

# 大跨斜拉桥基于灵敏度分析的索力传感器优化布置

于虹<sup>1,2,3</sup>, 文望青<sup>1,2</sup>, 严爱国<sup>1,2</sup>, 朱宏平<sup>3</sup>, 余兴胜<sup>1,2</sup>, 闫俊锋<sup>1,2</sup>

(1. 中铁第四勘察设计院集团有限公司, 湖北 武汉 430063; 2. 中国铁建股份有限公司桥梁工程实验室, 湖北 武汉 430063; 3. 华中科技大学土木与水利工程学院, 湖北 武汉 430074)

**摘要:** 目前, 斜拉桥索力传感器布置方案通常选择不同规格的斜拉索以及索力较大、应力幅值变化较大的斜拉索进行监测, 缺少科学的斜拉桥索力传感器布置方法。本文以识别斜拉桥结构损伤为目标, 提出一种基于灵敏度分析的索力传感器优化布置方法。该方法以斜拉索索力对结构损伤的灵敏度为基础, 利用遗传算法来确定识别斜拉桥结构损伤所需要索力传感器的最小数目及其布置位置, 并且在确定遗传算法初始种群和约束条件时充分考虑工程经验和索力传感器布置习惯。将所提方法应用于裕溪河特大桥数值模型, 实现了以损伤识别为目标的斜拉桥索力传感器优化布置, 并讨论了灵敏度阈值对传感器优化布置结果的影响。

**关键词:** 斜拉桥; 索力; 传感器; 优化布置; 灵敏度分析

**中图分类号:** U448.27 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2025)05-1046-09

**DOI:** 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2025.05.016

## Optimal cable force sensor placement for long-span cable-stayed bridge based on sensitivity analysis

YU Hong<sup>1,2,3</sup>, WEN Wangqing<sup>1,2</sup>, YAN Aiguo<sup>1,2</sup>, ZHU Hongping<sup>3</sup>, YU Xingsheng<sup>1,2</sup>, YAN Junfeng<sup>1,2</sup>

(1. China Railway Siyuan Survey and Design Group Co., Ltd., Wuhan 430063, China;

2. China Railway Construction Corporation Limited Bridge Engineering Laboratory, Wuhan 430063, China;

3. School of Civil and Hydraulic Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

**Abstract:** At present, the layout plan of cable force sensors for cable-stayed bridges usually selects different specifications of cables and cables with large cable forces or significant stress amplitude changes for monitoring, lacking a scientific method of cable force sensor placement. This study proposes an optimal cable force sensor placement method for long cable-stayed bridges based on sensitivity analysis, aiming to identify the structural damage in cable-stayed bridges. The proposed method is based on the sensitivity analysis of cable force to structural damage, and a genetic algorithm is used to obtain the minimum number and placement position of cable force sensors that required to identify structural damage in cable-stayed bridges. In addition, engineering experience and sensor placement habits are fully considered when determining the initial population and constraint condition of genetic algorithm. The proposed method is applied to the numerical model of the Yuxi River Bridge, and the optimal cable force sensor placement for cable-stayed bridges with the target of damage identification is realized. Moreover, the influence of sensitivity threshold on the optimal placement of sensors is discussed.

**Keywords:** cable-stayed bridge; cable force; sensor; optimal placement; sensitivity analysis

近年来, 随着建造技术的发展, 斜拉桥跨径已突破千米<sup>[1]</sup>, 全桥斜拉索总数超过 200 根, 在每一根斜拉索上布置索力传感器会大幅增加健康监测系统的成本。目前, 桥梁健康监测系统的传感器优化布置主要以获取模态信息量最大化为目标, 确定振动传感器的数目和位置<sup>[2]</sup>。在现有大跨斜拉桥索力监测方案

设计中, 通常选择不同规格的斜拉索以及索力较大、应力幅值变化较大的斜拉索进行监测, 缺少科学的索力传感器布置方法<sup>[3]</sup>。在传感器优化布置问题中, 优化布置准则和优化算法的选择是影响优化计算结果和效率的两个主要因素<sup>[4]</sup>。

现有的传感器优化布置方法主要以获取模态信

收稿日期: 2023-03-18; 修订日期: 2023-07-24

基金项目: 中铁第四勘察设计院集团有限公司研究课题(2020D006, 2020K172); 中国铁建股份有限公司重大专项课题(2020-A01, 2022-A02); 中国博士后科学基金资助项目(2021M703782); 湖北省重点研发计划项目(2023BCB045); 湘江实验室项目(22XJ01003)

息量最大化为目标,而以结构损伤识别为目标的研究较少<sup>[5]</sup>。孙晓丹等<sup>[5]</sup>提出一种基于结构损伤参量灵敏度分析的传感器优化布置方法,首先通过对损伤参数的灵敏度分析,评估结构损伤对各个损伤参数的影响范围,然后以遗传算法为工具,针对不同损伤参量确定所需传感器的最小数目及布置位置。COBB等<sup>[6]</sup>结合结构特征向量对单元刚度的灵敏度进行分析,将传感器布置由损伤引起的特征向量变化最大的位置。SHI等<sup>[7]</sup>通过仅考虑结构刚度变化的结构特征灵敏度分析,以结构各单元的损伤信息为条件,应用有效独立法进行传感器优化布置。刘晖等<sup>[8]</sup>提出基于有限测点的柔度法进行结构损伤识别,通过对结构柔度的灵敏度分析,以结构损伤信息为条件计算结构的 Fisher 信息阵,选择对结构柔度变化敏感的自由度为测点。周述美等<sup>[9]</sup>利用模态参数对结构损伤的灵敏度进行分析,结合逐步消去法对传感器数目和布置位置进行优化。

传感器优化算法大体上可以分为传统优化算法和仿生智能算法两大类。传统优化算法以有效独立法和序列法(分为逐步累积法和逐步消去法)为主,仿生智能算法有遗传算法、蚁群算法、狼群算法和人工鱼群算法等,其中遗传算法在桥梁传感器布置中的应用最为广泛。李戈等<sup>[10]</sup>采用位移模态和曲率模态作为适应度函数,引入广义遗传算法对香港青马大桥加劲梁和桥塔上加速度计和应变片的布置位置进行优化。文德<sup>[11]</sup>采用遗传算法对巴东长江大桥主梁加速度传感器的布置位置进行优化搜索。刘宇等<sup>[12]</sup>基于遗传算法对润扬大桥斜拉桥的加速度传感器进行优化布置,并分析了遗传算法目标函数类型、振型数量等因素对优化布置方案的影响。针对遗传算法局部寻优能力差的问题,黄民水等<sup>[13]</sup>提出了一种基于二重结构编码遗传算法的传感器优化布置方法,并对一座连续梁桥的传感器进行优化布置。伊廷华等<sup>[14]</sup>利用分布式狼群算法对三维传感器优化布置问题进行了研究。为了解决传感器位置多目标优化问题,张笑华等<sup>[15]</sup>提出一种同时考虑损伤敏感性和模态参数估计准确性的传感器位置多目标优化方法,并采用 Pareto 人工鱼群算法对三层平面钢框架的传感器位置进行多目标优化。LIN等<sup>[16]</sup>基于非支配排序遗传算法,提出一种面向损伤识别的传感器多目标优化布置方法,并对三维框架结构的传感器布置方案进行优化。

本文以识别斜拉桥主梁结构损伤为目标确定传感器优化布置准则,利用遗传算法实现对大跨斜拉桥索力传感器数目和布置位置的优化,最后通过裕溪河特大桥数值模型验证方法的可行性,以期为大跨斜拉桥结构健康监测系统中索力传感器的布置提

供科学依据。

## 1 斜拉索索力对主梁损伤的灵敏度分析

斜拉桥主梁结构发生损伤时会引起恒载内力重分布,进而导致斜拉索索力发生变化,并且损伤主梁附近位置的斜拉索索力变化最大<sup>[17]</sup>。此外,斜拉索沿主梁的空间分布包含了桥梁结构的空间信息。因此,斜拉索索力可以用于斜拉桥主梁结构损伤的识别和定位<sup>[18]</sup>。本文以识别斜拉桥主梁结构损伤为目标,基于斜拉索索力对主梁损伤的灵敏度分析,对斜拉桥索力传感器进行优化布置。

### 1.1 灵敏度分析理论

当系统的输入发生变化时,系统的响应量也将随之发生改变,这种改变的相对程度就称为系统响应量  $g$  对于系统输入变量  $x$  的灵敏度,可以用偏微分  $\partial g/\partial x$  表示<sup>[19]</sup>。

对于线弹性结构,可以采用直接微分法确定系统响应量  $g$  对于系统输入变量  $x$  的灵敏度;对于几何非线性结构,可以采用有限差分法进行估算。有限差分法的原理是利用差商近似微商,可以表示为:

$$\frac{\partial g}{\partial x} \approx \frac{\Delta g}{\Delta x} \quad (1)$$

有限差分法的原理简单且应用方便,具体步骤如下:(1)令系统输入变量发生微小改变  $\Delta x$ ;(2)对结构进行分析求解,计算系统响应量  $g$  的变化值  $\Delta g = g(x + \Delta x) - g(x)$ ;(3)将  $\Delta g/\Delta x$  作为系统响应量  $g$  对输入变量  $x$  灵敏度  $\partial g/\partial x$  的近似值。

### 1.2 灵敏度计算

斜拉桥作为典型的柔性结构,在对其进行静力分析时需考虑几何非线性的影响。本文采用有限差分法求解斜拉索索力对结构损伤的灵敏度,首先在大型通用有限元软件 ANSYS 中建立斜拉桥有限元模型,然后改变斜拉桥主梁单元的刚度,利用有限差分法求解得到斜拉索索力对主梁损伤的灵敏度。斜拉桥为高次超静定结构,斜拉索为主梁提供多点弹性支承,索力大小会直接影响主梁的受力状态,进而引起主梁损伤之后的索力变化,因此有限元建模时要确定合理的成桥受力状态。

在结构损伤识别研究中,通常假设结构的质量在损伤发生时不发生变化,通过结构单元刚度的变化来模拟结构损伤。假设斜拉桥结构主梁第  $j$  个单元的刚度参数(如抗弯刚度)由  $k_j^0$  折减至损伤状态的  $k_j^D$ ,则第  $j$  个单元的刚度折减系数(stiffness reduction

factor, SRF) 可以定义为:

$$\gamma_j = \frac{k_j^D - k_j^0}{k_j^0}; j = 1, 2, \dots, n_e \quad (2)$$

式中,  $n_e$  为主梁中单元的个数。刚度折减系数  $\gamma_j$  的取值范围为  $-1 \sim 0$ , 其中,  $\gamma_j = 0$  表示第  $j$  个单元未发生损伤,  $\gamma_j = -1$  表示第  $j$  个单元完全损坏。

本文通过折减有限元模型中结构单元的弹性模量, 实现对结构损伤的模拟, 损伤程度用刚度折减系数  $\gamma$  表示。将刚度折减系数  $\gamma$  作为系统输入变量, 斜拉索索力  $F$  作为系统响应量, 则斜拉索索力对主梁损伤的灵敏度可以表示为  $\partial F / \partial \gamma$ 。利用 MATLAB 调用 ANSYS, 计算斜拉索索力对斜拉桥主梁损伤的灵敏度矩阵, 具体步骤如下:

(1) 计算健康状态下裕溪河特大桥在恒载作用下的斜拉索索力向量  $F^0$ ;

(2) 保持其他参数不变, 利用 MATLAB 调用 ANSYS, 令第  $j$  个主梁结构单元发生 1% 刚度折减 ( $\gamma_j = -0.01$ ), 计算此时恒载作用下的索力向量  $F_j^D$ ;

(3) 基于有限差分理论, 利用式 (1) 计算斜拉索索力对第  $j$  个主梁结构单元损伤的灵敏度;

(4) 重复步骤 (2) 和 (3), 计算斜拉索索力对所有主梁结构单元损伤的灵敏度, 得到斜拉索索力对主梁损伤的灵敏度矩阵。

## 2 基于灵敏度分析的传感器优化布置准则

将斜拉索索力对主梁结构损伤的灵敏度矩阵用  $S$  表示, 则灵敏度矩阵中的第  $i$  行第  $j$  列元素  $S_{ij}$  表示第  $i$  根斜拉索索力对第  $j$  个主梁结构单元损伤的灵敏度系数。灵敏度矩阵中元素的绝对值越大, 表明斜拉索索力对相应的主梁结构单元损伤越敏感。因此, 需要设定一个阈值, 当灵敏度矩阵中元素的绝对值小于该阈值时, 认为斜拉索索力对相应位置的主梁结构单元损伤不敏感。

通过统计分析, 可以得到灵敏度矩阵所有元素绝对值的概率分布, 其分位点  $Z_\alpha$  可以定义为:

$$P(|S_{xj}| \geq Z_\alpha) = \alpha, \quad 0 < \alpha < 1 \quad (3)$$

式中,  $|S_{xj}|$  表示灵敏度矩阵中元素的绝对值。  $Z_\alpha$  对应  $100(1-\alpha)\%$  的置信水平, 表示灵敏度矩阵中元素绝对值小于  $Z_\alpha$  的概率为  $100(1-\alpha)\%$ 。

将分位点  $Z_\alpha$  设置为阈值, 若灵敏度矩阵中元素的绝对值低于该阈值, 则认为斜拉索索力对相应的主梁结构单元损伤不敏感。将灵敏度矩阵中所有绝对值小于  $Z_\alpha$  的元素设置为 0, 得到的灵敏度矩阵记为  $S_0$ 。  $S_0$  中元素全为 0 的列表示斜拉索索力对该位置的结构损伤不敏感, 需要通过其他对损伤敏感的指

标来识别这些位置的主梁损伤。将  $S_0$  中元素全为 0 的列删除, 得到剩余灵敏度矩阵  $\bar{S}$ 。本文研究的传感器优化布置以识别结构损伤为目标, 因此传感器布置方案需要满足以下条件: 对于剩余灵敏度矩阵  $\bar{S}$  中所有列对应的结构单元, 均有传感器对其损伤敏感。

传感器优化布置包括传感器数目和位置的优化。最优传感器布置方案需要满足传感器数目最小, 即采用最少的传感器达到损伤识别目的。将布置索力传感器的斜拉索编号的集合用  $C$  来表示, 针对传感器数目的目标函数可以表示为:

$$f_1(X) = \min(m) \quad (4)$$

式中,  $X$  表示传感器布置方案;  $m$  表示传感器数目, 即集合  $C$  中元素的个数。

由于可能存在多种传感器布置方案的传感器数目相同且满足传感器数目最小的情况, 因此需要对传感器布置位置进行优化, 得出一组对结构损伤最敏感的传感器布置位置。本文以剩余灵敏度矩阵  $\bar{S}$  中所有布置传感器位置对应元素的绝对值之和最大为目标, 将针对传感器位置的目标函数表示为:

$$f_2(X) = \max \left( \sum_{j=1}^{\bar{n}_e} |\bar{S}_j^C| \right) \quad (5)$$

式中,  $\bar{n}_e$  表示剩余灵敏度矩阵  $\bar{S}$  的列数;  $\bar{S}_j^C$  表示  $\bar{S}$  第  $j$  列所有与布置索力传感器位置对应的行元素。

## 3 基于遗传算法的传感器优化布置问题求解

遗传算法通过模仿生物进化过程, 将问题的解表示成字符串, 并对其进行选择、变异与交叉等操作, 使优势个体的基因得到遗传和进化。遗传算法不依赖于问题的特性, 具有较好的全局搜索性能、较强的鲁棒性和高效的可并行性, 是传感器优化布置研究中应用最广泛的算法之一<sup>[20]</sup>。因此, 本文选用遗传算法对传感器优化布置问题进行求解。

### 3.1 编码方式

遗传算法的编码是指将每一个可行解编码为适用于遗传算法的染色体串, 而可行解中的每个变量为染色体的基因, 每个染色体串即为解空间中的一个个体, 一定数量的个体组成一个种群。常见的遗传算法编码方法有二进制编码、浮点数编码和符号编码。

二进制编码是遗传算法中最常见的一种编码方法, 由二进制符号 0 和 1 组成二值符号集, 形成一组二进制符号串作为遗传个体, 具有编码、解码方便,

交叉、变异操作简单易行等优点。因此, 本文采用二进制编码方式, 将个体表示为  $X_i = (x_{i1}, x_{i2}, \dots, x_{im})$ , 其中  $n_h$  为候选传感器位置的数目。基因码的值为 1 表示在对应位置布置传感器, 基因码的值为 0 表示在对应位置不布置传感器。

### 3.2 初始种群

初始种群是遗传算法进化的第一代个体的集合, 一般由计算机随机产生, 也可以通过一定规则生成。

在斜拉桥结构健康监测方案设计中, 通常选取最长索、最短索和 1/4 跨径处斜拉索等结构关键截面处的斜拉索进行索力监测。本文在构造遗传算法初始种群时, 首先将所有个体中与结构关键截

面处斜拉索对应的基因编码全部设置为 1, 即令  $x_{ik} = 1$ , 其中  $x_{ik}$  表示最长索、最短索和 1/4 跨径处斜拉索的基因编码。然后, 由计算机随机生成其他位置对应的基因编码。需要指出, 遗传算法迭代过程中对个体进行优胜劣汰, 结构关键截面处斜拉索对应的基因编码在迭代结束时不一定为 1, 即得到的传感器布置方案中不一定包含结构关键截面处的斜拉索。

### 3.3 约束条件

双塔三跨式是斜拉桥中最常见的跨径布置方式如图 1 所示。按照边跨、中跨和上、下游方向, 将斜拉索索面划分为 8 个区域, 分别编号为 S1、M1、S2、M2、S3、M3、S4、M4。

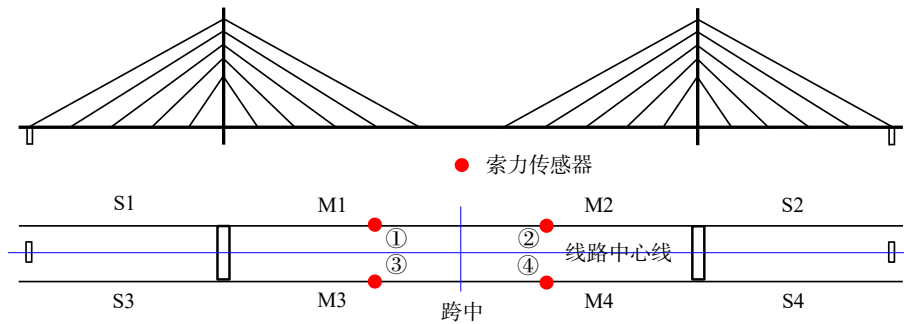


图 1 双塔三跨式斜拉桥结构示意图

Fig. 1 Schematic diagram of double-tower three-span cable-stayed bridge structure

大跨径斜拉桥通常为空间对称结构, 对于此类结构, 健康监测系统中的传感器通常会沿跨中和线路中心线对称布置。即, 若在位置①布置索力传感器, 则在位置②、③和④也布置索力传感器, 如图 1 所示。因此, 索面 S2、S3、S4 和 M2、M3、M4 中的索力传感器布置情况可以分别由索面 S1 和 M1 中的索力传感器布置情况对应得到。也就是说, 可以将遗传算法中的个体编码用索面 S1 和 M1 的个体编码表示。将索面 S1 和 M1 的个体编码分别表示为  $X_i^{S1} = (x_{i1}^{S1}, x_{i2}^{S1}, \dots, x_{im_s}^{S1})$  和  $X_i^{M1} = (x_{i1}^{M1}, x_{i2}^{M1}, \dots, x_{im_m}^{M1})$ , 其中,  $n_s$  和  $n_m$  分别表示索面 S1 和 M1 中候选传感器位置的数目。

在斜拉桥结构健康监测方案设计中, 为了避免监测盲区, 传感器通常会布置在结构的各个部分。因此, 对遗传算法的优化过程施加如下约束条件:

$$\sum X_i^{S1} > 0 \text{ 且 } \sum X_i^{M1} > 0 \quad (6)$$

式中,  $\sum X_i^{S1}$  表示  $X_i^{S1}$  中所有基因码的和;  $\sum X_i^{M1}$  表示  $X_i^{M1}$  中所有基因码的和。

式(6)的含义为: 索面 S1 和 M1 的个体编码中所有基因码的和大于 0, 即基因码不全为 0, 表示在索面 S1 和 M1 中均布置索力传感器。

此外, 对遗传算法优化过程施加如下约束条件:

$$\sum |\bar{S}_j^C| > 0; j = 1, 2, \dots, \bar{n}_e \quad (7)$$

式(7)的含义为: 对于矩阵  $\bar{S}$  的第  $j$  列, 所有与布置索力传感器位置对应行元素的绝对值之和大于零, 即存在非零元素, 表示非零元素对应斜拉索的索力对结构损伤敏感。

### 3.4 适应度函数

遗传算法在搜索进化的过程中使用适应度函数来判别个体的优劣, 并据此进行优胜劣汰, 因此适应度函数的选取直接影响到遗传算法的收敛速度和搜索结果。适应度函数通常应满足单值、连续、非负等条件, 可以通过目标函数转换得到。将式(4)和(5)中的两个目标函数进行转换, 可以将遗传算法的适应度函数表示为:

$$fitness = \min \left[ \left( m \sum |S| - \sum_{j=1}^{\bar{n}_e} |\bar{S}_j^C| \right) m \right] \quad (8)$$

式中,  $\sum |S|$  表示灵敏度矩阵  $S$  中所有元素的绝对值之和。  $m \sum |S| - \sum_{j=1}^{\bar{n}_e} |\bar{S}_j^C|$  恒为正值, 以传感器数目  $m$  为变量的函数  $\left( m \sum |S| - \sum_{j=1}^{\bar{n}_e} |\bar{S}_j^C| \right) m$  为单调递增函数。式(8)可以满足传感器数目  $m$  最小的同时, 剩余

灵敏度矩阵 $\bar{S}$ 中所有布置索力传感器位置对应元素的绝对值之和最大。

本文提出的大跨斜拉桥基于灵敏度分析的索力传感器优化布置流程如图 2 所示。首先, 建立其有限元模型, 通过有限差分法求斜拉索索力对斜拉桥主梁结构损伤的灵敏度矩阵; 然后, 通过统计方法得

到灵敏度矩阵元素的概率分布, 并计算分位点; 以分位点作为阈值, 将灵敏度矩阵中所有绝对值小于阈值的元素设置为 0, 对于矩阵中所有元素均为 0 的列提取其他类型损伤敏感指标; 设定遗传算法的约束条件和适应度函数, 通过遗传算法得到最优的传感器布置方案。

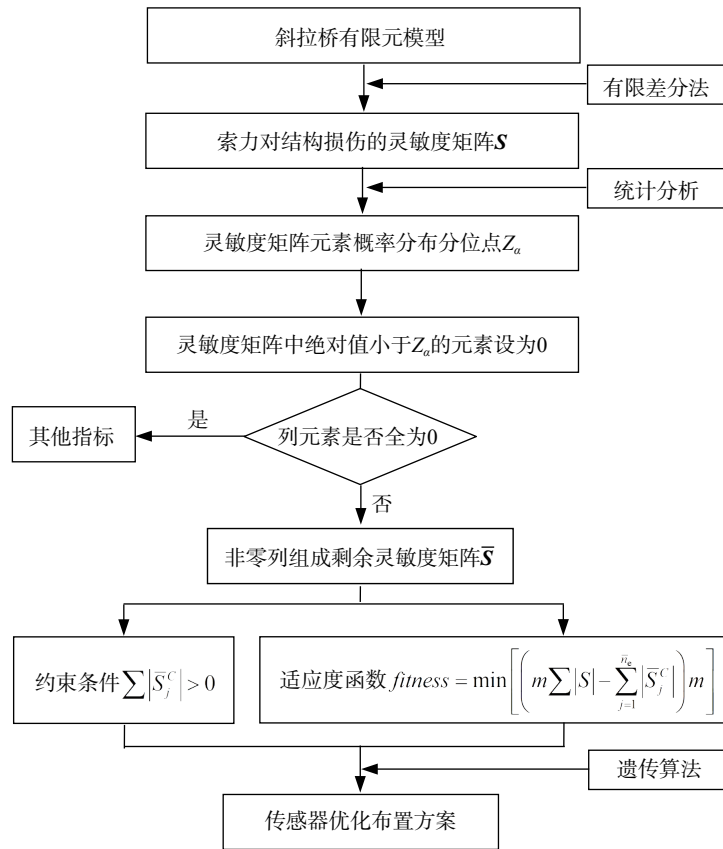


图 2 大跨斜拉桥基于灵敏度分析的索力传感器优化布置流程

Fig. 2 Optimal placement process of the cable force sensor of long-span cable-stayed bridge based on sensitivity analysis

## 4 数值模拟算例

### 4.1 裕溪河特大桥简介

商丘至合肥至杭州铁路裕溪河特大桥主桥采用 (61+120+324+120+61) m 双塔钢箱桁梁斜拉桥方案, 全长 686 m, 为世界最大跨度的无砟轨道高速铁路桥梁, 全桥立面布置如图 3 所示。

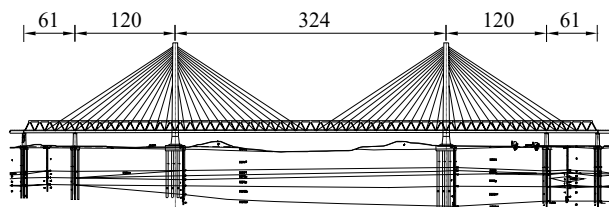


图 3 裕溪河特大桥全桥立面布置示意图(单位: m)

Fig. 3 The elevation placement schematic diagram of Yuxi River Bridge (Unit: m)

大桥主梁为钢箱桁结构, 桁架采用不带竖杆的华伦式桁架, 下弦采用整体式钢箱梁, 如图 4 所示。主梁桁架横向采用两片主桁结构, 桁高 12 m, 节间长 12 m, 全桥共 57 个节间。钢箱梁为正交异性板结构, 由顶板、底板、斜底板、中腹板、边腹板及风嘴围封而成。

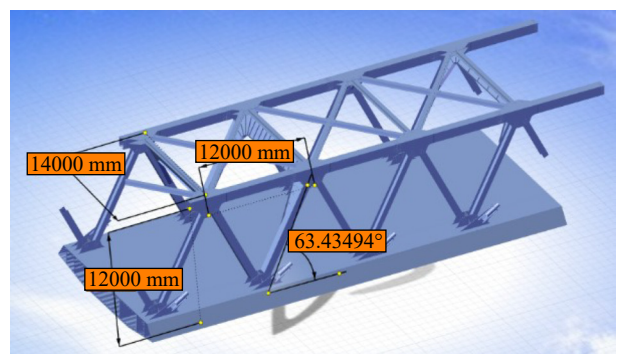


图 4 裕溪河特大桥主梁结构示意图

Fig. 4 Structural schematic diagram of the main girder of Yuxi River Bridge

本文以裕溪河特大桥为研究对象, 运用大型通用有限元软件 ANSYS 建立其空间有限元模型, 计算桥梁结构在恒载作用下的斜拉索索力, 研究以损伤识别为目标的斜拉桥索力传感器优化布置问题。裕溪河特大桥主梁为组合钢箱桁梁, 本文以箱梁发生损伤的工况为例, 验证基于索力灵敏度分析的斜拉桥结构传感器优化布置方法。

### 4.2 斜拉索索力对主梁损伤的灵敏度矩阵

裕溪河特大桥斜拉索为空间双索面, 立面上每

塔两侧各 13 对索, 全桥共 104 根斜拉索。对每根斜拉索单独进行编号, 如图 5 所示。基于线路中心线的相对方位, 将商丘至杭州方向左侧和右侧的全桥斜拉索划分为左侧和右侧两个索面。对于左侧索面, 斜拉索自商丘至杭州方向依次编号为 1~52; 对于右侧索面, 斜拉索自商丘至杭州方向依次编号为 53~104。

将裕溪河特大桥主梁箱梁按照节间划分为 57 个梁段, 对每个梁段单独进行编号, 自商丘至杭州方向依次编号为 1~57, 如图 6 所示。

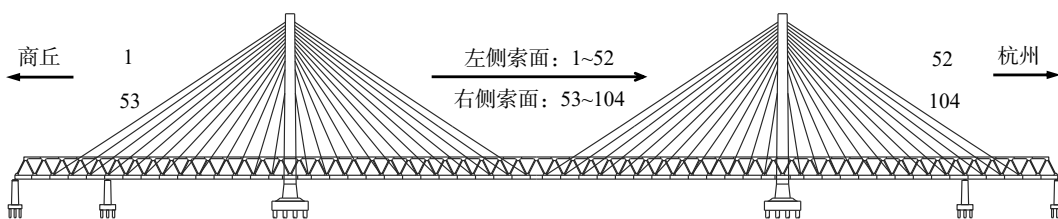


图 5 裕溪河特大桥斜拉索编号简图

Fig. 5 The stay cables numbering of Yuxi River Bridge

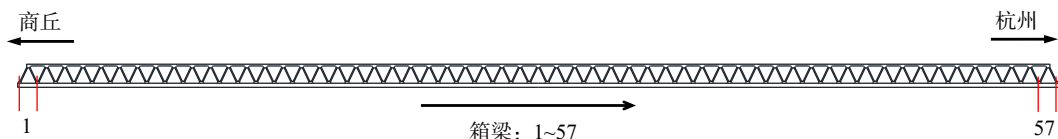


图 6 裕溪河特大桥箱梁编号简图

Fig. 6 The box-girders numbering of Yuxi River Bridge

将箱梁的每一个梁段看作一个损伤位置, 依次计算每一个梁段发生 1% 刚度折减时的斜拉索索力, 基于有限差分理论计算斜拉索索力对箱梁损伤的灵敏度矩阵, 其绝对值如图 7 所示。

图 8 所示为斜拉索索力对箱梁损伤灵敏度矩阵元素绝对值的概率分布图, 可以看出, 随着灵敏度矩

阵元素绝对值的增大, 对应的概率密度有减小趋势。采用指数分布拟合斜拉索索力对箱梁损伤灵敏度矩阵元素绝对值的概率分布, 指数分布的概率密度函数如下:

$$f(x; \lambda) = \begin{cases} \lambda e^{-\lambda x}, & x \geq 0 \\ 0, & x < 0 \end{cases} \quad (9)$$

式中,  $\lambda$  为指数分布的率参数。

从图 8 中可以看出, 斜拉索索力对箱梁损伤灵敏度矩阵元素的绝对值近似服从指数分布。指数分布的率参数可以通过拟合得到,  $\lambda = 1/1050$ 。依据

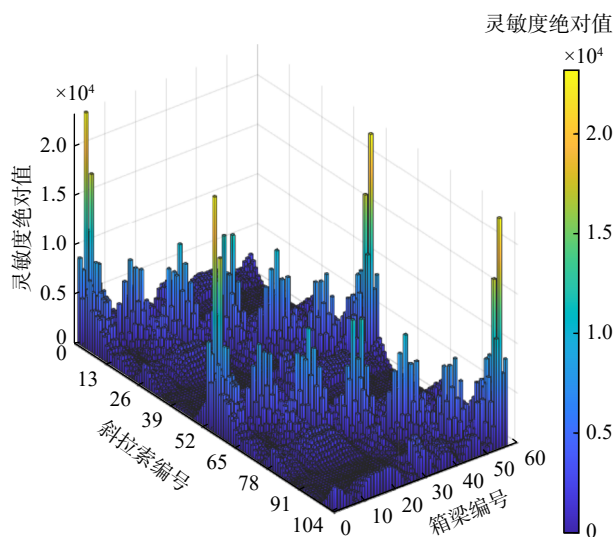


图 7 斜拉索索力对箱梁损伤的灵敏度矩阵(绝对值)

Fig. 7 The sensitivity matrix of stay cable force to box-girder damage (absolute value)

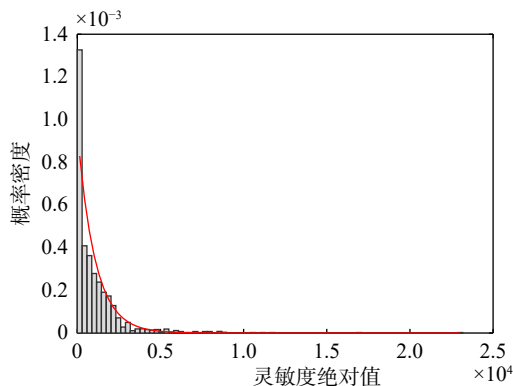


图 8 灵敏度矩阵元素概率分布

Fig. 8 Probability distribution of the sensitivity matrix elements

式 (3), 可以计算得到分位点  $Z_\alpha$  的值。

### 4.3 传感器优化布置结果

基于斜拉索索力对箱梁损伤的灵敏度分析, 以识别大桥主梁结构中的损伤为目标, 对裕溪河特大桥索力传感器的数目和布置位置进行优化分析。

分位点  $Z_\alpha$  的取值会直接影响到将灵敏度矩阵中哪些元素设置为 0, 进而影响传感器优化布置结果。分位点  $Z_\alpha$  的值为参数  $\alpha$  的函数。以  $\alpha = 0.2$  为例, 对传感器优化布置过程进行说明。当  $\alpha = 0.2$  时, 分位点  $Z_\alpha = 1690$ 。将灵敏度矩阵中所有绝对值小于  $Z_\alpha = 1690$  的元素设置为 0, 则灵敏度矩阵中的第 8、25、33、50 列元素全为 0, 即斜拉索索力对相应的箱梁单元损伤不敏感。将灵敏度矩阵中元素全为 0 的列删除, 得到剩余灵敏度矩阵  $\bar{S}$ 。

裕溪河特大桥为双塔三跨式斜拉桥, 因此索力传感器采用沿跨中和线路中心线对称布置的形式。按照图 1 所示的斜拉索索面划分方法, 裕溪河特大桥索面 S1 和 M1 均有 13 根斜拉索, 将所有斜拉索均作为索力传感器候选位置, 则  $n_S = n_M = 13$ 。边跨索力传感器的布置情况可以用索面 S1 的 1~13 号斜拉索来表示, 中跨索力传感器的布置情况可以用索面 M1 的 14~26 号斜拉索来表示。将索面 S1 和 M1 的个体编码分别表示为  $X_i^{S1} = (x_{i1}^{S1}, x_{i2}^{S1}, \dots, x_{i13}^{S1})$  和  $X_i^{M1} = (x_{i1}^{M1}, x_{i2}^{M1}, \dots, x_{i13}^{M1})$ 。将种群规模设定为 100, 令所有个体中与最长索、最短索和 1/4 跨径处斜拉索对应的基因编码全部为 1, 即  $x_{i1}^{S1} = x_{i13}^{S1} = 1$  且  $x_{i1}^{M1} = x_{i13}^{M1} = x_{i6}^{M1} = 1$ , 并随机生成其他位置对应的基因编码。然后, 依据式 (6)~(8), 得到遗传算法的约束条件和适应度函数。

类比生物进化中染色体基因的交叉、变异等过

程, 遗传算法在求解过程中通过交叉算子和变异算子产生新的个体。本文采用单点交叉算子, 随机生成一个交叉点, 然后交换交叉点之后的基因段, 交叉概率取为 0.6; 变异算子以较小的概率将个体编码中某个位置的基因改变成其等位基因, 本文中变异概率取为 0.05。当遗传算法的迭代次数达到 50 次, 或者最佳适应度函数值在 30 代中的平均相对变化小于  $1 \times 10^{-6}$  时, 迭代终止。遗传算法的迭代过程如图 9 所示, 可以看出, 随着迭代次数的增加, 适应度函数有明显的下降趋势, 并且在迭代 17 次之后适应度函数趋于稳定。

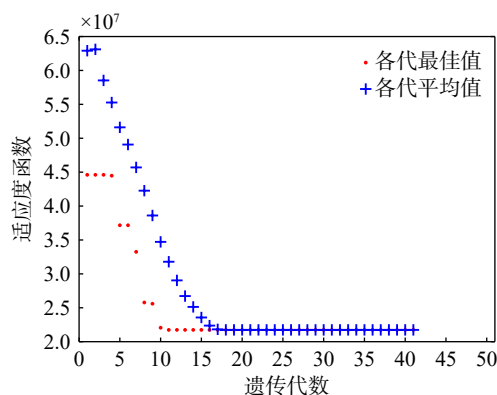


图 9 遗传算法迭代过程

Fig. 9 Iterative process of the genetic algorithm

遗传算法迭代过程最后一步得到的个体代表了优化后的传感器布置方案, 个体基因编码值为 1 表示在该位置布置索力传感器, 编码值 1 的个数表示传感器数目。使用遗传算法计算得到的索力传感器最小数目为 16 ( $4 \times 4 = 16$ ) 个, 分别布置在第 2、5、7 和 22 组斜拉索上, 如图 10 所示。

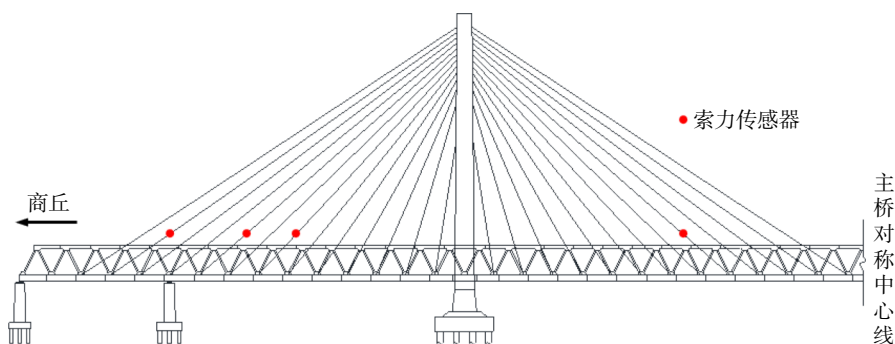


图 10 裕溪河特大桥索力传感器优化布置示意图

Fig. 10 Optimal placement schematic diagram of the cable force sensors of Yuxi River Bridge

灵敏度阈值的增大会造成灵敏度矩阵中绝对值小于阈值的元素个数增多, 即灵敏度矩阵中设置为 0 的元素个数增多。为了研究灵敏度阈值对传感器优化布置结果的影响, 分别将  $\alpha$  设定为 0.5、0.4、0.3、

0.2、0.15、0.13、0.11、0.1、0.09 和 0.08, 计算不同  $\alpha$  值对应的索力传感器优化布置结果, 如表 1 所示。可以看出, 随着  $\alpha$  值的减小, 灵敏度阈值  $Z_\alpha$  的值逐渐增大, 灵敏度矩阵中删除列的个数也逐渐增多, 传感器

数目也有增多的趋势;并且,在不同 $\alpha$ 值对应的传感器布置方案中,第5、7、22、25组斜拉索出现的频率较高。在实际工程中,首先可以根据经济成本和现场安装效率等客观因素确定索力传感器的数目,并优先选择在第5、7、22、25组斜拉索布置索力传感器,然后结合不同 $\alpha$ 值对应的传感器数目选择剩余传感器的布置位置。

表1 索力传感器优化布置结果

Tab.1 Optimal placement results of the cable force sensors

参数 $\alpha$	$Z_\alpha$	删除列	传感器数目(组)	传感器位置
0.5	728	—	3	5、22、24
0.4	962	8、50	3	5、22、24
0.3	1265	8、50	3	5、22、24
0.2	1690	8、25、33、50	4	2、5、7、22
0.15	1993	8、25、33、50	5	4、5、7、22、25
0.13	2143	8、25、33、50	6	1、5、7、20、22、25
0.11	2318	8、24、25、33、34、50	7	1、5、7、19、22、25、26
0.1	2418	8、24、25、33、34、50	8	4、5、7、9、19、22、25、26
0.09	2529	8、24、25、33、34、50	9	4、5、7、9、14、18、22、25、26
0.08	2653	8、24、25、33、34、50	10	2、5、7、9、14、16、18、20、22、25

## 5 结 论

为了解决大跨斜拉桥健康监测系统中索力传感器的优化布置问题,本文以识别斜拉桥主梁结构损伤为目标,提出了一种基于灵敏度分析的索力传感器优化布置方法。通过对裕溪河特大桥梁数值模型的索力传感器优化布置分析,可以得出以下结论:

(1)实现了以结构损伤识别为目标的大跨斜拉桥结构索力传感器的优化布置,能够为大跨斜拉桥结构健康监测系统中索力传感器的布置提供科学依据。

(2)不同灵敏度阈值条件下的传感器优化布置结果表明,随着灵敏度阈值的增大,需要布置的索力传感器数目有增多的趋势;并且,一些位置的斜拉索在不同布置方案中出现的频率较高,在实际工程中可以优先选择在这些位置布置索力传感器。

(3)在确定遗传算法初始种群和约束条件时充分考虑了工程经验和索力传感器的布置习惯,得到的索力传感器布置方案具有较强的实用性。

### 参考文献:

[1] 张金涛,傅战工,秦顺全,等.常泰长江大桥主航道桥桥

塔设计[J].桥梁建设,2022,52(5):1-7.

ZHANG Jintao, FU Zhongong, QIN Shunquan, et al. Pylon design for main navigational channel bridge of Changtai Yangtze River Bridge[J]. Bridge Construction, 2022, 52(5): 1-7.

[2] 马广,黄方林,王学敏.基于混合遗传算法的桥梁监测传感器优化布置[J].振动工程学报,2008,21(2):191-196.

MA Guang, HUANG Fanglin, WANG Xuemin. Optimal placement of sensors in monitoring for bridge based on hybrid genetic algorithm[J]. Journal of Vibration Engineering, 2008, 21(2): 191-196.

[3] 董佳霖.基于空间相关性的索力传感器优化布置及全桥索力反演预测研究[D].哈尔滨:哈尔滨工业大学,2017.

DONG Jialin. Research on optimal placement of cable sensor based on spatial correlation and prediction of cable force of full-bridge[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2017.

[4] 张加培,尹涛,朱宏平,等.基于信息熵与谱有限元法的传感器优化布置[J].振动与冲击,2016,35(2):76-81.

ZHANG Jiawei, YIN Tao, ZHU Hongping, et al. Optimal sensor configuration based on spectral finite element method and information entropy[J]. Journal of Vibration and Shock, 2016, 35(2): 76-81.

[5] 孙晓丹,欧进萍.结构损伤参量灵敏度分析的传感器数量位置优化[J].哈尔滨工业大学学报,2010,42(10):1530-1535.

SUN Xiaodan, OU Jinping. Optimal sensor placement based on sensitivity of damage parameters[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2010, 42(10): 1530-1535.

[6] COBB R G, LIEBST B S. Sensor placement and structural damage identification from minimal sensor information[J]. AIAA Journal, 1997, 35(2): 369-374.

[7] SHI Z Y, LAW S S, ZHANG L M. Optimum sensor placement for structural damage detection[J]. Journal of Engineering Mechanics, 2000, 126(11): 1173-1179.

[8] 刘晖,瞿伟廉,袁润章.基于有限测点信息的结构损伤识别柔度法[J].计算力学学报,2005,22(3):379-384.

LIU Hui, QU Weilian, YUAN Runzhang. Structural damage detection using flexibility from limited sensor information[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2005, 22(3): 379-384.

[9] 周述美,鲍跃全,李惠.基于子结构灵敏度分析的传感器优化布置[J].地震工程与工程振动,2014,34(4):242-247.

ZHOU Shumei, BAO Yuequan, LI Hui. Optimal sensor placement based on substructure sensitivity analysis[J]. Earthquake Engineering and Engineering Dynamics, 2014, 34(4): 242-247.

[10] 李戈,秦权,董聪.用遗传算法选择悬索桥监测系统中传感器的最优布点[J].工程力学,2000,17(1):25-34.

LI Ge, QIN Quan, DONG Cong. Optimal placement of

- sensors for monitoring systems on suspension bridges using genetic algorithms[J]. *Engineering Mechanics*, 2000, 17(1): 25-34.
- [11] 文德. 巴东长江大桥健康监测系统设计研究 [D]. 重庆: 重庆交通大学, 2018.
- WEN De. Design and research on health monitoring system of Badong Yangtze River Bidge[D]. Chongqing: Chongqing Jiaotong University, 2018.
- [12] 刘宇, 毕丹, 李兆霞. 大跨斜拉桥基于遗传算法的传感器优化布置方法 [J]. *东南大学学报(自然科学版)*, 2009, 39(4): 825-829.
- LIU Yu, BI Dan, LI Zhaoxia. Optimal placement of accelerometers in long cable-stayed bridges based on genetic algorithm[J]. *Journal of Southeast University(Natural Science Edition)*, 2009, 39(4): 825-829.
- [13] 黄民水, 朱宏平, 李炜明. 基于改进遗传算法的桥梁结构传感器优化布置 [J]. *振动与冲击*, 2008, 27(3): 82-86.
- HUANG Minshui, ZHU Hongping, LI Weiming. Optimal sensor placement on bridge structure based on genetic algorithm[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2008, 27(3): 82-86.
- [14] 伊廷华, 王传伟, 李宏男. 利用分布式狼群算法进行三维传感器优化布置的方法研究 [J]. *振动工程学报*, 2014, 27(5): 668-675.
- YI Tinghua, WANG Chuanwei, LI Hongnan. Optimal triaxial sensor placement using distributed wolf algorithm[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2014, 27(5): 668-675.
- [15] 张笑华, 吴圣斌, 方圣恩, 等. 采用 Pareto 人工鱼群算法的结构健康监测传感器位置多目标优化 [J]. *振动工程学报*, 2022, 35(2): 351-358.
- ZHANG Xiaohua, WU Shengbin, FANG Sheng'en, et al. Multi-objective sensor optimal placement for structural health monitoring based on Pareto artificial fish swarm algorithm[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2022, 35(2): 351-358.
- [16] LIN J F, XU Y L, LAW S S. Structural damage detection-oriented multi-type sensor placement with multi-objective optimization[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2018, 422: 568-589.
- [17] 华旭刚. 基于索力变化的斜拉桥主梁损伤识别方法 [J]. *中国科技论文在线*, 2010, 5(10): 789-796.
- HUA Xugang. Structural damage detection of cable-stayed bridges using changes in cable forces[J]. *Sciencepaper Online*, 2010, 5(10): 789-796.
- [18] 李延强, 彭沉彬. 基于车激索力响应的斜拉桥主梁损伤识别研究 [J]. *应用基础与工程科学学报*, 2017, 25(2): 307-319.
- LI Yanqiang, PENG Chenbin. Damage detection of the girder for cable-stayed bridge based on cable force response excited by vehicle[J]. *Journal of Basic Science and Engineering*, 2017, 25(2): 307-319.
- [19] 翁顺, 朱宏平. 基于有限元模型修正的土木结构损伤识别方法 [J]. *工程力学*, 2021, 38(3): 1-16.
- WENG Shun, ZHU Hongping. Damage identification of civil structures based on finite element model updating[J]. *Engineering Mechanics*, 2021, 38(3): 1-16.
- [20] SUN H, BÜYÜKÖZTÜRK O. Optimal sensor placement in structural health monitoring using discrete optimization[J]. *Smart Material and Structures*, 2015, 24(12): 125034.

通信作者: 于 虹(1992—), 男, 博士, 高级工程师。

E-mail: 007382@crfsdi.com