

滚动轴承单一局部损伤故障变刚度动力学建模

郭宝良¹, 赵玉秀², 郑建校¹, 李玲¹, 段志善¹

(1. 西安建筑科技大学机电工程学院, 陕西 西安 710055; 2. 西安思源学院图书馆, 陕西 西安 710038)

摘要: 针对滚动轴承单一局部损伤故障动力学建模问题, 基于 Hertz 接触理论, 定义了接触变形保留因子, 提出了基于静力学分析法的变刚度函数, 建立了径向载荷作用下的滚动轴承单一局部损伤故障变刚度动力学模型, 并进行了仿真和试验研究。研究结果表明, 滚动体有效接触刚度在进入载荷区时突然增加, 在退出载荷区和陷入故障时则突然减小, 从而引起载荷区其他承载滚动体的接触力和接触变形突然减小或增加, 以重新平衡外部载荷, 但不影响其有效接触刚度; 越靠近载荷区中心位置的滚动体受到的影响就越明显; 同时导致系统总有效刚度突然增加或减小, 从而引起系统振动。外环故障时, 总有效刚度的变化是等幅的, 导致时域振动响应也是等幅的; 内环故障时, 总有效刚度的变化和响应的幅值均受到内环旋转的调制而剧烈变化。提出的变刚度动力学模型与实际更加吻合, 为有效地诊断滚动轴承故障提供了一定理论依据。

关键词: 滚动轴承; 故障诊断; 局部损伤; 有效刚度

中图分类号: TH133.33⁺1; TH165⁺.3 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2025)05-0963-11

DOI: 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2025.05.008

Dynamic modeling of variable stiffness for single local damage fault of rolling bearing

GUO Baoliang¹, ZHAO Yuxiu², ZHENG Jianxiao¹, LI Ling¹, DUAN Zhishan¹

(1. School of Mechanical and Electrical Engineering, Xi'an University of Architecture and Technology, Xi'an 710055, China;

2. Library of Xi'an Siyuan University, Xi'an 710038, China)

Abstract: To address the dynamics modeling of a single local damage fault in rolling bearings, a comprehensive approach based on Hertz contact theory has been developed. Specifically, a contact deformation retention factor is defined and a variable stiffness function using a static analysis method is proposed. This allowed us to establish and simulate a variable stiffness dynamics model for a single local damage fault in rolling bearings under radial load. The model was also experimentally validated. The research results show that when the rolling element enters the load zone its effective contact stiffness suddenly increases. Conversely, when it exits the load zone or falls into the fault position, the stiffness suddenly decreases. This change causes the contact force and contact deformation of other load-carrying rolling elements in the load zone to suddenly decrease or increase to rebalance the external load. However, this does not affect the effective contact stiffness of the rolling element itself. The effect is more pronounced for rolling elements near the center of the load zone. Additionally, these changes cause the total effective stiffness of the system to suddenly increase or decrease, leading to system vibrations. When the outer race has a fault, the change in total effective stiffness is of equal amplitude, resulting in an equal-amplitude time-domain vibration response. In contrast, when the inner race has a fault, both the change in total effective stiffness and the response amplitude are modulated by the rotation of the inner race, leading to significant variations. The proposed variable stiffness dynamics model is more consistent with reality and provides a certain theoretical basis for effective diagnosis of rolling bearing faults.

Keywords: rolling bearing; fault diagnosis; local damage; effective stiffness

在各类机械设备中, 滚动轴承是应用最为广泛的支承部件。在各种运行工况下, 因滚动轴承故障易引发设备故障, 故对滚动轴承进行故障诊断是非常必要的。

滚动轴承故障诊断可使用各种信号处理方法从轴承故障振动信号中提取故障特征及频率, 如: 卷积

神经网络法、自适应增强差分形态滤波器法、深度学习法等^[1-4], 此类研究成果众多。但为了深入了解故障信号产生的机理, 滚动轴承故障动力学建模是最重要的途径之一。

李志农等^[5]提出了圆弧形故障的渐变释放接触变形量的位移激励函数, 建立了含滚动体点蚀故障

收稿日期: 2023-03-24; **修订日期:** 2023-05-21

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51975449); 陕西省重点研发计划项目(2023-YBGY-386); 陕西省自然科学基金研究计划项目(2023-JC-YB-313)

的滚动轴承二自由度动力学模型。QIN 等^[6]综合径向载荷分布下的耦合效应和具有矩形故障的分段位移激励函数,建立了滚动轴承外环二自由度动力学模型,研究了故障尺寸和转速对响应的影响规律。刘静等^[7]结合弹性流体动力润滑和圆柱形边缘局部故障位移激励模型,建立了滚动轴承二自由度动力学模型,分析了有、无润滑情况下振动响应随故障边缘半径尺寸的变化规律。JIANG 等^[8]根据滚动体和矩形故障之间的三维几何关系,将滚动体通过故障的情况分为三种类型,从而构建位移激励函数并建立滚动轴承动力学模型,分析了不同接触类型下滚动元件间接触力的变化和故障尺寸与系统振动响应之间的关系。刘倩楠等^[9]将滚动体通过矩形故障的过程分为 5 个部分来构建位移激励函数,建立了针对双冲击现象的轴承系统动力学模型,并分析了不同故障尺寸下的系统动力学响应特性。LUO 等^[10]在考虑弹性流体动力润滑的条件下,用分段函数描述了滚动体通过矩形故障时的几何位移,建立了滚动轴承内环故障双冲击振动模型,并对双冲击现象进行了分析。胡爱军等^[11]采用矩形故障位移激励模型和五自由度动力学模型在故障数量和间隔不同的情况下分析了外环多点故障特征的变化情况。CUI 等^[12]采用基于矩形故障释放接触变形量的位移激励模型,建立了含外圈单一故障的滚动轴承非线性动力学模型,分析了冲击振动响应随故障尺寸的变化情况。WU 等^[13]用分段函数描述滚动体通过不同尺寸的矩形故障而产生的几何位移量,给出了滚动体通过故障各个关键位置所对应的时刻的计算方法,建立了滚动轴承系统动力学模型,并分析了双冲击现象的振动特性。

PETERSEN 等^[14]结合故障深度、长度和表面粗糙度参数构建位移激励函数和时变刚度函数,并建立了系统动力学方程,研究了外环故障不同尺寸下系统刚度与接触力的变化特点。认为当滚动体陷入故障位置时,刚度在加载方向上减小,在卸载方向上增大,刚度的快速变化会产生较大的冲击力,振动响应的特性与刚度变化的特性相关。

GAO 等^[15]根据角接触球轴承滚动体与外环上三维缺陷之间的相对位置关系将滚动体与故障的接触类型分为 5 种,建立了位移激励函数和 10 自由度动力学模型,认为周向尺寸对接触力分布有显著影响,减小径向-轴向载荷比可以减轻振动脉冲冲击。

上述基于位移激励法的滚动轴承故障动力学模型都能够对相应的故障进行分析和诊断。滚动体与内、外环体之间的接触均采用 Hertz 接触理论,并且文献 [14] 提出了时变刚度的计算方法,但对滚动轴承运行过程中接触变形、接触力、接触刚度的研究

不完善。且以上研究成果在动力学建模过程中,均将滚动体陷入故障的几何距离计入该滚动体处释放的接触变形量,并以此作为位移激励系统振动,文献 [14] 对时变刚度的计算也是如此。因几何距离并不等同于释放的接触变形,导致基于位移激励法的系统响应存在一定的不准确性。

滚动轴承受径向载荷作用时有多个滚动体同时承载,其中一个滚动体陷入故障位置所引起的载荷不平衡会由其他承载滚动体共同承担,因而会使各承载滚动体处的接触变形和接触力增加,从而重新平衡外部径向载荷。

为解决以上问题,本文定义了接触变形保留因子、单个滚动体处的有效刚度和系统总有效刚度,基于 Hertz 接触理论建立了单一局部损伤故障的变刚度二自由度滚动轴承动力学模型,分析了滚动轴承运转过程中总有效刚度,单个滚动体处的有效接触刚度、接触力和接触变形的变化特点,并与位移激励法动力学模型的响应仿真结果和试验数据进行了对比分析。

1 系统变刚度动力学模型的建立

径向载荷 F_r 作用下的深沟球轴承 (以 SKF6205 为例) 结构如图 1(a) 所示,将单个滚动体与内、外环的弹性接触简化为弹簧和阻尼器,如图 1(b) 所示。图 1 中,设 x 轴方向为水平方向, y 轴方向为垂直方向, O_i 、 O_o 分别为内、外环的中心; F_r 为外部径向载荷,大小和方向均固定不变; θ_0 为径向载荷 F_r 与 y 轴的夹角; β_0 为故障左边沿与 y 轴的初始夹角; α_0 为滚动体 1# 与 y 轴的初始夹角; ψ 为滚动体与 y 轴的夹角; Q_{\max} 为载荷区载荷最大值; f_m 为保持架旋转频率; f_s 为内环旋转频率; δ_r 为内环和外环的最大相对径向位移; K 为单个滚动体处的径向接触刚度系数; C 为单个滚动体处的阻尼系数; φ_L 为载荷区的角度范围。

滚动体 (球) 在不触底情况下与不同类型故障接触时,在滚动体断面上表现为圆与故障边缘两点接触的形式,本文采用矩形故障。滚动体陷入故障位置时的结构如图 2 所示。

图 2 中, h_s 为滚动体可陷入故障位置且不触底时的理论距离; r 为滚动体半径; r_o 为外环滚道半径; r_i 为内环滚道半径; b 为故障宽度; h_d 为故障深度。

在 $b < r$ 的情况下,当滚动体陷入故障位置时,陷落的最大理论几何距离为:

$$h_{\min} = \min(h_d, h_s) \quad (1)$$

其中:

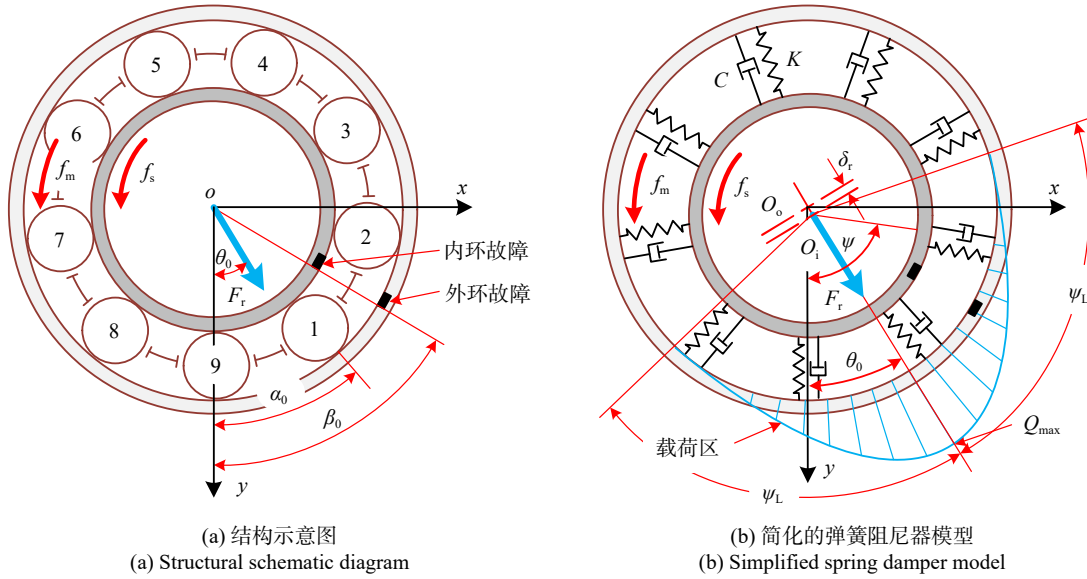


图 1 径向载荷作用下的轴承示意图

Fig. 1 Schematic diagram of bearing under radial load

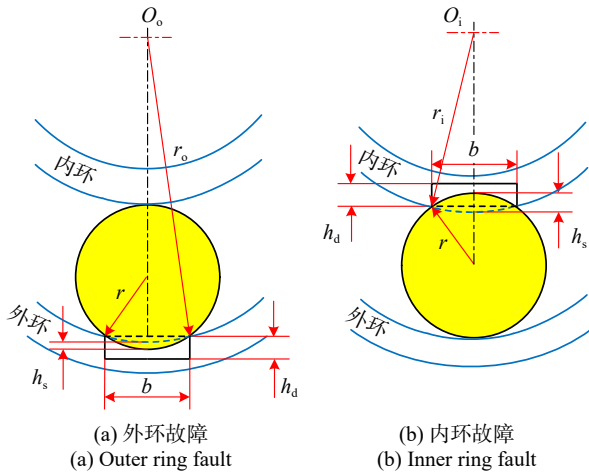


图 2 滚动体陷入故障位置时的结构

Fig. 2 Structure diagram of rolling element in fault position

$$h_s = \begin{cases} \left[r - \sqrt{r^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2} \right] + \left[r_i - \sqrt{r_i^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2} \right], & \text{内环} \\ \left[r - \sqrt{r^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2} \right] - \left[r_o - \sqrt{r_o^2 - \left(\frac{b}{2}\right)^2} \right], & \text{外环} \end{cases} \quad (2)$$

式中, $\min(\cdot)$ 为求最小值运算。

故障宽度对应在内环和外环的圆心角为:

$$\Delta\beta = \begin{cases} 2\arcsin \frac{b}{2r_i}, & \text{内环} \\ 2\arcsin \frac{b}{2r_o}, & \text{外环} \end{cases} \quad (3)$$

径向载荷 F_r 方向上内环和外环的最大相对径向位移为:

$$\delta_r = \frac{P_d}{2} + \delta_{\max} \quad (4)$$

式中, δ_{\max} 为径向载荷 F_r 方向的接触变形; P_d 为径向游隙。

根据变形协调条件, 位于角度 ψ_i 的第 i 个滚动体处的径向接触变形为^[16]:

$$\delta_i = \delta_{\max} \left\{ 1 - \frac{1}{2\varepsilon} [1 - \cos(\psi_i - \theta_0)] \right\} \quad (5)$$

式中, ε 为载荷分布范围系数, 可表示为:

$$\varepsilon = \frac{1}{2} \left(1 - \frac{P_d}{2\delta_r} \right) \quad (6)$$

令:

$$v_i = 1 - \frac{1}{2\varepsilon} [1 - \cos(\psi_i - \theta_0)] \quad (7)$$

式中, v_i 表示角度 ψ_i 引起的变形因子。

在径向载荷 F_r 的作用下, 载荷区的角度范围为:

$$\psi_L = \arccos\left(\frac{P_d}{2\delta_r}\right) \quad (8)$$

第 i 个滚动体处的径向接触变形 δ_i 与接触力 $Q(\psi_i)$ 的关系为:

$$Q(\psi_i) = K\delta_i^{1.5} \quad (9)$$

其中:

$$K = \left[\frac{1}{(1/K_{\rho i})^{\frac{2}{3}} + (1/K_{\rho o})^{\frac{2}{3}}} \right]^{1.5} \quad (10)$$

式中, $K_{\rho i}$ 、 $K_{\rho o}$ 分别为滚动体与内、外环滚道的径向接触刚度系数, 具体计算请参阅文献 [16]。

当第 i 个滚动体陷入故障位置时, 根据径向接触变形 δ_i 与陷落距离 h_{\min} 之间的几何关系, 结合式 (9), 并在考虑接触变形和接触载荷的物理意义的前提下, 定义接触变形保留因子如下:

$$\gamma_i = \left(1 - \frac{h_{\min}}{\delta_i} \right)^{1.5} \quad (11)$$

(1) 当 $h_{\min} < \delta_i$ 时, $0 < \gamma_i < 1$, 即滚动体处的接触变形有部分被释放, 可提供部分有效接触载荷。

(2) 当 $h_{\min} \geq \delta_i$ 时, $\gamma_i = 0$, 即滚动体处的接触变形全部被释放, 无法提供有效接触载荷。

接触变形保留因子 γ_i 随陷落距离 h_{\min} 的变化情

况如图 3 所示。由图 3 可知,随着 h_{\min} 的增加,变形释放量逐步增加,接触变形保留因子 γ_i 逐步减小;当 $h_{\min} \geq \delta_i$ 时,变形成全部被释放,滚动体无法提供有效支撑,接触变形保留因子 γ_i 减小为零。所以,当滚动体陷入故障位置时,所释放的接触变形的大小不仅与轴承和故障的结构尺寸有关,而且与接触变形本身有关。

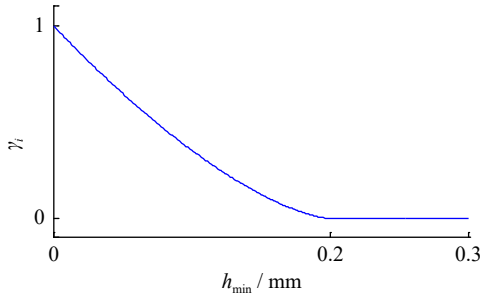


图 3 接触变形保留因子 γ_i 随陷落距离 h_{\min} 的变化情况

Fig. 3 Variation of contact deformation retention factor γ_i with collapse distance h_{\min}

第 i 个滚动体随着保持架旋转所处的角度为:

$$\alpha_{mi} = 2\pi f_m t + (i-1) \frac{2\pi}{Z} + \alpha_0 \quad (12)$$

式中, t 为时间; Z 为滚动体数量。

当内环故障时,故障点随着内环旋转所处的角度为:

$$\theta_s = 2\pi f_s t + \beta_0 \quad (13)$$

令:

$$\lambda_i = \begin{cases} 1, & \text{mod}(\alpha_{mi}, 2\pi) \in [-\psi_L + \theta_0, \psi_L + \theta_0] \\ 0, & \text{其他} \end{cases} \quad (14)$$

式中, $\text{mod}(\cdot)$ 为求余运算,参数 λ_i 用于判断第 i 个滚动体是否位于载荷区。

令:

$$\mu_i = \begin{cases} \gamma_i, & \text{mod}(\alpha_{mi}, 2\pi) \in [\beta_0, \beta_0 + \Delta\beta] \\ \gamma_i, & \text{mod}(\alpha_{mi}, 2\pi) \in [\text{mod}(\theta_s, 2\pi), \text{mod}(\theta_s, 2\pi) + \Delta\beta] \\ 1, & \text{其他} \end{cases} \quad (15)$$

式中,参数 μ_i 用于判断第 i 个滚动体是否位于外环或内环的故障位置。

为了满足与径向载荷 F_r 及其在 x 、 y 方向的分力 F_{rx} 、 F_{ry} (含转子系统的重力) 的静力平衡,结合式 (14) 和 (15) 有:

$$\begin{cases} F_r = \sum_{i=1}^Z \lambda_i \mu_i Q(\psi_i) \cos(\psi_i - \theta_0) \\ F_{rx} = \sum_{i=1}^Z \lambda_i \mu_i Q(\psi_i) \sin\psi_i \\ F_{ry} = \sum_{i=1}^Z \lambda_i \mu_i Q(\psi_i) \cos\psi_i \end{cases} \quad (16)$$

由式 (5)、(7)、(9) 和 (16), 径向载荷方向总有效刚度 k_{eqr} 、 x 方向总有效刚度 k_{eqx} 和 y 方向总有效刚度 k_{eqy} 可定义为:

$$\begin{cases} k_{eqr} = \sum_{i=1}^Z k_i \\ k_{eqx} = \sum_{i=1}^Z k_{ix} \\ k_{eqy} = \sum_{i=1}^Z k_{iy} \end{cases} \quad (17)$$

式中, k_i 、 k_{ix} 和 k_{iy} 分别为单个滚动体径向载荷方向、 x 方向和 y 方向的有效接触刚度,可定义为:

$$\begin{cases} k_i = \lambda_i \mu_i K v_i^{1.5} \cos(\psi_i - \theta_0) \\ k_{ix} = \lambda_i \mu_i K v_i^{1.5} \sin\psi_i \\ k_{iy} = \lambda_i \mu_i K v_i^{1.5} \cos\psi_i \end{cases} \quad (18)$$

为了分析故障深沟球轴承的动态特性,建立二自由度非线性动力学微分方程为:

$$\begin{cases} m\ddot{x} + c_{eq}\dot{x} + k_{eqx}x = F_{rx} \\ m\ddot{y} + c_{eq}\dot{y} + k_{eqy}y = F_{ry} \end{cases} \quad (19)$$

式中, c_{eq} 为轴承等效阻尼系数,根据文献 [14], c_{eq} 取值为 300 N·s/m; m 为外环或内环的质量。

2 仿真和试验

2.1 轴承参数和初始状态

以深沟球轴承 SKF6205 为例进行仿真与试验研究,轴承参数和初始状态如表 1 所示。

表 1 轴承参数

Tab. 1 Parameters of bearing

参数	取值
滚动体数量 Z	9
滚动体直径 d /mm	7.94
轴承节径 D /mm	39
接触角 α /°	0
内环滚道半径 r_i /mm	15.53
外环滚道半径 r_o /mm	23.47
内环滚道沟曲率半径 R_i /mm	4.089
外环滚道沟曲率半径 R_o /mm	4.169
径向游隙 P_d /m	6×10^{-6}
等效阻尼系数 c_{eq} /(N·s·m ⁻¹)	300
质量 m /kg	0.063(外环), 0.045(内环)
故障初始角度 β_0 /°	10
滚动体 1# 初始角度 α_0 /°	0
y 方向载荷 F_{ry} /N	50
x 方向载荷 F_{rx} /N	10
内环转速 n /(r·min ⁻¹)	1750

由式 (8) 和表 1 可知, $\psi_L = 68.2^\circ$, $\theta_0 = 11.3^\circ$, 径向载荷 $F_r = 50.99$ N。仿真流程如图 4 所示。

2.2 各方向总有效刚度的仿真

内环逆时针旋转,系统在无故障时的径向载荷

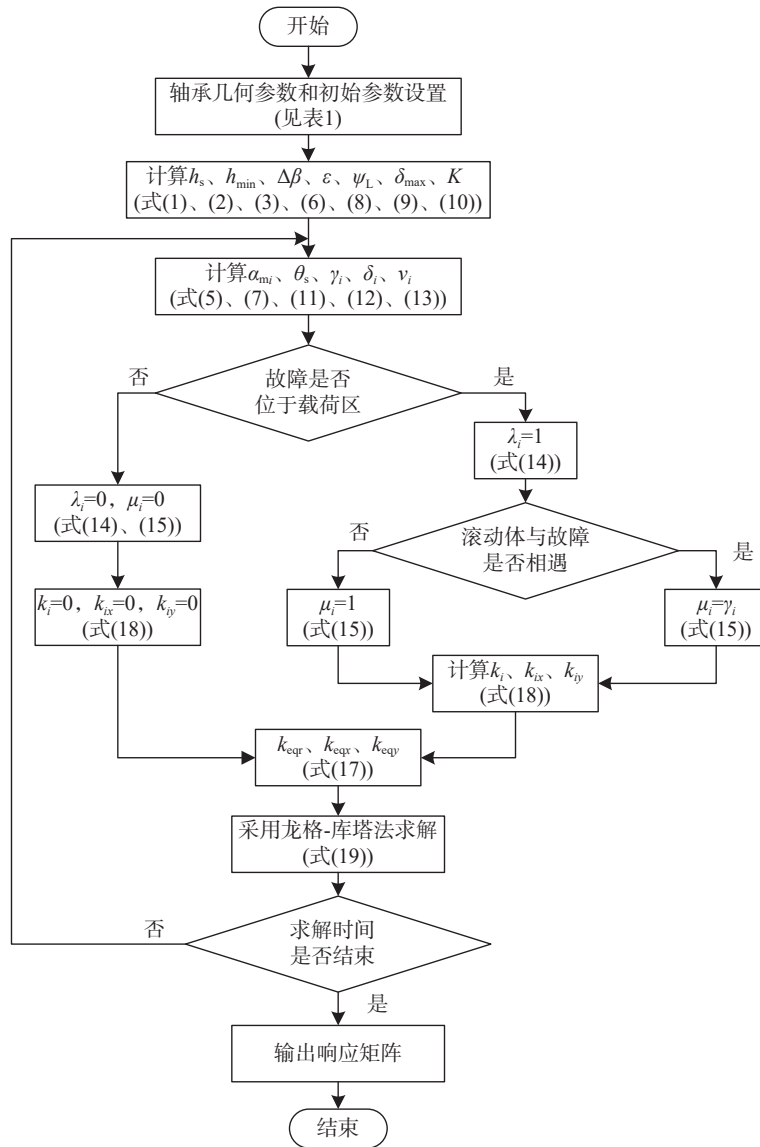


图 4 仿真流程图

Fig. 4 Simulation flow chart

方向、 x 方向和 y 方向总有效刚度随保持架旋转角度 θ_m 变化的仿真结果如图 5 所示。由图 5 可知, 各总有效刚度呈周期性变化。图 5(b) 中, 滚动体 1[#] 随保持架旋转 11.3° 后位于载荷区的中间位置, 此时载荷区中有 3 个滚动体, 分别为滚动体 1[#]、2[#] 和 9[#], 处于“奇压”状态; 滚动体 1[#] 随保持架继续旋转 20° 后, 此时载荷区中有 4 个滚动体, 分别为滚动体 1[#]、2[#]、8[#] 和 9[#], 处于“偶压”状态; 此后每隔 20° “奇压”和“偶压”状态变换一次。在状态变换过程中, 每隔 40° 就会有一个滚动体进入或退出载荷区, 会造成各个方向总有效刚度发生突然变化, 但幅度不大。

以 $b=1$ 、 $\gamma_i=0.38$ 时的外环故障为例, 有效刚度随保持架旋转角度 θ_m 变化的仿真结果如图 6 所示, 图中带圈数字为滚动体序号。由表 1 和图 6 可知, 滚动体 1[#] 随保持架旋转 10° 进入故障位置后, 每隔 40° 就会有一个滚动体进入故障位置。在 γ_i 保持不变的情况下, 因外环故障相对径向载荷 F_r 和载荷区的位置

是不变的, 当各滚动体依次陷入故障位置时 (如表 2 中的滚动体 4[#]、5[#] 和 6[#]), 其他承载滚动体的支撑情况是相同的, 只是滚动体的序号不同, 故总有效刚度下降的幅度是相同的。

各总有效刚度随接触变形保留因子 γ_i 的不同而产生或大或小的突变, 如图 7 所示。当 $\gamma_i=0$ 时, 即某个滚动体处的接触变形完全释放, 系统的各总有效刚度由载荷区其他滚动体有效刚度之和构成。

系统在内环故障时总有效刚度随保持架旋转角度 θ_m 变化的仿真结果如图 8 所示, 图中带圈数字为滚动体序号。

图 8 表明, 因内环故障随着内环旋转, 相对径向载荷 F_r 和载荷区的位置是周期性变化的, 当某个滚动体和故障都在载荷区且二者相遇时会导致总有效刚度下降, 下降的幅度与滚动体和故障相遇时在载荷区的位置有关, 故有效刚度的下降是变幅的, 是受到内环旋转的调制的。

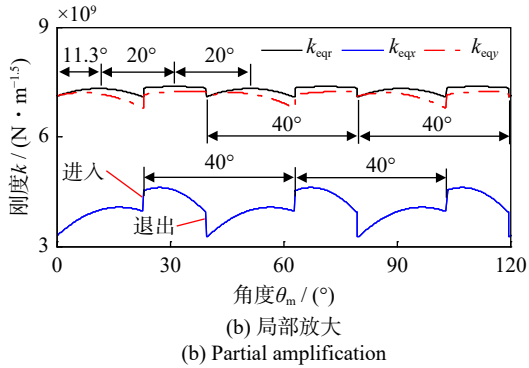
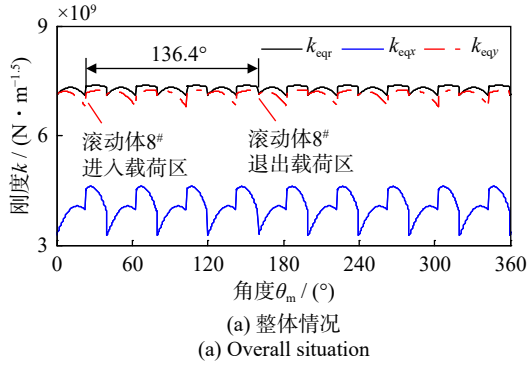


图 5 无故障时的各总有效刚度

Fig. 5 Total effective stiffness without fault

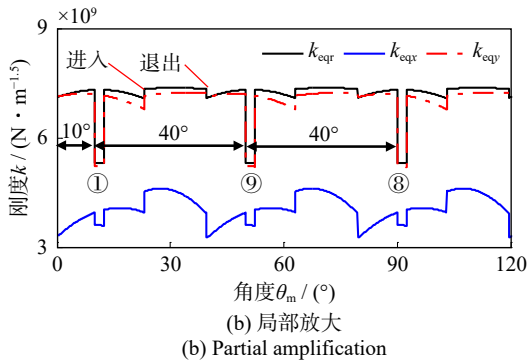
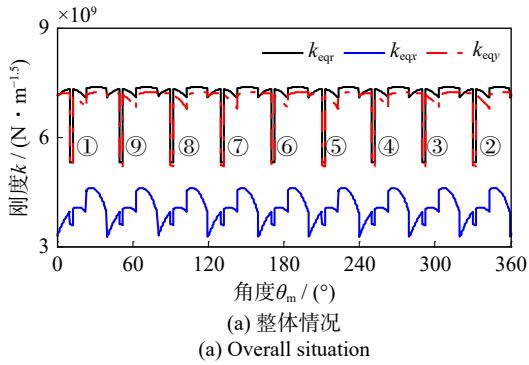


图 6 外环故障时的各总有效刚度

Fig. 6 Total effective stiffness in case of outer ring fault

2.3 外环故障时单个滚动体处的有效接触刚度、接触力和接触变形的仿真

以 $b=1$ 、 $\gamma_i=0.38$ 时的滚动体 5# 为例, 其随保持架旋转从进入到退出载荷区过程中的有效接触刚度、接触力和接触变形的变化情况如图 9 所示, 关键位

表 2 滚动体 5# 的关键位置和状态

Tab. 2 Key positions and states of the rolling element 5#

保持架旋转角度 $\theta_m / (^\circ)$	载荷区滚动体序号	状态
143.1	5#、6#、7#、8#	5# 进入载荷区
159.5	5#、6#、7#	8# 退出载荷区
170.0	5#、6#、7#	6# 陷入故障
183.1	4#、5#、6#、7#	4# 进入载荷区
199.5	4#、5#、6#	7# 退出载荷区
210.0	4#、5#、6#	5# 陷入故障
223.1	3#、4#、5#、6#	3# 进入载荷区
239.5	3#、4#、5#	6# 退出载荷区
250.0	3#、4#、5#	4# 陷入故障
263.1	2#、3#、4#、5#	2# 进入载荷区
279.5	2#、3#、4#	5# 退出载荷区

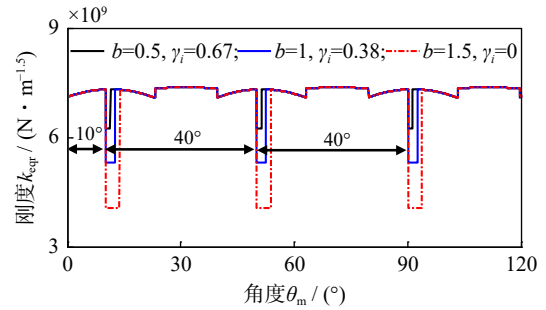


图 7 不同接触变形保留因子 γ_i 下的径向总有效刚度

Fig. 7 Total radial effective stiffness of different contact deformation retention factor γ_i

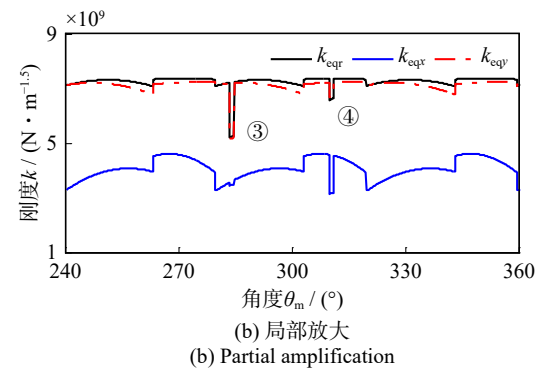
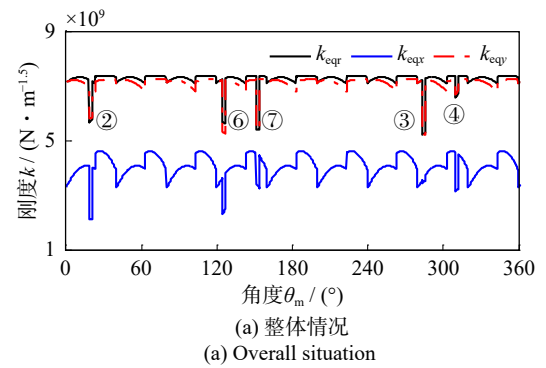


图 8 内环故障时的各总有效刚度

Fig. 8 Total effective stiffness in case of inner ring fault

置和状态如表 2 所示。其他滚动体的情况与此类似, 不再赘述。

图 9 表明, 当滚动体 5[#]在 143.1°和 279.5°分别进入和退出载荷区时, 虽然刚度有一定的突变, 但由于这两个位置在载荷区的边缘, 距离径向载荷 F_r 最远, 所以在接触变形的变化上非常小。在 170.0°和 250.0°时, 滚动体 6[#]和 4[#]分别陷入故障, 导致系统总有效刚度减小, 外部径向载荷在承载滚动体之间重新分配, 引起滚动体 5[#]接触力和接触变形增加, 而此时滚动体 5[#]的有效接触刚度保持不变。在 210.0°时滚动体 5[#]陷入故障, 导致其有效接触刚度、接触力和接触变形下降。其他位置是其他滚动体进入和退出载荷区引起的滚动体 5[#]接触力和接触变形的变化, 很明显, 滚动体 5[#]越靠近载荷区中心变化越大。

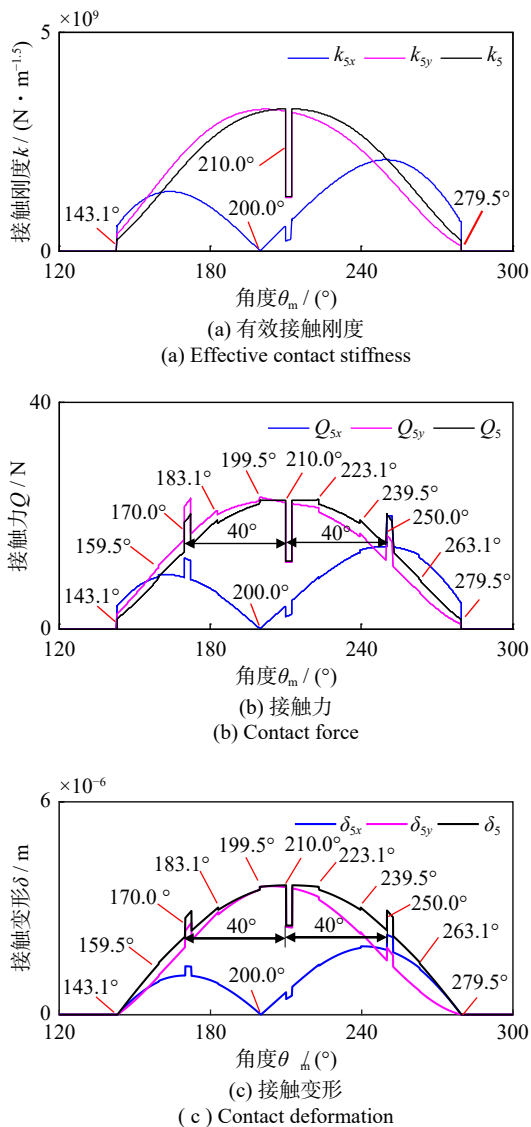


图 9 滚动体 5[#]的有效接触刚度、接触力和接触变形
Fig. 9 Effective contact stiffness, contact force and contact deformation of rolling element 5[#]

由图 9 和表 2 可知, 外环故障的位置是固定的, 每间隔 40.0°就有一个滚动体陷入故障位置。当某个

滚动体陷入故障时, 载荷区中承载滚动体的数量是相同的, 所以此时系统的总有效刚度下降的幅度是相同的, 如图 6 和 7 所示。当有滚动体进入载荷区时, 系统总有效刚度增加, 载荷区中各滚动体的接触力和接触变形减小, 如 183.1°~199.5°之间; 当有滚动体退出载荷区时, 则系统总有效刚度降低, 载荷区中各滚动体的接触力和接触变形增加, 如 199.5°~223.1°之间。

由表 2 可知, 当滚动体 5[#]陷入故障位置时, 此时载荷区中承载滚动体为 4[#]、5[#]、6[#], 这些滚动体的径向接触力和径向接触变形变化情况如图 10 所示。图 10 表明, 滚动体 5[#]因陷入故障位置而释放部分径向接触变形, 从而失去部分径向接触力, 导致同时支撑外部径向载荷 F_r 的滚动体 4[#]和 6[#]的径向接触力和径向接触变形增大, 从而重新平衡外部径向载荷 F_r 。

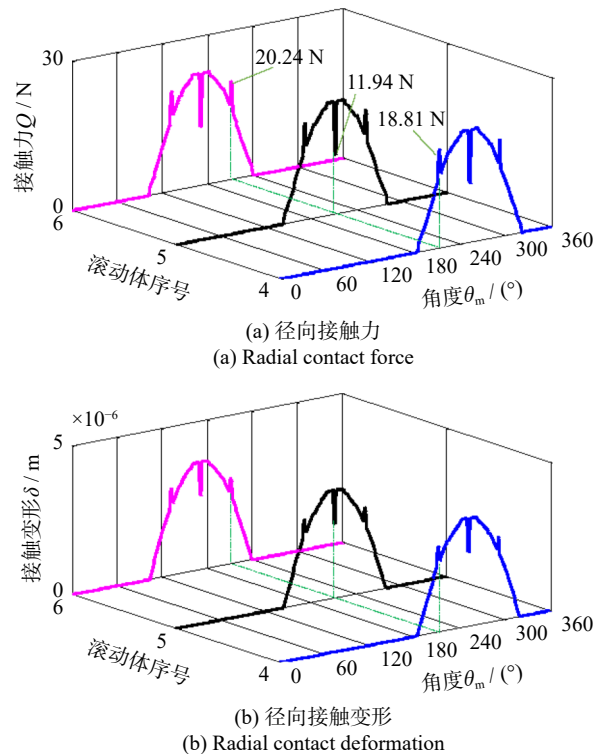


图 10 滚动体 4[#]、5[#]和 6[#]的径向接触力和径向接触变形
Fig. 10 Radial contact force and radial contact deformation of rolling element 4[#], 5[#] and 6[#]

2.4 内环故障时单个滚动体处的有效接触刚度、接触力和接触变形的仿真

以滚动体位于径向载荷方向, 且 $b=1$ 、 $\gamma_i=0.38$ 时的滚动体 7[#]为例, 其随保持架旋转从进入到退出载荷区过程中的有效接触刚度、接触力和接触变形的变化情况如图 11 所示, 关键位置和状态如表 3 所示。

由图 11 和表 3 可知, 内环故障时, 当滚动体和故障均位于载荷区且二者相遇时, 其有效接触刚度、接触力和接触变形下降, 下降的幅度与二者在载荷

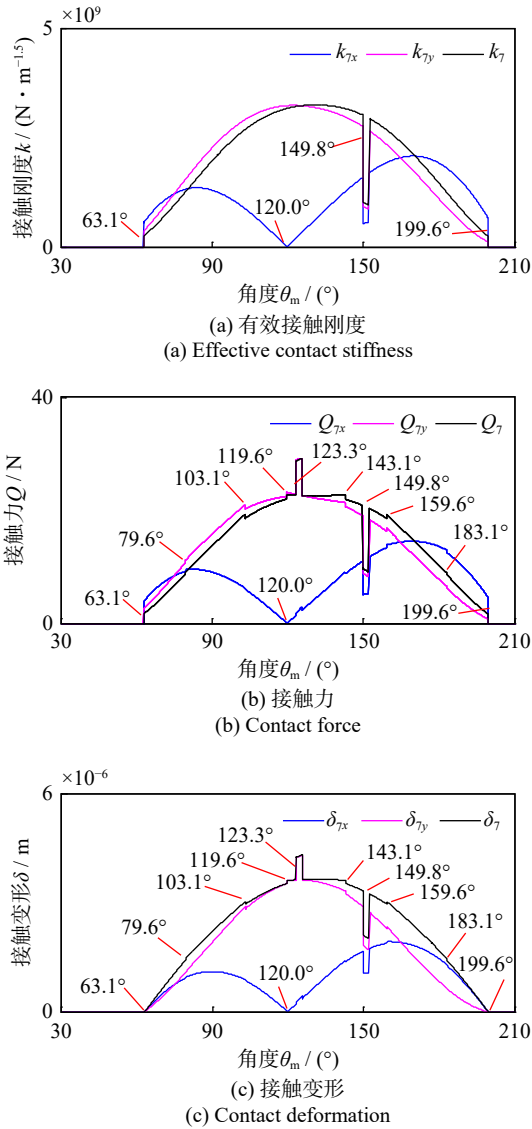


图 11 滚动体 7# 的有效接触刚度、接触力和接触变形
Fig. 11 Effective contact stiffness, contact force and contact deformation of rolling element 7#

表 3 滚动体 7# 的关键位置和状态

Tab. 3 Key positions and states of the rolling element 7#

保持架旋转角度 $\theta_m / (^\circ)$	载荷区滚动体序号	状态	故障是否在载荷区
63.1	7#、8#、9#、1#	7# 进入载荷区	否
79.6	7#、8#、9#	1# 退出载荷区	否
103.1	6#、7#、8#、9#	6# 进入载荷区	否
119.6	6#、7#、8#	9# 退入载荷区	是
123.3	6#、7#、8#	6# 陷入故障	是
143.1	5#、6#、7#、8#	5# 进入载荷区	是
149.8	5#、6#、7#、8#	7# 陷入故障	是
159.6	5#、6#、7#	8# 退出载荷区	是
183.1	4#、5#、6#、7#	4# 进入载荷区	否
199.6	4#、5#、6#	7# 退出载荷区	否

区中的位置有关。其他位置的状态与外环故障时类似，不再赘述。

由表 3 可知，当滚动体 7# 陷入故障位置时，此时

载荷区中承载滚动体为 5#、6#、7# 和 8#，这些滚动体的径向接触力和径向接触变形变化情况如图 12 所示。

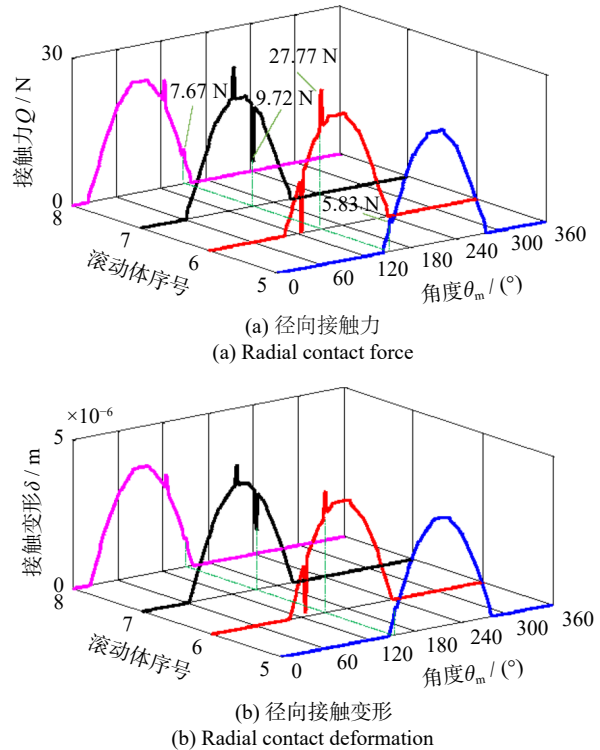


图 12 滚动体 5#、6#、7# 和 8# 的径向接触力和径向接触变形
Fig. 12 Radial contact force and radial contact deformation of rolling element 5#, 6#, 7# and 8#

图 12 表明，滚动体 7# 因陷入故障位置而释放部分径向接触变形，从而失去部分径向接触力，导致同时支撑外部径向载荷 F_r 的滚动体 5#、6# 和 8# 的径向接触力和径向接触变形增大，从而重新平衡外部径向载荷 F_r 。其中，滚动体 6# 距离载荷区中心较近，是主要的承载滚动体，其接触力和接触变形增加幅较大；而滚动体 5# 和 8# 距离载荷区中心较远，其接触力和接触变形增幅较小。

由图 9~12 可知，当某个滚动体在进入、退出载荷区和陷入故障时在各个方向上的有效接触刚度会发生突变，而其他滚动体的状态变化不会改变该滚动体的有效接触刚度，但对该滚动体的接触力和接触变形有影响。

2.5 系统响应仿真和试验

滚动轴承内、外环故障特征频率分别为^[16]：

$$f_i = \frac{Zf_s}{2} \left(1 + \frac{d}{D} \cos\alpha \right) \quad (20)$$

$$f_o = \frac{Zf_s}{2} \left(1 - \frac{d}{D} \cos\alpha \right) \quad (21)$$

式中， f_i 为内环故障特征频率； f_o 为外环故障特征频率。

在相同条件下，理论仿真采用本文的变刚度模型 (variable stiffness model, VSM)、传统的位移激励模

型 (displacement excitation model, DEM) 和时变刚度模型 (time-varying stiffness model, TVSM)。

试验采用美国凯斯西储大学的转子试验台, 仿真和试验的采样频率均为 48 kHz。转子试验台如图 13 所示, 滚动轴承的型号为 SKF6205, 其参数如表 1 所示。内环故障时, 转子试验台电机转速为 1748 r/min, 即 29.13 Hz, 理论计算内环故障特征频率 f_i 为 157.76 Hz, 内环故障的尺寸为 $\varnothing 0.36$ mm, 深 0.28 mm。外环故障时, 转子试验台电机转速为 1796 r/min, 理论计算故障特征频率 f_o 为 107.30 Hz, 外环故障的尺寸为 $\varnothing 0.18$ mm, 深 0.28 mm; 故障轴承安装在驱动端。轴承的制造、安装、电机转速波动等原因, 会造成实测故障特征频率与理论计算值有偏差。

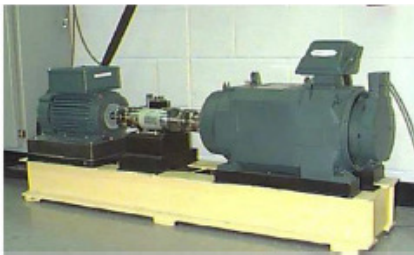


图 13 转子试验台

Fig. 13 Rotor test bench

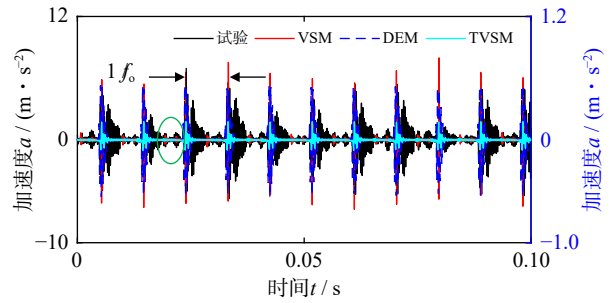
滚动轴承外环局部损伤故障仿真和试验结果如图 14 所示。图 14(a)~(b) 中, 试验数据与 VSM 共用左侧坐标轴, DEM 和 TVSM 共用右侧坐标轴; 图 14(c)~(d) 中, 试验数据与 VSM、DEM 共用左侧坐标轴, TVSM 用右侧坐标轴。

图 14(a) 为时域加速度波形, 故障冲击振动幅值变化不大, 相邻两幅值间距为 $1/f_o$ 。各仿真结果在横坐标位置上均与试验数据吻合, 但 DEM 和 TVSM 的幅值偏小, VSM 与试验数据的幅值较为接近。两故障冲击幅值之间的波形如图 14(b) 所示, 当滚动体进入或退出载荷区时会引起系统总有效刚度发生突变, 从而导致系统的振动。VSM 与试验结果更加吻合, 验证了理论的正确性。

图 14(c) 为包络谱图, 图中有明显的外环故障特征频率 f_o 及其倍频。例如: 107.70、215.30、323.00 Hz 等; 图 14(d) 为包络谱局部放大图, 各仿真结果与试验数据吻合, TVSM 的幅值偏小。

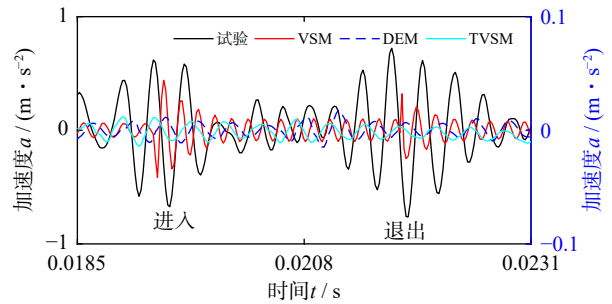
滚动轴承内环局部损伤故障仿真和试验结果如图 15 所示。图 15 中, 试验数据用左侧坐标轴, VSM、DEM 和 TVSM 共用右侧坐标轴。

图 15 (a) 为时域加速度波形, 故障冲击振动幅值变化剧烈, 相邻两幅值间距为 $1/f_i$ 。各仿真结果在横坐标位置上均与试验数据基本吻合, 但各仿真数据的幅值都偏大, 且 $VSM < TVSM < DEM$ 。图 15 (b) 为两较远故障冲击幅值之间的波形, 此时故障不在



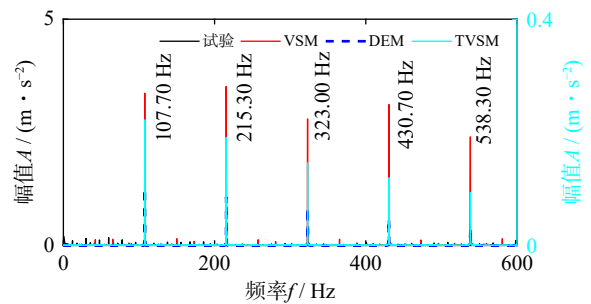
(a) 时域波形图

(a) Time-domain waveform



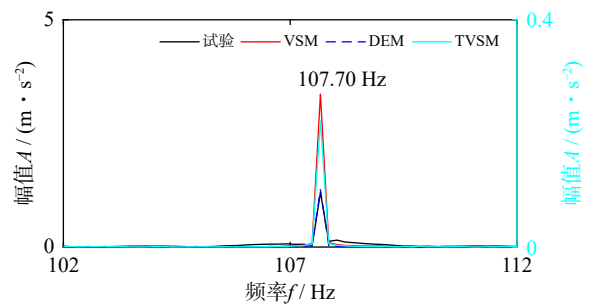
(b) 时域局部放大波形图

(b) Locally amplified waveform of time-domain



(c) 包络谱图

(c) Envelope spectrum



(d) 包络谱局部放大图

(d) Locally amplified of envelope spectrum

图 14 滚动轴承外环局部损伤故障仿真

Fig. 14 Simulation of local damage fault of outer ring of rolling bearing

载荷区, 当滚动体进入或退出载荷区时会引起系统总有效刚度发生突然增加或减小, 从而导致系统的振动。VSM 与试验数据吻合得更好, 验证了理论的正确性, 说明 VSM 更加符合实际情况。

图 15 (c) 为包络谱图, 图中有明显内环旋转频率 f_i 及其倍频、故障特征频率 f_i 及其倍频, 且故障特征频率 f_i 及其倍频两侧分布着幅值明显的边频。例如: 29.11、58.23 Hz 为内环旋转频率 f_i 及其倍频,

157.70、315.50、473.10 Hz 为故障特征频率 f_i 及其倍频, 99.43、128.50、186.80、215.90 Hz 为故障特征频率 157.70 Hz 的边频, 257.10、286.20、344.60、373.70 Hz 为故障特征频率 315.50 Hz 的边频等。理论仿真和试验数据一致表明, 内环故障时响应幅值存在明显的调制现象。图 15 (d) 为包络谱局部放大图, 各仿真结果在横坐标位置上均与试验数据吻合, 但各仿真数据的幅值都偏大, 且 $VSM < TVSM < DEM$ 。

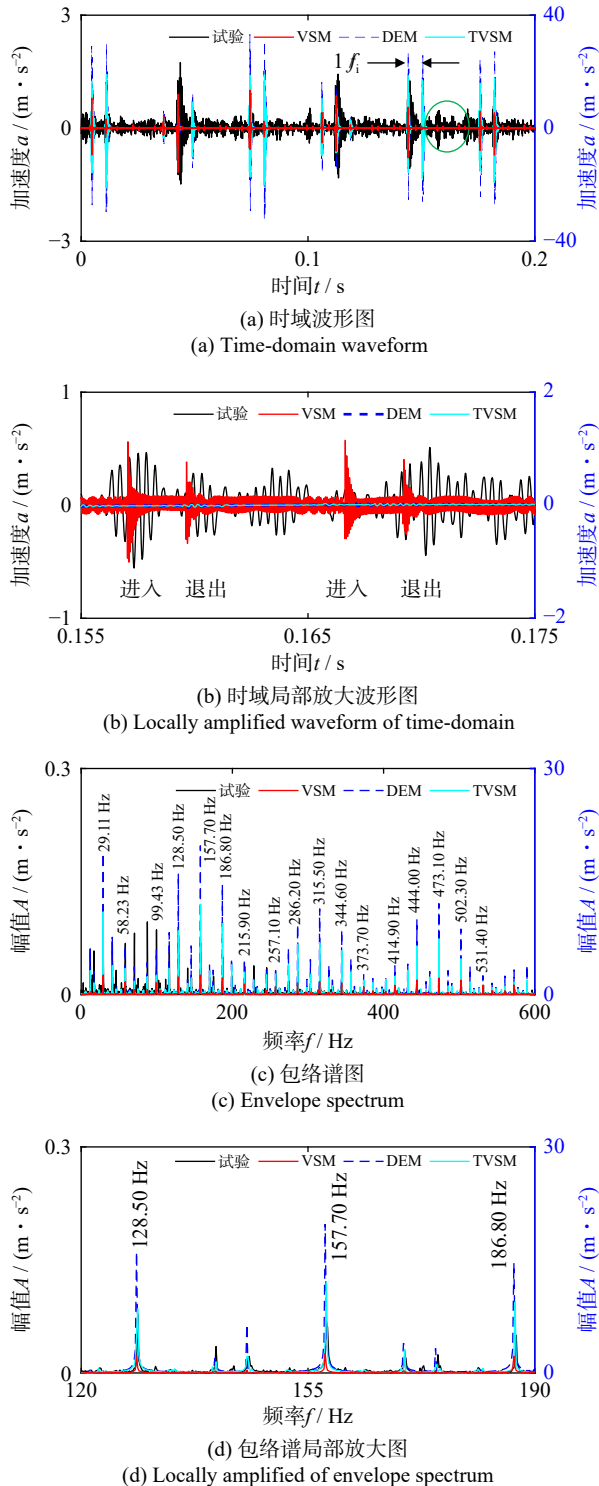


图 15 滚动轴承内环局部损伤故障仿真

Fig. 15 Local damage simulation of rolling bearing inner ring fault

综上所述, 当滚动体进入和退出载荷区以及陷入故障时, 会引起自身有效接触刚度的突变, 导致系统总有效刚度发生突变, 从而引起系统振动。

其他滚动体进入和退出载荷区使得位于载荷区中心附近的滚动体的接触力和接触变形的变化明显, 但有效接触刚度不变。

滚动体陷入故障位置而失去部分或全部接触力时, 载荷区内其他承载滚动体的接触力和接触变形都会增加, 从而重新平衡外部载荷, 越靠近载荷区中心位置的滚动体的接触力和接触变形增加得就越大。

因外环故障位置相对径向载荷和载荷区的位置是不变的, 所以各滚动体随保持架的旋转而依次陷入故障位置时, 系统总有效刚度幅值的变化是相同的, 故外环响应的幅值是相同的, 其故障特征频谱中有明显的外环故障特征频率 f_o 及其倍频; 而内环故障相对径向载荷和载荷区的位置是随内环旋转而周期性变化的, 当内环故障和滚动体相遇且处于载荷区时会引起系统总有效刚度的变化, 系统总有效刚度受到了内环旋转的调制, 从而导致内环响应的幅值也受到内环旋转的调制, 故其故障特征频谱中有明显的内环旋转频率 f_s 及其倍频、内环故障特征频率 f_i 及其倍频和边频。

3 结 论

(1) 基于接触变形保留因子定义了单个滚动体的有效接触刚度和系统变刚度模型, 建立了滚动轴承故障系统变刚度动力学微分方程。

(2) 滚动体进入、退出载荷区和陷入故障时, 自身有效接触刚度发生突变, 引起载荷区其他承载滚动体的接触力和接触变形发生变化, 以重新平衡外部载荷, 但不影响其他承载滚动体的有效接触刚度; 越靠近载荷区中心位置的滚动体受到的影响就越明显。同时导致系统总有效刚度发生突变, 从而引起系统振动。

(3) 外环故障时, 总有效刚度的变化是等幅的, 导致时域振动响应也是等幅的, 其故障特征频谱中有幅值明显的外环故障特征频率及其倍频; 内环故障时, 总有效刚度的变化和时域振动响应的幅值均受到内环旋转的调制, 其故障特征频谱中有明显的内环旋转频率及其倍频、内环故障特征频率及其倍频和边频。

(4) 变刚度动力学模型与实际情况更加吻合, 为滚动轴承故障诊断提供了一定的理论支撑。

参考文献:

- [1] 宫文峰, 陈辉, 张泽辉, 等. 基于改进卷积神经网络的滚动轴承智能故障诊断研究 [J]. 振动工程学报, 2020, 33(2): 400-413.
GONG Wenfeng, CHEN Hui, ZHANG Zehui, et al. Intelligent fault diagnosis for rolling bearing based on improved convolutional neural network[J]. Journal of Vibration Engineering, 2020, 33(2): 400-413.
- [2] 苗宝权, 陈长征, 罗园庆, 等. 基于自适应增强差分积分形态滤波器的滚动轴承故障特征提取方法 [J]. 机械工程学报, 2021, 57(9): 78-88.
MIAO Baoquan, CHEN Changzheng, LUO Yuanqing, et al. Rolling bearing fault feature extraction method based on adaptive enhanced difference product morphological filter[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2021, 57(9): 78-88.
- [3] LI X, ZHANG W, DING Q. Understanding and improving deep learning-based rolling bearing fault diagnosis with attention mechanism[J]. Signal Processing, 2019, 161: 136-154.
- [4] 吴超, 崔玲丽, 张建宇, 等. 改进 MBCV 法在滚动轴承故障诊断中的应用 [J]. 振动工程学报, 2022, 35(4): 942-948.
WU Chao, CUI Lingli, ZHANG Jianyu, et al. Fault diagnosis method of rolling bearing based on improved MBCV method[J]. Journal of Vibration Engineering, 2022, 35(4): 942-948.
- [5] 李志农, 李云龙, 任帅, 等. 局部点蚀故障滚动体的滚动轴承动力学模型研究 [J]. 振动工程学报, 2020, 33(3): 597-603.
LI Zhinong, LI Yunlong, REN Shuai, et al. Research on dynamic model of rolling bearing with local pitting fault in rolling bearing element[J]. Journal of Vibration Engineering, 2020, 33(3): 597-603.
- [6] QIN Y, CAO F L, WANG Y, et al. Dynamics modelling for deep groove ball bearings with local faults based on coupled and segmented displacement excitation[J]. Journal of Sound and Vibration, 2019, 447: 1-19.
- [7] 刘静, 师志峰, 邵毅敏. 考虑局部故障边缘形态的球轴承振动特征 [J]. 振动、测试与诊断, 2017, 37(4): 807-813.
LIU Jing, SHI Zhifeng, SHAO Yimin. An investigation of vibration characteristics of a ball bearing with a localized defect considering different edge shapes[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2017, 37(4): 807-813.
- [8] JIANG Y C, HUANG W T, LUO J N, et al. An improved dynamic model of defective bearings considering the three-dimensional geometric relationship between the rolling element and defect area[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 129: 694-716.
- [9] 刘倩楠, 郭瑜, 伍星. 滚动轴承外圈剥落故障双冲击特征机理建模 [J]. 振动工程学报, 2017, 30(4): 670-678.
LIU Qiannan, GUO Yu, WU Xing. Mechanism modeling of the double-impulses phenomenon of a spall defect on a rolling element bearing outer race[J]. Journal of Vibration Engineering, 2017, 30(4): 670-678.
- [10] LUO M L, GUO Y, ANDRE H, et al. Dynamic modeling and quantitative diagnosis for dual-impulse behavior of rolling element bearing with a spall on inner race[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2021, 158: 107711.
- [11] 胡爱军, 许莎, 向玲, 等. 滚动轴承外圈多点故障特征分析 [J]. 机械工程学报, 2020, 56(21): 110-120.
HU Aijun, XU Sha, XIANG Ling, et al. Characteristic analysis of multi-point faults on the outer race of rolling element bearing[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2020, 56(21): 110-120.
- [12] CUI L L, ZHANG Y, ZHANG F B, et al. Vibration response mechanism of faulty outer race rolling element bearings for quantitative analysis[J]. Journal of Sound and Vibration, 2016, 364: 67-76.
- [13] WU R Q, WANG X F, NI Z X, et al. Dual-impulse behavior analysis and quantitative diagnosis of the raceway fault of rolling bearing[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2022, 169: 108734.
- [14] PETERSEN D, HOWARD C, SAWALHI N, et al. Analysis of bearing stiffness variations, contact forces and vibrations in radially loaded double row rolling element bearings with raceway defects[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2015, 50: 139-160.
- [15] GAO S, CHATTERTON S, PENNACCHI P, et al. Behaviour of an angular contact ball bearing with three-dimensional cubic-like defect: a comprehensive non-linear dynamic model for predicting vibration response[J]. Mechanism and Machine Theory, 2021, 163: 104376.
- [16] HARRIS T A, KOTZALAS M N. 滚动轴承分析 [M]. 5 版. 罗继伟, 马伟, 译. 北京: 机械工业出版社, 2011.
HARRIS T A, KOTZALAS M N. Rolling Bearing Analysis[M]. 5th ed. LUO J W, MA W, translated. Beijing: China Machine Press, 2011.

第一作者: 郭宝良(1973—), 男, 博士, 副教授。

E-mail: GBL93@163.com

通信作者: 郑建校(1976—), 男, 博士, 副教授。

E-mail: zjx2002518@163.com