文章编号:1000 - 4653(2026)02 - 0095 - 09

基于切换式 L1-VS 制导的船舶路径跟踪鲁棒边界补偿控制

孙 竹[1], 张国庆[1,2*], 李纪强[1], 张显库[1], 刘 昴[3]
(1. 大连海事大学 航海学院, 辽宁 大连 116026;
2. 水路交通控制全国重点实验室, 辽宁 大连 116026;
3. 大连海事局北良港海事处, 辽宁 大连 116001)

摘 要:针对未知海洋环境扰动条件下的欠驱动船舶路径跟踪控制问题,本文设计了一种基于切换式 L1-VS(L1 Virtual Ship)制导的鲁棒边界补偿控制算法。整体的路径跟踪控制系统分为两个模块:制导与控制。在制导模块中,融合 L1-VS 制导技术与切换式机制,通过设计制导切换阈值降低时变参考信号引起的控制难度。针对控制模块,利用鲁棒边界补偿技术估计未知水动力项,在保证系统控制律复杂度低的前提下有效降低非线性逼近误差。进一步针对控制系统中的控制命令采样频繁、执行单元操作冗余等问题,引入动/静态混合阈值事件触发技术,降低系统中从控制器单元到执行器单元控制输入信号的传输频率,减少执行器磨损。此外,基于李雅普诺夫稳定理论证明控制系统全局一致最终有界稳定。为了验证理论方法的有效性,以船舶狭水道机动为场景开展仿真对比试验。通过试验结果验证本文控制策略的鲁棒性与优越性。

关键词:自主交通;船舶路径跟踪;欠驱动船舶;切换式 L1-VS 制导;事件触发;边界补偿
中图分类号:U661.78 **文献标志码**:A **DOI**:10.3969/j.issn.1000 - 4653.2026.02.011

Robust bounded compensating control for path-following of USV via the switching L1-VS guidance

Sun Zhu[1], *Zhang Guoqing*[1,2*], *Li Jiqiang*[1], *Zhang Xianku*[1], *Liu Ao*[3]
(1. Navigation College, Dalian Maritime University, Dalian 116026, China;
2. State Key Laboratory of Maritime Technology and Safety, Dalian 116026, China;
3. Beiliang Port Marine Department of Dalian Maritime Safety Administration, Dalian 116001, China)

Abstract: For the path-following control problem of the Underactuated Surface Vessel (USV) under the unknown marine disturbances, this note proposes a robust bounded compensating control algorithm based on the switching L1-VS (L1 Virtual Ship) guidance. The control strategy is divided into two modules: guidance and control. For the guidance module, the control difficulty caused by the time varying reference signal is alleviated by the L1-VS guidance technique with switching mechanism. For the control module, a robust bounded compensating technique is considered to approximate the model nonlinear terms, effectively reducing nonlinear approximation error while ensuring the low designed complexity of control law. Besides, the Event-Triggered Control (ETC) technique with dynamic/static mixed threshold is used to handle the problem of communication load and actuator wear. Then, the GUUB (Global Uniform and Ultimately Bounded) stable of the control system is proved based on Lyapunov theorem. Finally, an experiment simulating the narrow-channel crossing

收稿日期:2025-03-12
基金项目:国家优秀青年科学基金项目(52322111);国家自然科学基金项目(52171291);辽宁省"兴辽英才计划"青年拔尖人才(XLYC2203129);大连市杰出青年科技人才项目(2022RJ07)资助
作者简介:孙 竹(2000—),男,博士,研究方向为极地场景下浮冰避障制导与鲁棒自适应控制。* 通信作者:zgq_dlmu@163.com
引用格式:孙竹,张国庆,李纪强,等. 基于切换式 L1-VS 制导的船舶路径跟踪鲁棒边界补偿控制[J]. 中国航海,2026,49(2):95 - 103.
Sun Z, Zhang G Q, Li J Q, et al. Robust bounded compensating control for path-following of USV via the switching L1-VS guidance[J]. Navigation of China, 2026, 49(2):95 - 103. (in Chinese)

mission is conducted, where the robustness and superiority of the algorithm is verified.

Key words: autonomous transportation; path-following; underactuated surface vessel; switching L1-VS guidance; event-triggered control; bounded compensation

随着智能航海时代的到来,针对无人船舶的研究得到了越来越广泛的关注。很多有益的研究成果被投入到海洋工程实践当中,例如狭水道穿越[1]、海空平行跨域搜寻[2]和编队协同避障[3]等任务。路径跟踪控制作为上述工程任务的基础,对上述任务的控制精度、能量损耗、系统灵活度等指标起到了决定性作用。因此,欠驱动船舶路径跟踪控制算法的优越性对于智能船舶的发展格外重要。

欠驱动船舶路径跟踪控制已经取得了很多优异的研究成果[4-5]。文献[6]将船舶路径跟踪控制系统分为两个模块:制导模块与控制模块。制导模块基于期望路径构建制导律信号,其作为路径跟踪控制任务的基础,在一定程度上决定了系统的控制精度。对于一些特殊的工程任务而言,复杂的航行环境对于制导精度的要求更高。众所周知,视线制导(Line-of-Sight, LOS)是一种著名的制导方法[7],然而这种制导方法对于曲线路径的规划效果不佳。文献[8]基于此问题提出了一种逻辑虚拟船(Logical Virtual Ship, LVS)制导方案,该制导方案在 LOS 制导的基础上引入内插法构建航路点处转弯半径,极大提高了传统 LOS 制导的实用性。然而,LVS 制导是一种基于时间的制导方案,随着时间的累积和航路点数量的增加会产生航路点处超调误差。对此,文献[9]提出了 L1-VS 制导方案,通过设计横向附体加速度命令规划转弯半径,从而引导船舶轨迹收敛于期望路径。然而,对于控制工程而言,时变的参考信号意味着控制难度较大。因此,一种考虑平滑参考信号的制导方法有待挖掘。

随着现代控制理论的发展,大量有益的研究成果被应用于船舶运动控制问题。文献[10-11]结合动态面控制技术(Dynamic Surface Control, DSC),有效解决了控制器设计过程中针对虚拟控制律微分引起的“计算爆炸”问题。文献[12-13]针对船舶数学模型中的不确定非线性项问题,引入径向基神经网络(Radial Basis Function Neural Networks, RBF-NNs),取得了良好非线性估计结果。然而,随着神经网络技术的引入,控制器设计复杂度提高,难以满足实际的工程需求。针对上述问题,文献[14]围绕水动力项特性,提出了一种鲁棒边界补偿技术。该技术相比于传统的径向基神经网络方法而言,在明显降低控制器设计复杂度的同时,能够保证高精度非线性项估计结果,更加符合海洋工程的实际需求。

大量的船舶路径跟踪控制算法随采样时间生成连续的控制命令信号,不仅会导致通信信道的信号传输负载问题,随着时间的累积还会引起执行器磨损问题。事件触发控制(Event-triggered Control, ETC)技术是一种能够有效降低执行器信号传输负载的控制方法,该技术已经在控制领域得到了广泛应用。文献[15]提出了一种基于事件触发技术的船舶路径跟踪控制器,该算法通过引入静态/动态混合触发阈值,避免时变控制命令信号的生成,减少从控制器单元到执行器单元控制输入信号的非必要传输,这不仅有效降低信号传输频率,也缓解执行器磨损。

基于上述分析,本文以牛顿-拉格朗日非线性船舶数学模型为基础设计路径跟踪控制系统。在制导部分,在 L1 制导的基础上引入 L1-VS 制导,同时规定制导律信号根据位置误差阈值实时切换。针对控制部分,利用鲁棒边界补偿技术处理不确定水动力项,同时引入混合阈值事件触发技术缓解信号传输负载问题。从而进一步利用李雅普诺夫稳定理论证明所设计控制系统全局一致最终有界稳定。最后通过开展船舶狭水道机动仿真对比试验,验证算法的有效性与鲁棒性。本文的两个创新点概括如下:

1) 针对传统制导方案随时间累积而产生的航路点附近制导超调误差问题,引入 L1-VS 技术构建参考信号,通过在航路点处规划虚拟船横向加速的方式解决上述超调问题。此外,引入位置误差阈值判定制导信号的切换时刻,在保证构建精确制导信号的基础上,科学地降低时变参考信号带来的控制难度。

2) 针对船舶数学模型中不确定水动力项问题,引入鲁棒边界补偿技术实时估计非线性项部分。在保证高精度控制的前提下降低控制系统设计复杂度,符合海洋工程的实践需求。此外,设计动/静态混合阈值事件触发控制律,降低从执行器单元到控制器单元的控制输入信号非必要传输频率,减少执行器磨损问题。

1 船舶模型描述

根据文献[16],欠驱动船舶的牛顿-拉格朗日非线性数学模型如式(1)所示。

$$\begin{cases}\dot{x} = u\cos(\Psi) - v\sin(\Psi)\\ \dot{y} = u\sin(\Psi) + v\cos(\Psi)\\ \dot{\Psi} = r\\ \dot{u} = -\dfrac{f_u(\boldsymbol{\nu})}{m_u} + \dfrac{\tau_u}{m_u} + \dfrac{d_{wu}(\boldsymbol{\nu})}{m_u}\\ \dot{v} = -\dfrac{f_v(\boldsymbol{\nu})}{m_v} + \dfrac{d_{wv}(\boldsymbol{\nu})}{m_v}\\ \dot{r} = -\dfrac{f_r(\boldsymbol{\nu})}{m_r} + \dfrac{\tau_r}{m_r} + \dfrac{d_{wr}(\boldsymbol{\nu})}{m_r}\end{cases} \tag{1}$$

$$\begin{cases}f_u(\boldsymbol{\nu}) = -m_v vr + d_{u1}u + d_{u2}|u|u + d_{u3}u^3\\ f_v(\boldsymbol{\nu}) = m_u ur + d_{v1}v + d_{v2}|v|v + d_{v3}v^3\\ f_r(\boldsymbol{\nu}) = -(m_u - m_v)uv + d_{r1}r + d_{r2}|r|r + d_{r3}r^3\end{cases} \tag{2}$$

式(1)~(2)中,(x,y)表示大地坐标系下船舶位置的横纵坐标,Ψ表示船舶艏向角,$\boldsymbol{\nu} = [u \quad v \quad r]^{\mathrm{T}}$表示船舶在附体坐标系下的纵荡、横荡和艏摇速度的矩阵。τ_u和τ_r分别表示船舶纵荡和艏摇运动的力和力矩。$\boldsymbol{d}_{wi}(i=u,v,r)$分别表示船舶三自由度方向上受海风和海浪影响而产生的不可测力或力矩。$\boldsymbol{f}_i(\boldsymbol{\nu})(i=u,v,r)$表示船舶非线性项,$m_u$、$m_v$、$m_r$、$d_{u1}$、$d_{v1}$、$d_{r1}$、$d_{u2}$、$d_{v2}$、$d_{r2}$、$d_{u3}$、$d_{v3}$、$d_{r3}$为未知参数,用来描述船舶惯性、流体动力阻尼项和非线性阻尼项。

引理 1:对于任意连续可微函数$f(\cdot)$,存在对应函数$f^*(\cdot)$,满足$|f(\cdot)| \leqslant f^*(|\cdot|)$[17]。本文将其称为鲁棒边界补偿函数,具体原理展示在图 1。

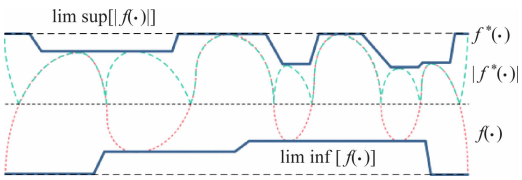


图 1　鲁棒边界补偿技术原理

Fig. 1　The principle of robust bounded compensating technique

为了提高控制器设计的严谨性及稳定性分析的合理性,本文提出以下假设。

假设 1:海洋环境扰动$\boldsymbol{d}_{wi}(i=u,v,r)$存在扰动上界,即存在$\bar{\boldsymbol{d}}_{wi}(i=u,v,r)$,满足$|\boldsymbol{d}_{wi}| \leqslant \bar{\boldsymbol{d}}_{wi}(i=u,v,r)$[18]。

假设 2:横荡速度v在水动力阻尼项的作用下被动有界稳定[19]。

2　切换式 L1-VS 制导

在海洋工程实践中,船员通过设置航路点连线规划参考路径。然而,航路点连线形式的期望路径会产生参考信号阶跃问题,导致控制难度升级。因此,将离散化参考信号转化为平滑参考信号尤其重要。本文利用虚拟船领航技术构建参考信号,其表达形式如式(3)所示。

$$\begin{cases}\dot{x}_d = u_d\cos(\Psi_d)\\ \dot{y}_d = u_d\sin(\Psi_d)\\ \dot{\Psi}_d = r_d\end{cases} \tag{3}$$

式(3)中,(x_d,y_d)表示虚拟船位置信号,u_d表示虚拟船航速,Ψ_d表示虚拟船艏向角,r_d表示虚拟船转弯角速度。

如图 2 所示,本文将基于航路点的参考路径划分成直线段路径和曲线段路径。在直线段路径,利用 LOS 转向律公式计算期望艏向角Ψ_d。针对曲线段路径,在航路点处构建虚拟船附体垂向加速度信号a_{cmd},其具体的计算方法如式(4)所示。

$$a_{\mathrm{cmd}} = 2\frac{u_d^2}{l_i}\sin(\phi) \tag{4}$$

式(4)中,l_i表示$P_{\mathrm{in},i}$与$P_{\mathrm{out},i}$间距;ϕ表示虚拟船艏向角与$P_{\mathrm{in},i}$和$P_{\mathrm{out},i}$连线的夹角。

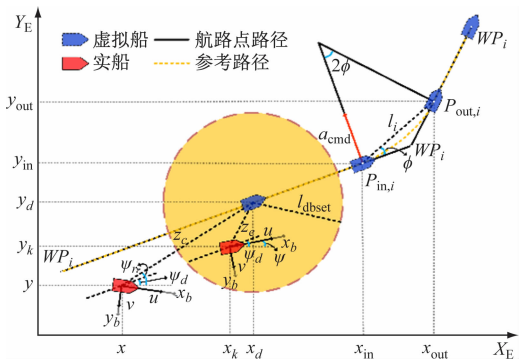


图 2　切换式 L1-VS 制导技术原理

Fig. 2　The principle of the switching L1-VS guidance technique

根据图 2 中的相对位置信息,构建制导律式(5),为控制系统提供参考信号。

$$\Psi_r = \frac{1}{2}[1 - \sin(x_d - x)]\sin(y_d - y)\pi + \arctan\left(\frac{x_d - x}{y_d - y}\right) \tag{5}$$

在实际航行过程中,制导律信号(5)随采样时间实时更新,在一定程度上增加控制难度。为了在保证高控制精度的基础上解决这一问题,本文引入切换式机制,引入位置误差阈值更新制导律信号,新的制导律信号如式(6)所示。

$$\Psi_r = \Psi_d,\ t \in [t_k, t_{k+1}) \tag{6}$$

式(6)中,$t_{k+1} = \inf\{t > t_k \| z_e| \leqslant l_{\mathrm{dbset}}\}$。其中,$z_e = \sqrt{(x - x_d)^2 + (y - y_d)^2}$表示位置跟踪误差,$l_{\mathrm{dbset}}$表示位置误差阈值。

3 控制器设计及稳定性分析

本文采用反步法设计控制器，整体的设计过程将分为以下两个步骤。为了便于理解，控制算法执行流程呈现如图 3。

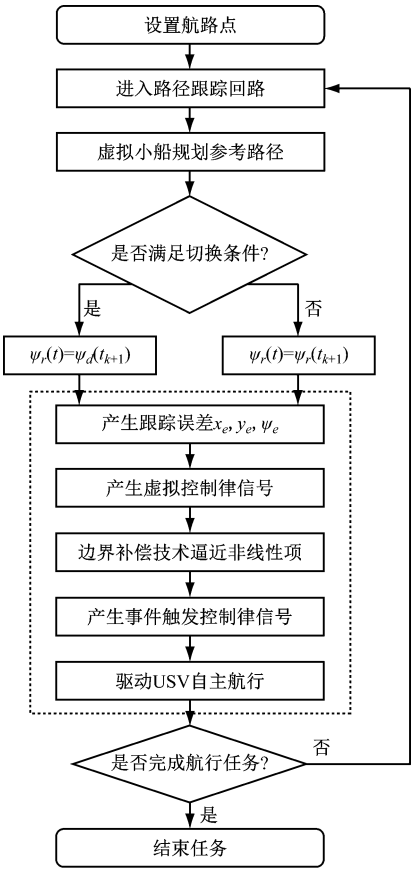


图 3 控制算法执行流程

Fig. 3 The block diagram figure for the control algorithm execution

3.1 控制器设计

步骤 1：首先定义式(7)所示的跟踪误差信号，其中 x_e 和 y_e 表示位置跟踪误差，Ψ_e 表示艏向角跟踪误差。

$$\begin{bmatrix} x_e \\ y_e \\ \Psi_e \end{bmatrix} = \boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}(\Psi)\begin{bmatrix} x_d - x \\ y_d - y \\ \Psi_r - \Psi \end{bmatrix} \tag{7}$$

$$\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}(\Psi) = \begin{bmatrix} \cos\Psi & \sin\Psi & 0 \\ -\sin\Psi & \cos\Psi & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{bmatrix} \tag{8}$$

式(7)~(8)中，$\boldsymbol{J}^{\mathrm{T}}(\Psi)$ 为由式(1)得到的转置矩阵。

结合式(1)、式(7)和式(8)，计算得到跟踪误差的微分式(9)。

$$\begin{cases} \dot{x}_e = -u + u_d\cos(\Psi_e) + ry_e \\ \dot{y}_e = -v + u_d\sin(\Psi_e) - rx_e \\ \dot{\Psi}_e = -r + r_d \end{cases} \tag{9}$$

为了镇定跟踪误差 x_e 和 y_e，设计如式(10)所示的虚拟控制律。

$$\begin{cases} \alpha_u = k_{x_e}x_e + u_d\cos\Psi_e \\ \alpha_{\Psi_e} = -\arctan\left(\dfrac{k_{y_e}y_e - v}{u_d}\right) \end{cases} \tag{10}$$

式(10)中，k_{x_e} 和 k_{y_e} 均为正设计参数。

为了避免计算虚拟控制律微分过程中出现所谓的“计算爆炸”问题，引入动态面控制技术，通过构建一阶滤波器 $\dot{\boldsymbol{\beta}}_i(i = u, \Psi_e)$ 降低控制系统的计算量，具体形式如式(11)所示。

$$\boldsymbol{\varepsilon}_i\dot{\boldsymbol{\beta}}_i + \boldsymbol{\beta}_i = \boldsymbol{\alpha}_i,\ \boldsymbol{\beta}_i(0) = \boldsymbol{\alpha}_i(0),\ i = u, \Psi_e \tag{11}$$

式(11)中，$\boldsymbol{\varepsilon}_i$ 为由任意正的时间常量组成的向量。

定义动态面误差 $\boldsymbol{q}_i = \boldsymbol{\alpha}_i - \boldsymbol{\beta}_i(i = u, \Psi_e)$ 和运动学误差 $u_e = \beta_e - u$，$\tilde{\Psi}_e = \beta_{\Psi_e} - \Psi_e$，运动学误差的微分形式见式(12)。

$$\begin{cases} \dot{x}_e = -\alpha_u + u_d\cos\Psi_e + ry_e + (q_u + u_e) \\ \dot{y}_e = -v + u_d\sin\alpha_{\Psi_e} + u_d\Psi_y - rx_e \end{cases} \tag{12}$$

式(12)中，有界变量 $\Psi_y = (\cos(q_{\Psi_e} + \tilde{\Psi}_e) - 1)\sin\alpha_{\Psi_e} - \sin(q_{\Psi_e} + \tilde{\Psi}_e)\cos\alpha_{\Psi_e}$。

与式(11)相似，引入动态面控制技术，定义式(13)所示的一阶滤波器 β_r。

$$\varepsilon_r\dot{\beta}_r + \beta_r = \alpha_r,\ \beta_r(0) = \alpha_r(0) \tag{13}$$

式(13)中，ε_r 为任意正的时间常量。

定义动态面误差 $q_r = \alpha_r - \beta_r$ 和运动学误差 $r_e = \beta_r - r$，则 $\tilde{\Psi}_e$ 的微分见式(14)。

$$\dot{\tilde{\Psi}}_e = \dot{\beta}_{\Psi_e} - r_d + \alpha_r - (q_r + r_e) \tag{14}$$

将虚拟控制律 α_r 设计为式(15)。

$$\alpha_r = -k_{\tilde{\Psi}_e}\tilde{\Psi}_e + r_d - \dot{\beta}_{\Psi_e} \tag{15}$$

式(15)中，$k_{\tilde{\Psi}_e}$ 表示正设计参数。

步骤 2：计算运动学误差的微分(16)。

$$\begin{cases} \dot{u}_e = \dot{\beta}_u + \dfrac{f_u(\boldsymbol{\nu})}{m_u} - \dfrac{\tau_u}{m_u} - \dfrac{d_{wu}(\boldsymbol{\nu})}{m_u} \\ \dot{r}_e = \dot{\beta}_r + \dfrac{f_r(\boldsymbol{\nu})}{m_r} - \dfrac{\tau_r}{m_r} - \dfrac{d_{wr}(\boldsymbol{\nu})}{m_r} \end{cases} \tag{16}$$

针对式(16)中的不确定水动力项问题，基于引理 1 和假设 2，构建鲁棒边界补偿函数，具体的形式见式(17)。

$$\boldsymbol{f}_i(\boldsymbol{\nu}) - \boldsymbol{d}_{wi}(\boldsymbol{\nu}) = \boldsymbol{P}_i^{\mathrm{T}}(\boldsymbol{\nu}) + d_i i + d_{i2}|i|i + d_{i3}i^3 - \boldsymbol{d}_{wi}(\boldsymbol{\nu}) \leqslant [\,|\boldsymbol{P}_i^{\mathrm{T}}(|\boldsymbol{\nu}|)| + d_i|i| + d_{i2}i^2 + d_{i3}|i|^3\,] + |\boldsymbol{d}_{wi}(\boldsymbol{\nu})| \leqslant \boldsymbol{\zeta}_i[\boldsymbol{P}_i^{*\mathrm{T}}(\boldsymbol{\nu}) + i + i^2 + i^3] + \bar{\boldsymbol{d}}_{wi}(\boldsymbol{\nu}) \leqslant$$

$$\boldsymbol{\zeta}_i \boldsymbol{f}_i^{*\mathrm{T}}(\boldsymbol{\nu}) + \bar{\boldsymbol{d}}_{wi}(\boldsymbol{\nu}) \tag{17}$$

式(17)中,$\boldsymbol{\zeta}_i$ 表示由正设计参数组成的向量,可以利用模型特征进行估计。此外,$\boldsymbol{P}_i(\boldsymbol{\nu}) = [-m_u vr, -(m_u - m_v)uv]$,$\boldsymbol{P}_i^*(\boldsymbol{\nu}) = (|v||r|, |u||v|)$,$\boldsymbol{f}_i^*(\boldsymbol{\nu}) = (|v||r| + |u| + u^2 + |u|^3, |u||v| + |r| + r^2 + |r|^3)$。

针对式(16)中控制输入信号实时传输导致的系统计算负载问题,引入式(18)所示的事件触发技术。

$$\begin{aligned} &\boldsymbol{\tau}_i(t) = \boldsymbol{\tau}_{ki}(t_{k,i}), \forall t \in [t_{k,i}, t_{k+1,i}), \\ &t_{k+1,i} = \inf\{t > t_{k,i} \| \boldsymbol{e}_i(t)| \geqslant \boldsymbol{c}_i|\boldsymbol{\tau}_i| + \boldsymbol{n}_i\} \end{aligned} \tag{18}$$

式(18)中,$t_{k+1,i}$($k \in z^+$)表示触发时间节点;$\boldsymbol{e}_i(t) = \boldsymbol{\tau}_{ki}(t_{k,i}) - \boldsymbol{\tau}_i(t)$;$\boldsymbol{c}_i$ 和 $\boldsymbol{n}_i$ 为由触发设计参数组成的向量,满足 $0 < \|\boldsymbol{c}_i\|_2 < 1, 0 < \|\boldsymbol{n}_i\|_2$。

结合式(18)中的触发条件可知,想要使 $|\boldsymbol{\tau}_{ki}(t_{k,i}) - \boldsymbol{\tau}_i(t)| < \boldsymbol{c}_i|\boldsymbol{\tau}_i| + \boldsymbol{n}_i$ 成立,则存在由未知参数组成的向量 $\boldsymbol{\theta}_{1,i}$ 和 $\boldsymbol{\theta}_{2,i}$ 满足:

$$\boldsymbol{\tau}_{ki}(t_{k,i}) - \boldsymbol{\tau}_i(t) = \boldsymbol{\theta}_{1,i}\boldsymbol{c}_i\boldsymbol{\tau}_i(t) + \boldsymbol{\theta}_{2,i}\boldsymbol{n}_i \tag{19}$$

$$\begin{cases} \boldsymbol{\theta}_{1,i}(t) = \boldsymbol{\theta}_{2,i}(t) = \boldsymbol{\theta}_i(t), \boldsymbol{\tau}_i(t) \geqslant 0, \\ \boldsymbol{\theta}_{1,i}(t) = \boldsymbol{\theta}_i(t), \boldsymbol{\theta}_{2,i}(t) = -\boldsymbol{\theta}_i(t), \boldsymbol{\tau}_i(t) < 0 \end{cases} \tag{20}$$

式(20)中,$\boldsymbol{\theta}_i(t)$ 为满足 $\boldsymbol{\theta}_i(t) \in [-1, 1]$ 的任意值。

结合式(19),将控制输入写为式(21)。

$$\boldsymbol{\tau}_i(t) = \frac{\boldsymbol{\tau}_{ki}(t)}{1 + \boldsymbol{\theta}_{1,i}(t)\boldsymbol{c}_i} - \frac{\boldsymbol{\theta}_{2,i}(t)\boldsymbol{n}_i}{1 + \boldsymbol{\theta}_{1,i}(t)\boldsymbol{c}_i} \tag{21}$$

为了镇定运动学误差 $\boldsymbol{i}_e(i = u, r)$,将事件触发控制律设计为式(22)。

$$\boldsymbol{\tau}_{ki}(t) = [1 + \boldsymbol{\theta}_{1,i}(t)\boldsymbol{c}_i][\boldsymbol{k}_{i_e}\boldsymbol{i}_e + \dot{\boldsymbol{\beta}}_i - \boldsymbol{\zeta}_i\boldsymbol{f}_i^*(\boldsymbol{\nu})] \tag{22}$$

式(22)中,$\boldsymbol{k}_{i_e}$ 为由正的设计参数组成的向量。

3.2　系统稳定性分析

基于上述控制系统的设计过程,本节主要目的可以归纳为定理1。

定理1:考虑满足假设2的闭环控制系统,假设存在一个集合 Ω,所有误差的初始值满足:$\Omega = [x_e^2(0) + y_e^2(0) + \tilde{\Psi}_e^2(0), +u_e^2(0) + r_e^2(0) + q_u^2(0) + q_r^2(0) + q_{\Psi_e}^2(0) \leqslant 2\Delta]$,其中 Δ 为任意正值。利用虚拟控制律式(10)和式(15),事件触发控制律式(22),通过整定控制器参数,保证闭环系统中所有误差信号全局一致最终有界(Global Uniform and Ultimately Bounded,GUUB)稳定。

证明:在开展系统稳定性分析之前,定义式(23)所示的李雅普诺夫函数。

$$V = \sum_{\mu = x, y, \tilde{\Psi}} \frac{1}{2}\boldsymbol{\mu}_e^2 + \sum_{i = u, r} \frac{1}{2}\boldsymbol{m}_i\boldsymbol{i}_e^2 + \sum_{j = u, r, \Psi_e} \frac{1}{2}\boldsymbol{q}_j^2 \tag{23}$$

对李雅普诺夫函数式(23)进行微分,代入虚拟控制律式(10)和式(15),事件触发控制律式(21)和式(22),并利用鲁棒边界补偿函数式(17)进行放缩,可将李雅普诺夫函数的微分整理为式(24)。

$$\begin{aligned} \dot{V} = &\sum_{\mu = x, y, \tilde{\Psi}_e} \boldsymbol{\mu}_e\dot{\boldsymbol{\mu}}_e + \sum_{i = u, r} \boldsymbol{m}_i\boldsymbol{i}_e\dot{\boldsymbol{i}}_e + \sum_{j = u, r, \Psi_e} \boldsymbol{q}_j\dot{\boldsymbol{q}}_j \leqslant \\ &-\sum_{\mu = x, y, \tilde{\Psi}_e} \boldsymbol{k}_{\mu_e}\boldsymbol{\mu}_e^2 + \sum_{i = u, r} \boldsymbol{i}_e\Big[\boldsymbol{m}_i\dot{\boldsymbol{\beta}}_i + \boldsymbol{\zeta}_i\boldsymbol{f}_i^*(\boldsymbol{\nu}) + \\ &\bar{\boldsymbol{d}}_{wi}(\boldsymbol{\nu}) - \frac{\boldsymbol{\tau}_{ki}(t)}{1 + \boldsymbol{\theta}_1^i(t)c_i} + \frac{\boldsymbol{\theta}_2^i(t)\boldsymbol{n}_i}{1 + \boldsymbol{\theta}_1^i(t)\boldsymbol{c}_i}\Big] + \\ &\sum_{j = u, r, \Psi_e} \boldsymbol{q}_j\dot{\boldsymbol{q}}_j + x_e(q_u + u_e) + u_d\Psi_y y_e - \\ &\tilde{\Psi}_e(q_r + r_e) \end{aligned} \tag{24}$$

利用杨氏不等式可得式(25)~式(27)。

$$\begin{aligned} &x_e(q_u + u_e) + u_d\Psi_y y_e - \tilde{\Psi}_e(q_r + r_e) \leqslant \\ &x_e^2 + \frac{u_d^2}{4}y_e^2 + \tilde{\Psi}_e^2 + \frac{1}{2}(q_u^2 + q_r^2) + \\ &\frac{1}{2}(u_e^2 + r_e^2) + \Psi_y^2 \end{aligned} \tag{25}$$

$$\begin{aligned} &\boldsymbol{m}_i\dot{\boldsymbol{\beta}}_i\boldsymbol{i}_e - \dot{\boldsymbol{\beta}}_i\boldsymbol{i}_e \leqslant \frac{\boldsymbol{m}_i + 1}{\boldsymbol{\iota}_i}\boldsymbol{i}_e\boldsymbol{q}_i \leqslant \\ &\frac{\boldsymbol{m}_i + 1}{4}\boldsymbol{i}_e^2 + \frac{\boldsymbol{m}_i + 1}{\boldsymbol{\iota}_i}\boldsymbol{q}_i^2 \end{aligned} \tag{26}$$

$$\begin{aligned} &\boldsymbol{q}_j\dot{\boldsymbol{q}}_j = \boldsymbol{q}_j\left(-\frac{\boldsymbol{q}_j}{\boldsymbol{\varepsilon}_j} + \boldsymbol{B}_j\right) = -\frac{1}{\boldsymbol{\varepsilon}_j}\boldsymbol{q}_j^2 + \boldsymbol{q}_j\boldsymbol{B}_j \leqslant \\ &\boldsymbol{a}_j - \left(\frac{1}{\boldsymbol{\varepsilon}_j} - \frac{\boldsymbol{B}_j^{*2}}{4\boldsymbol{a}_j}\right)\boldsymbol{q}_j^2, j = u, r, \Psi_e \end{aligned} \tag{27}$$

式(26)中,$\boldsymbol{\iota}_i$ 为由任意正值组成的向量。式(27)中,$\boldsymbol{B}_j(j = u, r, \Psi_e)$ 表示由虚拟控制律的微分组成的向量,存在 $\boldsymbol{B}_j^*$,满足 $\|\boldsymbol{B}_j\|_2 \leqslant \boldsymbol{B}_j^*$;$\boldsymbol{a}_j$ 为由任意正值组成的向量。

将式(25)~式(27)和事件触发控制律式(22)代入式(24)中可得式(28)。

$$\begin{aligned} \dot{V} \leqslant &-(k_{x_e} - 1)x_e^2 - \left(k_{y_e} - \frac{u_d^2}{4}\right)y_e^2 - (k_{\tilde{\Psi}_e} - 1)\tilde{\Psi}_e^2 - \\ &\sum_{i = u, r}\left(\boldsymbol{k}_{i_e} - \frac{\boldsymbol{m}_i + 3}{4}\right)\boldsymbol{i}_e^2 - \sum_{j = u, r, \Psi_e}\left(\frac{1}{\boldsymbol{\varepsilon}_j} - \frac{\boldsymbol{B}_j^* - 2\boldsymbol{a}_j}{4\boldsymbol{a}_j} - \right. \\ &\left.\frac{\boldsymbol{m}_j + 1}{\boldsymbol{\iota}_j}\right)\boldsymbol{q}_j^2 + \sum_{i = u, r}\left[\frac{\boldsymbol{\theta}_2^i(t)\boldsymbol{n}_i}{1 + \boldsymbol{\theta}_1^i(t)\boldsymbol{c}_i} + \bar{\boldsymbol{d}}_{wi}(\boldsymbol{\nu})\right]\boldsymbol{i}_e + \\ &\sum_{j = u, r, \Psi_e}\boldsymbol{a}_j + \Psi_y^2 \end{aligned} \tag{28}$$

定义 $k_{x_e}^* = k_{x_e} - 1, k_{y_e}^* = k_{y_e} - u_d^2/4, k_{\tilde{\Psi}_e}^* = k_{\tilde{\Psi}_e} - 1$,

$\boldsymbol{k}_{i_e}^* = \boldsymbol{k}_{i_e} - (\boldsymbol{m}_i + 3)/4$, $\boldsymbol{k}_{j_e}^* = 1/\boldsymbol{\varepsilon}_j - (\boldsymbol{B}_j^* - 2\boldsymbol{a}_j)/4\boldsymbol{a}_j - (\boldsymbol{m}_j + 1)/\boldsymbol{\iota}_j$, $\boldsymbol{a}_i^* = \boldsymbol{\theta}_{2,i}(t)\boldsymbol{n}_i/[1 + \boldsymbol{\theta}_{1,i}(t)\boldsymbol{c}_i] + \bar{\boldsymbol{d}}_{wi}(\boldsymbol{\nu})$, $b^* = \sum_{j=u,r,\Psi_e} \boldsymbol{a}_j + \Psi_y^2$ 和所有误差信号的上界 $\boldsymbol{\rho}_e$。通过整定控制器设计参数可得式(29)。

$$\sum_{\substack{\mu=x,y,\tilde{\Psi}_e \\ i=u,r \\ j=u,r,\Psi_e}} (\boldsymbol{k}_{\mu_e}^* + \boldsymbol{k}_{i_e}^* + \boldsymbol{k}_{j_e}^*)\boldsymbol{\rho}_e^2 \geqslant \sum_{i=u,r} \boldsymbol{a}_i^* \boldsymbol{\rho}_e + b^* \tag{29}$$

结合式(28)和式(29)可知,当满足条件 $\max(|\boldsymbol{\mu}_e|, |\boldsymbol{i}_e|, |\boldsymbol{q}_j|) \geqslant \boldsymbol{\rho}_e$ 时,$\dot{V} \leqslant 0$,根据李雅普诺夫函数性质可得式(30)。

$$\boldsymbol{\rho}_e \geqslant \max(|\boldsymbol{\mu}_e|, |\boldsymbol{i}_e|, |\boldsymbol{q}_j|) \tag{30}$$

基于上述分析,在本文所提出控制律的约束下,所有误差信号最后将收敛到零的邻域内,实现闭环控制系统全局一致最终有界稳定,证明完毕。

随后,证明所设计控制系统能够避免 Zeno 行为,即存在正数 $t^* > 0$,使得采样间隔 $\{t_{k,i}, t_{k+1,i}\} \geqslant t^*$, $\forall k \in \Re^+$。此外,由于 $\boldsymbol{e}_i(t) = \boldsymbol{\tau}_{ki}(t_{k,i}) - \boldsymbol{\tau}_i(t)$, $\forall t \in [t_{k,i}, t_{k+1,i})$,可得式(31)。

$$\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}|\boldsymbol{e}_i| = \frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}t}(\boldsymbol{e}_i * \boldsymbol{e}_i)^{\frac{1}{2}} = \mathrm{sgn}(\boldsymbol{e}_i)\dot{\boldsymbol{e}}_i \leqslant |\dot{\boldsymbol{\tau}}_{ki}| \tag{31}$$

由式(22)可知 $\boldsymbol{\tau}_{ki}$ 可微,由上述稳定性分析可知所有误差信号有界,因此存在由正值组成的向量 $\boldsymbol{l}$,满足 $\dot{\boldsymbol{\tau}}_{ki}(t) \leqslant \boldsymbol{l}$。此外,由于 $\lim_{t \to t_{k+1}^i} \boldsymbol{e}_i(t) = \boldsymbol{n}_i > 0$,可知采样时间间隔的最小值 t^* 满足 $t^* \geqslant \boldsymbol{n}_i/\boldsymbol{l} > 0$。基于以上分析,Zeno 行为被避免。

4 仿真试验

为了验证本文所提出的控制算法的有效性与鲁棒性,本节利用以船舶狭水道机动为背景开展仿真对比试验。以文献[17]中长 38 m,排水量 118×10^3 kg 的欠驱动船舶为试验对象。其中 $m_u = 120 \times 10^3$ kg, $m_v = 177.9 \times 10^3$ kg, $m_r = 636 \times 10^9$ kg。为了验证本文所提出控制算法的优越性,将本文算法与文献[18]中的算法进行对比,该算法利用径向基神经网络估计模型中的水动力项。对比该算法,能够验证鲁棒边界补偿技术的有效性,同时反映出混合阈值事件触发技术的低计算负载优势。

试验以狭水道穿越任务为背景。狭水道航行环境水文条件复杂,而欠驱动船舶本身具有大惯性、强耦合性、长时滞性等特点,在狭水道这种复杂环境中对控制精度的要求更加苛刻。因此选取狭水道机动为试验背景可以更好地反映切换式制导的灵敏度和控制算法的优越性。此外,试验基于文献[20]中的物理模型模拟外界海洋环境,其中包括遵循挪威石油工业组织规范(Norsk Sokkels Konkurranseposisjon, NORSOK)的风干扰模型和联合北海波浪计划(Joint North Sea Wave Project, JONSWAP)的风浪干扰模型。

利用本文提出的切换式 L1-VS 制导技术,基于下列航路点序列规划参考路径,具体的航路点序列如下:WP_1(20 m,120 m),WP_2(50 m,115 m),WP_3(175 m,170 m),WP_4(280 m,140 m),WP_5(400 m,60 m),WP_6(500 m,72 m),WP_7(590 m,175 m),WP_8(560 m,400 m),WP_9(490 m,500 m),WP_{10}(400 m,575 m),WP_{11}(390 m,800 m),WP_9(490 m,500 m),WP_{12}(340 m,950 m),WP_{13}(420 m,1 060 m),WP_{14}(410 m,1 148 m)。设置虚拟船舶初始状态 $[x_d(0), y_d(0), \Psi_d(0)] = [20\ \mathrm{m}, 120\ \mathrm{m}, -9.46\ (°)]$ 以及实际船舶的状态初始值为 $[x(0), y(0), \Psi(0), u(0), v(0), r(0)] = [10\ \mathrm{m}, 125\ \mathrm{m}, -10\ (°), 0\ \mathrm{m/s}, 0\ \mathrm{m/s}, 0/(°/\mathrm{s})]$。设置虚拟船速 $u_d = 6$ m/s。根据文献[21],限制执行器控制输入信号:$\tau_u \in [0, 5.2 \times 10^9]$ N, $\tau_r \in [-8.5 \times 10^8, -8.5 \times 10^8]$ N·m。设置 $l_{\mathrm{dbset}} = 2.5$ m。通过参数整定,将控制器设计参数确认为:$k_{x_e} = 0.8$, $k_{y_e} = 1.8$, $k_{r_e} = 1.52 \times 10^9$, $k_{u_e} = 1.65 \times 10^6$, $k_{\Psi_e} = 5$, $\varepsilon_u = 0.1$, $\varepsilon_r = 0.1$, $\varepsilon_{\Psi_e} = 0.1$, $\zeta_u = 0.025$, $\zeta_r = 1$。在上述参数设定基础上,仿真对比试验结果见图4~图9。

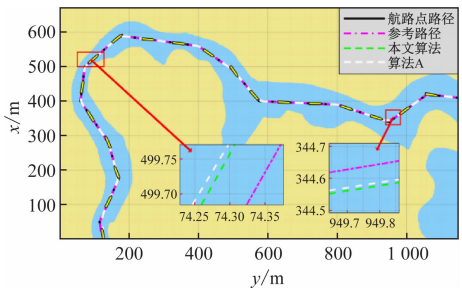


图 4 船舶狭水道机动下路径跟踪控制性能

Fig. 4 The performance of path-following control under narrow channel maneuver

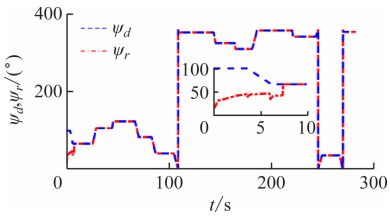
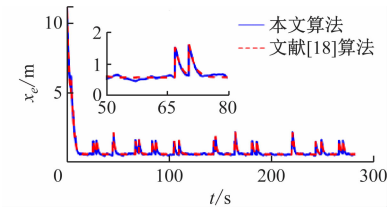
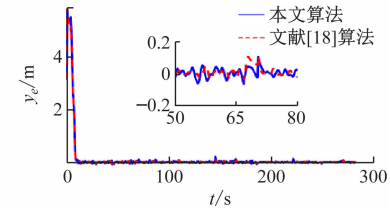


图 5 虚拟船艏向角和切换式 L1-VS 制导信号

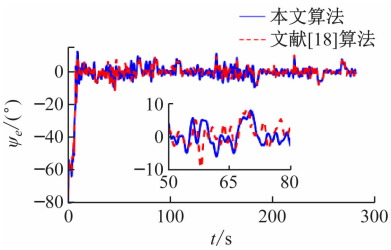
Fig. 5 The yaw angle of virtual ship and the signal of switching L1-VS guidance



(a) x_e



(b) y_e



(c) Ψ_e

图 6　位置误差与艏摇误差对比曲线

Fig. 6　The comparison curve of tracking errors

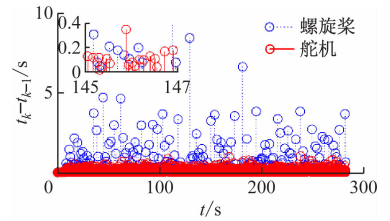
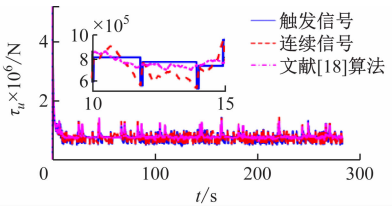
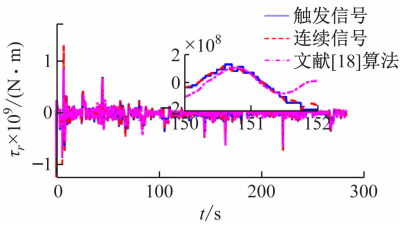


图 7　触发时间和触发间隔

Fig. 7　Triggered time and triggered interval



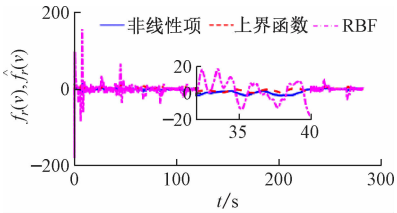
(a) τ_u



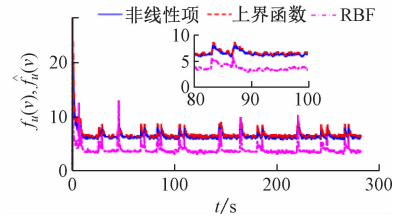
(b) τ_r

图 8　两种算法下的控制输入对比曲线

Fig. 8　The comparison of control inputs results under two control algorithms



(a) $f_r(v)$,$\hat{f}_r(v)$



(b) $f_u(v)$,$\hat{f}_u(v)$

图 9　非线性项与非线性项观测结果

Fig. 9　Nonlinear term and estimate of nonlinear term

图 4 表示在本文算法和文献[18]法作用下的狭水道机动任务路径对比结果,从局部放大图可知,两种非线性逼近方法均有良好的跟踪精度,可见与传统的神经网络逼近技术相比,鲁棒边界补偿技术在降低控制器设计复杂度的同时能够保证良好的控制效果,更加符合海洋工程的实践需求。图 5 表示切换式 L1-VS 制导律,由图可知在仿真试验初期,由于实船与虚拟船间距较大,导致位置参考信号初始值较大,此时 $z_e > l_{\mathrm{db_{set}}}$,制导律信号随采样时间的增加实时更新,随后在控制器的作用下 z_e 降低,当$z_e \leqslant l_{\mathrm{dbset}}$时,制导律切换为虚拟船艏向角,有效降低制导律信号的传输频率,降低控制难度。

图 6 表示跟踪误差对比结果,由图可知在控制器作用下,位置误差和姿态误差都能迅速收敛到零的邻域内,虽然在外界环境扰动的影响下存在小幅度震荡,但是始终保持在零的邻域内。图 7 表示触发时间和触发间隔的离散序列垂直线图,最大触发间隔可达到 8.4 s,舵机执行器上的触发次数为 3 950 次,螺旋桨执行器上的触发次数为 1 393 次。该结果表明本文所设计的混合阈值事件触发技术能够有效降低信号传输频率。图 8 表示控制输入对比结果,虚线表示本文算法下不考虑事件触发的控制输入曲线,直线表示考虑事件触发的控制输入曲线,通过观察可知在事件触发技术的作用下,原本的时变控制输入信号转化为阶梯状信号。结合图 4 ~ 图 6 可知,在事件触发技术的作用下,系统仍然能够保持良好的控制效果,从控制器单元到执行器单元控制输入信号的非必要传输得到改善。图 9 展示了不同非线性项补偿技术作用下的水动力项逼近结

果。试验结果表明,相比于传统的径向基神经网络观测算法,本文所提出的鲁棒边界补偿技术具有更好的非线性估计性能,证明本文方法能够在保证非线性估计精确度的基础上降低控制器设计复杂度。

为了进一步验证本文算法的优越性,基于上述仿真对比结果进行定量分析。引入误差绝对平均值(Mean Absolute Error, E_{MA})、平均控制输入绝对值(Mean Absolute Control Input, I_{MAC})、平均控制输入整体变化值(Mean Total Variation, V_{MT})这三个指标完成定量分析。其中 MAE 反映系统输出响应性能,MAC 反映系统输入平均值,MTV 反映能量消耗和曲线平滑度,其计算方法如式(32)~式(34)所示。由表 1 可知,与算法[18]相比,本文算法 E_{MA} 较低,这表明本文算法具有更好的控制精度,侧面验证了鲁棒边界补偿技术具有良好的非线性项逼近效果。然而,本文算法的 I_{MAC} 和 V_{MT} 数值较高,其可能原因是在触发时刻,事件触发技术使控制输入转化为阶跃状指令,导致控制输入平滑性降低。

$$E_{\mathrm{MA}} = \frac{1}{t_{\mathrm{end}-0}} \int_0^{t_{\mathrm{end}}} \| \boldsymbol{\omega}_e(t) \| \mathrm{d}t \tag{32}$$

$$I_{\mathrm{MAC}} = \frac{1}{t_{\mathrm{end}-0}} \int_0^{t_{\mathrm{end}}} \| \boldsymbol{\tau}_i(t) \| \mathrm{d}t \tag{33}$$

$$V_{\mathrm{MT}} = \frac{1}{t_{\mathrm{end}-0}} \int_0^{t_{\mathrm{end}}} \| \boldsymbol{\tau}_i(t+1) - \boldsymbol{\tau}_i(t) \| \mathrm{d}t \tag{34}$$

式(32)中 $\boldsymbol{\omega}_e = [x_e, y_e, \Psi_e]^{\mathrm{T}}$。

表 1 控制性能定量对比

Tab. 1 Comparison of control performances

指标	参数	本文算法	文献[18]算法
E_{MA}	x_e/m	0.789 8	0.812 6
	y_e/m	0.135 1	0.133 9
	Ψ_e/(°)	0.048 2	0.059 1
I_{MAC}	τ_u/N	788.82×10^3	788.67×10^3
	τ_r/(N·m)	739.01×10^5	730.36×10^5
V_{MT}	τ_u/N	258.92×10^1	246.82×10^1
	τ_r/(N·m)	216.96×10^4	192.44×10^4

5 结 论

本文设计了一种基于切换式 L1-VS 制导的船舶路径跟踪鲁棒自适应控制算法。在制导部分,本文所提出的 L1-VS 制导能够消除传统 LVS 制导随着时间累积而产生的航路点处超调误差。此外,随着制导律触发阈值的引入,制导律信号非必要传输大幅度降低,在一定程度上降低控制难度。在控制部分,利用鲁棒边界补偿技术代替传统的神经网络技术估计非线性项,在降低控制器设计复杂度的同时能够保证良好的控制效果,更加符合海洋工程的实践需求。此外,混合阈值事件触发控制技术的引入使原本的时变控制输入信号转化为阶跃信号,有效降低计算负载,减少执行器磨损。同时,以船舶狭水道机动为背景开展仿真对比试验,结果表明本算法在控制精度、控制设计成本、控制器计算负载等方面具有明显改进。

参 考 文 献

[1] Liu B, Zhang H T, Meng H F, et al. Scanning-chain formation control for multiple unmanned surface vessels to pass through water channels[J]. IEEE Transactions on Cybernetics, 2022,52(3):1850-1861.

[2] Li J Q, Zhang G Q, Zhang X K, et al. Integrating dynamic event-triggered and sensor-tolerant control: Application to USV-UAVs cooperative formation system for maritime parallel search[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2024,25(5):3986-3998.

[3] Tang X Y, Yu J L, Li X D, et al. Distributed formation control with obstacle avoidance for multiple underactuated unmanned surface vehicles[J]. Journal of the Franklin Institute, 2024,361:107008.

[4] 黄宠平, 邹早建, 贺宏伟, 等. 基于预测和粒子群的船舶避碰与路径跟踪控制[J]. 中国航海, 2023,46(2):125-134.
Huang C P, Zou Z J, He H W, et al. Path following and collision avoidance of underactuated ships based on model predictive control and modified particle swarm optimization[J]. Navigation of China, 2023,46(2):125-134. (in Chinese)

[5] Zhao Y J, Qi X, Ma Z, et al. Path following optimization for an underactuated USV using smoothly-convergent deep reinforcement learning [J]. Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2021,22(10):6208-6220.

[6] Mao M, Wu D F, You Z. Dynamic event-triggered path-following control for underactuated unmanned surface vehicle with obstacle avoidance[J]. Ocean Engineering, 2024,312:119161.

[7] Fossen. T. I. Handbook of marine craft hydrodynamics and motion control[M]. USA: Wiley, 2011.

[8] Zhang G Q, Zhang X K. Concise robust adaptive path-following control of underactuated ships using DSC and MLP[J]. IEEE Journal of Ocean Engineering, 2014,39(4):685-694.

[9] Zhang G Q, Bian W Z, Zhang X K, et al. Robust adaptive saturation-tolerance control for USVs formation via a novel L1-VS guidance[J]. Ocean Engineering, 2024,298:117304.

[10] 吴天昊, 王欣, 李海滨. 考虑时变时滞特性的船舶航向自适应控制[J]. 中国航海, 2024,47(3):28-35.
Wu T H, Wang X, Li H B, et al. Adaptive control of ship heading considering time varying and time-delay characteristics[J]. Navigation of China, 2024,47(3):28-35. (in Chinese)

[11] 李应森, 陈明, 王焕清, 等. 非线性系统有限时间自适应动态面容错控制[J]. 控制理论与应用, 2022, 39(8):1489-1496.
Li Y S, Chen M, Wang H Q, et al. Finite-time adaptive dynamic surface fault-tolerant control for nonlinear systems[J]. Control Theory and Technology, 2022,39(8):1489-1496. (in Chinese)

[12] Wang R Q, Li D L, Miao K Y. Optimized radial basis function neural network based intelligent control algorithm of unmanned surface vehicles[J]. Journal of Marine Science and Engineering, 2020,8(3): 210.

[13] Mu D D, Wang G F, Fan Y S, et al. Adaptive course control based on trajectory linearization control for unmanned surface vehicle with unmodeled dynamics and input saturation[J]. Neurocomputing, 2019,330:1-10.

[14] Li J Q, Zhang G Q, Zhang W J, et al. Cooperative path following control of USV-UAVs considering low design complexity and command transmission Requirements [J]. IEEE Transactions on Intelligent Vehicles, 2024,9(1):715-724.

[15] Zheng Y X, Zhang L, Huang B, et al. Dynamic event-triggered formation maneuver in cooperative marine surface vehicles control over directed communication networks[J]. Ocean Engineering, 2023,281:114622.

[16] Fossen T I. Guidance and control of marine ocean vehicles[M]. USA:Wiley, 1998.

[17] Li J Q, Zhang G Q, Zhang W J, et al. Robust control for cooperative path following of marine surface-air vehicles with a constrained inter-vehicles communication [J]. Ocean Engineering, 2024,308:118240.

[18] Guo Q, Zhang X K, Meng Y, et al. Fixed-time adaptive path-following control of autonomous surface vehicles with asymmetric output performance and feasibility constraints [J]. Ocean Engineering, 2023, 288:115999.

[19] Huang C F, Zhang X K, Zhang G Q. Decentralized event-triggered cooperative path-following control for multiple autonomous surface vessels under actuator failures [J]. Applied Ocean Research, 2021, 113: 102751.

[20] Zhang G Q, Han J, Li J Q, et al. APF-based intelligent navigation approach for USV in presence of mixed potential directions: Guidance and control design[J]. Ocean Engineering, 2022,260:111972.

[21] Ning J, Ma Y F, Li T S, et al. Event-triggered based trajectory tracking control of under-actuated unmanned surface vehicle with state and input quantization[J]. IEEE Transactions on Intelligent Vehicles, 2024,9(2): 3127-3139.

(上接第 94 页)

[13] 邢毓华,任甜甜. 改进 MOPSO 在微电网优化调度中的应用研究[J]. 太阳能学报,2024,45(6):191-200.
Xing Y H, Ren T T. Application of improved MOPSO in optimal scheduling of microgrids [J]. Solar Energy Journal, 2024, 45(6): 191-200. (in Chinese)

[14] 闫志彬,康健,郑伟,等. 基于改进粒子群算法的微电网优化调度策略分析[J]. 微型电脑应用,2023,39(9):75-78.
Yan Z B, Kang J, Zheng W, et al. Analysis of optimal scheduling strategy for microgrids based on improved particle swarm optimization algorithm [J]. Microcomputer Applications, 2023, 39(9): 75-78. (in Chinese)