

中文引用格式:尚祖恩,杨鹏,孟纪阳,等. 救援机器人水弹轮式结构统一运动学建模理论[J]. 中国安全科学学报,2026,36(3): 130-143.

英文引用格式:SHANG Zuen, YANG Peng, MENG Jiyang, et al. Unified kinematic modeling theory of water bomb wheel structure of rescue robot [J]. China Safety Science Journal, 2026, 36(3): 130-143.

救援机器人水弹轮式结构统一运动学建模理论^{*}

尚祖恩 副教授, 杨鹏^{**}, 孟纪阳, 刘倩, 于熙盛

(辽宁工程技术大学 机械工程学院, 辽宁 阜新 123000)

中图分类号:X941

文献标志码:A

DOI: 10.16265/j.cnki.issn1003-3033.2026.03.0308

基金项目:国家自然科学基金(青年)项目资助(52404166);辽宁省教育厅青年提升项目资助(LJ212410147036)。

【摘要】 为提升移动救援机器人在非结构化场景及矿山灾变巷道等复杂环境中的越障与地形适应能力,设计一种基于水弹折纸原理的可变直径轮;针对现有水弹轮式结构建模基本单元单一的问题,提出一套将正方形、矩形和平行四边形作为基本单元的统一建模理论,通过建立轮尾轴层、轮撑地层及轮连接层的多坐标系运动学模型,并系统推导对应的约束方程组,实现对不同单元构型水弹轮折展过程的统一描述与参数化分析。详细研究折展过程中关键状态变量的变化趋势与有效取值范围,并可展性测试多材料3D打印制造的模型。研究结果表明:运动学建模方法适用于不同类型基本单元组成的水弹轮式结构,可展性测试得到最大折展直径为124.35 mm,与设计值误差为2.5%,折展比达到2.015,在测试过程中发现运动学模型与实际结构折展变化过程基本一致,证明该建模理论具有良好的适用性和准确性。

【关键词】 水弹轮式结构; 机器人; 折纸; 运动学建模; 折展

Unified kinematic modeling theory of water bomb wheel structure of rescue robot

SHANG Zuen, YANG Peng, MENG Jiyang, LIU Qian, YU Xisheng

(College of Mechanical Engineering, Liaoning Technical University,

Fuxin Liaoning 123000, China)

Abstract: To enhance the obstacle-crossing and terrain adaptability of mobile rescue robots in complex environments such as unstructured scenerios and mine disaster roadways, a variable-diameter wheel based on the waterbomb-origami principle was designed. Addressing the limitation of exisiting modeling approaches for waterbomb wheel structures, which rely on a single basic unit, a unified modeling theory was proposed that incorporates square, rectangular and parallelogram units as fundamental elements. By establishing multi-coordinate kinematic models for the wheel axle layer, wheel support layer, and wheel connection layer, and systematically deriving the corresponding constraint equations, a unified description and parametric analysis of the folding and deployment process of waterbomb wheels with different unit

^{*} 文章编号:1003-3033(2026)03-0130-14; 收稿日期:2025-09-18; 修稿日期:2025-12-13

^{**} 通信作者:杨鹏(2002—),男,辽宁铁岭人,硕士研究生,主要研究方向为煤矿智能装备。E-mail: ppy66789@126.com。

configurations was achieved. The variation trends and effective ranges of key state variables during folding and deployment were studied in detail, and deploy ability tests were conducted on prototype robot models fabricated via multi-material 3D printing. The results show that the kinematic modeling method is applicable to waterbomb wheel structures composed of different basic unit types. The maximum deployed diameter obtained from testing is 124.35 mm, with a 2.5% deviation from the design value, and the deployment ratio reaches 2.015. During testing, it was observed that the fold and deployment process of the actual structure closely matches the kinematic model, demonstrating the strong applicability and accuracy of the proposed modeling theory.

Keywords: waterbomb wheel structure; robot; origami; kinematic modeling; deployment

0 引言

矿山灾变井巷环境具有高度非结构化特点,空间受限、能见度低且存在二次灾害风险,严重制约传统人工救援效率。因此,研制一种可替代或部分替代救援人员的专用搜救机器人,对提升灾变环境下抢险救灾响应能力、保障救援人员及受困群众生命安全具有重要意义^[1-2]。

救援机器人依据运动模式分为轮式、履带式、支腿式及复合式4大类。其中,轮式机器人控制算法成熟、运动效率高,在平坦巷道中优势显著,然而其在非结构化环境中因地形适应性差、避障能力弱而应用受限。为改善轮式机器人的地形适应性,学者们提出了轮履^[3]、轮腿^[4]及类轮结构^[5]代替轮式行走的改进方案,但这种方法往往会造成机器人移动缓慢、控制复杂、成本高、重量大、组装困难等问题。

近年来,折纸机器人通过编程手段将制造与控制紧密融合在一起,通过设计折痕使折纸机器人具有更高的可定制性和适应性^[6-7]。陈焱等^[8]系统总结了折纸机器人的技术体系,并将其分为骨架型、驱动型与外壳型3类,推动了折纸结构在机器人领域的应用。目前,有学者探讨了水弹结构有厚板折纸理论^[9],也有学者分析验证了各个方向上的刚性可折叠性^[10]。

在研究水弹轮结构模型过程中,尚祖恩等^[11]曾在折纸结构与材料研讨会上探讨折纸机器人的研究思路与应用方向。尚祖恩等^[12]曾提出以平行四边形为基本单元的水弹轮式结构径向运动学建模方法,研究水弹轮式结构的承载特性。现有研究多以传统的正方形基本单元为基础,对于不同四边形基本单元构成的水弹轮的径向运动学建模考虑较少。

因此,笔者拟提出一套以正方形、矩形、平行四边形为基本单元的统一建模理论,以期优化水弹

轮越障能力与控制系统性能、提升矿山搜救机器人非结构化环境适应能力奠定基础。

1 水弹轮结构统一运动学建模

1.1 运动学建模

水弹轮式结构包括 α 、 m 、 n 、 l_a 、 l_b 、 l_c 、 l_d 、 t_a 、 t_b 这几个初始配置参数。其中, α 为倾斜角度; m 为横向单元数; n 为纵向单元数($n \neq 1$); l_a 、 l_b 、 l_c 、 l_d 分别为基本单元边长; t_a 为轮身展开图中上下两侧拼接三角形的中线长度; t_b 为端盖内正多边形的中心到各顶点的距离。以横向单元为9,纵向单元为3为例,介绍正方形、矩形、平行四边形3种基本单元两端端盖和折纸图案折痕图,通过组合拼接得到水弹轮式结构如图1所示,其中,实线表示山折痕、虚线表示谷折痕。

轮尾轴层运动学建模如下。首先,建立2个坐标系,其中一个是以水弹轮轴线为 Z_c 轴, X_c 轴通过点 T_{p3} 进行定义圆柱坐标系 $O_c X_c Y_c Z_c$ 。在圆柱坐标系下,折痕顶点 E_{p1} 至 E_{p3} 如图2所示。构建空间直角坐标系 $O_1 X_1 Y_1 Z_1$,其中, E_{p1} 和 $E_{p1}E_{p2}$ 的投影均落在 X_1 轴上。轮尾轴层的状态变量包括 θ_{E1} 、 θ_{E2} 、 l_E 。其中, θ_{E1} 为 $E_{p1}E_{p2}E_{p3}$ 与 $E_{p1}E_{p2}E_{p3}$ 两平面的二面角, θ_{E2} 为 $E_{p1}E_{p2}$ 与 X_1 轴延长线的夹角, l_E 为端盖中心距圆柱坐标系原点 O_c 的距离。

平行四边形轮尾轴层运动学建模见下式:

$$E_{p1} = \begin{bmatrix} t_b \\ \arcsin\left(\frac{(l_E + t_a \sin\theta_{E2}) \tan\alpha}{t_b + t_a \cos\theta_{E2}}\right) \\ l_E \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$E_{p2} = \begin{bmatrix} t_b + t_a \cos\theta_{E2} \\ \arcsin\left(\frac{(l_E + t_a \sin\theta_{E2}) \tan\alpha}{t_b + t_a \cos\theta_{E2}}\right) \\ l_E + t_a \sin\theta_{E2} \end{bmatrix} \quad (2)$$

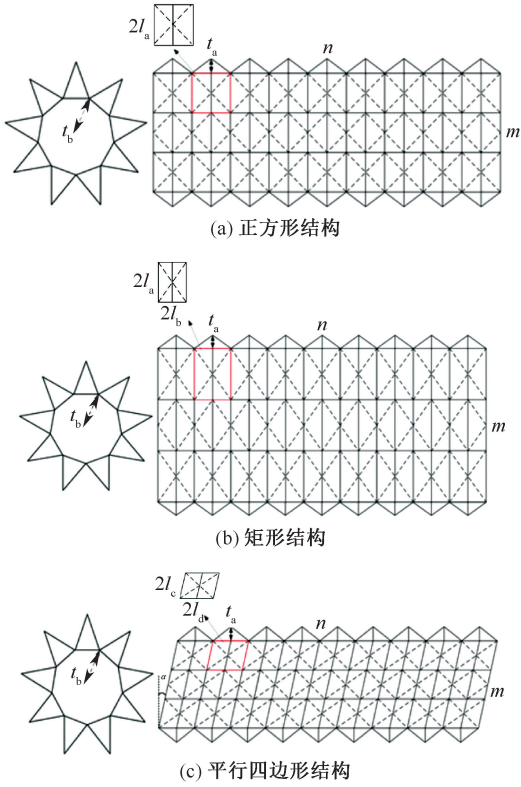


图1 水弹轮式结构的集合展开图与几何模型
Fig.1 Set unfolding diagram and geometric model of the water bomb wheeled structure

$$E_{p_3} = \begin{bmatrix} l_d \cos \frac{\pi - \theta_{E_1}}{2} \cos \alpha / \sin \alpha \frac{\pi}{n} \\ \pi/n + \arcsin \left(\frac{(l_E + t_a \sin \theta_{E_2}) \tan \alpha}{t_b + t_a \cos \theta_{E_2}} \right) \\ l_E + t_a \sin \theta_{E_2} - l_d \sin \frac{\pi - \theta_{E_1}}{2} \cos \theta_{E_2} \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (3)$$

正方形轮尾轴层运动学建模见下式:

$$E_{z_1} = \begin{bmatrix} t_b \\ \arcsin \left(\frac{l_E + t_a \sin \theta_{E_2}}{t_b + t_a \cos \theta_{E_2}} \right) \\ l_E \end{bmatrix} \quad (4)$$

$$E_{z_2} = \begin{bmatrix} t_b + t_a \cos \theta_{E_2} \\ \arcsin \left(\frac{l_E + t_a \sin \theta_{E_2}}{t_b + t_a \cos \theta_{E_2}} \right) \\ l_E + t_a \sin \theta_{E_2} \end{bmatrix} \quad (5)$$

$$E_{z_3} = \begin{bmatrix} l_a \cos \frac{\pi - \theta_{E_1}}{2} / \sin \frac{\pi}{n} \\ \pi/n + \arcsin \left(\frac{l_E + t_a \sin \theta_{E_2}}{t_b + t_a \cos \theta_{E_2}} \right) \\ l_E + t_a \sin \theta_{E_2} - l_a \sin \frac{\pi - \theta_{E_1}}{2} \cos \theta_{E_2} \end{bmatrix} \quad (6)$$

矩形轮尾轴层运动学建模见下式:

$$E_{j_1} = \begin{bmatrix} t_b \\ \arcsin \left(\frac{l_E + t_a \sin \theta_{E_2}}{t_b + t_a \cos \theta_{E_2}} \right) \\ l_E \end{bmatrix} \quad (7)$$

$$E_{j_2} = \begin{bmatrix} t_b + t_a \cos \theta_{E_2} \\ \arcsin \left(\frac{l_E + t_a \sin \theta_{E_2}}{t_b + t_a \cos \theta_{E_2}} \right) \\ l_E + t_a \sin \theta_{E_2} \end{bmatrix} \quad (8)$$

$$E_{j_3} = \begin{bmatrix} l_b \cos \frac{\pi - \theta_{E_1}}{2} / \sin \frac{\pi}{n} \\ \pi/n + \arcsin \left(\frac{l_E + t_a \sin \theta_{E_2}}{t_b + t_a \cos \theta_{E_2}} \right) \\ l_E + t_a \sin \theta_{E_2} - l_b \sin \frac{\pi - \theta_{E_1}}{2} \cos \theta_{E_2} \end{bmatrix} \quad (9)$$

水弹轮式结构尾轴层模型如图2所示,模型分别在圆柱坐标系和空间直角坐标系下建模。

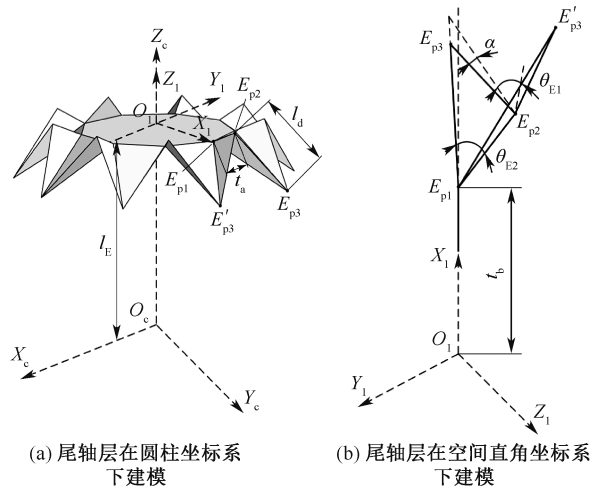


图2 水弹轮式结构尾轴层模型
Fig.2 Model of the tail shaft layer of the water bomb wheel structure

轮撑地层运动学建模如下。下折痕顶点 S_{p1} 至 S_{p5} 在圆柱坐标系 $O_c X_c Y_c Z_c$ 中的表示如图3所示。构建 $O_2 X_2 Y_2 Z_2$ 坐标系即以 S_{p3} 为原点 O_2 , Z_2 垂直于上下2条边, Y_2 平行于上下2条边, X_2 垂直于基

本单元向外如图3所示。

θ_{s1} 、 θ_{s2} 、 θ_{s3} 、 θ_{s4} 、 l_s 、 r_s 都是撑地层中的状态变量。 θ_{s1} 和 θ_{s2} 分别为 $S_{p2}S_{p3}$ 和 $S_{p3}S_{p4}$ 在 $X_2O_2Z_2$ 平面的投影与 Z_2 轴的夹角; θ_{s3} 和 θ_{s4} 为 $S_{p1}S_{p2}S_{p3}$ 与

$S'_{p1}S_{p2}S_{p3}$ 两平面的二面角和 $S_{p5}S_{p4}S_{p3}$ 与 $S'_{p5}S_{p4}S_{p3}$ 两平面的二面角; l_s 为 S_{p3} 点到 O_c 点的长度; r_s 为 S_{p3} 点到 Z_c 轴的长度。

平行四边形轮撑地层运动学建模见下式:

$$S_{p1} = \begin{bmatrix} l_d \cos \alpha \cos \frac{\pi - \theta_{s3}}{2} / \sin \frac{\pi}{n} \\ \arcsin \left(\frac{\left(l_s + l_c \cos \alpha \cos \theta_{s1} + l_d \cos \alpha \sin \frac{\pi - \theta_{s3}}{2} \sin \theta_{s1} \right) \tan \alpha}{l_d \cos \alpha \cos \frac{\pi - \theta_{s3}}{2} / \sin \frac{\pi}{n}} \right) \\ l_s + l_c \cos \alpha \cos \theta_{s1} + l_d \cos \alpha \sin \frac{\pi - \theta_{s3}}{2} \sin \theta_{s1} \end{bmatrix} \quad (10)$$

$$S_{p2} = \begin{bmatrix} r_s + l_c \cos \alpha \sin \theta_{s1} \\ \pi/n + \arcsin \left(\frac{\left(l_s + l_c \cos \alpha \cos \theta_{s1} + l_d \cos \alpha \sin \frac{\pi - \theta_{s3}}{2} \sin \theta_{s1} \right) \tan \alpha}{l_d \cos \alpha \cos \frac{\pi - \theta_{s3}}{2} / \sin \frac{\pi}{n}} \right) \\ l_s + l_c \cos \alpha \cos \theta_{s1} \end{bmatrix} \quad (11)$$

$$S_{p3} = \begin{bmatrix} r_s \\ \pi/n + \arcsin \left(\frac{l_s \tan \alpha}{r_s} \right) \\ l_s \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$S_{p4} = \begin{bmatrix} r_s + l_c \sin \theta_{s2} \cos \alpha \\ \pi/n + \arcsin \left(\frac{\left(l_s - l_c \cos \alpha \cos \theta_{s2} - l_d \cos \alpha \sin \theta_{s2} \sin \frac{\pi - \theta_{s4}}{2} \right) \tan \alpha}{l_d \cos \alpha \cos \frac{\pi - \theta_{s4}}{2} / \sin \frac{\pi}{n}} \right) \\ l_s - l_c \cos \alpha \cos \theta_{s2} \end{bmatrix} \quad (13)$$

$$S_{p5} = \begin{bmatrix} l_d \cos \alpha \cos \frac{\pi - \theta_{s4}}{2} / \sin \frac{\pi}{n} \\ \arcsin \left(\frac{\left(l_s - l_c \cos \alpha \cos \theta_{s2} - l_d \cos \alpha \sin \theta_{s2} \sin \frac{\pi - \theta_{s4}}{2} \right) \tan \alpha}{l_d \cos \alpha \cos \frac{\pi - \theta_{s4}}{2} / \sin \frac{\pi}{n}} \right) \\ l_s - l_c \cos \alpha \cos \theta_{s2} - l_d \cos \alpha \sin \theta_{s2} \sin \frac{\pi - \theta_{s4}}{2} \end{bmatrix} \quad (14)$$

正方形轮撑地层运动学建模见下式:

$$S_{z1} = \begin{bmatrix} l_a \cos \frac{\pi - \theta_{s3}}{2} / \sin \frac{\pi}{n} \\ \arcsin \left(\frac{l_s + l_a \cos \theta_{s1} + l_a \sin \frac{\pi - \theta_{s3}}{2} \sin \theta_{s1}}{l_a \cos \frac{\pi - \theta_{s3}}{2} / \sin \frac{\pi}{n}} \right) \\ l_s + l_a \cos \theta_{s1} + l_a \sin \frac{\pi - \theta_{s3}}{2} \sin \theta_{s1} \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$S_{z_2} = \begin{bmatrix} r_s + l_a \sin \theta_{s_1} \\ \pi/n + \arcsin \left(\frac{l_s + l_a \cos \theta_{s_1} + l_a \sin \frac{\pi - \theta_{s_3}}{2} \sin \theta_{s_1}}{l_a \cos \frac{\pi - \theta_{s_3}}{2} / \sin \frac{\pi}{n}} \right) \\ l_s + l_a \cos \theta_{s_1} \end{bmatrix} \quad (16)$$

$$S_{z_3} = \begin{bmatrix} r_s \\ \pi/n + \arcsin \left(\frac{l_s}{r_s} \right) \\ l_s \end{bmatrix} \quad (17)$$

$$S_{z_4} = \begin{bmatrix} r_s + l_a \sin \theta_{s_2} \\ \pi/n + \arcsin \left(\frac{l_s - l_a \cos \theta_{s_2} - l_a \sin \theta_{s_2} \sin \frac{\pi - \theta_{s_4}}{2}}{l_a \cos \frac{\pi - \theta_{s_4}}{2} / \sin \frac{\pi}{n}} \right) \\ l_s - l_a \cos \theta_{s_2} \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$S_{z_5} = \begin{bmatrix} l_a \cos \frac{\pi - \theta_{s_4}}{2} / \sin \frac{\pi}{n} \\ \arcsin \left(\frac{l_s - l_a \cos \theta_{s_2} - l_a \sin \theta_{s_2} \sin \frac{\pi - \theta_{s_4}}{2}}{l_a \cos \frac{\pi - \theta_{s_4}}{2} / \sin \frac{\pi}{n}} \right) \\ l_s - l_a \cos \theta_{s_2} - l_a \sin \theta_{s_2} \sin \frac{\pi - \theta_{s_4}}{2} \end{bmatrix} \quad (19)$$

矩形轮撑地层运动学建模见下式:

$$S_{j_1} = \begin{bmatrix} l_b \cos \frac{\pi - \theta_{s_3}}{2} / \sin \frac{\pi}{n} \\ \arcsin \left(\frac{l_s + l_a \cos \theta_{s_1} + l_b \sin \frac{\pi - \theta_{s_3}}{2} \sin \theta_{s_1}}{l_b \cos \frac{\pi - \theta_{s_3}}{2} / \sin \frac{\pi}{n}} \right) \\ l_s + l_a \cos \theta_{s_1} + l_b \sin \frac{\pi - \theta_{s_3}}{2} \sin \theta_{s_1} \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$S_{j_2} = \begin{bmatrix} r_s + l_a \sin \theta_{s_1} \\ \pi/n + \arcsin \left(\frac{l_s + l_a \cos \theta_{s_1} + l_b \sin \frac{\pi - \theta_{s_3}}{2} \sin \theta_{s_1}}{l_b \cos \frac{\pi - \theta_{s_3}}{2} / \sin \frac{\pi}{n}} \right) \\ l_s + l_a \cos \theta_{s_1} \end{bmatrix} \quad (21)$$

$$S_{j_3} = \begin{bmatrix} r_s \\ \pi/n + \arcsin\left(\frac{l_s}{r_s}\right) \\ l_s \end{bmatrix} \tag{22}$$

$$S_{j_4} = \begin{bmatrix} r_s + l_a \sin\theta_{s_2} \\ \pi/n + \arcsin\left(\frac{l_s - l_a \cos\theta_{s_2} - l_b \sin\theta_{s_2} \sin \frac{\pi - \theta_{s_4}}{2}}{l_a \cos \frac{\pi - \theta_{s_4}}{2} / \sin \frac{\pi}{n}}\right) \\ l_s - l_a \cos\theta_{s_2} \end{bmatrix} \tag{23}$$

$$S_{j_5} = \arcsin \begin{bmatrix} l_a \cos \frac{\pi - \theta_{s_4}}{2} / \sin \frac{\pi}{n} \\ \frac{l_s - l_a \cos\theta_{s_2} - l_b \sin\theta_{s_2} \sin \frac{\pi - \theta_{s_4}}{2}}{l_a \cos \frac{\pi - \theta_{s_4}}{2} / \sin \frac{\pi}{n}} \\ l_s - l_a \cos\theta_{s_2} - l_a \sin\theta_{s_2} \sin \frac{\pi - \theta_{s_4}}{2} \end{bmatrix} \tag{24}$$

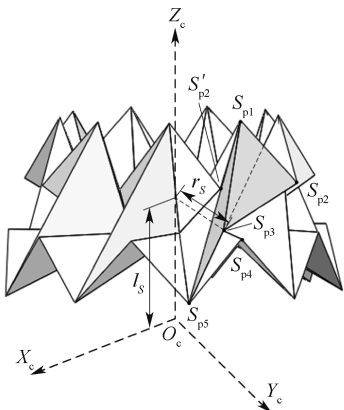
水弹轮式结构撑地层模型如图 3 所示,模型分别在圆柱坐标系和空间直角坐标系下建模。

轮连接层运动学建模如下。在圆柱坐标系 $O_c X_c Y_c Z_c$ 下,以水弹轮轴线为 Z_c 轴, X_c 轴过如图 4 中点 T_{p3} ,图 4 为圆柱坐标系下折痕顶点 T_{p1} 到 T_{p5} 。其次构建空间直角坐标系 $O_3 X_3 Y_3 Z_3$,即以 T_{p3} 为原点 O_3 , Z_3 垂直于平行四边形上下 2 条边, Y_3 平行于上下 2 条边, X_3 垂直于基本单元向外。

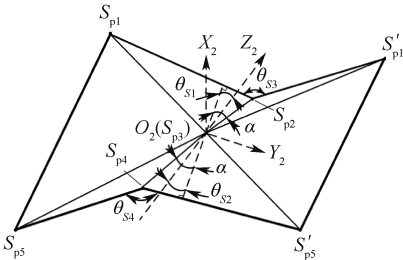
θ_{T1} 、 θ_{T2} 、 θ_{T3} 、 θ_{T4} 、 r_T 为连接层的状态变量。在变量中, θ_{T1} 和 θ_{T2} 为 $T_{p2}T_{p3}$ 和 $T_{p3}T_{p4}$ 在 $X_3O_3Z_3$ 平面的投影与 Z_3 轴的夹角、 θ_{T3} 和 θ_{T4} 为 $T_{p1}T_{p2}T_{p3}$ 与 $T_{p1}T_{p2}T_{p3}$ 两平面的二面角和 $T_{p5}T_{p4}T_{p3}$ 与 $T_{p5}T_{p4}T_{p3}$ 两平面的二面角、 r_T 为 T_{p3} 点到 Z_c 轴的长度。由于水弹轮的上下中心点 O_c 对称,所以图 4 中角 θ_{T1} 等于角 θ_{T2} ,二面角 θ_{T3} 等于 θ_{T4} 。

平行四边形轮连接层运动学建模见下式:

$$T_{p1} = \begin{bmatrix} l_d \cos\alpha \cos \frac{\pi - \theta_{T3}}{2} / \sin \frac{\pi}{n} \\ \pi/n + \arcsin\left(\frac{(l_c \cos\alpha \cos\theta_{T1}) \tan\alpha}{r_T + l_c \cos\alpha \sin\theta_{T1}}\right) \\ l_c \cos\alpha \cos\theta_{T1} + l_d \cos\alpha \sin \frac{\pi - \theta_{T3}}{2} \sin\theta_{T1} \end{bmatrix} \tag{25}$$



(a) 撑地层在圆柱坐标系下建模



(b) 撑地层在空间直角坐标系下建模

图 3 水弹轮式结构撑地层模型

Fig. 3 Model of the brace the formation of a water bomb wheel structure

$$T_{p_2} = \begin{bmatrix} r_T + l_c \cos \alpha \sin \theta_{T_1} \\ \arcsin \left(\frac{(l_c \cos \alpha \cos \theta_{T_1}) \tan \alpha}{r_T + l_c \cos \alpha \sin \theta_{T_1}} \right) \\ l_c \cos \alpha \cos \theta_{T_1} \end{bmatrix} \quad (26)$$

$$T_{p_3} = \begin{bmatrix} r_T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (27)$$

正方形轮连接层运动学建模见下式:

$$T_{z_1} = \begin{bmatrix} l_a \cos \frac{\pi - \theta_{T_3}}{2} / \sin \frac{\pi}{n} \\ \pi/n + \arcsin \left(\frac{l_a \cos \theta_{T_1}}{r_T + l_a \sin \theta_{T_1}} \right) \\ l_a \cos \theta_{T_1} + l_a \sin \frac{\pi - \theta_{T_3}}{2} \sin \theta_{T_1} \end{bmatrix} \quad (28)$$

$$T_{z_2} = \begin{bmatrix} r_T + l_a \sin \theta_{T_1} \\ \arcsin \left(\frac{l_a \cos \theta_{T_1}}{r_T + l_a \sin \theta_{T_1}} \right) \\ l_a \cos \theta_{T_1} \end{bmatrix} \quad (29)$$

$$T_{z_3} = \begin{bmatrix} r_T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (30)$$

矩形轮连接层运动学建模见下式:

$$T_{j_1} = \begin{bmatrix} l_a \cos \frac{\pi - \theta_{T_3}}{2} / \sin \frac{\pi}{n} \\ \pi/n + \arcsin \left(\frac{l_a \cos \theta_{T_1}}{r_T + l_a \sin \theta_{T_1}} \right) \\ l_a \cos \theta_{T_1} + l_a \sin \frac{\pi - \theta_{T_3}}{2} \sin \theta_{T_1} \end{bmatrix} \quad (31)$$

$$T_{j_2} = \begin{bmatrix} r_T + l_a \sin \theta_{T_1} \\ \arcsin \left(\frac{l_a \cos \theta_{T_1}}{r_T + l_a \sin \theta_{T_1}} \right) \\ l_a \cos \theta_{T_1} \end{bmatrix} \quad (32)$$

$$T_{j_3} = \begin{bmatrix} r_T \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (33)$$

通过运动学求解 T_{p_2} 点,得到水弹轮式结构径向折展比 ϕ ,其中, r'_t, θ'_{t1} 与 r_t, θ_{t1} 为折展完成与初始状态参数。

$$\phi = \frac{r'_t + l_c \cos \alpha \sin \theta'_{t1}}{r_t + l_c \cos \alpha \sin \theta_{t1}} \quad (34)$$

水弹轮式结构连接层模型如图 4 所示,模型分别在圆柱坐标系和空间直角坐标系下建模。

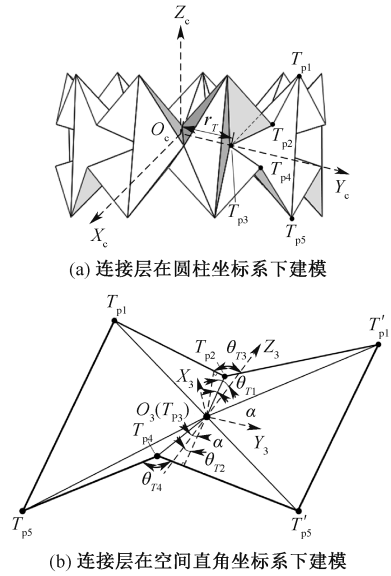


图 4 水弹轮式结构连接层模型

Fig. 4 Connectivity layer model of a water bomb wheel structure

1.2 约束函数建立

空间直角坐标系下点 E_3, S_1, S_5, T_1 坐标见下式 (为区分圆柱坐标系和空间直角坐标系下坐标表示方式),需分别满足以下约束方程式,使水弹轮式结构各折痕顶点圆周阵列等于 2π 。

$$E_3 = \begin{bmatrix} t_a \cos \theta_{E_2} + l_d \cos \alpha \sin \frac{\pi - \theta_{E_1}}{2} \sin \theta_{E_2} + t_b \\ l_d \cos \alpha \cos \frac{\pi - \theta_{E_1}}{2} \\ t_a \sin \theta_{E_2} - l_d \cos \theta_{E_2} \sin \frac{\pi - \theta_{E_1}}{2} \\ l_d \cos \alpha \cos \frac{\pi - \theta_{E_1}}{2} \end{bmatrix} \quad (35)$$

$$\tan \frac{\pi}{n} = \frac{l_d \cos \alpha \cos \frac{\pi - \theta_{E_1}}{2}}{t_a \cos \theta_{E_2} + l_d \cos \alpha \sin \frac{\pi - \theta_{E_1}}{2} \sin \theta_{E_2} + t_b} \quad (36)$$

化简式 (35) 和式 (36),得到以下约束方程:

$$\tan \frac{\pi}{n} \left(t_a \cos \theta_{E_2} + l_d \cos \alpha \sin \frac{\pi - \theta_{E_1}}{2} \sin \theta_{E_2} + t_b \right) - l_d \cos \alpha \cos \frac{\pi - \theta_{E_1}}{2} = 0 \quad (37)$$

$$S_1 = \begin{bmatrix} r_s + l_c \sin \theta_{S_1} \cos \alpha - l_d \cos \theta_{S_1} \sin \frac{\pi - \theta_{S_3}}{2} \cos \alpha \\ - l_d \cos \alpha \cos \frac{\pi - \theta_{S_3}}{2} \\ l_c \cos \theta_{S_1} \cos \alpha + l_d \cos \alpha \sin \theta_{S_1} \sin \frac{\pi - \theta_{S_3}}{2} \end{bmatrix} \quad (38)$$

$$S_5 = \begin{bmatrix} r_s + l_c \sin \theta_{s_2} \cos \alpha - l_d \cos \theta_{s_2} \sin \frac{\pi - \theta_{s_4}}{2} \cos \alpha \\ - l_d \cos \alpha \cos \frac{\pi - \theta_{s_4}}{2} \\ - \left[l_c \cos \theta_{s_2} \cos \alpha + l_d \cos l_d \sin \theta_{s_2} \sin \frac{\pi - \theta_{s_4}}{2} \right] \end{bmatrix} \quad (39)$$

$$\begin{aligned} & \left(r_s + l_c \sin \theta_{s_1} \cos \alpha - l_d \cos \theta_{s_1} \sin \frac{\pi - \theta_{s_3}}{2} \cos \alpha \right) \tan \frac{\pi}{n} - \\ & l_d \cos \alpha \cos \frac{\pi - \theta_{s_3}}{2} = 0 \end{aligned} \quad (40)$$

$$\begin{aligned} & \left(r_s + l_c \sin \theta_{s_2} \cos \alpha - l_d \cos \theta_{s_2} \sin \frac{\pi - \theta_{s_4}}{2} \cos \alpha \right) \tan \frac{\pi}{n} - \\ & l_d \cos \alpha \cos \frac{\pi - \theta_{s_4}}{2} = 0 \end{aligned} \quad (41)$$

$$T_1 = \begin{bmatrix} r_T + l_c \sin \theta_{T_1} \cos \alpha - l_d \cos \theta_{T_1} \sin \frac{\pi - \theta_{T_3}}{2} \cos \alpha \\ l_d \cos \frac{\pi - \theta_{T_3}}{2} \cos \alpha \\ l_c \cos \theta_{T_1} + l_d \sin \theta_{T_1} \sin \frac{\pi - \theta_{T_3}}{2} \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (42)$$

$$\begin{aligned} & \left(r_T + l_c \sin \theta_{T_1} \cos \alpha - l_d \cos \theta_{T_1} \sin \frac{\pi - \theta_{T_3}}{2} \cos \alpha \right) \\ & \tan \frac{\pi}{n} - l_d \cos \frac{\pi - \theta_{T_3}}{2} \cos \alpha = 0 \end{aligned} \quad (43)$$

同理,正方形:

$$\tan \frac{\pi}{n} = \frac{l_a \cos \frac{\pi - \theta_{E_1}}{2}}{t_a \cos \theta_{E_2} + l_a \sin \frac{\pi - \theta_{E_1}}{2} \sin \theta_{E_2} + t_b} \quad (44)$$

$$\begin{aligned} & \tan \frac{\pi}{n} \left(t_a \cos \theta_{E_2} + l_a \sin \frac{\pi - \theta_{E_1}}{2} \sin \theta_{E_2} + t_b \right) - \\ & l_a \cos \frac{\pi - \theta_{E_1}}{2} = 0 \end{aligned} \quad (45)$$

$$\left(r_s + l_a \sin \theta_{s_1} - l_a \cos \theta_{s_1} \sin \frac{\pi - \theta_{s_3}}{2} \right) \tan \frac{\pi}{n} -$$

$$l_a \cos \frac{\pi - \theta_{s_3}}{2} = 0 \quad (46)$$

$$\begin{aligned} & \left(r_s + l_a \sin \theta_{s_2} - l_a \cos \theta_{s_2} \sin \frac{\pi - \theta_{s_4}}{2} \right) \tan \frac{\pi}{n} - \\ & l_a \cos \frac{\pi - \theta_{s_4}}{2} = 0 \end{aligned} \quad (47)$$

同理,矩形:

$$\tan \frac{\pi}{n} = \frac{l_b \cos \frac{\pi - \theta_{E_1}}{2}}{t_a \cos \theta_{E_2} + l_b \sin \frac{\pi - \theta_{E_1}}{2} \sin \theta_{E_2} + t_b} \quad (48)$$

$$\begin{aligned} & \tan \frac{\pi}{n} \left(t_a \cos \theta_{E_2} + l_b \sin \frac{\pi - \theta_{E_1}}{2} \sin \theta_{E_2} + t_b \right) - \\ & l_b \cos \frac{\pi - \theta_{E_1}}{2} = 0 \end{aligned} \quad (49)$$

$$\begin{aligned} & \left(r_s + l_a \sin \theta_{s_1} - l_b \cos \theta_{s_1} \sin \frac{\pi - \theta_{s_3}}{2} \right) \tan \frac{\pi}{n} - \\ & l_b \cos \frac{\pi - \theta_{s_3}}{2} = 0 \end{aligned} \quad (50)$$

$$\begin{aligned} & \left(r_s + l_a \sin \theta_{s_2} - l_b \cos \theta_{s_2} \sin \frac{\pi - \theta_{s_4}}{2} \right) \tan \frac{\pi}{n} - \\ & l_b \cos \frac{\pi - \theta_{s_4}}{2} = 0 \end{aligned} \quad (51)$$

水弹轮拼接结构如图5所示。

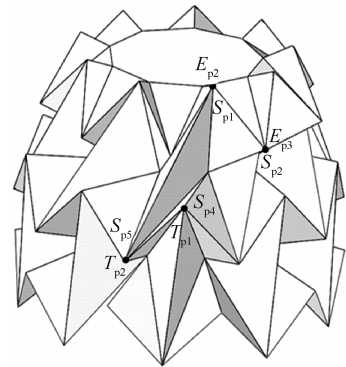


图5 水弹轮拼接结构

Fig. 5 Water bomb wheel splicing structure

在坐标系 $O_2X_2Y_2Z_2$ 下,点 S_1 和 S_5 的距离为 $2l_c$ 。下式为坐标系 $O_2X_2Y_2Z_2$ 下点 S_{p1} 和 S_{p5} 之间距离约束方程,化简后得到:

$$S_1 = \begin{bmatrix} l_c \sin \theta_{s_1} \cos \alpha - l_d \cos \theta_{s_1} \sin \frac{\pi - \theta_{s_3}}{2} \cos \alpha \\ -l_d \cos \alpha \cos \frac{\pi - \theta_{s_3}}{2} \\ l_c \cos \theta_{s_1} \cos \alpha + l_d \cos \alpha \sin \theta_{s_1} \sin \frac{\pi - \theta_{s_3}}{2} \end{bmatrix} \quad (52)$$

$$S_5 = \begin{bmatrix} l_c \sin \theta_{s_2} \cos \alpha - l_d \cos \theta_{s_2} \sin \frac{\pi - \theta_{s_4}}{2} \cos \alpha \\ -l_d \cos \alpha \cos \frac{\pi - \theta_{s_4}}{2} \\ - \left[l_c \cos \theta_{s_2} \cos \alpha + l_d \cos \alpha \sin \theta_{s_2} \sin \frac{\pi - \theta_{s_4}}{2} \right] \end{bmatrix} \quad (53)$$

$$l_{s_1-s_5} = 2l_c \quad (54)$$

$$A + \cos \alpha^2 (B + C + D) \quad (55)$$

$$\text{其中, } A = \frac{1}{2} (-7l_c^2 + l_d^2 + (l_c^2 + l_d^2) \cos 2\alpha)$$

$$B = l_c^2 + l_d^2 - 2l_d^2 \cos \frac{\pi - \theta_{s_3}}{2} \cos \frac{\pi - \theta_{s_4}}{2} + 2l_c l_d \cos \theta_{s_2} \sin \theta_{s_1} \sin \frac{\pi - \theta_{s_3}}{2} - 2l_c^2 \sin \theta_{s_1} \sin \theta_{s_2}$$

$$C = 2l_c l_d \cos \theta_{s_2} \sin \theta_{s_1} \sin \frac{\pi - \theta_{s_4}}{2} +$$

$$2l_d^2 \sin \theta_{s_1} \sin \frac{\pi - \theta_{s_3}}{2} \sin \theta_{s_2} \sin \frac{\pi - \theta_{s_4}}{2}$$

$$D = 2 \cos \theta_{s_1} \left(l_c l_d \sin \theta_{s_2} \left(\sin \frac{\pi - \theta_{s_3}}{2} + \sin \frac{\pi - \theta_{s_4}}{2} \right) + \cos \theta_{s_2} \left(l_c^2 - l_d^2 \sin \frac{\pi - \theta_{s_3}}{2} \sin \frac{\pi - \theta_{s_4}}{2} \right) \right)$$

同理,正方形:

$$A + \cos \alpha^2 (B + C + D) \quad (56)$$

其中,

$$A = \frac{1}{2} (-7l_a^2 + l_a^2 + (l_a^2 + l_a^2))$$

$$B = l_a^2 + l_a^2 - 2l_a^2 \cos \frac{\pi - \theta_{s_3}}{2} \cos \frac{\pi - \theta_{s_4}}{2} +$$

$$2l_a l_a \cos \theta_{s_2} \sin \theta_{s_1} \sin \frac{\pi - \theta_{s_3}}{2} - 2l_a^2 \sin \theta_{s_1} \sin \theta_{s_2}$$

$$C = 2l_a l_a \cos \theta_{s_2} \sin \theta_{s_1} \sin \frac{\pi - \theta_{s_4}}{2} +$$

$$2l_a^2 \sin \theta_{s_1} \sin \frac{\pi - \theta_{s_3}}{2} \sin \theta_{s_2} \sin \frac{\pi - \theta_{s_4}}{2} \\ D = 2 \cos \theta_{s_1} \left(l_a l_a \sin \theta_{s_2} \left(\sin \frac{\pi - \theta_{s_3}}{2} + \sin \frac{\pi - \theta_{s_4}}{2} \right) + \cos \theta_{s_2} \left(l_a^2 - l_a^2 \sin \frac{\pi - \theta_{s_3}}{2} \sin \frac{\pi - \theta_{s_4}}{2} \right) \right)$$

同理,矩形:

$$A + \cos \alpha^2 (B + C + D) \quad (57)$$

其中,

$$A = \frac{1}{2} (-7l_a^2 + l_b^2 + (l_a^2 + l_b^2))$$

$$B = l_a^2 + l_b^2 - 2l_b^2 \cos \frac{\pi - \theta_{s_3}}{2} \cos \frac{\pi - \theta_{s_4}}{2} +$$

$$2l_a l_b \cos \theta_{s_2} \sin \theta_{s_1} \sin \frac{\pi - \theta_{s_3}}{2} - 2l_a^2 \sin \theta_{s_1} \sin \theta_{s_2}$$

$$C = 2l_a l_b \cos \theta_{s_2} \sin \theta_{s_1} \sin \frac{\pi - \theta_{s_4}}{2} +$$

$$2l_b^2 \sin \theta_{s_1} \sin \frac{\pi - \theta_{s_3}}{2} \sin \theta_{s_2} \sin \frac{\pi - \theta_{s_4}}{2}$$

$$D = 2 \cos \theta_{s_1} \left(l_a l_b \sin \theta_{s_2} \left(\sin \frac{\pi - \theta_{s_3}}{2} + \sin \frac{\pi - \theta_{s_4}}{2} \right) + \cos \theta_{s_2} \left(l_a^2 - l_b^2 \sin \frac{\pi - \theta_{s_3}}{2} \sin \frac{\pi - \theta_{s_4}}{2} \right) \right)$$

下式为坐标系 $O_3 X_3 Y_3 Z_3$ 下 T_{p1} 点距离约束方程,经化简得到:

$$T_{p1} = \begin{bmatrix} l_c \sin \theta_{T_1} \cos \alpha - l_d \cos \theta_{T_1} \sin \frac{\pi - \theta_{T_3}}{2} \cos \alpha \\ l_d \cos \frac{\pi - \theta_{T_3}}{2} \cos \alpha \\ l_c \cos \theta_{T_1} + l_d \sin \theta_{T_1} \sin \frac{\pi - \theta_{T_3}}{2} \cos \alpha \end{bmatrix} \quad (58)$$

$$l_c \cos \theta_{T_1} + l_d \sin \theta_{T_1} \sin \frac{\pi - \theta_{T_3}}{2} \cos \alpha = l_c \cos \alpha \quad (59)$$

$$l_c (\cos \theta_{T_1} - 1) + l_d \sin \theta_{T_1} \sin \frac{\pi - \theta_{T_3}}{2} = 0 \quad (60)$$

同理,正方形:

$$l_a (\cos \theta_{T_1} - 1) + l_a \sin \theta_{T_1} \sin \frac{\pi - \theta_{T_3}}{2} = 0 \quad (61)$$

同理,矩形:

$$l_a (\cos \theta_{T_1} - 1) + l_b \sin \theta_{T_1} \sin \frac{\pi - \theta_{T_3}}{2} = 0 \quad (62)$$

基础圆柱坐标系下点 E_{p2} 和点 S_{p1} 坐标一致,由式(2)和式(10)可得约束方程式:

$$l_d \cos \alpha \cos \frac{\pi - \theta_{s_3}}{2} / \sin \frac{\pi}{n} - t_b - t_a \cos \theta_{E_2} = 0 \quad (63)$$

$$l_s + l_c \cos \alpha \cos \theta_{s_1} + l_d \cos \alpha \sin \frac{\pi - \theta_{s_3}}{2} \sin \theta_{s_1} - l_E - t_a \sin \theta_{E_2} = 0 \quad (64)$$

类似由式(9)和式(11)可得点 E_{p3} 与点 S_{p2} 之间约束方程式:

$$r_s + l_c \cos \alpha \sin \theta_{s_1} - l_d \cos \frac{\pi - \theta_{E_1}}{2} \cos \alpha / \sin \frac{\pi}{n} = 0 \quad (65)$$

$$l_s + l_c \cos \alpha \cos \theta_{s_1} = l_E + t_a \sin \theta_{E_2} - l_d \sin \frac{\pi - \theta_{E_1}}{2} \cos \theta_{E_2} \cos \alpha \quad (66)$$

由于在圆柱坐标系下 E_{p2} 与 E_{p3} 的高度差等于 S_{p1} 与 S_{p2} 的高度差,所以约束方程(64)和式(66)等价,保留式(64)作为约束条件。

同理,正方形:

$$l_a \cos \frac{\pi - \theta_{s_3}}{2} / \sin \frac{\pi}{n} - t_b - t_a \cos \theta_{s_2} = 0 \quad (67)$$

$$l_s + l_a \cos \theta_{s_1} + l_a \sin \frac{\pi - \theta_{s_3}}{2} \sin \theta_{s_1} - l_E - t_a \sin \theta_{E_2} = 0 \quad (68)$$

$$r_s + l_a \sin \theta_{s_1} - l_a \cos \frac{\pi - \theta_{E_1}}{2} / \sin \frac{\pi}{n} = 0 \quad (69)$$

同理,矩形:

$$l_b \cos \frac{\pi - \theta_{s_3}}{2} / \sin \frac{\pi}{n} - t_b - t_a \cos \theta_{s_2} = 0 \quad (70)$$

$$l_s + l_a \cos \theta_{s_1} + l_b \sin \frac{\pi - \theta_{s_3}}{2} \sin \theta_{s_1} - l_E - t_a \sin \theta_{E_2} = 0 \quad (71)$$

$$r_s + l_a \sin \theta_{s_1} - l_b \cos \frac{\pi - \theta_{E_1}}{2} / \sin \frac{\pi}{n} = 0 \quad (72)$$

由式(14)和式(26)可得点 S_{p5} 与点 T_{p2} 之间约束方程式。

$$l_d \cos \alpha \cos \frac{\pi - \theta_{s_4}}{2} / \sin \frac{\pi}{n} - r_T - l_c \cos \alpha \sin \theta_{T_1} = 0 \quad (73)$$

$$l_s - l_c \cos \alpha \cos \theta_{s_2} - l_d \cos \alpha \sin \theta_{s_2} \sin \frac{\pi - \theta_{s_4}}{2} =$$

$$l_c \cos \alpha \cos \theta_{T_1} \quad (74)$$

类似由式(13)和式(25)可得点 S_{p4} 与点 T_{p1} 之间约束方程式。

$$l_d \cos \alpha \cos \frac{\pi - \theta_{T_3}}{2} / \sin \frac{\pi}{n} = r_s + l_c \sin \theta_{s_2} \cos \alpha \quad (75)$$

$$l_s - l_c \cos \alpha \cos \theta_{s_2} =$$

$$l_c \cos \alpha \cos \theta_{T_1} + l_d \cos \alpha \sin \frac{\pi - \theta_{T_3}}{2} \sin \theta_{T_1} \quad (76)$$

同理,正方形:

$$l_a \cos \frac{\pi - \theta_{s_3}}{2} / \sin \frac{\pi}{n} - t_b - t_a \cos \theta_{E_2} = 0 \quad (77)$$

$$l_s + l_a \cos \theta_{s_1} + l_a \sin \frac{\pi - \theta_{s_3}}{2} \sin \theta_{s_1} - l_E - t_a \sin \theta_{E_2} = 0 \quad (78)$$

$$r_s + l_a \sin \theta_{s_1} - l_a \cos \frac{\pi - \theta_{E_1}}{2} / \sin \frac{\pi}{n} = 0 \quad (79)$$

同理,矩形:

$$l_b \cos \frac{\pi - \theta_{s_3}}{2} / \sin \frac{\pi}{n} - t_b - t_a \cos \theta_{E_2} = 0 \quad (80)$$

$$l_s + l_a \cos \theta_{s_1} + l_b \sin \frac{\pi - \theta_{s_3}}{2} \sin \theta_{s_1} - l_E - t_a \sin \theta_{E_2} = 0 \quad (81)$$

$$r_s + l_a \sin \theta_{s_1} - l_b \cos \frac{\pi - \theta_{E_1}}{2} / \sin \frac{\pi}{n} = 0 \quad (82)$$

同理约束方程式(74)与式(76)等价,保留式(74)作为约束方程。

2 水弹轮结构运动学分析

$m, n, \alpha, t_a, t_b, l_a, l_b, l_c, l_d$ 均为常量,14个变量($\theta_{E1}, \theta_{E2}, l_E, \theta_{s1}, \theta_{s2}, \theta_{s3}, \theta_{s4}, l_s, r_s, \theta_{T1}, \theta_{T2}, \theta_{T3}, \theta_{T4}, r_T$)对应14个约束方程(式(36)、式(37)、式(40)、式(41)、式(55)、式(59)、式(63)、式(64)、式(65)、式(66)、式(73)、式(74)、式(75)、式(76)),当常量给定时可求得唯一解,若无解则代表常量取值需要调整,经1stOpt软件迭代求解可求出最优解为 $m = 3, n = 9, \alpha = 18^\circ, t_a = 5 \text{ mm}, t_b = 11.5 \text{ mm}, l_a = 13.5 \text{ mm}, l_b = 13.5 \text{ mm}, l_c = 13.5 \text{ mm}, l_d = 13.5 \text{ mm}$ 。

角 θ_{E2} 折展过程中的变化趋势如图6所示,水弹轮在刚性折展的影响下,从初始I阶段到II再从II非刚性折展到状态III。角 θ_{E2} 的变化区间为 $0.15 \sim 1.34 \text{ rad}$,半径 r_T 变化区间为 $7.5 \sim 37 \text{ mm}$,变

化趋势与水弹轮式结构折展运动基本一致。

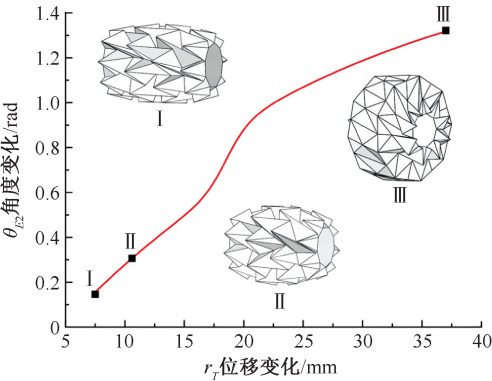


图 6 角 θ_{E2} 折展过程中变化趋势

Fig. 6 Variation trend of angle θ_{E2} during folding process

角 θ_{E1} 折展过程中的变化趋势如图 7 所示,角 θ_{E1} 的变化区间为 1.06~1.56 rad,半径 r_T 变化区间为 7.5~37 mm,当 r_T 为 19.85 mm 时,二面角 θ_{E1} 达到 1.56 rad 为最大角。随后由于轮撑地层基本单元 l_a 发生倾斜,二面角 θ_{E1} 开始变小,最终当半径 r_T 为 37 mm 即折展完成时,二面角 θ_{E1} 为 1.38 rad。

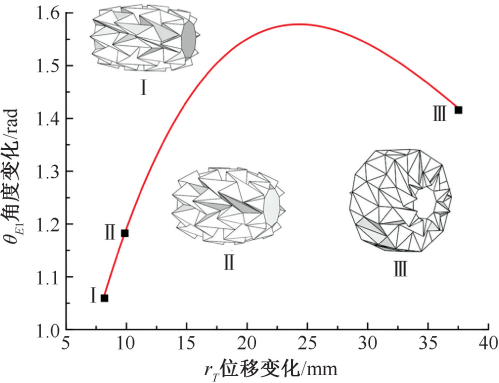


图 7 角 θ_{E1} 折展过程中变化趋势

Fig. 7 Variation trend of angle θ_{E1} during folding process

角 θ_{S1} 的折展过程中的变化趋势如图 8 所示。当半径 r_T 处于变化过程中,从初始的 7.5 mm 开始,随着某种内在机制或外在因素的作用,半径不断增大时,角 θ_{S1} 也相应地发生着显著的变化。角 θ_{S1} 从初始的 1.24 rad 开始,呈现出逐渐减小的态势,随着半径的不断增大,角的值持续降低,最终当半径达到 37 mm 时,角减小到了 0.19 rad。

角 θ_{S3} 的折展过程中的变化趋势如图 9 所示。在整个变化过程中,角 θ_{S3} 的变化区间被明确界定在 0.7~1.07 rad 之间,而半径 r_T 的变化区间则是从 7.5 mm 延伸至 37 mm。当半径 r_T 从初始的 7.5 mm

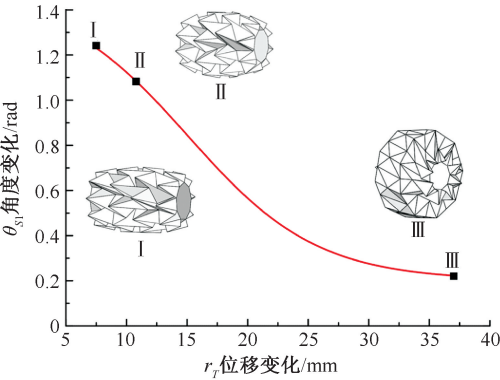


图 8 角 θ_{S1} 折展过程中变化趋势

Fig. 8 Change trend of the folding process of angle θ_{S1}

开始逐渐增大,在其达到 18.16 mm 的这个阶段,二面角 θ_{S3} 呈现出独特的变化态势,即达到最大值 1.07 rad。由于轮撑地层基本单元 l_a ,也就是折痕 $S_{P1}S_{P5}$ 发生了倾斜。这一细微但关键的变化导致二面角的变化趋势发生转折。随后二面角 θ_{S3} 开始逐渐变小。随着半径继续增大,直至最终半径 r_T 达到 37 mm,也就是折展完成时,二面角 θ_{S3} 减小到 0.7 rad。

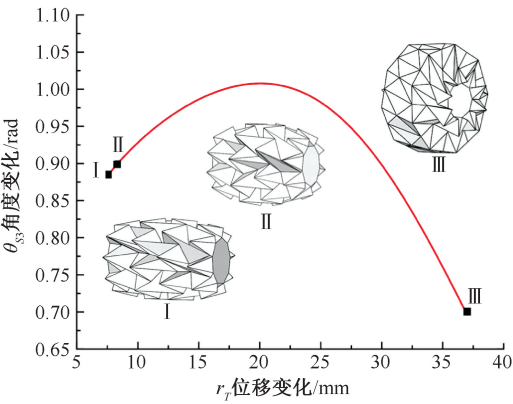


图 9 角 θ_{S3} 折展过程中变化趋势

Fig. 9 Variation trend of angle θ_{S3} during folding process

角 θ_{S4} 折展过程中的变化趋势如图 10 所示。当半径 r_T 从 7.5 mm 达到 37 mm 时角 θ_{S4} 从 1.13 rad 增大到 3.14 rad。

角 θ_{T1} 折展过程中的变化趋势如图 11 所示。当半径 r_T 从初始的 7.5 mm 逐渐增加,最终达到 37 mm 的过程中, θ_{T1} 角呈现出了逐渐减小的态势, θ_{T1} 角从 1.41 rad 稳步减小到了 0 rad。

角 θ_{T3} 折展过程中的变化趋势如图 12 所示。在此过程中,角 θ_{T3} 从 1.1 rad 开始,逐渐增大,最终

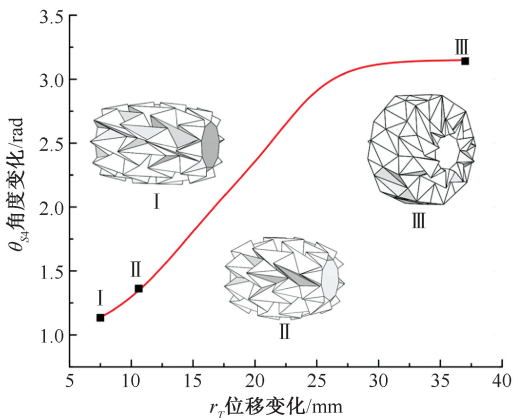


图 10 角 θ_{s4} 折展过程中变化趋势
Fig. 10 Variation trend of angle θ_{s4} during folding process

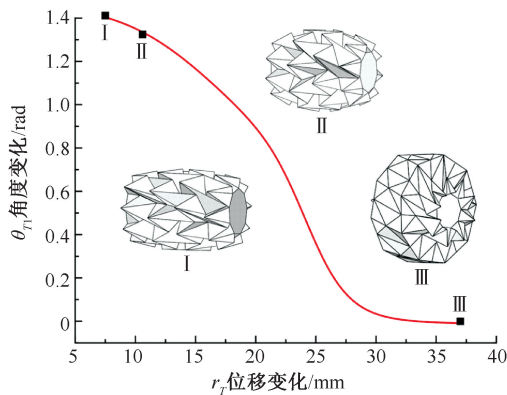


图 11 角 θ_{T1} 折展过程中变化趋势
Fig. 11 Variation trend of angle θ_{T1} during folding process

达到了 2.44 rad。

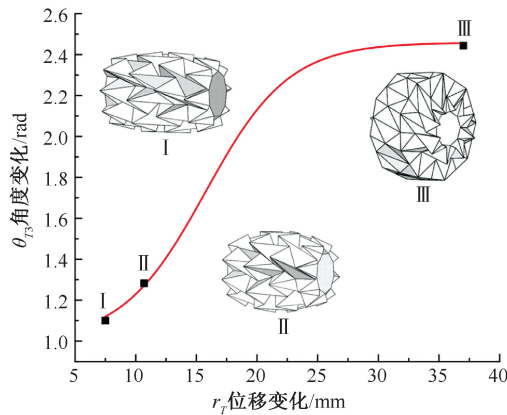


图 12 角 θ_{T3} 折展过程中变化趋势
Fig. 12 Variation trend of Angle θ_{T3} during folding process

轮撑地层半径 r_s 折展过程中变化趋势如图 13 所示。当半径 r_T 从 7.5 mm 达到 37 mm 时半径 r_s

从 6.81 mm 增大到 20.69 mm。

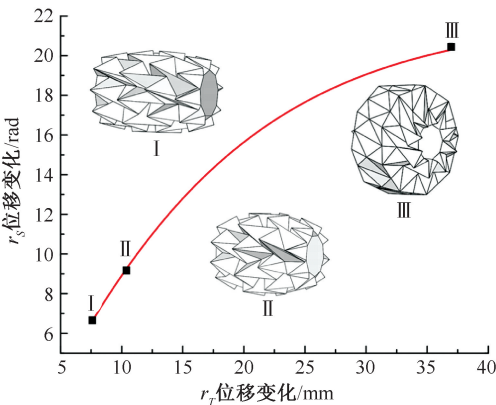


图 13 半径 r_s 折展过程中变化趋势
Fig. 13 Variation trend of radius r_s during folding process

3 水弹轮结构模型与试验测试

采用软硬材料 3D 打印技术来制造水弹轮式结构,这种技术能够在保持精度的前提下提高生产速度,同时减少复杂的装配步骤。其中,黑色部分由类似橡胶的柔性材料构成,而白色部分则使用了刚性树脂材料,两者之间具有优良的粘结性能。3D 打印的正方形、矩形、平行四边形水弹轮式结构如图 14 所示,水弹轮式结构按照 1 : 2 的比例利用 3D 打印技术制成,其模型厚度为 3 mm。

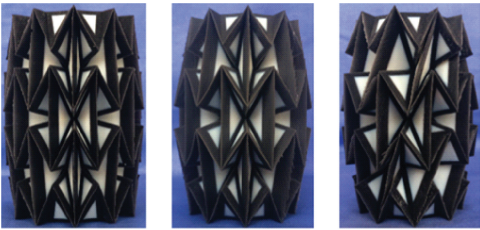


图 14 正方形、矩形、平行四边形水弹轮式结构(3D 打印)
Fig. 14 Square, rectangular, parallelogram water bomb wheel structure (3D printing)

水弹轮式结构是通过 3D 打印技术使用软硬材料进行制造的。这种方法能够在确保高精度的情况下,实现快速成型,并且避免了繁琐的装配步骤。其中,黑色部分采用了类似橡胶的柔性材料,而白色部分则使用了刚性树脂材料,两者之间的粘结性表现良好。

初始配置参数 m 为 3、 n 为 9、 l_a 为 11.5 mm、 l_b 为 11.6 mm、 l_c 为 11.6 mm、 l_d 为 11.5 mm、 t_a 为 4 mm、 t_b 为 10 mm、 α 为 $\pi/10$ 、模型厚度为 3 mm。3D 打印水弹轮式结构试验测得:水弹轮未折展状态

为 61.71 mm, 水弹轮压缩后轮径变大为 124.35 mm, 折展了倍比约为 2.015。

$$d_{\text{MAX}} = 2(t_b + 2l_c \cos \alpha) \quad (83)$$

由式(83)可知:理论上该结构的最大折展直径 d_{MAX} 应为 127.5 mm, 而实际测量结果为 124.35 mm, 误差为 2.5%。误差来源主要包括几个方面:3D 打印部件自身刚性较弱、弹性变形量较大、薄板结构易发生面外变形及厚度引起的折展偏差。实际折展比为 2.02, 可以看出 3D 多材料打印的水弹轮有良好的折展性能。在实际的挤压过程中, 折痕 $S_{p1}S_{p5}$ 及其圆周上的撑地层单元 l_c 会发生倾斜。倾斜过程中, 推动轮撑地层点 S_{p3} 及其圆周上的各点, 从而使轮连接层完全展开。整体表现与运动学分析结果基本一致。

对可折展煤矿救援机器人进行行走和折展试验, 通过串口连接主控板 STM32F103RCT6 和 Keil uVision5 软件, 在 Keil 中打开电机监测窗口, 实时观

察机器人在行走过程中电机的变化状况, 机器人搭载 MPU6050 可实时的将所收集的信息传递给 PC, 通信器波特率设置为 230 400 Baud。

试验结果表明:基于 3D 打印水弹轮式结构的可折展煤矿救援机器人在行走和折展功能上运行稳定, 证明该结构在实际应用场景中具有可行性。

4 结 论

1) 针对现有水弹轮式结构建模基本单元单一的问题, 提出一套适用于正方形、矩形及平行四边形基本单元的水弹折纸结构统一运动学建模方法, 并验证了该理论对不同单元类型所构成轮式结构的普遍适用性。

2) 通过多材料 3D 打印技术制备的水弹折纸轮样机, 拓展性能良好, 实测最大折展直径为 124.35 mm, 与设计值误差为 2.5%, 折展比达到 2.015, 证明设计模型与实物展开过程具有较高一致性。

参 考 文 献

- [1] 林世康, 侯庆文, 关清尹, 等. 基于巡检机器人的吊装作业场景 DPIM 算法[J]. 中国安全科学学报, 2024, 34(7):146-152.
LIN Shikang, HOU Qingwen, GUAN Yuyin, et al. DPIM algorithm for hoisting operation scene based on inspection robot[J]. China Safety Science Journal, 2024, 34(7):146-152.
- [2] 毛庆铎, 陈丽羽, 高天姿. 大安全大应急框架下我国矿山安全生产政策话语变迁[J]. 中国安全科学学报, 2025, 35(6):42-50.
MAO Qingduo, CHEN Liyu, GAO Tianzi. Evolution of policy discourse on mine work safety in China under overall safety and emergency response framework[J]. China Safety Science Journal, 2025, 35(6):42-50.
- [3] LUO Zirong, SHANG Jianzhong, WEI Guowu, et al. A reconfigurable hybrid wheel-track mobile robot based on Watt II six-bar linkage[J]. Mechanism and Machine Theory, 2018, 128:16-32.
- [4] CHEN Shenchang, HUANG Kejun, CHEN Weihsi, et al. Quattroped: a leg — wheel transformable robot[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2013, 19(2):730-742.
- [5] ZHAO Lijuan, SHANG Zuen, LIU Xunan, et al. Analysis and optimization of the drive system of the mobile robot arm in unmanned mining working face[C]. International Conference on Intelligent Robotics and Applications, 2019, 11740:269-281.
- [6] RUS D, TOLLEY T M. Design, fabrication and control of origami robots[J]. Nature Reviews Materials, 2018, 3(6):101-112.
- [7] 杨名远, 马家耀, 李建民, 等. 基于厚板折纸理论的微创手术钳[J]. 机械工程学报, 2018, 54(17):36-45.
YANG Mingyuan, MA Jiayao, LI Jianmin, et al. Thick-panel origami inspired forceps for minimally invasive surgery[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2018, 54(17):36-45.
- [8] CHEN Yan, PENG Rui, YOU Zhong. Origami of thick panels[J]. Science, 2015, 349(6246):396-400.
- [9] 冯慧娟, 杨名远, 姚国强, 等. 折纸机器人[J]. 中国科学:技术科学, 2018, 48(12):1 259-1 274.
FENG Huijuan, YANG Mingyuan, YAO Guoqiang, et al. Origami robots[J]. Science and Technology of China, 2018, 48(12):1 259-1 274.
- [10] CHEN Yan, FENG Huijuan, MA Jiayao, et al. Symmetric waterbomb origami[J]. Proceedings of the Royal Society A:

Mathematical, Physical, and Engineering Sciences, 2016, 472(2190): DOI:10. 1098/RSPA. 2015. 0846.

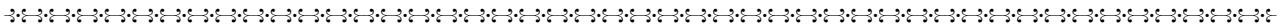
[11] ZHAO Lijuan, SHANG Zuen. Variable origami waterbomb wheel and kinematics analysis[C]. Proceeding of the SAMIO, 2019:93-94.

[12] 尚祖恩, 赵丽娟, 刘雄豪, 等. 煤矿救援机器人可折展水弹轮式结构分析与优化[J]. 中国机械工程, 2021, 32(24):2 924-2 933.

SHANG Zuen, ZHAO Lijuan, LIU Xionghao, et al. Deployable waterbomb wheel structure analysis and optimization of mine rescue robots[J]. China Mechanical Engineering, 2021, 32(24):2 924-2 933.



作者简介： 尚祖恩（1994—）,男,辽宁阜新人,博士,副教授,主要从事煤矿智能装备、冲击地压吸能结构、煤矿救援机器人等方面的研究。E-mail: shangzuen@126.com。



《科技期刊世界影响力指数(WJCI)报告》(2025)发布 《中国安全科学学报》继续入选 Q2 区



2026 年 2 月,《科技期刊世界影响力指数(WJCI)报告》(2025 版)(以下简称《WJCI 报告》)正式发布,《中国安全科学学报》继续入选 Q2 区。

《WJCI 报告》是中国科协系列课题《面向国际的科技期刊影响力综合评价方法研究》等的研究成果,该系列课题旨在建立新的期刊评价系统,探索面向全球的更为科学、全面、合理的期刊影响力评价方法,为世界学术评价融入更多中国观点,中国智慧,推动世界范围内科技期刊的公平评价、同质等效使用。

在《WJCI 报告》(2025 版)中,《中国安全科学学报》入选安全科学技术、灾害及其防治学科,在统计周期内的总被引频次为 4628,影响因子为 1.917, WJCI 为 1.505, WJCI 学科排名为 29/63,位于 Q2 区。