

基于虚拟激励法的人-桥-MTMD 竖向耦合振动 分析及其减振优化设计

温金龙^{1,2}, 李 阳¹, 汪志昊^{1,3}, 陈爱玖¹, 胡明祎⁴

(1. 华北水利水电大学土木与交通学院, 河南 郑州 450045; 2. 昆明理工大学建筑工程学院, 云南 昆明 650000;
3. 河南省结构振动控制与健康监测工程技术研究中心, 河南 郑州 450045;
4. 国机集团科学技术研究院有限公司工程振动控制技术研究中心, 北京 100083)

摘要: 为建立考虑人-结构竖向相互作用的人行桥 MTMD 减振优化设计方法, 通过模拟行人单自由度质量-弹簧-阻尼(MSD)模型参数的随机性, 基于虚拟激励法求解了随机人群-人行桥-MTMD 耦合系统的竖向振动响应; 分析了人-结构竖向相互作用对人行桥 TMD 减振效果的影响规律; 基于随机人群-人行桥-MTMD 耦合系统的加速度传递函数 H_2 范数与响应面优化, 建立了考虑人-结构竖向相互作用的人行桥 MTMD 减振优化设计方法。结果表明: 本文计算方法避免了大量非线性时程分析, 可高效获得耦合系统振动响应的功率谱和均方根值; 人-结构竖向相互作用使得 TMD 失谐效应显著, 人群密度由 0.25 人/ m^2 增至 1.25 人/ m^2 , TMD(质量比为 3%) 减振率下降 37.19%; 考虑人-结构竖向相互作用的人行桥 MTMD 优化设计方法对人行桥加速度响应减振率均值达到 70% 以上。

关键词: 人-结构竖向相互作用; 人行桥; 随机人群; MTMD 减振; 虚拟激励法

中图分类号: TU311.3; U448.11 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2025)04-0794-09

DOI: 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2025.04.015

Analysis of human-footbridge-MTMD coupled system and MTMD optimization design based on the pseudo-excitation method

WEN Jinlong^{1,2}, LI Yang¹, WANG Zhihao^{1,3}, CHEN Aijiu¹, HU Mingyi⁴

(1. College of Civil Engineering and Communication, North China University of Water Resources and Electric Power, Zhengzhou 450045, China; 2. Faculty of Civil Engineering and Mechanics, Kunming University of Science and Technology, Kunming 650000, China; 3. Henan Engineering Research Center for Structural Vibration Control and Health Monitoring, Zhengzhou 450045, China; 4. Engineering Vibration Control Technology Research Center of State Machinery Group Science and Technology Research Institute Co., Ltd., Beijing 100083, China)

Abstract: To establish the optimal design method of multiple tuned mass damper (MTMD) for the footbridge considering the vertical human-structure interaction, the parameters randomness of the mass-spring-damper (MSD) pedestrian model is simulated, and the vertical dynamic response of the random crowd-footbridge-MTMD system is calculated based on the pseudo-excitation method. Then, the effect of vertical human-structure interaction on the dynamic response of the footbridge-TMD system is demonstrated. Finally, based on the H_2 performance of the acceleration transfer function and response surface methodology of the coupled system, an optimal design method of MTMD for footbridge vibration control considering vertical human-structure interaction is established. The results show that the dynamic response calculation method of the coupled system avoids a large number of nonlinear time history analyses, and the power spectrum and root mean square of the coupled system response can be obtained efficiently. The vertical human-structure interaction makes the TMD detuning effect significant, and the reduction rate of TMD with 3% mass ratio decreases by 37.19% when the crowd density increases from 0.25 person/ m^2 to 1.25 person/ m^2 . The proposed MTMD optimization design method for footbridge has an average mitigation rate of over 70% for footbridge acceleration response.

Keywords: vertical human-structure interaction; footbridge; random crowd; vibration control with MTMD; pseudo-excitation method

收稿日期: 2023-07-21; 修订日期: 2023-09-25

基金项目: 国家自然科学基金面上项目(52378300); 河南省杰出青年科学基金资助项目(242300421014)

大跨轻质人行桥结构竖向自振频率较低,极易在人致荷载作用下产生振动舒适度问题,振动舒适度正逐渐成为控制人行桥设计的核心指标^[1-3],而在随机人群激励作用下,人行桥动力响应的快速分析方法及高效减振技术已成为大跨轻质人行桥研究的关键问题^[4-5]。

准确有效地计算人致荷载作用下大跨人行桥的动力响应是评价振动舒适度的重要前提,而人致荷载包括行人动力学模型和行人荷载模型两部分。行人动力学模型通常简化为考虑人体动力特性的质量-刚度-阻尼(mass-spring-damper, MSD)模型以及质量-刚度-阻尼-附加质量(mass-spring-damper-added mass, MMSD)模型等^[6]。ŽIVANOVIĆ^[7]试验研究表明,行人MSD模型频率在1.0~2.6 Hz之间,阻尼比在0.10~0.27之间。JIMÉNEZ-ALONSO等^[8]通过人行桥实测加速度得到行人MMSD模型频率满足均值为2.933、方差为0.191的正态分布,阻尼比满足均值为0.414、方差为0.098的正态分布。对于行人荷载模型,为表达荷载周期性通常将其定义为傅里叶级数形式的确定性荷载模型,通过时程分析得到结构动力响应^[9-11]。但行人行走过程包含随机性,为此现有研究通过大量实测数据得到行人荷载模型参数的概率统计,采用Monte Carlo模拟对结构进行随机振动分析^[12-13]。然而,该方法需要进行大量非线性时程分析,计算效率偏低。实际上,对于随机动力激励,如地震、强风和海浪作用等,通常可采用功率谱模型表示随机性,基于随机振动理论分析结构随机激励下的动力响应^[14-15]。为提高计算效率,林家浩等^[16]提出了虚拟激励法,该方法对矩阵运算具有显著优势,现已被广泛应用于结构随机振动分析^[17-18]领域。

针对人致振动响应超限(振动舒适度差)的大跨人行桥,通常采用加装调谐质量阻尼器(tuned mass damper, TMD)的方式进行振动控制^[19-20]。然而,单个TMD对结构控制频率的波动较为敏感,现有研究表明人-结构竖向相互作用会对结构动力特性造成影响,导致TMD极易失谐^[21]。多重调谐质量阻尼器(multiple tuned mass damper, MTMD)覆盖较宽的控制频带,具有更好的有效性和鲁棒性^[22-23]。樊健生等^[24]以人行桥均方根加速度为优化目标,采用遗传算法得到了MTMD优化参数;MIGUEL等^[25]基于鲸鱼算法(WOA)对人行桥MTMD耦合系统进行了参数优化。

综上,现有研究表明受人致荷载随机性影响,基于时程分析法的人行桥人致振动响应求解效率低,随机人群-结构竖向相互作用下人行桥TMD减振系统极易失谐导致效果下降,亟待开展考虑人-结构竖

向相互作用的人行桥MTMD高效减振研究。因此,本文将虚拟激励法与Monte Carlo模拟相结合,求解了随机人群-人行桥-MTMD系统竖向耦合动力响应,获得了人-结构竖向相互作用对人行桥TMD减振效果的影响规律,提出了一种考虑人-结构竖向相互作用的人行桥MTMD减振优化设计方法。

1 随机人群-人行桥-MTMD系统竖向耦合动力响应求解方法

1.1 虚拟激励法的基本理论

随机人群-人行桥-MTMD系统如图1所示。图1中, L 为全长; m_{pq} 、 c_{pq} 、 k_{pq} 、 x_{pq} 分别为第 q 个行人自身质量、阻尼、刚度及其所在位置; m_{ik} 、 c_{ik} 、 k_{ik} 、 x_{ik} 分别为第 k 个TMD质量、阻尼、刚度及其所在位置。其动力学方程为:

$$M\ddot{\mathbf{y}} + C\dot{\mathbf{y}} + K\mathbf{y} = \mathbf{F} \quad (1)$$

式中, M 、 C 和 K 分别为系统的质量、阻尼和刚度矩阵; F 为随机人群荷载; \mathbf{y} 为系统的位移响应。

基于虚拟激励法,构造虚拟激励 $\tilde{F} = \sqrt{S(\omega)} e^{i\omega t}$ 代入式(1)可得:

$$M\ddot{\tilde{\mathbf{y}}} + C\dot{\tilde{\mathbf{y}}} + K\tilde{\mathbf{y}} = \tilde{F} \quad (2)$$

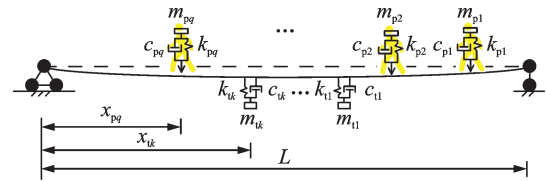


图1 随机人群-人行桥-MTMD系统

Fig. 1 Random crowd-footbridge-MTMD system

对式(2)进行傅里叶变换,可得结构在虚拟激励下的动力响应为:

$$\tilde{\mathbf{y}}(\omega) = \mathbf{H}(\omega) \tilde{F}(\omega) \quad (3)$$

$$\mathbf{H}(\omega) = (-\omega^2 \mathbf{M} + i\omega \mathbf{C} + \mathbf{K})^{-1} \quad (4)$$

式中, $\mathbf{H}(\omega)$ 为系统的传递函数矩阵; ω 为频率。

将行人激励的功率谱密度函数代入式(3),由虚拟激励法可得系统位移响应功率谱为:

$$S_{yy}(\omega) = \tilde{\mathbf{y}}^*(\omega) \cdot \tilde{\mathbf{y}}^T(\omega) \quad (5)$$

式中,上标“*”和“T”分别为向量的共轭和转置。

基于随机振动理论,可得系统位移响应的均方根为:

$$a = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} S_{yy}(\omega) d\omega} \quad (6)$$

同理,可基于式(6)求出该系统在随机激励下的任意动力响应。

1.2 动力响应求解方法

由图1可知,人-桥-MTMD耦合系统中行人及TMD的动力方程可表示为:

$$\begin{aligned} m_{pq}\ddot{y}_{pq} + c_{pq}(\dot{y}_{pq} - \dot{y}) + k_{pq}(y_{pq} - y) &= 0, \\ m_{tk}\ddot{y}_{tk} + c_{tk}(\dot{y}_{tk} - \dot{y}) + k_{tk}(y_{tk} - y) &= 0 \end{aligned} \quad (7)$$

式中, y 、 y_{pq} 和 y_{tk} 分别为人行桥、第 q 个行人和第 k 个TMD所在位置处的竖向位移。

利用振型分解法 $y = \sum_{n=1}^N q_n(t)\phi_n(x)$,可将式(7)表示为:

$$\begin{aligned} m_{pq}\ddot{y}_{pq} + c_{pq}\left[\dot{y}_{pq} - \sum_{n=1}^N \dot{q}_n(t)\phi_n(x)\right] + \\ k_{pq}\left[y_{pq} - \sum_{n=1}^N q_n(t)\phi_n(x)\right] &= 0, \\ m_{tk}\ddot{y}_{tk} + c_{tk}\left[\dot{y}_{tk} - \sum_{n=1}^N \dot{q}_n(t)\phi_n(x)\right] + \\ k_{tk}\left[y_{tk} - \sum_{n=1}^N q_n(t)\phi_n(x)\right] &= 0 \end{aligned} \quad (8)$$

式中, N 为考虑总模态阶数; $q_n(t)$ 和 $\phi_n(x)$ 分别为第 n 阶广义位移和广义振型,对于简支梁桥, $\phi_n(x) = \sin(\frac{n\pi x}{L})$ 。

基于虚拟激励法^[16]可得:

$$F_n(t) = \sqrt{S_{F_n}(\omega)} e^{i\omega t} \quad (9)$$

式中, $S_{F_n}(\omega)$ 为步行荷载功率谱。

人行桥动力平衡方程可表示为:

$$\begin{aligned} \ddot{q}_n(t) + \sum_{q=1}^Q \phi_{n,pq} m_{pq} \ddot{y}_{pq} + \sum_{k=1}^K \phi_{n,tk} m_{tk} \ddot{y}_{tk} + \\ 2\xi_n \omega_n \dot{q}_n(t) + \omega_n^2 q_n(t) = F_n(t) \end{aligned} \quad (10)$$

式中, ω_n 和 ξ_n 分别为人行桥第 n 阶圆频率和阻尼比; Q 和 K 分别为行人和TMD总个数。

结合式(9)~(10),随机人群-人行桥-MTMD系统的耦合动力方程可表示为:

$$\mathbf{M}\ddot{\mathbf{q}} + \mathbf{C}\dot{\mathbf{q}} + \mathbf{K}\mathbf{q} = \mathbf{F} \quad (11)$$

其中:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} \mathbf{E} & \mathbf{m}_{12} \\ \mathbf{0} & \mathbf{m}_{22} \end{bmatrix}, \mathbf{C} = \begin{bmatrix} \mathbf{c}_{11} & \mathbf{0} \\ \mathbf{c}_{21} & \mathbf{c}_{22} \end{bmatrix}, \mathbf{K} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_{11} & \mathbf{0} \\ \mathbf{k}_{21} & \mathbf{k}_{22} \end{bmatrix},$$

$\mathbf{m}_{12} =$

$$\begin{bmatrix} m_{p1}\phi_1(x_{p1}) \cdots m_{pQ}\phi_1(x_{pQ}) & m_{t1}\phi_1(x_{t1}) \cdots m_{tK}\phi_1(x_{tK}) \\ m_{p1}\phi_2(x_{p1}) \cdots m_{pQ}\phi_2(x_{pQ}) & m_{t1}\phi_2(x_{t1}) \cdots m_{tK}\phi_2(x_{tK}) \\ \vdots & \vdots \\ m_{p1}\phi_n(x_{p1}) \cdots m_{pQ}\phi_n(x_{pQ}) & m_{t1}\phi_n(x_{t1}) \cdots m_{tK}\phi_n(x_{tK}) \end{bmatrix} \quad (12)$$

$$\mathbf{m}_{22} = \begin{bmatrix} \mathbf{m}_p & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{m}_t \end{bmatrix} \quad (13)$$

其中:

$$\begin{aligned} \mathbf{m}_p = \begin{bmatrix} m_{p1} & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & m_{pQ} \end{bmatrix}, \mathbf{m}_t = \begin{bmatrix} m_{t1} & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & m_{tK} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{c}_{11} = \begin{bmatrix} 2\xi_1\omega_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & 2\xi_n\omega_n \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (14)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{c}_{21} = \\ \begin{bmatrix} -c_{p1}\phi_1(x_{p1}) & -c_{p1}\phi_2(x_{p1}) & \cdots & -c_{p1}\phi_n(x_{p1}) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -c_{pQ}\phi_1(x_{pQ}) & -c_{pQ}\phi_2(x_{pQ}) & \cdots & -c_{pQ}\phi_n(x_{pQ}) \\ -c_{t1}\phi_1(x_{t1}) & -c_{t1}\phi_2(x_{t1}) & \cdots & -c_{t1}\phi_n(x_{t1}) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -c_{tK}\phi_1(x_{tK}) & -c_{tK}\phi_2(x_{tK}) & \cdots & -c_{tK}\phi_n(x_{tK}) \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (15)$$

$$\mathbf{c}_{22} = \begin{bmatrix} \mathbf{c}_p & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{c}_t \end{bmatrix} \quad (16)$$

其中:

$$\begin{aligned} \mathbf{c}_p = \begin{bmatrix} c_{p1} & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & c_{pQ} \end{bmatrix}, \mathbf{c}_t = \begin{bmatrix} c_{t1} & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & c_{tK} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{k}_{11} = \begin{bmatrix} \omega_1^2 & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & \omega_n^2 \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (17)$$

$\mathbf{k}_{21} =$

$$\begin{bmatrix} -k_{p1}\phi_1(x_{p1}) & -k_{p1}\phi_2(x_{p1}) & \cdots & -k_{p1}\phi_n(x_{p1}) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -k_{pQ}\phi_1(x_{pQ}) & -k_{pQ}\phi_2(x_{pQ}) & \cdots & -k_{pQ}\phi_n(x_{pQ}) \\ -k_{t1}\phi_1(x_{t1}) & -k_{t1}\phi_2(x_{t1}) & \cdots & -k_{t1}\phi_n(x_{t1}) \\ \vdots & \vdots & & \vdots \\ -k_{tK}\phi_1(x_{tK}) & -k_{tK}\phi_2(x_{tK}) & \cdots & -k_{tK}\phi_n(x_{tK}) \end{bmatrix} \quad (18)$$

$$\mathbf{k}_{22} = \begin{bmatrix} \mathbf{k}_p & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{k}_t \end{bmatrix} \quad (19)$$

其中:

$$\begin{aligned} \mathbf{k}_p = \begin{bmatrix} k_{p1} & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & k_{pQ} \end{bmatrix}, \mathbf{k}_t = \begin{bmatrix} k_{t1} & \cdots & 0 \\ \vdots & & \vdots \\ 0 & \cdots & k_{tK} \end{bmatrix}, \\ \mathbf{q} = [q_1 \cdots q_n \quad y_{p1} \cdots y_{pQ} \quad y_{t1} \cdots y_{tK}]^T \end{aligned} \quad (20)$$

$$\begin{aligned} \mathbf{F} = \begin{bmatrix} \sum_{q=1}^Q \phi_1(x_{pq}) \sqrt{S_{pq}(\omega)} e^{i\omega t} & \cdots \\ \sum_{q=1}^Q \phi_n(x_{pq}) \sqrt{S_{pq}(\omega)} e^{i\omega t} & 0 \cdots 0 \end{bmatrix}^T \end{aligned} \quad (21)$$

对公式(11)进行傅里叶变换,得到人行桥人致荷载作用下第 n 阶动力响应:

$$\mathbf{q}(\omega) = \mathbf{H}(\omega) \mathbf{F}(\omega) \quad (22)$$

经推导,可得人行桥、第 q 个行人质心加速度以及第 t 个TMD质心相对位移的传递函数分别为:

$$H_n(\omega) = \frac{\omega^2}{(\omega_n^2 - \omega^2 + 2i\xi_n\omega_n\omega) - \omega^2 \sum_{k=1}^K \frac{\phi_n(x_{tk})\mu_{tk}(\omega_{tk}^2 + 2i\xi_{tk}\omega_{tk}\omega)}{(\omega_{tk}^2 - \omega^2 + 2i\xi_{tk}\omega_{tk}\omega)} - \omega^2 \sum_{q=1}^Q \frac{\phi_n(x_{pq})\mu_{pq}(\omega_{pq}^2 + 2i\xi_{pq}\omega_{pq}\omega)}{(\omega_{pq}^2 - \omega^2 + 2i\xi_{pq}\omega_{pq}\omega)}} \quad (23)$$

$$H_{pq}(\omega) = \frac{k_{pq} + ic_{pq}\omega - m_{pq}\omega^2}{k_{pq}\phi_n + ic_{pq}\omega\phi_n} H_n \quad (24)$$

$$H_{tk}(\omega) = \left[\frac{k_{tk} + ic_{tk}\omega - m_{tk}\omega^2}{(k_{tk}\phi_n + ic_{tk}\omega\phi_n)\omega^2} - \frac{1}{\omega^2} \right] H_n \quad (25)$$

式中, $\mu_{tk} = m_{tk}/M_n, \mu_{pq} = m_{pq}/M_n$, 其中 M_n 为人行桥第 n 阶模态质量。

结合式(3), 人行桥加速度功率谱密度为:

$$S_{\ddot{q}}(\omega) = \sum_{n=1}^N H_n(\omega) S_{F_n}(\omega) (H_n(\omega))^* \quad (26)$$

式中, 上标“*”表示共轭复数。

人行桥均方根加速度可表示为:

$$a_{\ddot{q}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{\omega_{\max}} S_{\ddot{q}}(\omega) d\omega} \quad (27)$$

式中, ω_{\max} 表示最大频率。

第 q 个行人质心加速度功率谱为:

$$S_{p_{pq}}(\omega) = \sum_{n=1}^N H_{pq}(\omega) S_{F_n}(\omega) (H_{pq}(\omega))^* \quad (28)$$

第 q 个行人质心均方根加速度可表示为:

$$a_{p_{pq}} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{\omega_{\max}} S_{p_{pq}}(\omega) d\omega} \quad (29)$$

第 k 个 TMD 质心相对位移功率谱为:

$$S_{t_k}(\omega) = \sum_{n=1}^N H_{tk}(\omega) S_{F_n}(\omega) (H_{tk}(\omega))^* \quad (30)$$

第 k 个 TMD 质心均方根相对位移可表示为:

$$a_{t_k} = \sqrt{\frac{1}{2\pi} \int_0^{\omega_{\max}} S_{t_k}(\omega) d\omega} \quad (31)$$

2 人-结构竖向相互作用对人行桥 TMD 减振效果的影响规律

2.1 算例参数

人行桥跨度 $L=36$ m, 桥梁横截面宽 $B=3$ m, 单位长度质量 $m=1500$ kg/m, 抗弯刚度 $EI=3.444 \times 10^9$ N·m², 前3阶模态阻尼比均为0.005, 前3阶模态频率分别为1.836、7.337、16.481 Hz。由文献[26]可知, 人致荷载作用下高阶模态对该人行桥动力响应影响较小, 因此本文后续取其1阶模态进行分析。本文采用MSD模型模拟行人, 由于现有研究对其参数没有统一的概率模型, 因此参考文献[27]取值, 即行人自身频率满足 $U(1.0, 4.5)$ Hz 的均匀分布, 阻尼比满足 $U(0.1, 0.6)$ 的均匀分布, 质量满足 $N(70, 0.18)$ kg 的正态分布。人致荷载模型采

用陈隽等^[15]基于实测数据得到的步行荷载功率谱。当人行桥上的人群密度确定后, 稳定的行人流与原地行走的人群对结构的影响大致相同^[28]。因此, 本文假定行人均匀分布于人行桥。为探究人-结构竖向相互作用对人行桥 TMD 减振系统动力响应的影响规律, 采用 DEN HARTOG^[29] 提出的 TMD 最优参数:

$$f_{\text{opt}} = \frac{1}{1 + \mu}, \quad \xi_{\text{opt}} = \sqrt{\frac{3\mu}{8(1 + \mu)}} \quad (32)$$

式中, μ 为 TMD 质量比。

定义 TMD 减振率为:

$$r = \frac{a_{\max} - a'_{\max}}{a_{\max}} \quad (33)$$

式中, a_{\max}, a'_{\max} 分别为减振前、后行人以正常步频行走时(1.5~2.5 Hz)人行桥最大加速度均方根值。

2.2 TMD 失谐效应分析

本节选取 DEN HARTOG^[29] 提出的 TMD 优化参数, 分析 TMD 在人-桥竖向相互作用下的失谐效应。TMD 减振率随行人模型参数的变化关系如图2所示, 其中, 人群密度为0.75人/m²、TMD 质量比为3%。由图2可知, TMD 减振率随行人自身频率的增大而增大。当行人自身阻尼比取为0.6时, 随着行人自身频率由2.0 Hz 增至4.5 Hz, TMD 减振率增加36.48%; 而当行人自身阻尼比取为0.2时, TMD 减振率增加60.7%。可见: 行人自身阻尼较小时, 人-结构竖向相互作用显著, 行人对于 TMD 减振率影响较大。

行人模型参数对于 TMD 减振率影响显著, 因此评估 TMD 减振效果时有必要考虑行人模型参数的随机性。TMD 减振率随人群密度的变化关系如

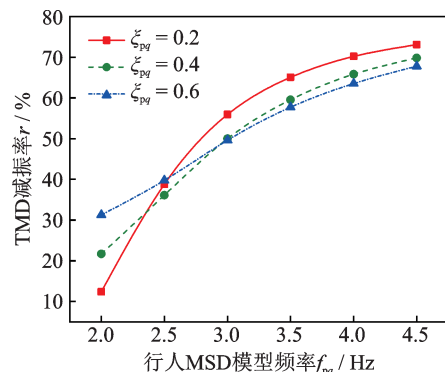


图2 TMD 减振率随行人模型参数的变化关系
Fig.2 Reduction ratio of TMD versus the parameter of the pedestrian model

图 3 所示,其中 TMD 减振率均由 200 次数值计算后取其平均值得到。

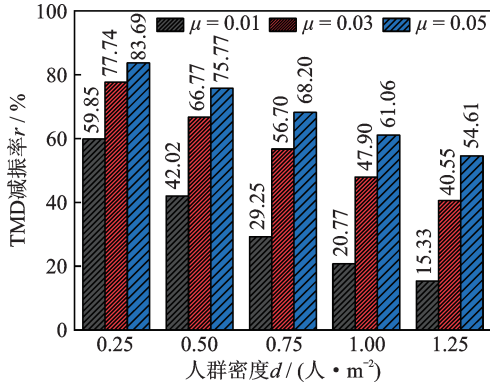


图 3 TMD 减振率随人群密度的变化关系

Fig. 3 Reduction ratio of TMD versus the crowd density

由图 3 可知,保持 TMD 质量比不变,TMD 减振率均值随人群密度的增大而减小。TMD 质量比为 3%、人群密度为 1.25 人/m²时,根据复模态法^[26]可得随机人群-人行桥-TMD 耦合系统自振频率较人行桥空载时下降 13.12%,此时 TMD 减振率均值仅为 40.55%,较人群密度为 0.25 人/m²时下降 37.19%。因此,有必要建立考虑人-结构竖向相互作用的人行桥 TMD 减振方法。

3 考虑人-结构竖向相互作用的人行桥 MTMD 减振优化设计

3.1 MTMD 减振优化设计流程

针对人-结构竖向相互作用产生的 TMD 失谐效应,提出了一种考虑人-结构竖向相互作用的 MTMD 系统优化设计方法,如图 4 所示。对于振动舒适度不满足规范要求的大跨人行桥,首先,结合实际工程选定 MTMD 系统中子 TMD 个数、质量以及中心频率;其次,其余子 TMD 频率基于中心频率按照

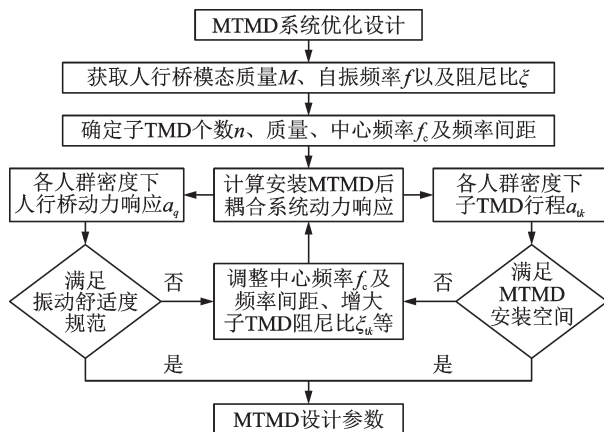


图 4 MTMD 减振优化设计流程

Fig. 4 Vibration reduction design process of MTMD

已选定的频率间距等比例缩放,并选定各子 TMD 阻尼比;再次,根据理论方法计算安装 MTMD 系统后人行桥动力响应 a_q 以及 MTMD 中各子 TMD 的行程 a_{ik} ;最后,根据规范^[9]评估人行桥振动舒适度,以及判断各子 TMD 行程 a_{ik} 是否满足实际安装空间,如不满足要求则重新调整 MTMD 系统参数。

3.2 MTMD 中心频率求解方法

传递函数的 H_2 范数反映了单位能量输入时系统输出响应的均方根值 (root mean square, RMS), 并成为能够衡量结构响应程度的指标。本文以随机人群-人行桥-MTMD 耦合系统加速度传递函数的 H_2 范数为优化目标,开展不同人群密度下的 TMD 优化设计^[30],以获得 MTMD 系统中心频率,表达式如下:

$$G(\omega) = \|H_n(\omega)\|_2 = \frac{1}{2\pi} \int_0^{\omega_{\max}} H_n^*(\omega) H_n(\omega) d\omega \quad (34)$$

基于响应面法 (response surface methodology, RSM)^[31]对式 (34) 进行求解,其函数表达式如下:

$$g = \alpha_0 + \sum_{i=1}^r \alpha_i f_i + \sum_{i=1}^r \alpha_{ii} f_i^2 + \sum_{i=1}^r \sum_{o=i+1}^r \alpha_{io} f_i \xi_o + \epsilon \quad (35)$$

式中, f_i 和 ξ_o 分别为 TMD 频率比和阻尼比; r 为自变量个数; α_i 、 α_{ii} 及 α_{io} 为待定系数; α_0 为约束均值; ϵ 为误差值。

采用中心复合设计 (central composite design, CCD) 减小有限数量测试点带来的误差^[32-33]。为考虑行人模型参数随机性,每个工况计算 200 次后取其均值。当 TMD 质量比为 5%、人群密度为 0.25 人/m²时,人行桥加速度传递函数的 H_2 范数响应面如图 5 所示。

图 6 为 TMD 最优参数随人群密度的变化关系。由图 6 可知,当 TMD 质量比保持不变时,TMD 最优

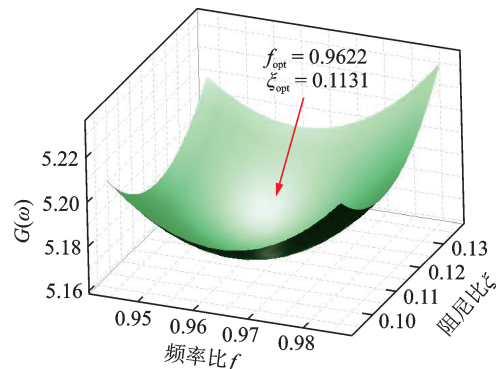


图 5 人行桥加速度传递函数 H_2 范数响应面 ($\mu=5\%$, $d=0.25$)

Fig. 5 The response surface of the H_2 norm of the acceleration transfer function of footbridge ($\mu=5\%$, $d=0.25$)

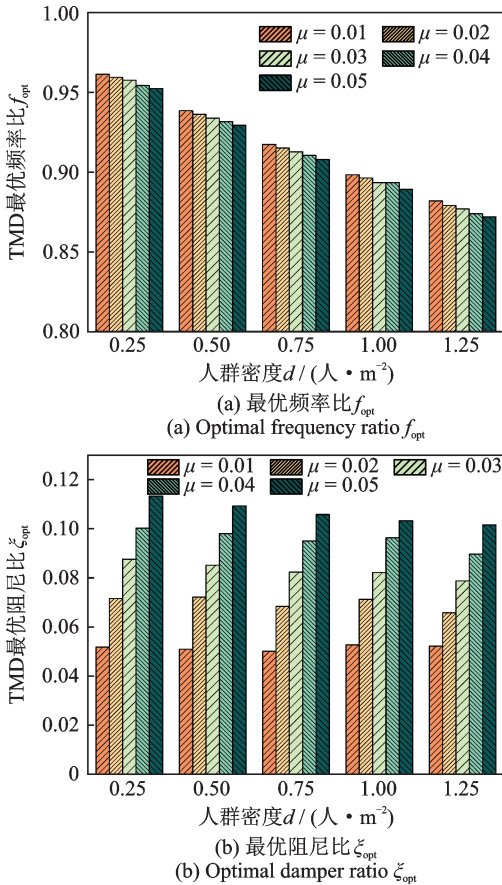


图 6 TMD 最优参数随人群密度的变化关系

Fig. 6 Optimal parameters of TMD versus crowd density

频率比随人群密度的增大呈近线性下降。当 TMD 质量比为 3%、人群密度由 0.25 人/m² 增加至 1.25 人/m² 时, TMD 最优频率比下降 8.43%。人群密度变化对 TMD 最优阻尼比的影响较小, 而 TMD 质量比对

TMD 最优参数影响较大。因此, 根据图 4 确定各子 TMD 频率后, 应根据各子 TMD 质量比选定其阻尼比。

3.3 MTMD 系统减振效果分析

以人群密度为 0.75 人/m² 所对应 TMD 最优频率为 MTMD 中心频率, 通过等比例扩大各子 TMD 频率间距的方式设置子 TMD 频率, MTMD 总质量比取为 3%, 均匀分配至各子 TMD, 基于各子 TMD 质量比选取 TMD 阻尼比, 具体参数如表 1 所示。

图 7 为人群激励下 MTMD 系统 ($z=3, 5$) 对于人行桥跨中的减振率。如图 7 所示, MTMD 系统频率放大比例较小时, 各子 TMD 的控制频带较为集中, 中心频率对应人群密度 ($d=0.75$ 人/m²) 的 MTMD 减振率明显高于其他人群密度; 随着频率放大比例增大, 中心频率对应人群密度的 MTMD 减振率降低, 但其他人群密度下 MTMD 减振率有所提升; 当频率放大比例增至一定程度时, MTMD 系统控制频带不能完全覆盖耦合系统自振频率的变化范围, MTMD 系统中部分子 TMD 失去减振作用, MTMD 系统减振效果下降。

以图 7 中 MTMD 系统在各人群密度下减振率均值和标准差为性能指标, 分析不同频率放大间距下 MTMD 系统的减振性能, 表达式如下:

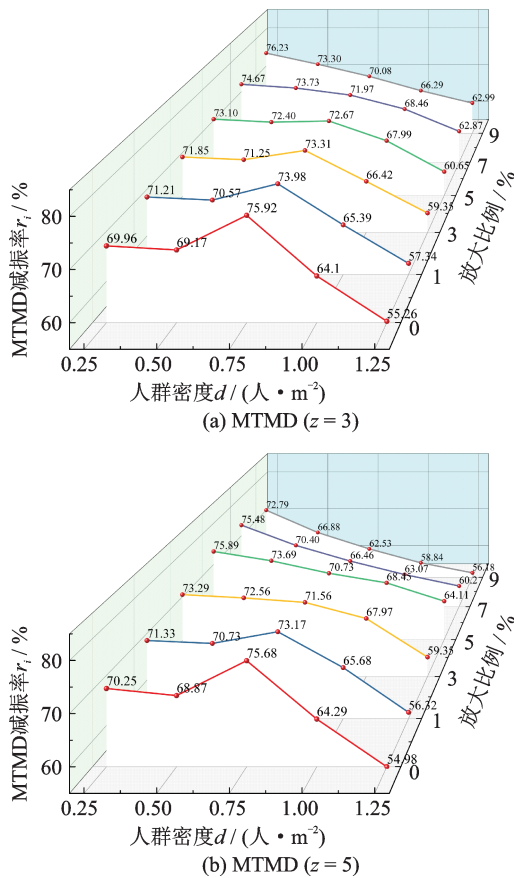
$$\mu_r = \frac{1}{d} \sum_{i=1}^d r_i \quad (36)$$

表 1 MTMD 参数

Tab. 1 The parameters of MTMD

比例/% ($z=3$)	TMD-1		TMD-2		TMD-3					
	频率比	阻尼比	频率比	阻尼比	频率比	阻尼比				
0	0.9226	0.0499	0.9226	0.0499	0.9226	0.0499				
1	0.9318	0.0508	0.9226	0.0499	0.9134	0.0486				
3	0.9503	0.0508	0.9226	0.0499	0.8949	0.0526				
5	0.9687	0.0512	0.9226	0.0499	0.8765	0.0520				
7	0.9872	0.0532	0.9226	0.0499	0.8580	0.4590				
9	1.0056	0.0563	0.9226	0.0499	0.8396	0.0436				
比例/% ($z=5$)	TMD-1		TMD-2		TMD-3		TMD-4		TMD-5	
	频率比	阻尼比	频率比	阻尼比	频率比	阻尼比	频率比	阻尼比	频率比	阻尼比
0	0.9226	0.0416	0.9226	0.0416	0.9226	0.0416	0.9226	0.0416	0.9226	0.0416
1	0.9411	0.0436	0.9318	0.0423	0.9226	0.0416	0.9134	0.0405	0.9042	0.0395
3	0.9788	0.0486	0.9503	0.0433	0.9226	0.0416	0.8949	0.0399	0.8681	0.0391
5	1.0172	0.0452	0.9687	0.0439	0.9226	0.0416	0.8765	0.0397	0.8326	0.0383
7	1.0563	0.0471	0.9872	0.0444	0.9226	0.0416	0.8580	0.0382	0.7980	0.0378
9	1.0961	0.0498	1.0056	0.0453	0.9226	0.0416	0.8396	0.0376	0.7640	0.0335

注: z 为 MTMD 中子 TMD 个数。

图7 人行桥MTMD系统减振率($z=3,5$)Fig. 7 Reduction ratio of MTMD for the footbridge ($z=3,5$)

$$\sigma_r = \sqrt{\frac{\sum_{i=1}^d (r_i - \mu_r)^2}{d}} \quad (37)$$

式中, r_i 为 MTMD 减振率; μ_r 和 σ_r 分别为 MTMD 减振率的均值和标准差; d 为考虑人群密度的数量, $d=5$ 。

图 8 为 MTMD 系统 ($z=3,5$) 对于人行桥跨中的减振性能。由图 8(a) 可知, MTMD 减振率均值随其频率放大比例的增大先增大后减小。以 $z=3$ 为例, MTMD 频率放大比例为 7% 时, MTMD 减振率均值达到最大 (70.34%); 而 $z=5$ 时 MTMD 系统中各子 TMD 控制频带更为分散, 对频率放大比例更为敏感, 当 MTMD 频率放大比例为 5% 时, 其减振率均值达到最大 (70.58%)。由图 8(b) 可知, MTMD 系统减振率标准差随其频率放大比例的增大先减小后增大。当 $z=3$ 、频率放大比例为 7% 时, MTMD 系统减振率标准差最小 (4.30); 当 $z=5$ 、频率放大比例为 5% 时, MTMD 系统减振率标准差达到最小 (4.11)。

根据图 3 计算结果, 对比相同工况下传统 TMD 与 MTMD 的减振性能。由表 2 可知, 经优化设计的 MTMD 系统 ($z=3,5$) 相较于与总质量比相同的 TMD 减振率均值分别提高 12.41% 和 12.65%、减振

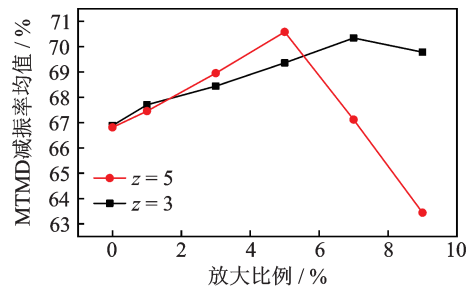
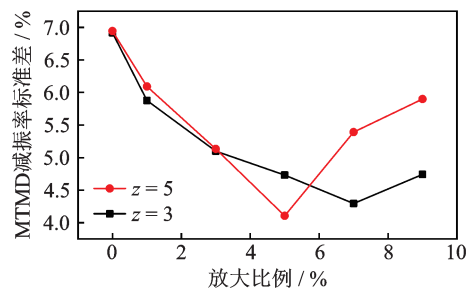
(a) Average value of MTMD reduction rate μ_r (b) Standard deviation of MTMD reduction rate σ_r 图 8 人行桥 MTMD 减振性能指标 ($z=3,5$)Fig. 8 Reduction performance index of MTMD system for footbridge ($z=3,5$)

表 2 传统 TMD 与 MTMD 减振性能对比

Tab. 2 Comparison of reduction performance between traditional TMD and MTMD

减振系统	减振率均值 / %	减振率标准差 / %
传统 TMD	57.51	13.22
MTMD ($z=3$)	70.58	4.30
MTMD ($z=5$)	70.34	4.11

率标准差分别下降 67.51% 和 68.94%, MTMD 系统在减振率和鲁棒性上均优于传统 TMD, 并且 $z=5$ 时的 MTMD 系统减振性能优于 $z=3$ 。对于 MTMD 系统, 保持中心频率不变, 适当调整其余子 TMD 频率放大比例可显著提高人行桥 MTMD 系统减振性能。

4 结论

(1) 综合虚拟激励法与 Monte Carlo 模拟建立的随机人群-人行桥-MTMD 系统竖向耦合动力响应求解方法, 在考虑行人动力学模型参数随机性的同时避免了大量非线性时程分析, 可高效获得耦合动力响应的功率谱和均方根值。

(2) 基于随机人群-人行桥-MTMD 耦合系统的加速度传递函数 H_2 范数与响应面优化, 建立了考虑人-结构竖向相互作用的人行桥 MTMD 减振设计方法。经验证, 人行桥 MTMD 优化设计方法对应不同密度的随机人群行走均能够有效降低人行桥的加

速度响应,减振率均值达到70%以上。

参考文献:

- [1] 陈政清,华旭刚.人行桥的振动与动力设计[M].北京:人民交通出版社,2009.
CHEN Zhengqing, HUA Xugang. Vibration and Dynamic Design of Footbridges[M]. Beijing: China Communications Press, 2009.
- [2] SHAHABPOOR E, PAVIC A, RACIC V. Interaction between walking humans and structures in vertical direction: a literature review[J]. Shock and Vibration, 2016, 2016(1): 3430285.
- [3] FERENC T, MIKULSKI T. Parametric optimization of sandwich composite footbridge with U-shaped cross-section[J]. Composite Structures, 2020, 246: 112406.
- [4] AHMADI E, CAPRANI C, ŽIVANOVIĆ S, et al. Assessment of human-structure interaction on a lively lightweight GFRP footbridge[J]. Engineering Structures, 2019, 199: 109687.
- [5] 朱前坤,孟万晨,张琼,等.人行桥人致振动舒适度高效评估[J].振动、测试与诊断,2022,42(5):945-951.
ZHU Qiankun, MENG Wanchen, ZHANG Qiong, et al. High efficiency evaluation of human-induced vibration serviceability of footbridge[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2022, 42(5): 945-951.
- [6] 汪志昊,寇琛,刘召朋,等.考虑三种静立人体模型的单人-简支梁耦合系统竖向动力特性对比分析[J].振动工程学报,2020,33(5):952-960.
WANG Zhihao, KOU Chen, LIU Zhaopeng, et al. Comparisons of vertical dynamic characteristics of single standing occupant-simply supported beam interaction systems with three kinds of models[J]. Journal of Vibration Engineering, 2020, 33(5): 952-960.
- [7] ŽIVANOVIĆ S. Modelling human actions on lightweight structures: experimental and numerical developments[J]. MATEC Web of Conferences, 2015, 24: 01005.
- [8] JIMÉNEZ-ALONSO J F, SÁEZ A, CAETANO E, et al. Vertical crowd-structure interaction model to analyze the change of the modal properties of a footbridge[J]. Journal of Bridge Engineering, 2016, 21(8): C4015004.
- [9] BSI. Steel, concrete and composite bridges—Part 2: specification for loads: BS 5400-2: 2006[S]. London: British Standards Institution, 2006.
- [10] 聂建国,陈宇,樊健生.步行荷载作用下单跨人行桥振动的均方根加速度反应谱法[J].土木工程学报,2010,43(9):109-116.
NIE Jianguo, CHEN Yu, FAN Jiansheng. RMS acceleration response spectrum method for single-span footbridges under pedestrian load[J]. China Civil Engineering Journal, 2010, 43(9): 109-116.
- [11] 朱前坤,马法荣,张琼,等.行人-结构竖向动力耦合效应试验研究[J].建筑结构学报,2020,41(11):125-133.
ZHU Qiankun, MA Farong, ZHANG Qiong, et al. Experimental study on vertical dynamic coupling effect of pedestrian-structure[J]. Journal of Building Structures, 2020, 41(11): 125-133.
- [12] 陈隽.人致荷载研究综述[J].振动与冲击,2017,36(23):1-9.
CHEN Jun. A review of human-induced loads study[J]. Journal of Vibration and Shock, 2017, 36(23): 1-9.
- [13] 谢伟平,汤宗恒,何卫.多人-桥竖向动力相互作用研究[J].振动与冲击,2020,39(11):76-82.
XIE Weiping, TANG Zongheng, HE Wei. Study on vertical vibration of bridge-pedestrians dynamic interaction system[J]. Journal of Vibration and Shock, 2020, 39(11): 76-82.
- [14] 中华人民共和国交通运输部.公路桥梁抗震设计细则:JTG/T B02-01—2008[S].北京:人民交通出版社,2008.
MOT. Guidelines for seismic design of highway bridges: JTG/T B02-01—2008[S]. Beijing: China Communications Press, 2008.
- [15] 陈隽,王晋平,熊杰程.步行荷载的功率谱模型及其应用研究[J].建筑结构学报,2019,40(9):166-174.
CHEN Jun, WANG Jinping, XIONG Jiecheng. Power spectral density model for pedestrian walking load and its application[J]. Journal of Building Structures, 2019, 40(9): 166-174.
- [16] 林家浩,张亚辉.随机振动的虚拟激励法[M].北京:科学出版社,2004.
LIN Jiahao, ZHANG Yahui. The Pseudo Excitation Method of Random Vibration[M]. Beijing: Science Press, 2004.
- [17] 李泉,樊健生,聂建国.多人随机行走激励下人行桥振动分析[J].计算力学学报,2010,27(5):815-821.
LI Quan, FAN Jiansheng, NIE Jianguo. Vibration response analysis of long-span footbridge to random walking loads generated by crowds[J]. Chinese Journal of Computational Mechanics, 2010, 27(5): 815-821.
- [18] CAPRANI C C. Application of the pseudo-excitation method to assessment of walking variability on footbridge vibration[J]. Computers & Structures, 2014, 132: 43-54.
- [19] LIEVENS K, LOMBAERT G, de ROECK G, et al. Robust design of a TMD for the vibration serviceability of a footbridge[J]. Engineering Structures, 2016, 123: 408-418.

- [20] 王明珠, 胡卫中, 张玲, 等. 设置TMD的大跨楼盖动力特性及人致振动分析[J]. 建筑结构, 2021, 51(3): 109-114.
WANG Mingzhu, HU Weizhong, ZHANG Ling, et al. Dynamic properties and human-induced vibration analysis of long-span floors equipped with TMD[J]. Building Structure, 2021, 51(3): 109-114.
- [21] 操礼林, 曹栋, 李爱群. 人行天桥动力特性参数时变性分析及其TMD减振控制[J]. 建筑结构学报, 2020, 41(11): 134-142.
CAO Lilin, CAO Dong, LI Aiqun. Analysis of time-varying dynamic characteristic parameters of footbridge and TMD vibration control[J]. Journal of Building Structures, 2020, 41(11): 134-142.
- [22] 唐斯聪, 王海龙, 张晓冉, 等. 人行荷载下大跨度楼盖MTMD参数与位置联合优化方法研究[J]. 振动与冲击, 2019, 38(16): 217-223.
TANG Sicong, WANG Hailong, ZHANG Xiaoran, et al. Combined optimal design of MTMD system parameter and location applied in reducing floor vibration induced by human-induced loads[J]. Journal of Vibration and Shock, 2019, 38(16): 217-223.
- [23] 操礼林, 王念康, 李爱群. 随机行走人群-大跨楼盖耦合振动及MTMD减振分析[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2023, 53(3): 463-470.
CAO Lilin, WANG Niankang, LI Aiqun. Analysis on coupled vibration of random walking crowd-large span floor and MTMD vibration control[J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition), 2023, 53(3): 463-470.
- [24] 樊健生, 李泉, 聂建国. 人群激励下梁式人行桥振动控制和MTMD优化设计[J]. 土木工程学报, 2010, 43(8): 73-80.
FAN Jiansheng, LI Quan, NIE Jianguo. Crowds-induced vibration control of beam footbridge equipped with multiple tuned mass dampers[J]. China Civil Engineering Journal, 2010, 43(8): 73-80.
- [25] MIGUEL L F F, SANTOS G P D. Optimization of multiple tuned mass dampers for road bridges taking into account bridge-vehicle interaction, random pavement roughness, and uncertainties[J]. Shock and Vibration, 2021, 2021(1): 6620427.
- [26] 陈舟, 颜全胜, 贾布裕, 等. 行走激励下人行桥振动响应简化计算[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2018, 39(3): 483-489.
CHEN Zhou, YAN Quansheng, JIA Buyu, et al. Simplified calculation on the vibration response of a foot-bridge under human walking loads[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2018, 39(3): 483-489.
- [27] 王彩锋, 高世桥, 牛少华, 等. 行人SMD模型参数对人群-结构耦合动力特性的影响[J]. 振动与冲击, 2018, 37(3): 91-97.
WANG Caifeng, GAO Shiqiao, NIU Shaohua, et al. Influences of pedestrian SMD model parameters on dynamic characteristics of crowd-structure interaction[J]. Journal of Vibration and Shock, 2018, 37(3): 91-97.
- [28] 王智丰, 李贤军, 易锦, 等. 大跨胶合木拱桥人致振动及其优化控制[J]. 土木工程学报, 2021, 54(4): 79-94.
WANG Zhifeng, LI Xianjun, YI Jin, et al. Human-induced vibration and optimal control of long-span glulam arch bridges[J]. China Civil Engineering Journal, 2021, 54(4): 79-94.
- [29] DEN HARTOG J P. Mechanical Vibrations[M]. 3th ed. New York: McGraw-Hill Book Company, Inc., 1947.
- [30] CRANDALL S H, MARK W D. Random Vibration in Mechanical Systems[M]. Amsterdam: Elsevier, 1963.
- [31] 蒋友宝, 冯健, 孟少平. 基于状态空间响应面方法的结构系统可靠度分析[J]. 工程力学, 2007, 24(1): 27-32.
JIANG Youbao, FENG Jian, MENG Shaoping. Analysis of structural system reliability based on state space response surface method[J]. Engineering Mechanics, 2007, 24(1): 27-32.
- [32] 梁瑞军, 王浩, 郜辉, 等. 地震作用下风力机的TMD减振优化[J]. 东南大学学报(自然科学版), 2021, 51(2): 256-263.
LIANG Ruijun, WANG Hao, GAO Hui, et al. Optimization of TMD for vibration reduction of wind turbine under seismic excitation[J]. Journal of Southeast University (Natural Science Edition), 2021, 51(2): 256-263.
- [33] 张尚荣, 谭平, 杜永峰, 等. 基于响应面法的层间隔震结构地震易损性分析[J]. 振动与冲击, 2014, 33(15): 42-48.
ZHANG Shangrong, TAN Ping, DU Yongfeng, et al. Seismic fragility analysis of Inter-story isolation structures based on response surface method[J]. Journal of Vibration and Shock, 2014, 33(15): 42-48.

第一作者: 温金龙(1996—),男,博士研究生。

E-mail:wenjinlong0819@126.com

通信作者: 汪志昊(1980—),男,博士,教授。

E-mail:wangzhihao@ncwu.edu.cn