

中文引用格式:雷荣华,侯海良,付晓东.安全约束下空间机器人的全局固定时间紧急控制[J].中国安全科学学报,2025,35(12):103-110.

英文引用格式:LEI Ronghua, HOU Hailiang, FU Xiaodong. Global fixed-time emergency control of space robot under safety constraints[J]. China Safety Science Journal, 2025, 35(12):103-110.

安全约束下空间机器人的全局固定时间紧急控制^{*}

雷荣华¹讲师,侯海良^{2*}教授,付晓东³助理研究员

(1 湖南工商大学 计算机学院,湖南 长沙 410205;2 湘江实验室,
湖南 长沙 410002;3 清华大学 航天航空学院,北京 100084)

中图分类号:X941

文献标志码:A

DOI: 10.16265/j.cnki.issn1003-3033.2025.12.1506

基金项目:湘江实验室重大项目(23XJ01009);教育部人文社科基金资助(24YJCZH127);湖南省社会科学基金资助(23YBQ088)。

【摘要】为解决具有时间约束和输出约束的不确定空间机器人(USR)系统安全约束问题,采用一种二阶滑模全局固定时间紧急控制方法,应用动量守恒定理和拉格朗日法建立USR的动力学模型;为实现安全输出目标,引入障碍Lyapunov函数,将系统误差限定在预设范围;在此基础上,估计系统不确定项的上界,并进一步考虑系统时间约束,借助加幂积分技术构造一种二阶滑模全局固定时间紧急控制器(GFEC)。结果表明:本文方法的控制精度均显著优于未考虑输出约束的终端滑模固定时间控制器,其均方根误差(RMSE)分别降低55.71%和56.45%,且能够确保USR系统的输出被严格限制在预设安全边界内,表明所设计控制方法跟踪性能的优越性。

【关键词】安全约束; 不确定空间机器人(USR); 二阶滑模; 固定时间; 紧急控制; 输出约束

Global fixed-time emergency control of space robot under safety constraints

LEI Ronghua¹, HOU Hailiang², FU Xiaodong³

(1 School of Computer Science, Hunan University of Technology and Business, Changsha Hunan 410205, China; 2 Xiangjiang Laboratory, Changsha Hunan 410200, China;
3 School of Aerospace Engineering, Tsinghua University, Beijing 100084, China)

Abstract: In order to solve the safety constraint problem of uncertain space robot (USR) with time constraints and output constraints, a second-order sliding mode global fixed-time emergency control method was adopted. The dynamic model of the uncertain space robot was established by applying the momentum conservation theorem and Lagrangian method. To achieve the safety output goal, an obstacle Lyapunov function was introduced to limit the system error within the preset range. Based on this, the upper bound of the system's uncertain terms was estimated, and the system's time constraints were further considered. By using the power summation integration technique, a second-order sliding mode global fixed-time emergency controller was constructed. The results show that root-mean-square error (RMSE) of the

* 文章编号:1003-3033(2025)12-0103-08; 收稿日期:2025-08-16; 修稿日期:2025-10-21

** 通信作者:侯海良(1980—),男,湖南岳阳人,博士,教授,主要从事具身智能、应急管理等方面的研究。E-mail: hhlcj1732@126.com。

proposed method is 55.71% and 56.45% lower than that of the terminal sliding mode fixed-time controller without output constraints in Case 1 and Case 2 respectively, and it can ensure that the outputs of the USR system are strictly limited within the preset safety boundary, indicating the superiority of the tracking performance of the designed control method.

Keywords: safety constraint; uncertain space robot (USR); second-order sliding mode; fixed time; emergency control; output constraint

0 引言

空间机器人可辅助宇航员完成高风险出舱任务,包括空间站维护、卫星俘获、空间科学实验等,极大拓展了人们对太空资源的探索范围^[1]。然而,由于操作时间约束和工作环境约束,空间机器人在执行任务时须在有限时间/固定时间内完成任务,且系统输出不能超出预设安全边界,以免损坏自身仪器设备^[2-3]。随着空间任务的复杂化和多样化,解决上述安全约束问题显得愈发急迫。

固定时间控制源于有限时间控制,其误差收敛时间仅由控制器增益决定,而与初始状态无关,近年来,因其具有较高便利性而多应用于非线性系统紧急控制领域。对于一类存在非严格反馈连续时间非线性系统,WANG Huanqing 等^[4]提出了一种自适应事件触发模糊控制器,确保了系统误差在固定时间内收敛至平衡位置的小邻域。对于一类不确定二阶非线性系统,FRIDMAN 等^[5]设计了一种固定时间超螺旋二阶滑模控制方法,保证了系统的固定时间稳定。对于状态不确定的地面机械臂系统,LIU Yang 等^[6]构造了一种自适应固定时间模糊控制策略。上述固定时间控制方法可保证非线性系统的收敛时间独立于系统初始状态,但系统跟踪误差仅能实现全局有限时间收敛,而非速度更快的全局固定时间收敛。因此,这些方法所预估的误差收敛时间远大于实际收敛时间。

另一方面,在实际航天应用场景中,由于工作环境及机体物理约束,出于对操作任务安全性的考虑,空间机器人机械臂的输出轨迹必须被限定在安全范围内。因此,非线性系统的输出受限问题成为研究热点。目前,处理此类问题的方法主要有不变集法和障碍 Lyapunov 函数法。其中,不变集法设计过程繁琐、计算量大,实用性不高^[7]。障碍 Lyapunov 函数法通过对控制器建立惩罚机制,使得当系统输出逼近预设边界时,障碍 Lyapunov 函数将趋于无穷大,从而将系统输出限定在预设安全范围内^[8]。后者由于设计过程简单,逐渐被应用于解决实际非线性

性系统的输出受限问题。对于一类存在输出约束的非线性系统,DING Shihong^[9]和 WANG Kun^[10]等利用障碍 Lyapunov 函数法设计了2种不同类型的有限时间控制器。然而,上述方法仅适用于单输入单输出系统,且跟踪误差无法实现固定时间收敛。

鉴于此,笔者拟针对安全约束下的不确定空间机器人(Uncertain Space Robot,USR)系统,提出一种基于障碍 Lyapunov 函数的二阶滑模全局固定时间紧急控制方法,估计出系统误差收敛时间最小上界,处理多输入多输出系统中的时间与输出双重约束,以期突破现有方法仅限于单输入单输出或单一约束的局限,解决传统固定时间控制中收敛时间过估计问题。

1 面向安全约束的 USR 紧急控制模型与理论基础

1.1 USR 系统建模

在轨服役空间机器人主要由刚性基座 B_0 及匀质臂杆 B_1 和 B_2 组成,空间机器人平面结构如图1所示。其中, XOY 表示惯性坐标系, $X_iO_iY_i(i=0,1,2)$ 表示分体单元 B_i 的局部坐标系; O_{ci} 为分体 B_i 的质心。根据 Lagrange 第2类方法可推导出受扰情境下载体位置不控、姿态受控空间机器人的动力学方程:

$$D(q)\ddot{q} + H(q, \dot{q})\dot{q} = \tau + \Delta(t) \quad (1)$$

式中: $D(q) \in \mathbf{R}^{3 \times 3}$ 为系统正定惯性矩阵; $H(q, \dot{q})\dot{q} \in \mathbf{R}^3$ 为系统离心力、柯氏力向量, $\mathbf{R}$ 为实数集合; $q = [\theta_0, \theta_1, \theta_2]^T$ 为机器人的实际轨迹; θ_0 为载体姿态角, $\theta_j(j=1,2)$ 为机械臂 B_j 的关节角; $\tau = [\tau_0, \tau_1, \tau_2]^T$ 表示系统控制输入, τ_0 为姿态调节力矩, $\tau_j(j=1,2)$ 为机械臂 B_j 的关节控制力矩; $\Delta(t)$ 为包括外部扰动和不确定参数的模型扰动项,由系统固有的物理限制可知 $\|\Delta(t)\| \leq l_g$,其中, l_g 为正常数; $\|\cdot\|$ 为欧几里得范数。

定义轨迹跟踪误差 $e_1 = q - q_d$ 和 $e_2 = \dot{q} - \dot{q}_d$,式(1)可写为:

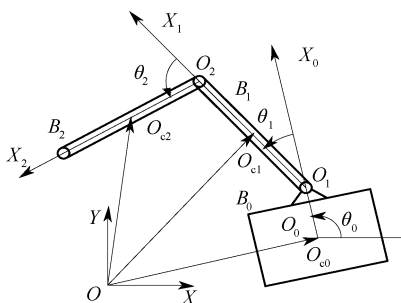


图 1 空间机器人平面结构

Fig.1 Planar structure of space robot

$$\ddot{e}_2 = P(t, q, \dot{q}, \ddot{q}_d) + Q(t, q) \tau \quad (2)$$

式中: t 为时间; $P(t, q, \dot{q}, \ddot{q}_d) = D^{-1}(q)\Delta(t) - D^{-1}(q)H(q, \dot{q})\dot{q} - \ddot{q}_d$; $Q(t, q) = D^{-1}(q)$; $q_d = [\theta_{0d}, \theta_{1d}, \theta_{2d}]^T$ 为系统期望轨迹; $\theta_{id}(i=0,1,2)$ 为实际轨迹 θ_i 所对应的期望轨迹。

1.2 相关定义及引理

为了便于后续控制器设计及稳定性分析,本节给出如下定义及引理:

定义 1 对于如下非线性系统^[8]:

$$\dot{x} = f(t, x), x(0) = x_0 \quad (3)$$

式中: $f(t, x)$ 为定义在 $\Omega \rightarrow R^n$ 的连续函数; $x(t) \in R^n$ 为系统状态, x_0 为系统初始状态。假设 $B \subset R^n$ 为一个包含原点的开集, $V(x(t))$ 为连续可微正定函数。对于 $x(t_0) \in B$ 且 $t_0 > 0$, 如果式(3)的任意解 $x(t)$ 满足: ① $x(t) \rightarrow \partial B, V(x(t)) \rightarrow \infty$; ② 对于所有的 $t \geq t_0$, 存在 $L \geq 0$, 使得 $V(x(t)) \geq V(x(t_0)) = L$ 成立, 且 $V(x(t))$ 被定义为式(3)的障碍 Lyapunov 函数。

引理 1 如果式(3)的解为 Filippov 意义下的根, 且存在连续有界函数 $V(x(t))$, 使得 $V(x(t)) = 0$ 成立, 且式(3)的所有解满足:

$$\dot{V}(x(t)) \leq -(\alpha V^p(x(t)) + \beta V^q(x(t)))^k \quad (4)$$

式中: α, β, p, q 和 k 为正常数, 且满足 $pk < 1$ 和 $qk > 1$ 。则式(3)的系统全局固定时间稳定, 且误差收敛时间满足^[11]:

$$T(x_0) \leq \left(\frac{1}{\alpha^k(1-pk)} + \frac{1}{\beta^k(qk-1)} \right), \forall x_0 \in R \quad (5)$$

引理 2 如果式(3)的系统全局固定时间稳定, 则误差收敛时间的最小上界表示为^[12]:

$$T(x_0) \leq \sup_{x_0 \in R^n} T(x_0) = T_{\max} = \frac{\Gamma(m_p)\Gamma(m_q)}{\alpha^k\Gamma(k)(q-p)} \left(\frac{\alpha}{\beta} \right)^{m_p} \quad (6)$$

其中, $\Gamma(x) = \int_0^{+\infty} \exp(-t)t^{x-1}dt, x \in R^n, m_p =$

$$\frac{1-kp}{q-p} > 0, m_q = \frac{kq-1}{q-p} > 0。$$

引理 3 当 $0 < \omega < 1$ 成立时, 则 $\forall x_i \in R, i = 1, 2, \dots, n$, 有^[13]:

$$(|x_1| + |x_2| + \dots + |x_n|)^\omega \leq |x_1|^\omega + |x_2|^\omega + \dots + |x_n|^\omega \quad (7)$$

1.3 障碍 Lyapunov 函数设计

假设系统跟踪误差 e_{li} 被限定在如下区间:

$$S_1(-\delta, \delta) = \{e_{li} | e_{li} \in R, -\delta < e_{li} < \delta\} \quad (8)$$

式中 $\delta > 0, e_{li}(i=0,1,2)$ 表示 e_i 的第 $i+1$ 个元素。

障碍 Lyapunov 函数设计为:

$$V_{li}(e_{li}) = \frac{2r_1\delta^{\frac{2p-\sigma}{r_1}}}{\pi(2\rho-\sigma)} \tan\left(\frac{\pi |e_{li}|^{\frac{2p-\sigma}{r_1}}}{2\delta^{\frac{2p-\sigma}{r_1}}}\right) \quad (9)$$

其中, $\rho \geq r_1 > 0, \sigma \in [-0.5r_1, 0)$ 。

由 $V_{li}(e_{li})$ 的定义发现, 当跟踪误差接近 $S_1(-\delta, \delta)$ 的边界时, $V_{li}(e_{li})$ 将趋于无穷大。根据正切函数的性质可知: 当 $e_{li} \in S_1(-\delta, \delta), V_{li}(e_{li}) \geq V_{li}(0) = 0$ 。

将 $V_{li}(e_{li})$ 对误差 e_{li} 微分, 可得:

$$\frac{dV_{li}(e_{li})}{de_{li}} = \phi(e_{li}) \operatorname{sig}^{\frac{2p-r_2}{r_1}}(e_{li}) \quad (10)$$

其中, $\phi(e_{li}) = \sec^2(0.5\pi |e_{li}|^{\frac{2p-\sigma}{r_1}} \delta^{-\frac{2p-\sigma}{r_1}}), r_2 = r_1 + \sigma$ 。

2 全局固定时间紧急控制器 (GFEC) 设计

2.1 控制器设计

由于 $P(t, q, \dot{q}, \ddot{q}_d) = D^{-1}(q)\Delta(t) - D^{-1}(q)H(q, \dot{q})\dot{q} - \ddot{q}_d$, 定义 $\bar{P} = \|D^{-1}(q)\|l_g + \|D^{-1}(q)\| \|H(q, \dot{q})\| \|\dot{q}\| + \|\ddot{q}_d\|$, 则有 $\|P(t, q, \dot{q}, \ddot{q}_d)\| \leq \bar{P}$ 。

假定系统跟踪误差 e_{li} 被限定在安全区间 $S_1(-\delta, \delta)$, 并设计如下全局固定时间紧急控制器 (Global Fixed-time Emergency Controller, GFEC)。

$$\begin{cases} \tau = Q^{-1}[u_0, u_1, u_2]^T \\ u_i = -\bar{P} \cdot \operatorname{sign}(\chi_i) - \phi(e_{li}) \cdot \\ [L(e_{li}) \operatorname{sig}^{\frac{r_3}{a}}(\chi_i) + \mu \cdot \operatorname{sig}^{\frac{r_3+2r_2}{a}}(\chi_i)] \end{cases} \quad (11)$$

其中, $\chi_i = \text{sig}^{\frac{a}{r_2}}(e_{2i}) + \tilde{L}^{\frac{a}{r_2}}(e_{1i}) \text{sig}^{\frac{a}{r_1}}(e_{1i})$, a, r_1, ρ , l 和 μ 为正常数, 且满足 $a \geq r_1 > 0, \rho \geq a, r_3 = r_2 + \sigma$, 其他符号表达式为:

$$\begin{cases} \tilde{L}(e_{1i}) = l + \mu |e_{1i}|^{\frac{2r_2}{r_1}} \\ L(e_{1i}) = d_1(l) + d_2(e_{1i}) + d_3(e_{1i}) + \frac{l}{4} \\ \hat{L}(e_{1i}) = \frac{2a}{r_1} \mu \tilde{L}^{\frac{a}{r_2}-1}(e_{1i}) |e_{1i}|^{\frac{2r_2}{r_1}} + \frac{a}{r_1} \tilde{L}^{\frac{a}{r_2}}(e_{1i}) \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} d_1(l) = 2^{1-\frac{r_2}{a}} \frac{r_2}{2\rho} (2^{2-\frac{r_2}{a}} (2\rho - r_2)(\rho l)^{-1})^{\frac{2\rho-r_2}{r_2}} \\ d_2(e_{1i}) = 2^{1-\frac{2r_2}{a}} (2\rho - a + r_1)(2\rho - r_3) \hat{L}(e_{1i})(\rho a)^{-1} \\ (2^{3-\frac{2r_2}{a}} (a - r_1)(2\rho - r_3) \hat{L}(e_{1i})(\rho a l)^{-1})^{\frac{a-r_1}{2\rho-a+r_1}} \\ d_3(e_{1i}) = (2\rho - r_3)(2\rho - a - \sigma) \hat{L}(e_{1i}) \tilde{L}(e_{1i})(2^{\frac{r_2}{a}} \rho a)^{-1} \cdot \\ ((2\rho - r_3)(a + \sigma) \hat{L}(e_{1i}) \tilde{L}(e_{1i})(2^{\frac{r_2}{a-2}} \rho a l)^{-1})^{\frac{a+\sigma}{2\rho-a-\sigma}} \end{cases} \quad (13)$$

2.2 稳定性分析

为分析式(11)所述控制器的稳定性, 给出以下定理:

定理1 如果式(1)所示的USR系统初始跟踪误差 $e_{1i}(0)$ 满足 $e_{1i}(0) \in S_1(-\delta, \delta)$, 设计式(11)所示的固定时间紧急控制器, 则对于 $\forall t > 0, e_{1i} \in S_1(-\delta, \delta)$ 始终成立, 且系统跟踪误差 e_{1i} 在固定时间内抵达平衡点 $e_{1i} = e_{2i} = 0$ 。此外, 误差跟踪全局固定时间收敛, 且误差收敛时间的最小上界 $T_{\max}$ 表达如下:

$$T_{\max} = \frac{(2\rho - \sigma)}{2r_2 \lambda_1} \Gamma\left(-\frac{\sigma}{2r_2}\right) \Gamma\left(\frac{2r_2 + \sigma}{2r_2}\right) \left(\frac{\lambda_1}{\lambda_2}\right)^{-\frac{\sigma}{2r_2}} \quad (14)$$

$$\text{其中, } \lambda_1 = \frac{l}{4} \lambda_0^{-\frac{2\rho}{2\rho-\sigma}}, \lambda_2 = \mu \lambda_0^{-\frac{2\rho+2r_2}{2\rho-\sigma}} 2^{1-\frac{2\rho+2r_2}{2\rho-\sigma}}。$$

定理1的证明过程如下:

1) 设计 Lyapunov 函数。

$$V_1(e_1) = \sum_{i=0}^2 V_1(e_{1i}) = \sum_{i=1}^3 \frac{2r_1 \delta^{\frac{2\rho-\sigma}{r_1}}}{\pi(2\rho - \sigma)} \tan\left(\frac{\pi |e_{1i}|^{\frac{2\rho-\sigma}{r_1}}}{2\delta^{\frac{2\rho-\sigma}{r_1}}}\right) \quad (15)$$

将 $V_1(e_1)$ 对时间 t 求导, 可得:

$$\dot{V}_1(e_1) = \sum_{i=0}^2 \text{sig}^{\frac{2\rho-r_2}{r_1}}(e_{1i}) \phi(e_{1i}) e_{2i}^* + \text{sig}^{\frac{2\rho-r_2}{r_1}}(e_{1i}) \cdot \phi(e_{1i})(e_{2i} - e_{2i}^*) \quad (16)$$

式中 e_{2i}^* 为虚拟控制器, 且表达式如下:

$$e_{2i}^* = -\tilde{L}(e_{1i}) \text{sig}^{\frac{r_2}{a}}(\xi_{1i}) \quad (17)$$

其中, $\xi_{1i} = \text{sig}^{\frac{a}{r_1}}(e_{1i})$ 。

将式(17)代入式(16), 得到:

$$\dot{V}_1(e_1) \leq \sum_{i=0}^2 - (l |\xi_{1i}|^{\frac{2\rho}{a}} + \mu |\xi_{1i}|^{\frac{2\rho+2r_2}{a}}) \phi(e_{1i}) + \text{sig}^{\frac{2\rho-r_2}{a}}(\xi_{1i}) \phi(e_{1i})(e_{2i} - e_{2i}^*) \quad (18)$$

2) 选择 Lyapunov 函数。

$$V_2(e_1, e_2) = V_1(e_1) + E_2(e_1, e_2) \quad (19)$$

$$E_2(e_1, e_2) = \sum_{i=0}^2 E_{2i}(e_{1i}, e_{2i}) =$$

$$\sum_{i=0}^2 \int_{e_{2i}^*}^{e_{2i}} \text{sig}^{\frac{2\rho-r_2-\sigma}{a}}(\text{sig}^{\frac{r_2}{a}}(\kappa) - \text{sig}^{\frac{r_2}{a}}(e_{2i}^*)) d\kappa \quad (20)$$

定义 $\xi_{2i} = \text{sig}^{\frac{a}{r_2}}(e_{2i}) - \text{sig}^{\frac{a}{r_2}}(e_{2i}^*)$, 将 $V_2(e_1, e_2)$ 对时间 t 求导, 可得:

$$\begin{aligned} \dot{V}_2(e_1, e_2) \leq & \sum_{i=0}^2 \left(-l \phi(e_{1i}) |\xi_{1i}|^{\frac{2\rho}{a}} - \mu \phi(e_{1i}) |\xi_{1i}|^{\frac{2\rho+2r_2}{a}} + \right. \\ & \left. \phi(e_{1i}) \text{sig}^{\frac{2\rho-r_2}{a}}(\xi_{1i})(e_{2i} - e_{2i}^*) + \frac{\partial E_{2i}(e_{1i}, e_{2i})}{\partial e_{1i}} \dot{e}_{1i} \right) \\ & + \text{sig}^{\frac{2\rho-r_2-\sigma}{a}}(\xi_2) \cdot (P + Q\tau) \end{aligned} \quad (21)$$

其中, $\text{sig}^{\frac{2\rho-r_2-\sigma}{a}}(\xi_2) = [\text{sig}^{\frac{2\rho-r_2-\sigma}{a}}(\xi_{21}), \text{sig}^{\frac{2\rho-r_2-\sigma}{a}}(\xi_{22}), \text{sig}^{\frac{2\rho-r_2-\sigma}{a}}(\xi_{23})]^T$ 。

根据 ξ_{1i} 和 e_{2i}^* 的定义, 推导 $\xi_{2i} = \text{sig}^{\frac{a}{r_2}}(e_{2i}) - \text{sig}^{\frac{a}{r_2}}(e_{2i}^*) = \text{sig}^{\frac{a}{r_2}}(e_{2i}) - \tilde{L}^{\frac{a}{r_2}}(e_{1i}) \cdot \text{sig}^{\frac{a}{r_1}}(e_{1i})$ 。根据 $L(e_{1i})$ 的定义, 并结合式(21), 得:

$$\dot{V}_2(e_1, e_2) \leq \sum_{i=0}^2 - \frac{l}{4} (|\xi_{1i}|^{\frac{2\rho}{a}} \phi(e_{1i}) + |\xi_{2i}|^{\frac{2\rho+2r_2}{a}}) \quad (22)$$

由 $E_{2i}(e_{1i}, e_{2i}) \leq |e_{2i} - e_{2i}^*| |\xi_{2i}|^{\frac{2\rho-r_2-\sigma}{a}} \leq 2^{1-\frac{r_2}{a}} |\xi_{2i}|^{\frac{2\rho-\sigma}{a}}$, 可知 $V_2(e_1, e_2)$ 可被估计为:

$$V_2(e_1, e_2) \leq \sum_{i=0}^2 \lambda_0 (|\xi_{1i}|^{\frac{2p-\sigma}{a}} \phi(e_{1i}) + |\xi_{2i}|^{\frac{2p-\sigma}{a}}) \quad (23)$$

其中, $\lambda_0 = \max\left\{\frac{r_1}{2p-\sigma}, 2^{1-\frac{r_2}{a}}\right\}$ 。

$\frac{2p}{2p-\sigma} < 1$, 结合引理 3 和式(23), 得到:

$$V_2^{\frac{2p}{2p-\sigma}}(e_1, e_2) \leq \sum_{i=0}^2 \lambda_0^{\frac{2p}{2p-\sigma}} (|\xi_{1i}|^{\frac{2p}{a}} \phi(e_{1i}) + |\xi_{2i}|^{\frac{2p}{a}}) \quad (24)$$

3) 定义参数 $\lambda_1 = \frac{l}{4} \lambda_0^{-\frac{2p}{2p-\sigma}}$ 和 $\lambda_2 = \mu \lambda_0^{-\frac{2p+2r_2}{2p-\sigma}}$ 。

$2^{1-\frac{2p+2r_2}{2p-\sigma}}$, 综合式(22)和式(24), 并应用引理 1 和 2, 得:

$$\dot{V}_2(e_1, e_2) \leq -\lambda_1 V_2^{\frac{2p}{2p-\sigma}}(e_1, e_2) - \lambda_2 V_2^{\frac{2p+2r_2}{2p-\sigma}}(e_1, e_2) \quad (25)$$

其中, $\alpha = \lambda_1 > 0, \beta = \lambda_2 > 0, 0 < p = \frac{2p}{2p-\sigma}$

$< 1, q = \frac{2p+2r_2}{2p-\sigma} < 1, k = 1 > 0, pk < 1, qk > 1, m_p = \frac{1-kp}{q-p} = -\frac{\sigma}{2r_2}, m_q = \frac{kq-1}{q-p} = \frac{2r_2+\sigma}{2r_2}, \Gamma(k) = \Gamma(1) = 1$ 。

因此, 在式(11)所示紧急控制器的作用下, 空间机器人系统跟踪误差 e_{li} 可在固定时间内收敛, 且根据引理 2 可知: 误差收敛时间的最小上界为式(14)。

由于 $V_2(e_1, e_2)$ 是一个非增函数, 根据式(15)和式(22)可知: 对于 $\forall (e_{1i}, e_{2i}) \in S_1(-\delta, \delta)$, 以下不等式均成立。

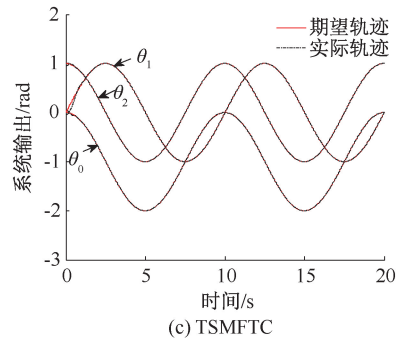
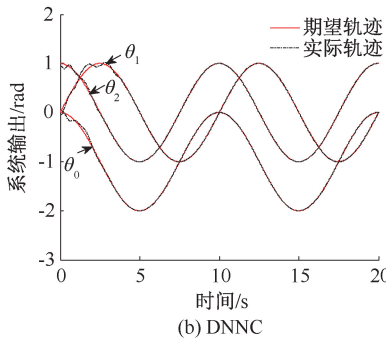
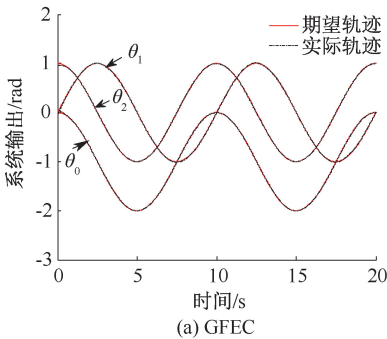


图 2 轨迹跟踪曲线

Fig. 2 Trajectory tracking curves

由图 2 可知: 3 种算法均可保证空间机器人对期望轨迹的跟踪控制。然而, 只有 GFEC 算法可将系统输出限定在预设安全区间 $S_1(-0.07, 0.07)$; 由于 DNNC 和 TSMFTC 算法不具备输出约束功能, 空间机器人跟

$$\frac{\pi |e_{1i}|^{\frac{2p-\sigma}{r_1}}}{2\delta^{\frac{2p-\sigma}{r_1}}} \leq \arctan\left(\frac{\pi(2p-\sigma)}{2r_1\delta^{\frac{2p-\sigma}{r_1}}} V_{2i}(e_{1i}(0), e_{2i}(0))\right) < \frac{\pi}{2} \quad (26)$$

综上可知: 系统跟踪误差 e_{li} 始终被限定在预设安全区间 $S_1(-\delta, \delta)$ 。至此, 定理 1 证毕。

3 安全约束下紧急控制闭环仿真校验

为验证式(11)所示 GFEC 的有效性, 数值仿真式(1)所述的空间机器人系统。空间机器人系统的物理参数见文献[3], 选取文献[3]和文献[14]分别提出的分散神经网络控制器 (Decentralized Neural Network Controller, DNNC) 和终端滑模固定时间控制器 (Terminal Sliding Mode Fixed-time Controller, TSMFTC) 作为对比方法。GFEC 方法的控制参数为: $p = 1.8, a = 1.2, r_1 = 1.2, \sigma = -0.45, \mu = 1, l = 1.2, l_g = 0.005$ 。系统期望轨迹设定为 $q_d(t) = [\cos(0.2\pi t) - 1, \sin(0.2\pi t) \cos(0.2\pi t)]^T \text{rad}$, 模型扰动项为 $\Delta(t) = 0.005/\sqrt{3} [\sin(3/8\pi t), \cos(4/7\pi t), \sin(7/5\pi t)]^T \text{N} \cdot \text{m}$ 。根据 2 种不同初始状态及安全边界设计 2 个算例, 数值仿真上述 3 种算法。

1) 算例 1。空间机器人系统初始状态为 $q(0) = [0.05, -0.05, 0.95]^T \text{rad}$, 初始误差为 $e_1(0) = [0.05, -0.05, -0.05]^T \text{rad}$, 安全区间设置为 $S_1(-0.07, 0.07)$ 。空间机器人轨迹跟踪曲线如图 2 所示, 跟踪误差曲线如图 3 所示, 控制输入曲线如图 4 所示。

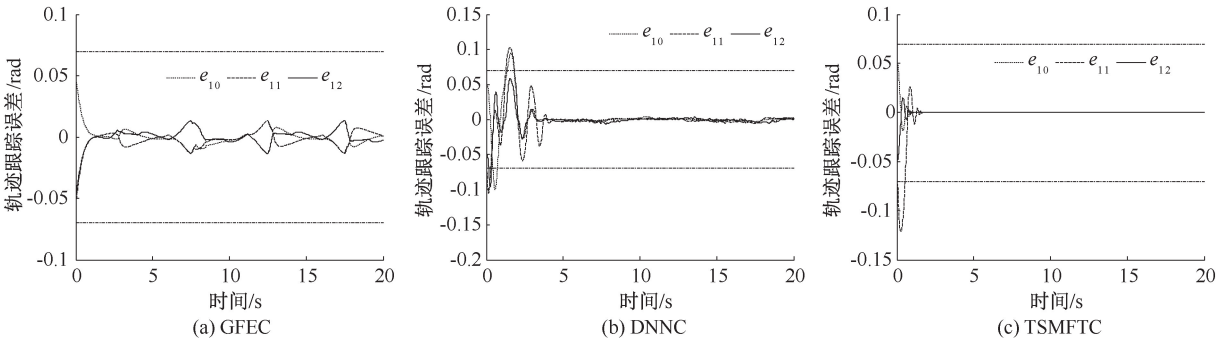


图3 跟踪误差曲线

Fig.3 Tracking error curves

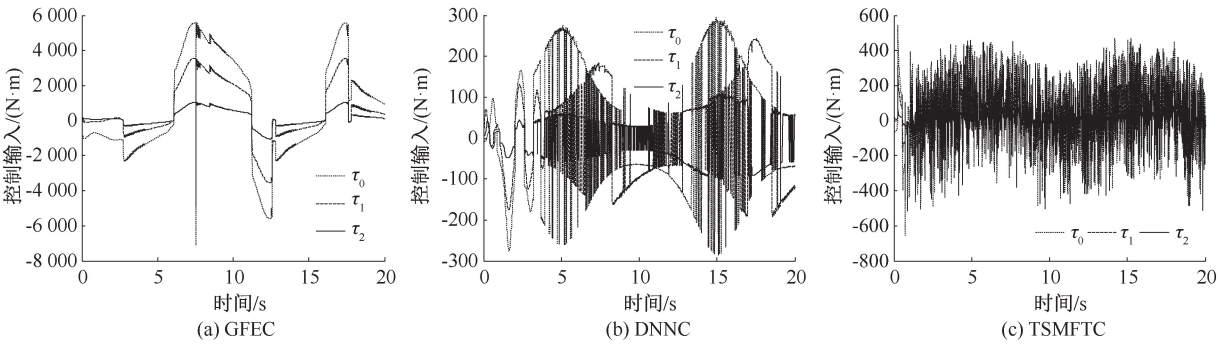


图4 控制输入曲线

Fig.4 Control input curves

踪误差 e_{li} 会超出预设安全区间(图3)。由图4可知:GFEC 算法的控制力矩比2种对比算法的控制力矩更大,这是因为该算法需要更大的控制输入以同时克服系统的时间约束和输出约束;进一步观察可知:GFEC 算法力矩抖振频率明显低于对比方法,这是由于该方法采用了二阶滑模控制策略,系统的实际控制力矩更为平滑。

2) 算例2。空间机器人系统初始状态为 $\boldsymbol{q}(0)=[0.1,-0.1,1.1]^T\text{rad}$,初始误差增至 $\boldsymbol{e}_l(0)=[0.1,-0.1,0.1]^T\text{rad}$,安全区间设置为 $S_2=(-0.12,0.12)$ 。系统轨迹跟踪曲线如图5所示,跟踪误差

曲线如图6所示,控制输入曲线如图7所示。不同初始状态下3种控制方法的均方根误差(Root Mean Square Error, RMSE)见表1。

表1 控制方法的 RMSE

Table 1 RMSEs of control methods		
控制方法	RMSE(算例1)	RMSE(算例2)
GFEC	$5.047\ 1\times10^{-5}$	$1.358\ 3\times10^{-4}$
DNNC	$3.825\ 8\times10^{-4}$	$3.655\ 4\times10^{-4}$
TSMFTC	$1.139\ 6\times10^{-4}$	$3.118\ 6\times10^{-4}$

由图5可知:当系统初始误差增大时,3种算法仍可实现空间机器人对期望轨迹的跟踪控制。图6

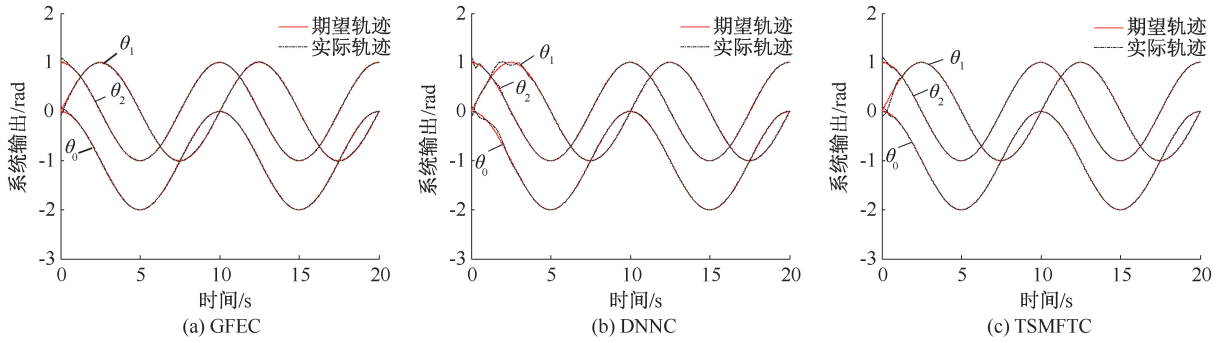


图5 轨迹跟踪曲线

Fig.5 Trajectory tracking curves

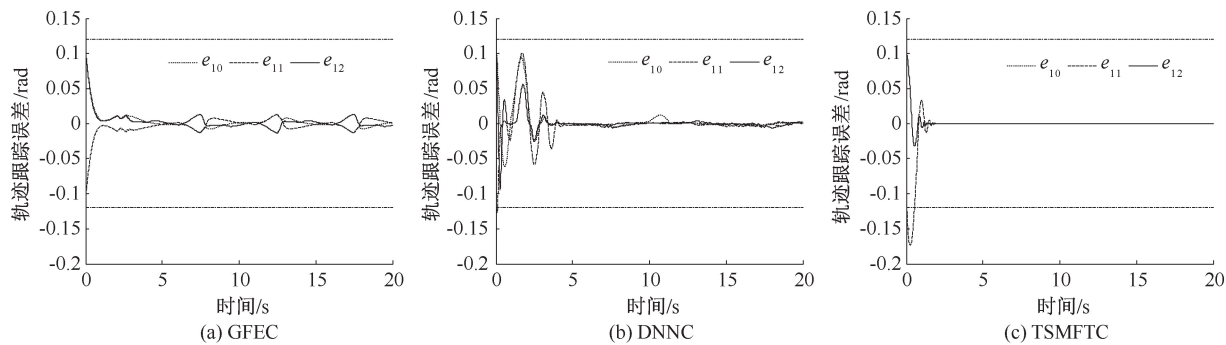


图 6 跟踪误差曲线

Fig. 6 Tracking error curves

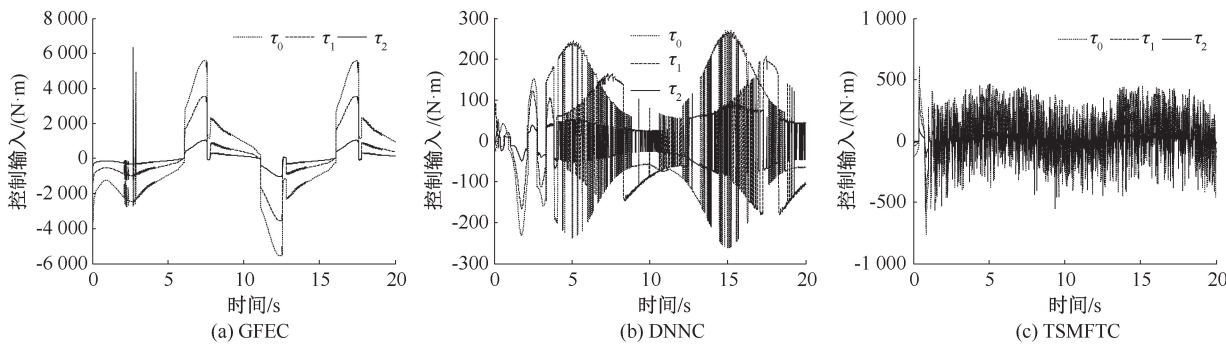


图 7 控制输入曲线

Fig. 7 Control input curves

表明:仅有文中所提 GFEC 方法可将空间机器人系统输出限定在预设安全范围 $S_2 = (-0.12, 0.12)$, 其原因在算例 1 中已说明。由图 7 可知:当系统初始误差增大时,3 种算法所需的控制力矩会随之增大,尽管所提 GFEC 方法的控制力矩最大,但其抖振仍旧远小于对比方法,其原因与算例 1 相同。由表 1 可知:在 2 种算例中,GFEC 方法均具有最小的 RMSE 值,该方法在算例 1 和算例 2 中相对于 TSMFTC 方法的精度分别提高 55.71% 和 56.45%,证明该方法跟踪性能的优越性。

4 结 论

1) 所提出的基于障碍 Lyapunov 函数的二阶滑

模全局固定时间紧急控制方法,能够确保 USR 系统的输出被严格限制在预设安全边界内,为实现高风险航天任务的安全运行提供核心保障。

2) 通过严格的 Lyapunov 稳定性分析,证明该控制器能实现安全约束下 USR 系统的全局固定时间稳定。仿真结果表明:在 2 种算例中,所设计方法均具有最小的 RMSE 且可实现输出约束,证实了该方法的有效性。

3) 文中方法可为受严格操作时限与复杂环境约束的空间在轨服务提供一种高可靠控制解决方案,具有明确的工程应用价值;未来通过将对称输出约束推广至非对称情形或将工作场景由二维扩展至三维,可进一步提升该策略的适应范围与实用性能。

参 考 文 献

[1] GRESHKO M. Panel calls for giant boost to space station research[J]. Science, 2023, 381(6663): 250–251.
[2] 周成, 张相炎, 居里锴. 机械安全风险预警监测要素确定方法[J]. 中国安全科学学报, 2023, 33(2): 132–139.
ZHOU Cheng, ZHANG Xiangyan, JULI Kai. Determination method of early warning monitoring elements for mechanical safety risks[J]. China Safety Science Journal, 2023, 33(2): 132–139.
[3] 雷荣华, 陈力. 空间机器人基于比例因子识别的自校正反馈神经网络容错算法设计[J]. 控制与决策, 2020, 35(8): 1 833–1 840.

LEI Ronghua, CHEN Li. Scaling factor identification based self-tuned feedback neural network fault-tolerant algorithm design for space robot[J]. Control and Decision, 2020, 35(8): 1 833–1 840.

[4] WANG Huanqing, XU Ke, QIU Jianbin. Event-triggered adaptive fuzzy fixed-time tracking control for a class of nonstrict-feedback nonlinear systems [J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Regular Papers, 2021, 68(7): 3 058–3 068.

[5] CRUZ-ZAVALA E, MORENO J, FRIDMAN L. Uniform sliding mode controllers and uniform sliding surfaces[J]. IMA Journal of Mathematical Control and Information, 2012, 29(4): 491–505.

[6] LIU Yang, ZHANG Huaguang, WANG Yingchun, et al. Fixed-time cooperative control for robotic manipulators with motion constraints using unified transformation function[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2021, 31(14): 6 826–6 844.

[7] HU Shenglin, LIANG Hongjing, XUE Hong. Finite-time adaptive fault-tolerant control for output-constrained interconnected systems with unknown control coefficients [J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2022, 33(3): 1 493–1 512.

[8] CHEN Chihchiang, SUN Zongyao. A unified approach to finite-time stabilization of high-order nonlinear systems with an asymmetric output constraint[J]. Automatica, 2020, 111(1): DOI:10.1016/j.automatica.2019.108581.

[9] DING Shihong, PARK J H, CHEN Chihchiang. Second-order sliding mode controller design with output constraint[J]. Automatica, 2020, 112(1): 1–8.

[10] WANG Kun, LIU Xiaoping, JING Yuanwei. Adaptive finite-time command filtered controller design for nonlinear systems with output constraints and input nonlinearities[J]. IEEE Transactions on Neural Networks and Learning Systems, 2022, 33(11): 6 893–6 904.

[11] IERVOLINO R, TRENN S, VASCA F. Asymptotic stability of piecewise affine systems with Filippov solutions via discontinuous piecewise Lyapunov functions[J]. IEEE Transactions on Automatic Control, 2021, 66(4): 1 513–1 528.

[12] RODRIGO A L, DAVID G G, ESTEBAN J R, et al. Enhancing the settling time estimation of a class of fixed-time stable systems[J]. International Journal of Robust and Nonlinear Control, 2019, 29(12): 4 135–4 148.

[13] YUAN Jiahao, DING Shihong, MEI Keqi. Fixed-time SOSM controller design with output constraint[J]. Nonlinear Dynamics, 2020, 102(3): 1 567–1 583.

[14] 田野,蔡远利,邓逸凡. 一种快速收敛的固定时间非奇异终端滑模控制方法[J]. 中国惯性技术学报, 2020, 28(5): 677–685.

TIAN Ye, CAI Yuanli, DENG Yifan. A fast-nonsingular terminal sliding mode control method with fixed-time stability guarantees[J]. Journal of Chinese Inertial Technology, 2020, 28(5): 677–685.

作者简介：雷荣华（1990—），男，湖南郴州人，博士，讲师，主要从事机器人智能控制、无人机应急调度等方面的研究。E-mail: leironh@163.com。

