_1 E[(\boldsymbol{\xi}_{ij} - \boldsymbol{\mu}_{ij})(\boldsymbol{\xi}_{ij} - \boldsymbol{\mu}_{ij})^{\mathrm{T}}] \leqslant \gamma_2 \boldsymbol{\Sigma}_{ij}, \forall (i,j) \in \Psi\} \tag{24}$$

由此,可将机会约束式(15)重构为

$$\inf_{f(\boldsymbol{\xi}_{ij}) \in \Omega} \Pr\{P_{ij} \leqslant M_{ij} + \boldsymbol{\xi}_{ij}\} \geqslant 1 - \varepsilon, \quad \forall (i,j) \in \Psi \tag{25}$$

式(25)左边是在椭球模糊集 Ω 中最坏情况下的概率,当$\frac{\gamma_1}{\gamma_2} \leqslant \varepsilon$ 时,式(25)可等效为

$$P_{ij} \leqslant M_{ij} + \boldsymbol{\mu}_{ij}^{\mathrm{T}} - \left(\sqrt{\gamma_1} + \sqrt{\left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right)(\gamma_2 - \gamma_1)}\right) \cdot \sqrt{\boldsymbol{\Sigma}_{ij}}, \quad \forall (i,j) \in \Psi \tag{26}$$

否则,式(25)等效为

$$P_{ij} \leqslant M_{ij} + \boldsymbol{\mu}_{ij}^{\mathrm{T}} - \sqrt{\frac{\gamma_2}{\varepsilon}} \cdot \sqrt{\boldsymbol{\Sigma}_{ij}}, \quad \forall (i,j) \in \Psi \tag{27}$$

在椭球模糊集中的“最坏”分布通常是由一些离散点构成,实际几乎不会发生,从而导致优化结果过于保守。为了降低保守性,考虑分布的单峰性,即假定椭球模糊集中的分布具有 α - 单峰性。定义 $\tilde{\boldsymbol{\mu}}_{ij} = \frac{\alpha+1}{\alpha}\boldsymbol{\mu}_{ij}$, $\tilde{\boldsymbol{\Sigma}}_{ij} = \frac{\alpha+2}{\alpha}\boldsymbol{\Sigma}_{ij}$, 当$\frac{\gamma_1}{\gamma_2} \leqslant \varepsilon$ 时,式(26)可替换为

$$P_{ij} \leqslant M_{ij} + \boldsymbol{\mu}_{ij}^{\mathrm{T}} - \left(\sqrt{\gamma_1} + \sqrt{\left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right)(\gamma_2 - \gamma_1)}\right) \cdot \sqrt{\left(\frac{\alpha(\alpha+2)}{(\alpha+1)^2}\right)\boldsymbol{\Sigma}_{ij}}, \forall (i,j) \in \Psi \tag{28}$$

式(27)可替换为

$$P_{ij} \leqslant M_{ij} + \boldsymbol{\mu}_{ij}^{\mathrm{T}} - \sqrt{\frac{\gamma_2}{\varepsilon}} \cdot \sqrt{\left(\frac{\alpha(\alpha+2)}{(\alpha+1)^2}\right)\boldsymbol{\Sigma}_{ij}}, \quad \forall (i,j) \in \Psi \tag{29}$$

至此,取式(28)和(29)的最小值,可将模型[M1]转化为模型[M2]:

$$\max \sum_{(i,j) \in \Psi} \left(M_{ij} - C_{i,\mathrm{f}} - C_{j,\mathrm{f}} + \mu_{ij} - \left(\sqrt{\gamma_1} + \sqrt{\left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right)(\gamma_2 - \gamma_1)}\right) \sqrt{\left(\frac{\alpha(\alpha+2)}{(\alpha+1)^2}\right)\boldsymbol{\Sigma}_{ij}}\right) z_{ij} - \sum_{i \in \Delta_{\mathrm{u}} \cup \Delta_{\mathrm{d}}} C_{i,\mathrm{e}}(v_i + u_i) - \left(\sum_{i \in \Delta_{\mathrm{u}} \cup \Delta_{\mathrm{d}} \setminus \{1\}} F_i x_i - \sum_{i \in \Delta_{\mathrm{u}} \setminus \{1\} \setminus \{N\}} F_i y_i\right) - \sum_{i \in \Delta_{\mathrm{u}}} (S_i w_i + L_i q_i) - \sum_{i \in \Delta_{\mathrm{u}} \setminus \{1\}} 2R_i C_{\mathrm{d}} y_i - C_{\mathrm{o}} m - C^i t^i, \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \leqslant \varepsilon$$

$$\max \sum_{(i,j) \in \Psi} \left(M_{ij} - C_{i,\mathrm{f}} - C_{j,\mathrm{f}} + \mu_{ij} - \sqrt{\frac{\gamma_2}{\varepsilon}} \cdot \sqrt{\left(\frac{\alpha(\alpha+2)}{(\alpha+1)^2}\right)\boldsymbol{\Sigma}_{ij}}\right) z_{ij} - \sum_{i \in \Delta_{\mathrm{u}} \cup \Delta_{\mathrm{d}}} C_{i,\mathrm{e}}(v_i + u_i) - \left(\sum_{i \in \Delta_{\mathrm{u}} \cup \Delta_{\mathrm{d}} \setminus \{1\}} F_i x_i - \sum_{i \in \Delta_{\mathrm{u}} \setminus \{1\} \setminus \{N\}} F_i y_i\right) - \sum_{i \in \Delta_{\mathrm{u}}} (S_i w_i + L_i q_i) - \sum_{i \in \Delta_{\mathrm{u}} \setminus \{1\}} 2R_i C_{\mathrm{d}} y_i - C_{\mathrm{o}} m - C_{\mathrm{i}} t_{\mathrm{i}}, \frac{\gamma_1}{\gamma_2} > \varepsilon \tag{30}$$

约束条件:式(2)—式(14),式(16)—式(23)。

显然,模型[M2]属于混合整数规划(Mixed Integer Programming,MIP)模型,可直接采用商用软件(如 CPLEX 等)求解。

2.4 不可分割需求模型

在某些现实情况下,船公司在港口仅接受货运代理公司的订舱,此时,港口的集装箱运输需求是不可分割的,即船舶要么挂靠港口并载运该港的全部集装箱,要么不挂靠该港。为此,引入 b_{ij}, $\begin{cases} b_{ij} = 1, & z_{ij} = D_{ij} \\ b_{ij} = 0, & z_{ij} < D_{ij} \end{cases} (i,j) \in \Psi$,并使用 $D_{ij} b_{ij}$ 替换模型[M2]中的变量 z_{ij},得到适应不可分割需求下的模型[M3]:

$$\max \sum_{(i,j) \in \Psi} \left(M_{ij} - C_{i,\mathrm{f}} - C_{j,\mathrm{f}} + \mu_{ij} - \left(\sqrt{\gamma_1} + \sqrt{\left(\frac{1-\varepsilon}{\varepsilon}\right)(\gamma_2 - \gamma_1)}\right) \sqrt{\left(\frac{\alpha(\alpha+2)}{(\alpha+1)^2}\right)\boldsymbol{\Sigma}_{ij}}\right) D_{ij} b_{ij} - \sum_{i \in \Delta_{\mathrm{u}} \cup \Delta_{\mathrm{d}}} C_{i,\mathrm{e}}(v_i + u_i) - \left(\sum_{i \in \Delta_{\mathrm{u}} \cup \Delta_{\mathrm{d}} \setminus \{1\}} F_i x_i - \sum_{i \in \Delta_{\mathrm{u}} \setminus \{1\} \setminus \{N\}} F_i y_i\right) - \sum_{i \in \Delta^u} (S_i w_i + L_i q_i) - \sum_{i \in \Delta_{\mathrm{u}} \setminus \{1\}} 2R_i C_{\mathrm{d}} y_i - C_{\mathrm{o}} m - C_{\mathrm{i}} t_{\mathrm{i}}, \frac{\gamma_1}{\gamma_2} \leqslant \varepsilon$$

$$\max \sum_{(i,j) \in \Psi} \left(M_{ij} - C_{\mathrm{f}i} - C_{j,\mathrm{f}} + \mu_{ij} - \sqrt{\frac{\gamma_2}{\varepsilon}} \cdot \sqrt{\left(\frac{\alpha(\alpha+2)}{(\alpha+1)^2}\right)\boldsymbol{\Sigma}_{ij}}\right) D_{ij} b_{ij} - \sum_{i \in \Delta_{\mathrm{u}} \cup \Delta_{\mathrm{d}}} C_{i,\mathrm{e}}(v_i + u_i) - \left(\sum_{i \in \Delta_{\mathrm{u}} \cup \Delta_{\mathrm{d}} \setminus \{1\}} F_i x_i - \sum_{i \in \Delta_{\mathrm{u}} \setminus \{1\} \setminus \{N\}} F_i y_i\right) - \sum_{i \in \Delta_{\mathrm{u}}} (S_i w_i + L_i q_i) - \sum_{i \in \Delta_{\mathrm{u}} \setminus \{1\}} 2R_i C_{\mathrm{d}} y_i - C_{\mathrm{o}} m - C_{\mathrm{i}} t_{\mathrm{i}}, \frac{\gamma_1}{\gamma_2} > \varepsilon \tag{31}$$

约束条件:式(2)—式(5),式(16)—式(20),式(22)—式(23)

$$D_{ij} b_{ij} \leqslant D_{ij} x_i, \ \forall (i,j) \in \Psi \tag{32}$$

$$D_{ij}b_{ij} \leqslant D_{ij}x_j,\ \forall (i,j) \in \Psi \tag{33}$$

$$\sum_{(i,j)\in\Phi_i^+} D_{ij}b_{ij} + v_i \leqslant Vx_i,\ i \in \Delta_u \cup \Delta_d \tag{34}$$

$$\sum_{(j,i)\in\Phi_i^-} D_{ji}b_{ji} + u_i \leqslant Vx_i,\ i \in \Delta_u \cup \Delta_d \tag{35}$$

$$\sum_{(i,j)\in\Psi_k} D_{ij}b_{ij} + \sum_{i\leqslant k}(v_i - u_i) \leqslant V,\quad k \in \Delta_u \cup \Delta_d \backslash \{2N-1\} \tag{36}$$

$$Q + \eta_f \sum_{(i,j)\in\Psi_k} D_{ij}b_{ij} + \eta_e \sum_{i\leqslant k}(v_i - u_i) \leqslant W_{k,d}(1 + B(1-\lambda_k)),\quad k \in \Delta_u \cup \Delta_d \backslash \{2N-1\} \tag{37}$$

$$\lambda_k = \begin{cases} 1 & \sum_{(i,j)\in\Psi_k} D_{ij}b_{ij} + \sum_{i\leqslant k}(v_i - u_i) > 0 \\ 0 & \text{否则} \end{cases},\quad \forall k \in \Delta_u \cup \Delta_d \backslash \{2N-1\} \tag{38}$$

$$\sum_{(i,j)\in\Phi_i^+} D_{ij}b_{ij} + v_i - \sum_{(j,i)\in\Phi_i^-} D_{ji}b_{ji} - u_i + \sum_{(2N-i,j)\in\Phi_{2N-i}^+} D_{(2N-i)j}b_{(2N-i)j} + v_{(2N-i)} - \sum_{(j,2N-i)\in\Phi_{2N-i}^-} D_{j(2N-i)}b_{j(2N-i)} - u_{(2N-i)} = q_i - w_i,\quad i \in \Delta_u \tag{39}$$

$$168m - t_i \leqslant \sum_{i\in\Delta_u\backslash\{1\}} T_{i,t}y_i + \sum_{(i,j)\in\Psi} 2T_{i,f}D_{ij}b_{ij} + \sum_{i\in\Delta_u\cup\Delta_d\backslash\{1\}} T_{i,a}x_i + \sum_{i\in\Delta_u\cup\Delta_d} T_{i,e}(v_i + u_i) - \sum_{i\in\Delta_u\backslash\{N\}} T_{i,a}y_i \leqslant 168m \tag{40}$$

同样地,模型[M3]亦属于 MIP 模型,可直接采用商用软件(如 CPLEX 等)求解。

3 算例分析

3.1 算例数据

假设某船公司以上海港为始发港和终到港,在长江上从事集装箱班轮运输服务,可挂靠港口见图 1。

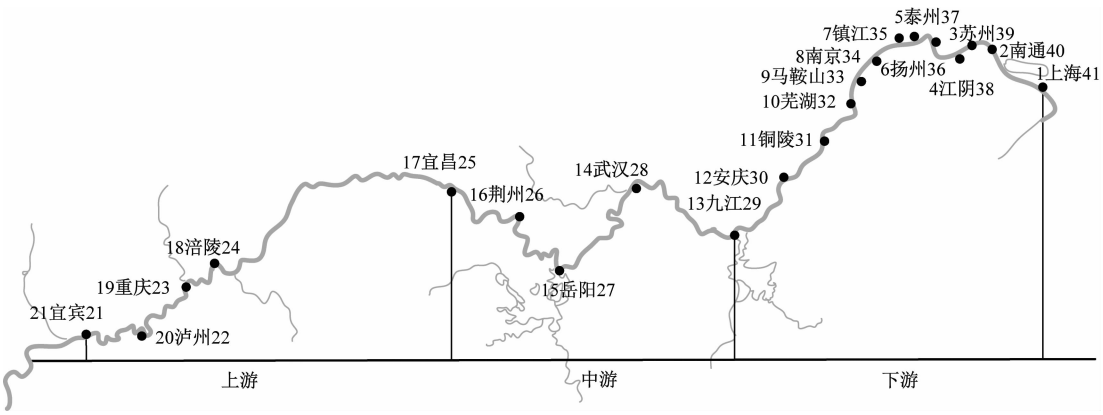


图 1 长江沿岸主要港口分布

Fig. 1 Distribution of major ports along the Yangtze River

选取长江上 R1-R10 共 10 组不同尺寸的实际船舶,调研获得重箱和空箱质量对各类船舶吃水深度的增加值、船舶设计吃水、航行费用、运营费用及港口使费等参数,见表 1。集装箱运输需求、运价均值和方差,依据《2020 年长江航运发展报告》和历史统计数据估算得到,该数据可根据船公司实际情况进行战术调整。重箱和空箱在港口单位装/卸时间及单位装/卸成本、船舶进出港口时间、闲置成本、空箱周堆存成本、空箱周租赁成本取自文献[10-11]。船公司关于运价波动的风险值设置为 0.1,参数 γ_1 和 γ_2 分别取 0.1 和 1.1[16]。

3.2 计算结果

相比基于弧变量的模型[M4]和[M5][9,11],本文基于空箱节点变量的模型[M2]和[M3]虽然约束相对较多,但却拥有更少的决策变量和整数变量,此外,在需求可分割条件下的模型比需求不可分割条件下的模型拥有更少的 0,1 变量。利用优化求解软件 CPLEX 12.6.2 在 AMD Ryzen 5-4600H 内存为 16.0 GB 的电脑上,在可分割需求和不可分割需求两种情形下,对本文模型[M2]和模型[M3]进行求解,并与模型[M4]和模型[M5]进行求解比较,均在不超过 20 min 的时间内得到最优结果,如表 2 所示。

从表 2 中可以看出,在需求可分割条件下,模型[M2]和模型[M4]均可在较短的时间内获得相同的最优解,且二者求解时间相差无几。但在需求不可分割条件下,当船舶尺寸为 R1-R3 和 R5-R7 时,模型[M3]可以在更短的时间内得到与模型[M5]相同的解,在船舶尺寸为 R4 时,虽然求解时间相同,但模型[M3]可以得到比模型[M5]更好的解,当船舶

表1 不同类型船舶参数

Tab.1 Parameters of different ship types

船型	尺寸/TEU	吃水增加值(m/TEU)		设计吃水/m	航行费用/(元/km)	运营费用/(元/周)	港口使费/元
		重箱	空箱				
R1	100	0.005 000	0.000 500	2.50	52.09	30 000	1 000
R2	150	0.002 670	0.000 267	3.00	54.42	50 000	1 500
R3	200	0.002 500	0.000 250	3.50	57.05	60 000	2 000
R4	300	0.001 670	0.000 167	4.00	67.31	80 000	3 000
R5	350	0.001 430	0.000 143	4.00	74.68	90 000	3 500
R6	450	0.001 330	0.000 133	4.20	83.50	100 000	4 500
R7	500	0.001 600	0.000 160	4.50	88.61	120 000	5 000
R8	650	0.001 540	0.000 154	6.00	95.06	130 000	6 500
R9	941	0.001 060	0.000 106	6.00	116.12	150 000	9 410
R10	1 140	0.000 880	0.000 088	7.00	134.53	180 000	11 400

表2 不同模型求解结果比较

Tab.2 Comparison of solution results for different models

单位:元

船型	尺寸/TEU	可分割需求				不可分割需求			
		模型[M2]		模型[M4]		模型[M3]		模型[M5]	
		时间/s	利润/元	时间/s	利润/元	时间/s	利润/元	时间/s	利润/元
R1	100	0.89	153 492.02	1.31	153 492.02	67.16	92 364.53	721.36	92 364.53
R2	150	0.76	293 115.35	1.79	293 115.35	564.01	260 074.08	1200.00	260 074.08
R3	200	0.69	441 965.00	1.39	441 965.00	180.32	404 220.72	276.96	404 220.72
R4	300	1.21	451 534.23	1.44	451 534.23	1200.00	413 300.99	1200.00	411 963.07
R5	350	1.29	509 995.57	1.57	509 995.57	172.27	483 653.14	425.92	483 653.14
R6	450	1.12	397 597.52	1.27	397 597.52	420.28	366 625.08	1194.34	366 625.08
R7	500	0.75	323 901.10	1.47	323 901.10	6.18	303 570.14	366.28	303 570.14
R8	650	0.31	351 212.56	1.32	351 212.56	1.24	333 359.25	0.70	333 359.25
R9	941	1.30	279 094.28	0.81	279 094.28	1.46	277 688.46	1.53	277 688.46
R10	1140	0.36	168 071.06	0.92	168 071.06	0.69	166 665.24	1.47	166 665.24

尺寸为R8-R10时,二者求解时间相差很小。可见本文基于节点的模型[M3]在解决需求不可分割问题时具有更好的求解性能表现。

将本文模型方法与文献[13]仅根据船舶尺寸确定(而非依据装载量优选)去程最后一个挂靠港口,且不考虑货流平衡因素所构建的需求可分割和不可分割相应模型[M6]和模型[M7]进行求解比较,均在不超过20 min的时间内得到最优结果,如表3所示。

由表3可见,在可分割需求下,当船舶尺寸为R1、R3-R6时,模型[M2]和模型[M6]得到的航次利润结果相同,这是由于文献[13]依据上述几种尺寸船舶确定的去程最后一个挂靠港恰好与本文优化得到的去程最后一个挂靠港一致;但当给定R2、R7-R10等其余船舶尺寸时,模型[M2]得到的结果均优于模型[M6]得到的航次利润结果。在不可分割需求下,模型[M3]得到的航次利润均大于模型[M7]得到的航次利润。由此表明,本文基于装载量优选船舶去程航线最后一个挂靠港,且考虑货流平衡因素的空箱调运策略有利于提高船公司航次利润。

进一步对比表3中的结果,可以发现相较于不可分割需求,在需求可分割情况下,班轮公司的航次

表 3 航次利润比较

Tab. 3 Comparison of voyage profits

单位:元

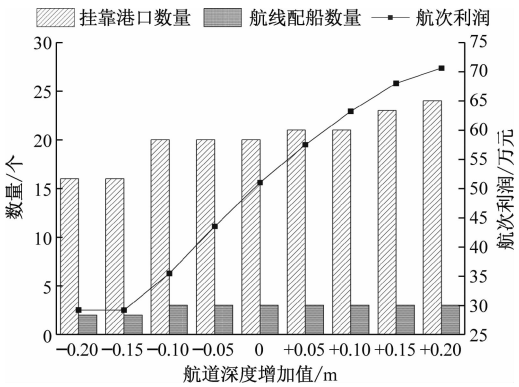
船型	可分割需求		不可分割需求	
	模型[M2]	模型[M6]	模型[M3]	模型[M7]
R1	153 492.02	153 492.02	92 364.53	82 088.85
R2	293 115.35	292 164.05	260 074.08	249 787.87
R3	441 965.00	441 965.00	404 220.72	399 857.30
R4	451 534.23	451 534.23	413 300.99	403 912.95
R5	509 995.57	509 995.57	483 653.14	479 379.25
R6	397 597.52	397 597.52	366 625.08	364 984.26
R7	323 901.10	129 873.74	303 570.14	88 743.72
R8	351 212.56	234 240.15	333 359.25	211 330.08
R9	279 094.28	108 649.95	277 688.46	89 569.37
R10	168 071.06	71 447.67	166 665.24	49 573.01

利润更高。究其原因,在港口租赁和堆存空箱、进行空箱调运会产生额外成本,同时调运空箱占用船舶运输空间。而在需求可分割情形下,船公司能够结合自身运力、港口间需求及运价信息,灵活选择装卸港口并制定集装箱运输策略,从而最大程度依靠重箱运输实现航线设计中的货流平衡,保障航次利润最大化。相比之下,在不可分割需求条件下,船公司只能选择运输港口对的全部重箱或不运输,单靠重箱运输难以实现货流平衡,必须依赖空箱租赁、堆存及调运来弥补,从而增加航次成本。因此,船公司应在各港口广开揽货渠道,尽量避免形成一家货运代理垄断的不可分割需求现象。

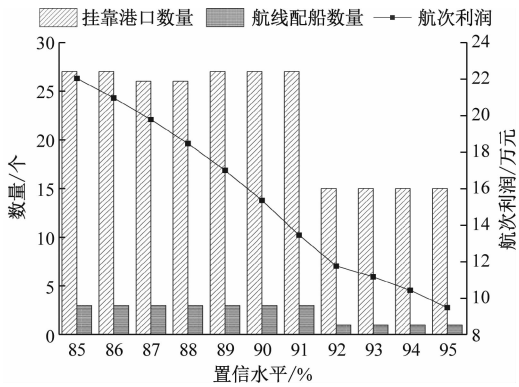
3.3 灵敏度分析

由于长江航道的水深会随着季节发生变化,不同规模和实力的船公司对待运价波动风险的态度会存在差异,在决策时设定的置信水平也会不同。为揭示航道水深、运价等关键参数对优化结果的影响,综合考虑船型数量、典型性及论文篇幅限制,本文选取对水深变化较为敏感的中型船舶 R5 开展航道水深灵敏度分析;同时,选取具备挂靠上游港口能力且运价水平及波动风险相对较高的小型船舶 R1,对置信水平进行灵敏度分析。鉴于航线设计属于战术层面决策,并结合数值实验中航道水深与运价参数的设定特征,本文将航道水深变化区间设定为[-0.2 m, +0.2 m],置信水平变化区间设定为[85%, 95%]。船公司航次利润、航线配船数量和船舶挂靠港口数量结果分别见图 2a 和图 2b。

从图2a可以看出,随着航道水深的增加,船公司航次利润逐渐增加,航线配船数量和船舶挂靠港口数量均先增加后保持不变。从图 2b 可以看出,随置信水平的增加,船公司的航次利润将逐渐减少,航线配船数量和船舶挂靠港口数量先保持不变而后减少。



(a) 长江航道水深变化



(b) 置信水平变化

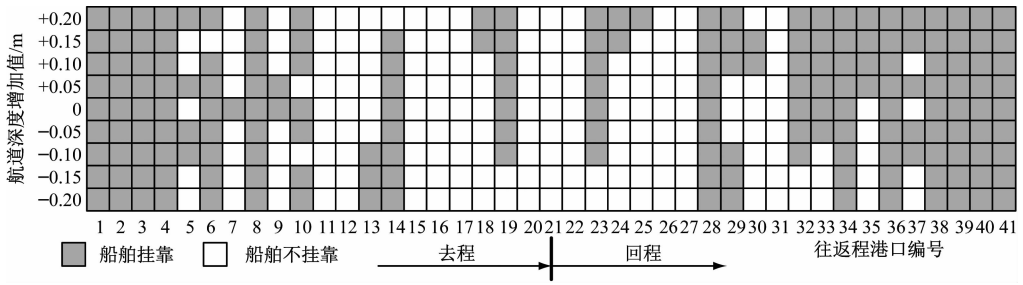
图 2 灵敏度分析结果

Fig. 2 The results of sensitivity analysis

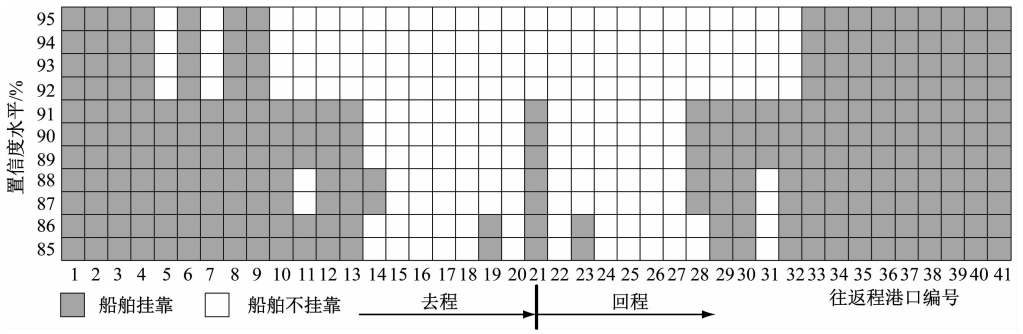
进一步地,对航道水深参数和置信水平参数做灵敏度分析,可以得到中型船舶 R5 和小型船舶 R1 的挂靠港口情况,分别见图 3a 和图 3b。

从图 3a 中可以看出,当航道水深较低时,船舶会选择中游港口作为最后一个挂靠港;当航道水深增加时,船舶会选择上游港口作为最后一个挂靠港,同时根据运价、航道水深等来调整港口的挂靠顺序,从而增加航次利润。究其原因,是因为当航道水深较低时,船舶无法为长江上游港口客户提供运输服务,而长江中、下游航道较深,船舶会提高港口的挂靠频率以保证运输收入。当航道水深增加时,船舶可以为长江上游港口客户提供运输服务,且长江上游集装箱运价水平相对较高,因此,随着航道水深的增加,船舶会选择挂靠更多的上游港口,从而提高船公司集装箱班轮航次利润。

由图 3b 可见,当置信水平较低时,船舶会选择长江上游港口作为最后一个挂靠港,而随着置信水



(a) 不同航道深度下的 R5 型船舶



(b) 不同置信水平下的 R1 型船舶

图3 挂靠港口结果

Fig. 3 The results of calling ports

平的升高,船舶会增加中游港口的挂靠数量。当置信水平继续增加,船舶将只选择下游港口进行挂靠,并减少航线配船数量。究其原因,是由于长江中、上游港口的集装箱运价较高,运价波动的方差也相对较大,当置信水平较低时,船舶将选择运输长距离货物以提高航次利润。当置信水平增加时,船公司对航次利润较为悲观,为了保证航次利润的稳定性,船公司将减少航线配船数量并选择长江下游的港口进行挂靠,运输运价相对稳定的集装箱货物,以提高船公司航次预期收益。

4 结 论

本文研究了考虑货流平衡的内河集装箱班轮航线设计问题。依据内河集装箱班轮航线特征构建了空箱节点变量模型,运用长江实际航线算例验证了模型的有效性和适用性,得到如下结论和启示:

1) 在给定船舶尺寸的条件下,内河集装箱班轮去程挂靠最后一个港口除了受航道水深对船舶吃水的影响外,还会受到载箱量对船舶吃水的影响。因此,结合港口对间需求和运价波动信息,优化选择船舶去程最后一个挂靠港,能有效提高船公司的航次利润,并可确定出更为合理的航线配船数量和挂靠港口数量。

2) 考虑货流平衡因素,建立包含空箱调运策略的航线设计模型,有利于提高船公司航次利润。此外,不可分割需求场景下,基于空箱节点变量的建模方法求解效果更佳。

3) 内河各航段航道水深受季节性变化因素的影响较大,船公司应根据不同季节的航道水深变化情况适时地调整配船数量和集装箱班轮航线设计方案。

4) 在内河集装箱班轮航线设计决策时,船公司应结合自身规模和实力,在充分研判市场运价波动信息的基础上,设置合理的置信水平,以提高船公司航次利润。

本文研究为内河船期设计提供了理论方法,并为船公司内河运输经营管理提供了决策参考。但受确定性场景及部分简化假设限制,模型的适用范围仍有不足。未来研究可引入航行与市场环境的不确定性,考虑异构船队与航线网络结构,并设计相应求解算法,以进一步提升模型对实际问题的适用性。

参 考 文 献

[1] 谭志加, 曾宪扬, 孟强. 多式联运网络环境下的内河港口托运人选择分析[J]. 系统工程理论与实践, 2022, 42(5): 1391-1401.
Tan Z J, Zeng X Y, Meng Q. Modelling the choice of shippers on inland river ports for in a multi-modal transportation network[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2022, 42(5): 1391-1401. (in Chinese)

[2] Tan Z J, Meng Q, Wang F, et al. Strategic integration of the inland port and shipping service for the ocean carrier[J]. Transportation Research Part E: Logistics

and Transportation Review, 2018, 110: 90-109.

[3] Malaguti E, Martello S, Santini A. The traveling salesman problem with pickups, deliveries, and draft limits[J]. Omega, 2018, 74: 50-58.

[4] Balma A, Mrad M, Ladhari T. Tight lower bounds for the traveling salesman problem with draft limits [J]. Computers & Operations Research, 2023, 154: 106196.

[5] Shintani K, Imai A, Nishimura E, et al. The container shipping network design problem with empty container repositioning [J]. Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 2007, 43(1): 39-59.

[6] 连峰, 曹乐麒, 杨忠振. 考虑集装箱生命周期的空重箱班轮运输组织优化[J]. 系统工程理论与实践, 2019, 39(7): 1763-1770.
Lian F, Cao L Q, Yang Z Z. Optimization of container shipping scheme and empty container reposition based on containers' lifecycle[J]. Systems Engineering-Theory & Practice, 2019, 39(7): 1763-1770. (in Chinese)

[7] 孔灵睿, 计明军, 孙以宁, 等. 支线航运网络下集装箱分配与船舶调度联合优化[J]. 系统工程学报, 2022, 37(6): 811-826.
Kong L R, Ji M J, Sun Y N, et al. Integrated optimization for container allocation and containership routing under the feeder shipping network[J]. Journal of Systems Engineering, 2022, 37(6): 811-826. (in Chinese)

[8] Maras V. Determining optimal transport routes of inland waterway container ships[J]. Transportation Research Record: Journal of the Transportation Research Board, 2008, 2062: 50-58.

[9] Maras V, Lazic J, Davidovic T, et al. Routing of barge container ships by mixed-integer programming heuristics [J]. Applied Soft Computing, 2013, 13(8): 3515-3528.

[10] Zhang R Y, Huang C, Feng X H. Empty container repositioning with foldable containers in a river transport network considering the limitations of bridge heights[J]. Transportation Research Part A: Policy and Practice, 2020(133): 197-213.

[11] Li D C, Yang H L. Ship routing in inland waterway liner transportation with foldable and standard empty containers repositioning[J]. Ocean Engineering, 2023, 285: 115391.

[12] Alfandari L, Davidovic T, Furini F, et al. Tighter MIP models for barge container ship routing[J]. Omega, 2019(82): 38-54.

[13] Bilegan I C, Crainic T G, Wang Y. Scheduled service network design with revenue management considerations and an intermodal barge transportation illustration[J]. European Journal of Operational Research, 2022, 300(1): 164-177.

[14] 李德昌, 杨华龙, 宋巍, 等. 考虑船舶速度偏差的集装箱班轮运输货运收益鲁棒优化[J]. 中国管理科学, 2023, 31(4): 151-160.
Li D C, Yang H L, Song W, et al. Freight revenue robust optimization for container liner shipping considering vessel sailing speed deviation[J]. Chinese Journal of Management Science, 2023, 31(4): 151-160. (in Chinese)

[15] Wang H, Wang S, Meng Q. Simultaneous optimization of schedule coordination and cargo allocation for liner container shipping networks [J]. Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review, 2014, 70: 261-273.

[16] Zhao Y, Chen Z, Lim A, et al. Vessel deployment with limited information: Distributionally robust chance constrained models[J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2022, 161: 197-217.