

中文引用格式:王岩韬,张忞闻,时统宇. 面向TBO的四维航迹过点控制方法[J]. 中国安全科学学报,2025,35(3):60-68.

英文引用格式:WANG Yantao,ZHANG Tianwen,SHI Tongyu. Four-dimensional trajectory point control method for TBO[J]. China Safety Science Journal,2025,35(3):60-68.

面向TBO的四维航迹过点控制方法*

王岩韬 教授,张忞闻,时统宇** 讲师

(中国民航大学空中交通管理学院,天津300300)

中图分类号:X949;V355

文献标志码:A

DOI: 10.16265/j.cnki.issn1003-3033.2025.03.0649

基金项目:国家自然科学基金资助(U1933103);中央高校基本科研业务费专项项目(3122019130)。

【摘要】 为满足基于航迹运行(TBO)未来运行模式需求,提高空中交通安全与效率,获得可执行的多点控制四维航迹结果,首先,分别建立大气环境模型、航空器质点平动模型和航空器性能模型,构建四维航迹基础动力学模型;然后,采用Simulink搭建四维航迹仿真模型,验证基础动力学模型的可执行性;其次,以参考航迹为目标,构建最优控制理论框架的四维航迹过点控制模型,采用Radau伪谱法,将航迹过点控制问题转化为非线性规划问题(NLP);最后,对比分析历史航班快速存取记录器(QAR)数据。结果表明:仿真结果中的速度和质量与QAR记录的偏差为0,经纬度、高度的误差中值分别为 0.00011° 、 0.0012° 、19.24 m,均满足安全间隔要求;计算航迹在选定关键点的位置、时间、航向角等关键参数偏差为0,在65 min航段中可实现严格控制过点13个。

【关键词】 基于航迹运行(TBO); 四维航迹; 过点控制; 动力学; 快速存取记录器(QAR); 航空器

Four-dimensional trajectory point control method for TBO

WANG Yantao, ZHANG Tianwen, SHI Tongyu

(College of Air Traffic Management, Civil Aviation University of China, Tianjin 300300, China)

Abstract: To meet the requirements of the future Trajectory-Based Operation (TBO) mode, improve air traffic safety and efficiency, and obtain executable four-dimensional (4D) trajectory results with multi-point control, this study first established a fundamental 4D trajectory dynamics model by integrating atmospheric environment modeling, aircraft point-mass motion modeling, and performance modeling. Subsequently, a 4D trajectory simulation framework was developed using Simulink to validate the executability of the fundamental dynamics model. Following this, an optimal control-based 4D trajectory waypoint control model was constructed with reference trajectories as optimization targets, where the waypoint control problem was transformed into a nonlinear programming problem through the Radau pseudospectral method. Finally, comparative analyses were conducted using historical flight data from QAR. Results demonstrate that the simulated velocity and mass parameters exhibit zero deviation from QAR records, while median errors in longitude, latitude, and altitude are 0.00011° , 0.0012° , and 19.24 m, respectively, all satisfying safety separation requirements. Critical parameters including

* 文章编号:1003-3033(2025)03-0060-09; 收稿日期:2024-10-30; 修稿日期:2024-12-27

** 通信作者:时统宇(1988—),男,河北张家口人,博士,讲师,主要从事民航运行风险管控方面的研究。E-mail:tyshi@cauc.edu.cn。

position, time, and heading angle at selected waypoints showed zero deviation. Notably, strict control of 13 waypoints is achieved within a 65-minute flight segment.

Keywords: trajectory based operation(TBO); four-dimensional trajectory; crossing-point control; dynamics; quick access recorder(QAR); aircraft

0 引言

现阶段,航空运输管理普遍依托预先规划的航路分区监管模式,由专职人员承担指定空域内飞行器的实时指挥调度职责。然而,在交通流密集区域,这种方式难以实现航班流的全局战略安排,从而增加航空安全风险。为提升空中交通安全与效率,国际民航组织提出基于航迹运行(Trajectory Based Operation, TBO)新方式,该方式得到欧美与中国民航的一致认同^[1]。TBO 基于飞行计划,空管、航空公司和航空器之间共享航迹动态信息,构建基于四维航迹实时预测与关键节点精准时序调控的精细化运行体系,有效提升空域运行安全水平与交通流量效率。因此,结合精确控制过点时间和四维航迹生成,生成具有可执行性和过点控制需求的四维航迹,具有重要的现实意义。

DAL 等^[2]计算四维航迹,考虑多方利益,但仅包含高度平稳性的动力学约束。李善梅^[3]、王岩韬^[4]等在飞机改航路径规划的研究中,采用的算法对动力学约束性不高,规划后的航迹难以保证可执行性。陈雨童等^[5]离散化空域栅格,运用可视图法和 Dijkstra 算法,实现二维航迹的快速规划。杨磊等^[6]优化的四维航迹模型仅包含加速度和速度约束,缺少高度等其他状态变量和控制变量。张思远等^[7]未考虑动力学约束,快速规划出的飞行路径无法保证符合飞机性能限制。魏志强等^[8]提出一种多参数组合优化方法,建立基于飞行剖面的四维航迹模型,并通过基于精英保留的遗传算法计算,但仅考虑了高度和速度剖面,忽略了位置、航向角等参数限制。现有采用非最优控制类算法求解四维航迹的研究,在航空器动力学约束方面定义不完整,面对复杂动力学约束时的求解效果难以保证。即使得到近似最优解,与真实解的偏离程度也无法估计。

SEENIVASAN 等^[9]建立航空器航迹规划模型,加入空域约束,采用混合最优控制求解。AHMED 等^[10]改进动态规划方法优化了四维航迹,较好地保证了生成航迹的精度,但由于状态量和控制量维数过大,导致维数灾难,求解时间过长。常哲宁等^[11]采用最优控制理论框架,通过调整起飞时间

来调配航迹冲突,但无法控制关键航路点的过点时间。许家欣等^[12]采用高斯伪谱法,利用机场的垂直导航功能,实现了基于垂直导航和最优控制理论的垂直剖面生成及优化,得到的四维航迹能较好地满足动力学约束,但也仅控制了爬升顶点。采用最优控制类算法求解四维航迹的现有成果已实现对一个关键点的控制,但是对整个飞行过程的关键控制点数量和控制精度不足,难以满足 TBO 精准管控需求。

鉴于此,笔者拟构建具有完整约束的四维航迹基础动力学模型,通过 Simulink 生成仿真航迹,并以真实航班数据为参考航迹,验证模型的可执行性,进而提出基于多阶段最优控制的四维航迹过点控制方法,选取若干关键点来评估过点控制的数量和精度,以期在 TBO 场景下获得可执行的多点控制四维航迹结果,提高空中交通安全和效率。

1 四维航迹基础动力学模型

1.1 国际标准大气模型

确保与真实飞行条件一致,基于飞机数据库(Based of Aircraft Data, BADA) 3.7^[13]的标准大气模型,计算大气物理参数随高度的变化:

$$W_e = \begin{cases} W_0 + \beta \cdot h & h \leq h_t \\ W_t & h > h_t \end{cases} \quad (1)$$

$$p = \begin{cases} p_0 \left(\frac{W_e}{W_0} \right)^{-\frac{g}{\beta \cdot R}} & h \leq h_t \\ p_0 \left(\frac{W_e}{W_0} \right)^{-\frac{g}{\beta \cdot R}} \cdot \exp \left[-\frac{g}{R \cdot W_t} (h - h_t) \right] & h > h_t \end{cases} \quad (2)$$

$$\rho = \frac{p}{R \cdot W_e} \quad (3)$$

式中: W_e 为大气温度, K; W_0 为平均海平面标准大气温度,取值为 288.15 K; β 为对流层顶以下温度变化梯度,取值为 -0.006 5 K/m; h 为实际的飞行高度, m; h_t 为对流层顶高度,取值为 11 000 m; 对流层顶之上的恒定温度参数 W_t 设定为 216.65 K; p 为特定海拔高度的大气压力值, kPa; p_0 作为基准海平面气压常数,其标准量值确定为 101.325 kPa; g 为重力

加速度,取值为 9.8 m/s^2 ; R 为空气气体常数,取值为 $287.052 \text{ 87 m}^2/(\text{K} \cdot \text{s}^2)$; ρ 为大气密度, kg/m^3 。

1.2 航空器质点平动模型

全能量模型作为航迹生成的主要模型基础,从物理学角度出发,以质点为简化模型代替航空器分析受力及能量:

$$(T - D) \cdot v = mg \cdot \frac{dh}{dt} + mv \cdot \frac{dv}{dt} \quad (4)$$

式中: T 为发动机推力, N ; D 为航空器行过程中的气动阻力, N ; v 为真实空速, m/s ; m 为飞行器质量, kg ; t 为定义为时间, s 。

四维航迹以航迹控制为主,更加关注其位置信息。根据点质量模型,设定所有扭矩作用于飞机重心,简化飞机运动为3个平动自由度,自由度的演变可通过时间微分方程来描述。

质点平动运动学方程为:

$$\begin{cases} \dot{x} = \frac{dx}{dt} = v \cos \gamma \sin \chi + v_{wx} \\ \dot{y} = \frac{dy}{dt} = v \cos \gamma \cos \chi + v_{wy} \\ \dot{h} = \frac{dh}{dt} = v \sin \gamma \end{cases} \quad (5)$$

质点平动动力学方程为:

$$\begin{cases} \dot{v} = \frac{dv}{dt} = \frac{T - D}{m} - g \sin \gamma \\ \dot{\chi} = \frac{d\chi}{dt} = \frac{g \tan \varphi}{v} \\ \dot{m} = \frac{dm}{dt} = -F \end{cases} \quad (6)$$

式中: x 、 y 分别为航空器的经度、纬度, ($^\circ$); h 为高度, m ; χ 、 γ 、 φ 分别为航向倾角、航迹倾角、航空器坡度, ($^\circ$); F 为燃油流量, kg/s ; v_{wx} 、 v_{wy} 分别为飞行时受到风的正东分量和正北分量, m/s 。

1.3 航空器性能模型

飞机性能由速度、高度和推力等参数界定,描述飞机质心运动规律。在各个飞行阶段,航空器的可用推力是最大爬升推力的修正值。配备涡扇发动机的飞机在全发情况下的最大爬升推力计算如下:

$$T_{mc} = C_{TC,1} \cdot \left(1 - \frac{h_p}{C_{TC,1}} + C_{TC,3} \cdot h_p^2 \right) \cdot (1 - C_{TC,5} \cdot \Delta W_f) \quad (7)$$

式中: T_{mc} 为最大爬升推力, N ; h_p 为气压高度, m ; $C_{TC,i}$ ($i=1,2,3,5$) 为推力参数; ΔW_f 为有效大气标准温度偏差。

航空器所受阻力的的大小计算如下:

$$D = \frac{S}{2} C_D \rho v^2 \quad (8)$$

式中: S 为基准翼面参数; C_D 为气动阻力系数,常规运行工况下, C_D 可表征升力系数 C_L 的函数关系,其数学表达式如下:

$$C_L = \frac{2mg \cos \gamma}{\rho v^2 S \cos \varphi} \quad (9)$$

$$C_D = C_{D0} + C_{D2} + C_L^2 \quad (10)$$

式中: C_{D0} 为寄生阻力系数; C_{D2} 为诱导阻力系数。

燃油流率模型预测航空器空中燃油消耗,非巡航阶段和非慢车阶段计算如下:

$$\begin{cases} \eta = C_{f1} \left(1 + \frac{v}{C_{f2}} \right) \\ F = \eta \cdot T \end{cases} \quad (11)$$

式中: η 为单位推进力燃料消耗率; C_{f1} 为基础推进力燃料消耗参数; C_{f2} 为次级推进力燃料消耗参数。 C_{f1} 和 C_{f2} 取值可依据实际航空器型号在 BADA 获取。

巡航阶段燃油流率计算如下:

$$F_{cr} = \eta \cdot T \cdot C_{fr} \quad (12)$$

式中 C_{fr} 为巡航飞行阶段燃油流量消耗系数,其数值可通过具体机型关联至 BADA 性能数据库进行查询获取。

2 四维航迹仿真模型框架

图1展示了四维飞行轨迹模拟架构,基于飞行器动力学基础与初始运行参数,整合既定航行方案及实时气象参数,采用迭代计算流程实现轨迹精确生成。然后,以航班实际运行数据为参考航迹,将各变量数据代入四维航迹仿真模型,可视为以参考航迹为过点控制目标,分析实际航迹与仿真航迹中各状态变量的误差。

四维航迹仿真推演需要输入航空器的基础信息。途中根据航空器的实时状态和航路点信息,获取各个航段的飞行意图。确定飞行意图后,计算所需的控制量输入,具体步骤如图2所示。例如:将推力计算转换为加速度求解,即转化为利用不同飞行高度对应的可行爬升或下降率 (Rate of Climb or Descent, ROCD) 求解,在航路点 i_n 到 i_{n+1} 中 $\text{ROCD}_{i_n, i_{n+1}}$ 、 v_{i_n} 确定后,即可推算出航段 $i_n \rightarrow i_{n+1}$ 的航空器加速度,并就式(4)联立推导出该航段航空器的推力 $T_{i_n, i_{n+1}}$ 。

采用四阶 Runge-kutta 法数值积分推算下一时

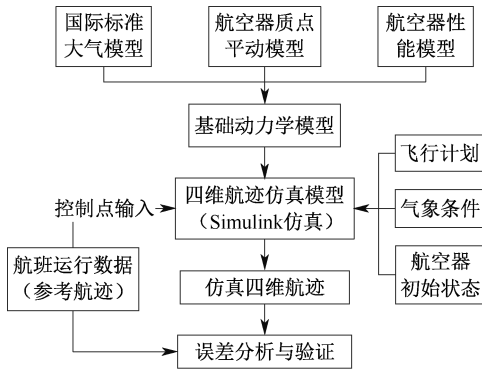


图 1 四维航迹仿真模型框架

Fig. 1 Framework of the four-dimensional trajectory simulation model

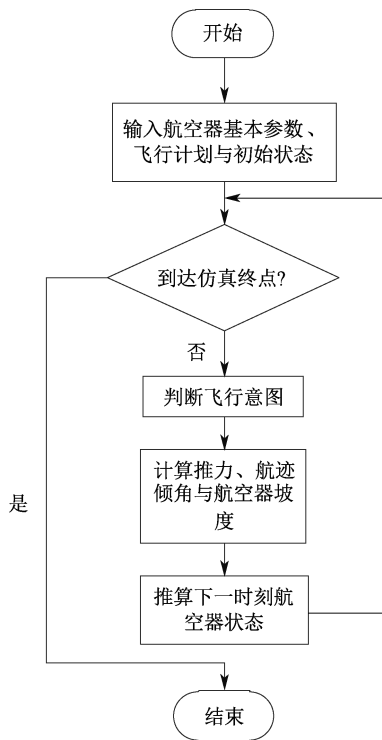


图 2 四维航迹仿真推演计算过程

Fig. 2 Four-Dimensional trajectory simulation deduction calculation process

刻状态:

$$x_{k+1} = x_k + \Delta t(v_k \cos \gamma_k \sin \chi_k + v_{wx_k}) \quad (13)$$

$$y_{k+1} = y_k + \Delta t(v_k \cos \gamma_k \cos \chi_k + v_{wy_k}) \quad (14)$$

$$h_{k+1} = h_k + \Delta t(v_k \sin \gamma_k) \quad (15)$$

$$v_{k+1} = v_k + \Delta t \left(\frac{T_k - D_k}{m_k} - g \sin \gamma_k \right) \quad (16)$$

$$\chi_{k+1} = \chi_k + \Delta t \left(\frac{g \tan \phi_k}{v_k} \right) \quad (17)$$

$$m_{k+1} = m_k + \Delta t(-FF_k) \quad (18)$$

式中 k 为离散处理航迹的配置点。

3 四维航迹过点控制方法

3.1 四维航迹过点控制模型

四维航迹过点控制模型是以 Bolza 型最优控制理论为基础,旨在实现系统状态从一个状态转移至另一状态过程中的性能函数最小,其数学表达式可表述为:

$$\min J = \phi[X(t_0), t_0, X(t_f), t_f] + \int_{t_0}^{t_f} G(X(t), U(t), t)$$

$$\text{s. t. } \dot{X} = f[X(t), U(t), t]$$

$$Z[X(t), U(t), t] \leq 0$$

$$\delta[X(t_0), t_0, X(t_f), t_f] = 0 \quad (19)$$

式中: J 为性能指标; ϕ 为 Mayer 型性能指标; G 为 Lagrange 型性能指标; t_0 为控制阶段起始时间节点,对应飞行器离地升空瞬间; t_f 为控制阶段终止时间节点,对应飞行器着陆触地时刻; f 为描述系统动态的函数向量; δ 为初始和终端约束函数向量; Z 为路径约束向量。

将推力、航迹倾角和航空器坡度 T, γ, ϕ 作为控制输入,控制变量 $U(t) = [T, \gamma, \phi]$; 状态变量 $X(t) = [x, y, h, v, \chi, m]$ 。

3.1.1 模型适用条件

模型生成的航迹能够严格满足:①终端区的进离场程序限制;②兼顾管制员、飞行员对航空器的干预。只有在整流罩丢失或襟缝翼放出不对称等构型不正常条件下,计算误差会增大。

3.1.2 约束条件

1) 状态方程约束。系统状态演化通过微分方程组表征,式(5)、式(6)分别为运动学与动力学关系式,其中, $[T, \gamma, \phi]$ 向量是模型的控制向量, $[x, y, h, v, \chi, m]$ 是模型的状态向量,二者均随时间参数 t 呈现函数关系。

2) 终端约束。终端约束限制系统初始时刻和终端时刻的状态。

①速度状态约束。航空器在起始时刻和终端时刻的速度设为失速速度 v_s 的 1.3 倍,即:

$$v(t_0) = v(t_f) = 1.3v_s \quad (20)$$

②距离状态约束。在控制过程起始时刻,航空器经纬度分别为初始值 x_0 和 y_0 ,在控制过程终端时刻,航空器经纬度分别为 x_f 和 y_f ,即:

$$x(t_0) = x_0, x(t_f) = x_f \quad (21)$$

$$y(t_0) = y_0, x(t_f) = y_f \quad (22)$$

③高度状态约束。航空器在控制阶段初始与终止时间节点对应的高度基准值设定 0 m,即:

$$h(t_0) = h(t_f) = 0 \quad (23)$$

④质量状态约束。规定飞行器在控制阶段初始时刻的质量参数确定为起飞质量值,即:

$$m(t_0) = m_{t_0} \quad (24)$$

⑤航向角状态约束。设定航空器在控制过程起始时刻航向角为 χ_0 ,终端时刻为 χ_f ,即:

$$\chi(t_0) = \chi_0, \chi(t_f) = \chi_f \quad (25)$$

3) 控制约束。约束航空器控制向量取值范围。

$$T < T_{\max}(h(t_0)) \quad (26)$$

$$\gamma_{\min} < \gamma < \gamma_{\max} \quad (27)$$

$$\varphi_{\min} < \varphi < \varphi_{\max} \quad (28)$$

式(26)表示航班途中航空器所处高度的实际推力必须小于规定的最大推力;式(27)、式(28)表示航空器的航迹倾角和坡度必须处于限定数值之间。

3.2 非线性问题转化

基于 Radau 伪谱法的求解策略,将连续系统状态与控制参量在勒让德-高斯-拉道(Legendre-Gauss-Radau, LGR)配置点实施离散化处理。借助拉格朗日插值多项式对状态量及控制量进行函数逼近,实现微分方程运算向代数方程组的转换,最终将最优控制问题转化为以节点处的状态、控制变量为待优化参量的非线性规划问题(Nonlinear Programming Problem, NLP)。具体实现过程包含以下步骤:

1) 时域变换。最优控制问题的时间区间 $t \in [t_0, t_f]$,将其转换到满足 Legendre 正交多项式的定义区间 τ ,其中, $\tau \in [-1, 1]$,并划分为 K 个子区间,映射变换为:

$$\tau = \frac{2t - (t_k + t_{k-1})}{t_k - t_{k-1}} \quad (t_{k-1} < t_k) \quad (29)$$

$$\frac{d\tau}{dt} = \frac{2}{t_k - t_{k-1}} \quad (k = 1, 2, \dots, K) \quad (30)$$

2) 控制变量和状态变量离散化。Radau 伪谱法配点为 LGR 点,假设第 k 个网格内有 $N_k + 1$ 个 LGR 点,即 $\{\tau_1^{(k)}, \tau_2^{(k)}, \dots, \tau_{N_k}^{(k)}\}$ 。将状态和控制变量在配点处离散,形成 $N_k + 1$ 个离散状态变量 $\{X_1^{(k)}, X_2^{(k)}, \dots, X_{N_k}^{(k)}\}$ 和 $N_k + 1$ 个离散控制变量 $\{U_1^{(k)}, U_2^{(k)}, \dots, U_{N_k}^{(k)}\}$ 。

利用 Lagrange 插值多项式对第 k 个网格中的状态变量 $x^{(k)}(\tau)$ 逼近:

$$x^{(k)}(\tau) \approx \sum_{j=1}^{N_k+1} X^{(k)}(\tau_j) L^{(k)}(\tau) \quad (31)$$

$$L^{(k)}(\tau) = \prod_{\substack{l=1 \\ l \neq j}}^{N_k+1} \frac{\tau - \tau_l^{(k)}}{\tau_j^{(k)} - \tau_l^{(k)}} \quad (32)$$

式中: $\tau \in [-1, 1]$; $L_j^{(k)}(\tau)$ 为 N_k 阶的拉格朗日插值基函数。

利用 Lagrange 插值多项式对第 k 个网格中的控制变量 $u^{(k)}(\tau)$ 逼近:

$$\begin{cases} u^{(k)}(\tau) \approx \sum_{j=1}^{N_k+1} U^k(\tau_j) \hat{L}_j^{(k)}(\tau) \\ \hat{L}_j^{(k)}(\tau) = \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{N_k+1} \frac{\tau - \tau_i^{(k)}}{\tau_j^{(k)} - \tau_i^{(k)}} \end{cases} \quad (33)$$

式中: $k = 1, 2, \dots, K - 1$; $\tau \in [\tau_1^{(k)}, \tau_{N_k+1}^{(k)}]$ 。由于控制终端时刻 t_f 未进行配置,因此,采用 $N_k - 1$ 阶 Lagrange 插值多项式控制计算。

$$\begin{cases} u^{(k)}(\tau) \approx \sum_{j=1}^{N_k} U^{(k)}(\tau_j) \hat{L}_j^{(k)}(\tau) \\ \hat{L}_j^{(k)}(\tau) = \prod_{\substack{i=1 \\ i \neq j}}^{N_k} \frac{\tau - \tau_i^{(k)}}{\tau_j^{(k)} - \tau_i^{(k)}} \end{cases} \quad (34)$$

其中, $k = K$; $\tau \in [\tau_1^{(k)}, \tau_{N_k+1}^{(k)}]$ 。

3) 约束条件离散化。采用插值多项式表征状态参量后,系统微分方程可近似转化为插值基函数导数的线性组合形式,即对式(31)中 $x^{(k)}(\tau)$ 求导:

$$\frac{dx^{(k)}(\tau)}{d\tau} = \dot{x}^{(k)}(\tau) \approx \sum_{j=1}^{N_k+1} x^{(k)}(\tau_j) \dot{L}_j^{(k)}(\tau) \quad (35)$$

将式(35)与式(19)联立,并在各配点处离散化处理:

$$\sum_{j=1}^{N_k+1} X^{(k)}(\tau_j^{(k)}) D_{ij}^{(k)} - \frac{t_k - t_{k-1}}{2} f(X^{(k)}, U^{(k)}, \tau_i^{(k)}, t_{k-1}, t_k) = 0 \quad (36)$$

其中, $D_{ij}^{(k)} = \dot{L}_j^{(k)}(\tau_i^{(k)})$; $i = 1, 2, \dots, N_k$; $j = 1, 2, \dots, N_k + 1$ 。

针对网格端点边界条件与路径不等式约束的离散化处理,采用配置点离散策略:

$$\begin{cases} \Phi(x^{(k)}(-1), t_{(k-1)}, x^{(k)}(+1), t_k) = 0 \\ \mathbf{Z}(x^{(k)}(\tau), u^{(k)}(\tau), \tau_i^{(k)}; t_{k-1}, t_k) \leq 0 \end{cases} \quad (37)$$

为确保选择的网格点是连续的,需要满足:

$$x^{(k)}(+1) = x^{(k+1)}(-1) \quad (38)$$

4) 性能指标离散化。通过数值积分近似方法实现离散化处理,具体数学表述为:

$$J \approx \Phi(x_1^{(1)}, t_0, X_{k+1}^{(K)}, t_k) \quad (39)$$

基于前述推导过程,连续最优控制问题被重构

为 NLP 问题,其标准数学模型表述如下:

$$\begin{cases} \min F(x) \\ \text{s. t.} \\ f_i(x) \leq 0 \quad (i = 1, 2, \dots, p) \\ g_j(x) \leq 0 \quad (j = 1, 2, \dots, q) \end{cases} \quad (40)$$

使用非线性规划求解器广义伪谱最优控制软件第二代 (General Pseudospectral Optimal Control Software-II, GPOPS-II)^[14], 利用其中的稀疏非线性优化器 (Sparse Nonlinear Optimizer, SNOPT)^[15] 软件包求解 NLP, 从而获得四维过点控制轨迹。

4 四维航迹仿真实例验证

4.1 验证实例描述

在四维轨迹建模过程中,起降场站的地面滑行参数不纳入计算范畴,其功能属性被抽象为与航路节点具有相同拓扑特征的网络结构单元。选取 2023 年某日北京时间 9:52 从海口起飞至汉中的某 5311 航班,执飞机型为 A320-232,其性能参数见表 1。根据快速存取记录器 (Quick Access Recorder, QAR) 数据,设置飞行总时间为 3 900 s,离地速度为 82 m/s,起飞质量为 73 500 kg,天气状况无异常,但 QAR 数据显示在航班运行过程的第 260 s,发动机突发异常,该航班返航至起飞机场。

表 1 空客 A320 性能参数

Table 1 Performance parameters of airbus A320

性能参数	数值
机翼面积/m ²	122.6
C_{D0}	0.028 465
C_{D2}	0.04
C_{f1}	0.786 84
C_{f2}	6 870.8
C_{fr}	1.014

4.2 可执行性验证

4.2.1 仿真航迹时序分段

选用 QAR 数据绘制参考航迹。需要说明的是,由于译码错位、采集误差以及含有周期性的数据缺失,QAR 记录参数与飞行实际位置存在误差,因此,仿真航迹与参考航迹之间会产生累计误差。对此,采用时间序列分割方式,首先将整个飞行过程划分成多个航段,并选取上一航段实际航迹的终点状态作为下一航段仿真航迹的初始状态,然后每个航段作一次航迹修正,直至完成全过程航迹仿真。以 150、300、600 s 作为时间序列为例,采用绝对误差作为航迹分析指标。选取 150 s 时,能够较好地降低航迹的误差,但是后续过点控制时可用的航迹调整

时间偏少。选取 600 s 时,将经纬度最大误差达到 11 km,高度的误差超过 300 m,超出了空中交通纵向、侧向和垂直安全间隔标准,说明时序间隔过大。设置每段时序为 300 s,经过大量的 QAR 样本验证,经度、纬度产生的绝对误差低于 3.5 和 3 km,高度的绝对误差低于 185 m。

4.2.2 仿真航迹误差分析

某 5311 航班仿真航迹与 QAR 参考航迹状态参数对比如图 3 所示。从图 3 可以看出,四维航迹仿真模型能准确地仿真经纬度、高度、速度、航线角和质量各状态变量的全过程变化,各状态变量的变化趋势与 QAR 数据趋势完全吻合。

仿真航迹数据与参考航迹数据在各个状态变量的误差概率分布,如图 4 所示。速度和质量的误差是 0 的概率值为 1,说明可实现精准仿真。经纬度等其余状态变量的误差概率分布结果服从正态分布。其中,经度方向的误差中值为 0.000 11°,误差分布的标准差为 0.012 8°,最大误差为 0.057 2°。纬度方向的误差中值为 0.001 2°,误差分布的标准差为 0.012 5°,最大误差为 0.049 5°。计算出航迹位置误差最大值为 8.174 km,对应航路阶段经度方向的误差约为 6.354 km,纬度方向的误差约为 5.143 km,均满足国际民航组织尾流间隔要求,也满足《民用航空空中交通管理规则》^[16] 中雷达水平间隔 10 km 的规定。飞行高度的误差中值为 19.24 m,误差分布的标准差为 43.02 m,最大误差为 182 m,同样低于文献[16]中高度层 300 m 的规定。航向角的误差中值为 1.19°,误差分布的标准差为 4.6°,最大误差为 17.5°。上述结果表明:各个状态变量的误差分布相对集中,且稳定在可接受的范围内,仿真航迹具有较高的精确度,验证了所得的四维航迹具有较好的可执行性。某 5311 航班仿真航迹与 QAR 参考航迹的三维航迹对比如图 5 所示。

根据 QAR 显示,航班飞行中出现发动机故障,最终选择返航。由图 4 和图 5 可知:只要有对应控制变量输入,即使飞机出现特殊情况,所建立的四维航迹模型仍然能准确地计算出执行航迹。

4.3 航迹多点控制验证

以 300 s 为间隔,将整个飞行过程分成 13 个航段,每个航段终端位置定义为一个关键点 (Way Point, WP),要求飞机严格按照预设的过点时间和过点状态到达关键点。其中,过点控制航迹与 QAR 参考航迹对比如图 6 所示。四维航迹控制过点结果见表 2。

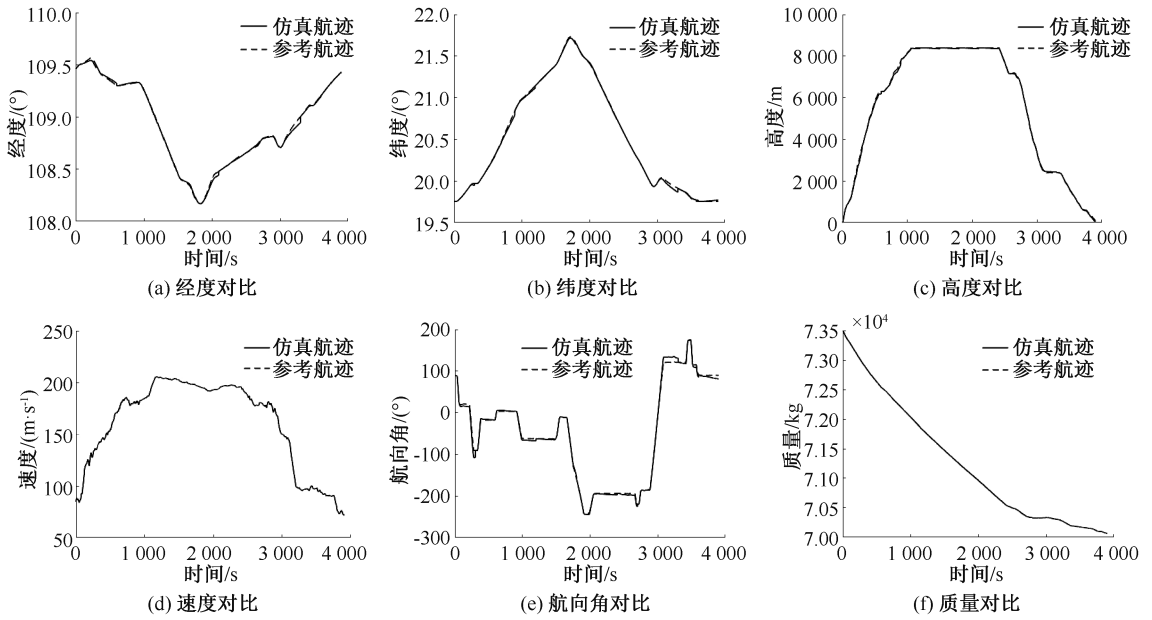


图3 仿真数据与实际数据对比

Fig. 3 Comparison between simulation data actual data

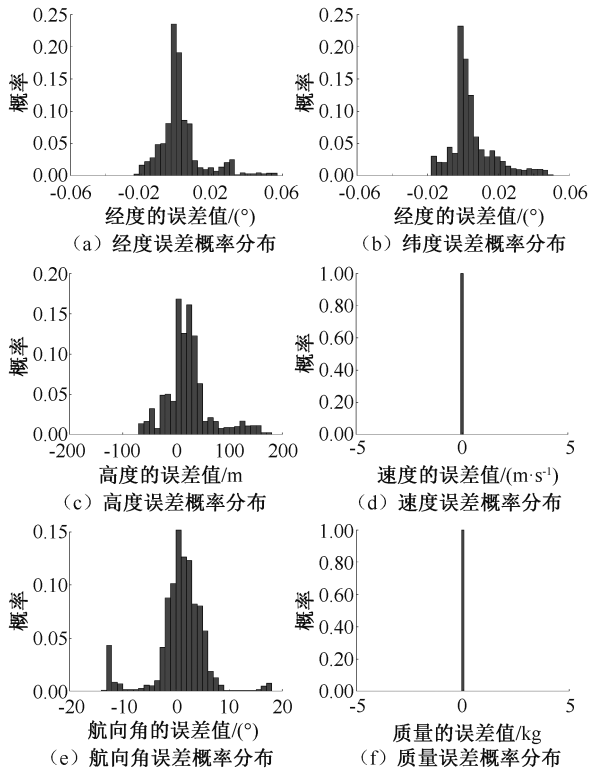


图4 仿真数据中各个状态变量的误差概率分布

Fig. 4 Distribution of error for each state variable in simulation data

向角等关键参数与预设目标的差值为0。

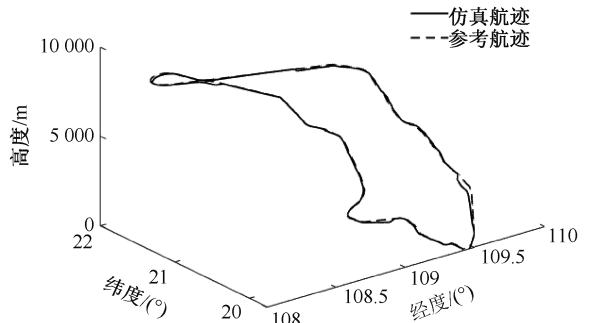


图5 仿真航迹与实际航迹对比

Fig. 5 Simulated trajectory and actual trajectory

表2 四维航迹控制过点结果

Table 2 Four-dimensional over-waypoint control results

状态量及绝对误差	WP1	WP2	WP3	...	WP12	WP13
经度/(°)	109.5/0	109.3/0	109.3/0	...	109.2/0	109.4/0
纬度/(°)	19.9/0	20.3/0	20.8/0	...	19.7/0	19.7/0
高度/m	3 641/0	6302/0	7763/0	...	1087/0	92/0
速度/(m·s ⁻¹)	135/0	170/0	182/0	...	91/0	71/0
航向角/(°)	-89/0	-11/0	3/0	...	92/0	89/0

由图6和表2可知:

- 1) 13个仿真航段中,经纬度、高度、速度等6个状态变量的变化趋势与QAR记录高度一致。
- 2) 13个关键控制点的过点时间、过点高度、航

- 3) 该航班因发动机异常最终返航,飞行时间仅65 min,经四维航迹过点优化控制后,节约燃油约130 kg。

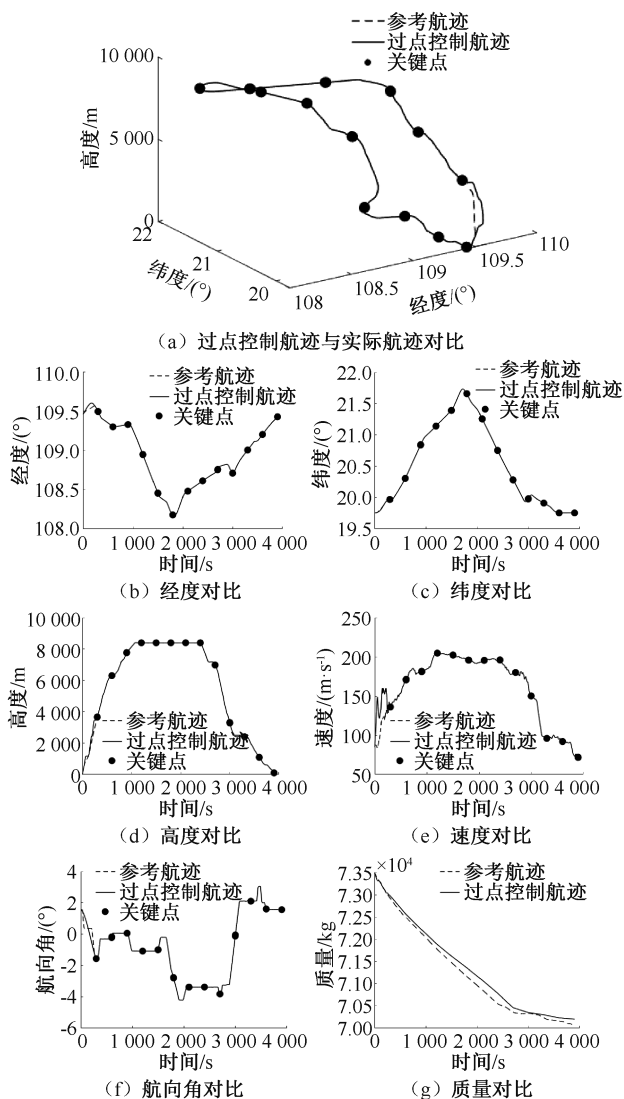


图6 过点控制数据与实际数据对比

Fig. 6 Comparison between over-waypoint control data and actual data

5 结论

1) 仿真航迹结果中,速度和质量与 QAR 记录的偏差为 0,经纬度、高度的误差中值分别为 $0.000\ 11^\circ$ 、 $0.001\ 2^\circ$ 、 $19.24\ \text{m}$,均满足安全间隔要求。航向角等状态变量的误差分布稳定在可接受的范围内,说明仿真航迹合理,具有可执行性。

2) 四维航迹过点控制方法可实现多点控制,间隔 $300\ \text{s}$ 设置 1 个关键点,并且过点时间、过点高度、航向角等关键参数与预设目标的差值为 0,能够严格控制关键参数,同时降低燃油消耗。

3) 提出的四维航迹生成与过点控制方案具有较为完整的动力学和环境约束,可适用于飞行操纵临时调整、进离场程序限制,甚至发动机故障等突发性造成控制变量改变的特殊情况。

参考文献

- [1] ICAO. Global air traffic management operational concept[R], 2015.
- [2] DAL S V, FOMENI F D, LULLI G, et al. Incorporating stakeholders' priorities and preferences in 4D trajectory optimization[J]. Transportation Research Part B: Methodological, 2018, 117: 594-609.
- [3] 李善梅,徐维. 面向飞行时间可靠性的航班改航路径规划[J]. 中国安全科学学报, 2022, 32(8): 98-103.
LI Shanmei, XU Wei. Flight rerouting planning considering travel time reliability[J]. China Safety Science Journal, 2022, 32(8): 98-103.
- [4] 王岩韬,刘赜. 危险天气下 4D 改航回归航迹规划方法[J]. 中国安全科学学报, 2023, 33(2): 110-117.
WANG Yantao, LIU Kun. Four-dimension diversion and regression path planning method in hazardous weather conditions[J]. China Safety Science Journal, 2023, 33(2): 110-117.
- [5] 陈雨童,胡明华,杨磊,等. 受限航路空域自主航迹规划与冲突管理技术[J]. 航空学报, 2020, 41(9): 253-270.
CHEN Yutong, HU Minghua, YANG Lei, et al. Autonomous trajectory planning and conflict management technology in restricted airspace[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2020, 41(9): 253-270.

- [6] 杨磊,李文博,刘芳子,等. 柔性空域结构下连续下降航迹多目标优化[J]. 航空学报,2021,42(2): 206-222.
YANG Lei, LI Wenbo, LIU Fangzi, et al. Multi-objective optimization of continuous descending trajectories in flexible airspace[J]. Acta Aeronautica et Astronautica Sinica, 2020,41(9): 206-222.
- [7] 张思远,李仙颖,沈笑云. 基于 ADS-B IN 的冲突预测与多机无冲突航迹规划[J]. 系统仿真学报, 2019, 31(8): 1 627-1 635.
ZHANG Siyuan, LI Xianying, SHEN Xiaoyun. ADS-B in based conflict prediction and conflict-free trajectory planning for multi-aircraft[J]. Journal of System Simulation, 2019, 31(8): 1 627-1 635.
- [8] 魏志强,商谢睿. 考虑环境影响的自由航路空域无冲突飞行规划[J]. 安全与环境学报,2023,23(9):3 297-3 306.
WEI Zhiqiang, SHANG Xierui. Conflict-free flight planning in free route airspace considering the influence of the environment[J]. Journal of Safety and Environment,2023,23(9):3 297-3 306.
- [9] SEENIVASAN D B, OLIVARES A, STAFFETTI E. Multi-aircraft optimal 4D online trajectory planning in the presence of a multi-cell storm in development[J]. Transportation Research Part C: Emerging Technologies, 2020, 110: 123-142.
- [10] AHMED K, BOUSSIN K, COELHO M F. A modified dynamic programming approach for 4D minimum fuel and emissions trajectory optimization[J]. Aerospace, 2021, 8(5): DOI:10.3390/aerospace8050135.
- [11] 常哲宁,胡明华,张颖,等. 风影响下航空器多目标最优控制航迹优化方法[J]. 北京航空航天大学学报,2024, 50(11):3 521-3 531.
CHANG Zhening, HU Minghua, ZHANG Ying, et al. A multi-objective optimal control trajectory optimization method for aircraft under wind[J]. Journal of Beijing University of Aeronautics and Astronautics, 2024,50(11):3 521-3 531.
- [12] 许家欣,张军峰,杜卓铭,等. 航空器连续爬升运行的垂直剖面生成与优化[J]. 武汉理工大学学报:交通科学与工程版,2023,47(3):436-439.
XU Jiaxin, ZHANG Junfeng, DU Zhuoming, et al. Generation and optimization of vertical profiles for continuous climb operation[J]. Journal of Wuhan University of Technology: Transportation Science & Engineering, 2023,47(3):436-439.
- [13] Eurocontrol Experimental Centre, User manual for the base of aircraft data (BADA) [S]. 2009.
- [14] PATTERSON M A, RAO A V. GPOPS-II: a matlab software for solving multiple-phase optimal control problems using hp-adaptive Gaussian quadrature collocation methods and sparse nonlinear programming [J]. ACM Transactions on Mathematical Software, 2014, 41(1): 1-37.
- [15] GILL P E, WONG E, MURRAY W, et al. User's guide for SNOPT version 7.5: software for large-scale nonlinear programming[R]. University of California, 2015.
- [16] CCAR-93-R5,民用航空空中交通管理规则[S]. 2017.
CCAR-93-R5, Civil aviation air traffic management rules[S]. 2017.

作者简介: 王岩韬 (1982—),男,吉林磐石人,硕士,教授,主要从事航班运行安全与优化研究。E-mail: CAUCwyt@126.com。

