

NW 风电传动系统非线性动力学

莫 帅^{1,2,3}, 刘翊恒^{1,2}, 黄 轩^{1,2}, 张 伟¹

(1. 广西大学省部共建特色金属材料与组合结构全寿命安全国家重点实验室, 广西 南宁 530004;
2. 广西大学机械工程学院, 广西 南宁 530004; 3. 华中科技大学智能制造装备与技术全国重点实验室, 湖北 武汉 430074)

摘要: 为了更加精确地求解 NW(内外啮合行星轮系)风电传动系统的非线性动力学特性, 考虑了随机风速、时变支撑刚度、齿圈柔性、时变啮合刚度、传动误差、齿侧间隙、轴承游隙等因素, 建立了 NW 行星齿轮-轴承系统的非线性动力学模型。利用时域图、频谱、相轨迹图、庞加莱截面图来描述系统的非线性特性, 并用分岔图以及最大李雅普诺夫指数图描述激励频率与啮合刚度对系统非线性行为的影响。结果表明: NW 行星齿轮-轴承系统具有丰富的非线性特征, 激励频率在一定的范围内会导致系统进入混沌运动状态, 发生失稳; 啮合刚度在一定范围内可以保证系统平稳运行。

关键词: 非线性动力学; NW 行星齿轮; 随机风速; 时变支撑刚度; 齿圈柔性

中图分类号: O322; TH132.425 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2025)04-0722-09

DOI: 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2025.04.007

Nonlinear dynamics of NW wind power transmission system

MO Shuai^{1,2,3}, LIU Yiheng^{1,2}, HUANG Xuan^{1,2}, ZHANG Wei¹

(1. State Key Laboratory of Featured Metal Materials and Life-cycle Safety for Composite Structures, Guangxi University, Nanning 530004, China; 2. School of Mechanical Engineering, Guangxi University, Nanning 530004, China;
3. State Key Laboratory of Intelligent Manufacturing Equipment and Technology, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

Abstract: In order to accurately study the nonlinear dynamic characteristics of NW (internal and external meshing planetary gear train) wind power transmission system, this paper considers factors such as random wind speed, time-varying support stiffness, ring gear flexibility, time-varying meshing stiffness, transmission error, tooth flank clearance, and bearing clearance. A nonlinear dynamic model of the NW planetary gear-bearing system is established. Time history, FFT spectrum, Phase diagram, and Poincaré maps are used to describe the nonlinear characteristics of the system, and bifurcation diagrams and the maximum Lyapunov exponent are used to describe the influence of excitation frequency and meshing stiffness on the nonlinear behavior of the system in more detail. The results show that the NW planetary gear-bearing system has rich nonlinear characteristics. In a specific range of excitation frequencies, the system can enter a chaotic motion state, leading to instability. However, within a certain range of meshing stiffness, the system can operate stably.

Keywords: nonlinear dynamics; NW planetary gears; random wind speed; time-varying support stiffness; ring gear flexibility

随着科技的不断发展, 环境问题越来越被重视, 可再生的绿色能源将逐步取代传统的石化能源, 而风能正在渐渐成为最受欢迎的可再生绿色能源^[1-2]。NW 型风力发电机由于其结构紧凑、传输扭矩大等特点, 在大功率发电机之中的应用愈发广泛。而风电齿轮箱是风力发电机组的重要组成部分, 其工作稳定性决定整个风电机组的运动平稳性, 因此十分

有必要对其传动系统进行非线性动力学的研究。

许多学者针对齿面摩擦、时变啮合刚度等非线性因素对齿轮系统动力学进行了深入的研究^[3-4]。HU 等^[5]、ZHANG 等^[6]研究了摩擦引起的温升、齿轮热变形等因素影响下的系统非线性动力学; LI 等^[7]改进了考虑时变齿侧间隙、多状态啮合、重合度等时变参数的齿轮副非线性动力学模型, 对系统进行多

收稿日期: 2023-05-08; **修订日期:** 2023-07-30

基金项目: 广西杰出青年科学基金资助项目(2025GXNSFFA069016); 广西科技重大专项(桂科 AA24263074, 桂科 AA23073019); 国家自然科学基金资助项目(52265004); 中国航发科技创新平台项目(CXPT-2023-044); 智能制造装备与技术全国重点实验室开放课题(IMETKF2025021)

状态啮合识别;MO等^[8-10]研究了非正交面齿轮轴承系统的非线性全局行为演化过程,采用多尺度法、胞映射法描述系统全局行为的演化过程,并对机器人关节裂纹传动系统进行了研究分析;ZHANG等^[11]考虑行星齿轮内外齿啮合的不同以及弹流润滑和边界润滑的混合作用,分析了风力机复合齿轮传动系统的分岔和混沌行为;张林等^[12]考虑齿轮油膜刚度、时变支撑刚度等参数,建立了齿轮动力学模型;熊杨寿等^[13]建立了考虑时变摩擦系数的离散化微线段齿轮动力学模型。

目前鲜见对含轴承的NW风电行星齿轮传动系统多参数耦合的非线性动力学的研究。本文将时变支撑刚度与齿圈柔性耦合进NW风电行星齿轮传动系统之中,研究其非线性动力学特性。

1 NW 风电传动系统模型

1.1 NW 风电传动系统结构模型

NW风电行星齿轮传动系统机构运动简图如图1所示。

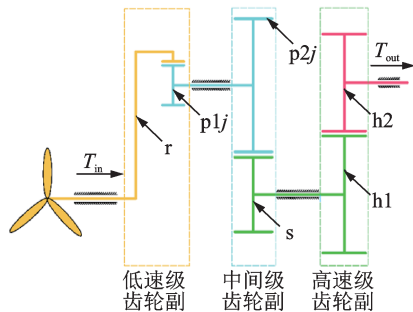


图1 机构运动简图

Fig. 1 Mechanism motion diagram

图1中, r 、 p 、 s 和 h 分别表示内齿圈、行星轮、太阳轮和人字齿轮。该系统由一级NW行星齿轮与一级平行轴人字齿轮组成,自然风带动叶片所产生的动力通过内齿圈 r 输入,由人字齿轮 $h2$ 输出; T_{in} 和 T_{out} 分别为输入和输出转矩。

1.2 外部激励输入

NW风电传动系统的动力来源于环境中的自然风,而自然风由于其随机性对系统的非线性动力学有着显著的影响,所以,在建立动力学模型时,不可忽略随机风速的影响。在本文中,采用双参数的Weibull模型对随机风速进行预测。由于风力发电机的叶片体积巨大,风速变化对NW风电传动系统的影响具有滞后性,在实际计算中,对风速的变化进行多项式拟合作为输入激励,拟合后的曲线如图2中红色曲线所示。

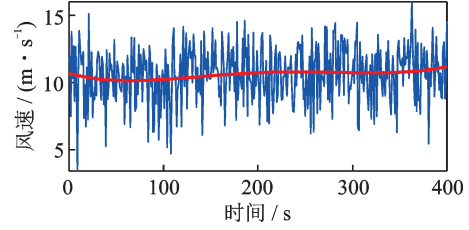


图2 400 s内风速变化

Fig. 2 Wind speed variation within 400 s

1.3 时变啮合刚度

采取一阶傅里叶级数来近似表示齿轮副的啮合刚度:

$$K^k(t) = K_m^k + \Delta K_m^k \cos(\omega_m^k t + \varphi_m^k) \quad (1)$$

式中, K_m^k 表示平均啮合刚度; ΔK_m^k 表示啮合刚度的变化幅值; ω_m^k 表示啮合频率; φ_m^k 表示相位角,其中 $k = \text{I}, \text{II}, \text{III}$ 分别表示三级齿轮副。

1.4 时变支撑刚度

以圆柱滚子轴承为例,推算轴承力。图3为圆柱滚子轴承模型,圆柱滚子轴承的内圈与旋转轴刚性连接,外圈与轴承座刚性连接,即轴承外圈的转速为0。轴承坐标系的中心与轴承内圈的圆心重合,轴线 Oy 与内齿圈轴线 Oy 重合。

如图3所示, Z_b 为滚动物体数目; ω_{bi} 、 ω_{bn} 、 ω_{bo} 分别为内圈、滚动物体、外圈的旋转角速度; θ_i 为第 i 个滚动物体与 x 轴的夹角; r_{bi} 、 r_{bo} 分别为内、外圈半径。

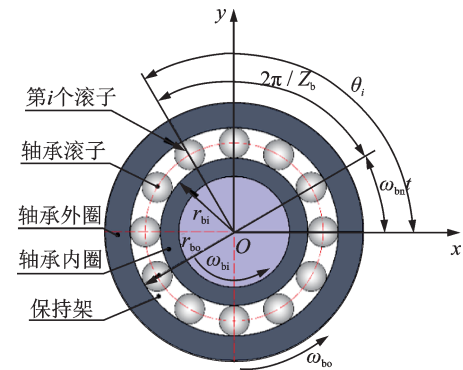


图3 圆柱滚子轴承模型

Fig. 3 Cylindrical roller bearing model

轴承受力后,内、外圈滚道曲率中心的中心距由 l 变为 l' ;滚动物体与内、外圈滚道的接触角、接触力相等,未变形时初始接触角为 γ_i ,变形后接触角为 γ'_i ; δ_θ 为滚动体的角度变形。受力后内、外圈曲率中心的中心距可由下式表示:

$$l' = \left[(l \sin \gamma_i + z + r_{bo} \delta_\theta \cos \theta_i)^2 + (l \cos \gamma_i + x \cos \theta_i + y \sin \theta_i)^2 \right]^{\frac{1}{2}} \quad (2)$$

式中, x 、 y 、 z 为沿坐标轴方向的振动位移。

$$\begin{aligned} F_{mj}^I &= K_m^I f(x_{n1}, b^I) + C_m^I \dot{x}_{n1}, \\ F_{mj}^{II} &= K_m^{II} f(x_{n2}, b^{II}) + C_m^{II} \dot{x}_{n2}, \\ F_{mj}^{III} &= K_m^{III} f(x_{n3}, b^{III}) + C_m^{III} \dot{x}_{n3}, \end{aligned}$$

式中, $f(x, b)$ 为齿侧间隙函数; b 为齿侧间隙的一半。

2 NW 风电传动系统振动微分方程

在振动模型之中, 齿轮与轴承分别视为集中质量且位于各自支撑中心, 在斜齿轮副与人字齿轮副传动过程中, 啮合力在齿轮坐标系下可以分解为 x 、 y 、 z 三个方向的分力。将内齿圈微段的坐标系建立在以其微段质心为中心的与内齿圈同步旋转的动坐标系之中, 整个系统的自由度如下:

$$\begin{aligned} &(u_{ri}, x_{ri}, y_{ri}, z_{ri}, x_{pb1}, y_{pb1}, z_{pb1}, u_{pj}^1, x_{pj}^1, y_{pj}^1, z_{pj}^1, u_{pj}^2, \\ &x_{pb2}, y_{pb2}, z_{pb2}, x_{pj}^2, y_{pj}^2, z_{pj}^2, u_s, x_s, y_s, z_s, x_{sb}, y_{sb}, \\ &z_{sb}, u_1, x_1, y_1, x_{1b}, y_{1b}, u_2, x_2, y_2, x_{21b}, y_{21b}, x_{22b}, y_{22b})^T, \end{aligned}$$

式中, u 、 x 、 y 和 z 分别表示扭转、 x 轴方向、 y 轴方向和 z 轴方向的自由度; 下标“pb”“sb”“1b”和“2b”分别表示行星轮轴承、太阳轮轴承、人字齿轮 1 轴承和人字齿轮 2 轴承; 上标“1”“2”分别表示内、外啮合行星轮。

由于振动微分方程中包含各种物理参数, 且数量级相差巨大, 为了避免计算时间过长, 计算失败等情况, 对系统微分方程组进行无量纲化处理。选用系统中间级齿轮副的固有频率 ω_n 为时间尺度, 中间级齿轮副齿侧间隙的一半 b^{II} 为位移尺度。

内齿圈啮合微段:

$$\begin{cases} \ddot{u}_{ri} + k_{uri} \bar{u}_{ri} + 2\zeta_{uri} \dot{\bar{u}}_{ri} + ak_e [\sin \lambda_i \Delta \bar{x}_{ri} + \sin \eta_i \Delta \bar{x}_{r(i+1)} - \cos(\xi + \varphi_{ri} + u_{ri}) \Delta \bar{y}_{ri} + \cos \eta_i \Delta \bar{y}_{r(i+1)}] = t_{in}/W \\ \ddot{x}_{ri} + k_{rix} \bar{x}_{ri} + 2\zeta_{rix} \dot{\bar{x}}_{ri} + k_e (\Delta \bar{x}_{ri} - \Delta \bar{x}_{r(i+1)}) = 0 \\ \ddot{y}_{ri} + k_{riy} \bar{y}_{ri} + 2\zeta_{riy} \dot{\bar{y}}_{ri} - k_e (\Delta \bar{y}_{ri} - \Delta \bar{y}_{r(i+1)}) = -f_g \\ \ddot{z}_{ri} + k_{riz} \bar{z}_{ri} + 2\zeta_{riz} \dot{\bar{z}}_{ri} = 0 \end{cases} \quad (7)$$

内齿圈不啮合微段:

$$\begin{cases} \ddot{u}_{ri} + k_{uri} \bar{u}_{ri} + 2\zeta_{uri} \dot{\bar{u}}_{ri} + ak_e (\sin \lambda_i \Delta \bar{x}_{ri} + \sin \eta_i \Delta \bar{x}_{r(i+1)} - \cos \lambda_i \Delta \bar{y}_{ri} + \cos \eta_i \Delta \bar{y}_{r(i+1)}) = t_{in}/W \\ \ddot{x}_{ri} + k_{rix} \bar{x}_{ri} + 2\zeta_{rix} \dot{\bar{x}}_{ri} + k_e (\Delta \bar{x}_{ri} - \Delta \bar{x}_{r(i+1)}) = 0 \\ \ddot{y}_{ri} + k_{riy} \bar{y}_{ri} + 2\zeta_{riy} \dot{\bar{y}}_{ri} - k_e (\Delta \bar{y}_{ri} - \Delta \bar{y}_{r(i+1)}) = -f_g \\ \ddot{z}_{ri} + k_{riz} \bar{z}_{ri} + 2\zeta_{riz} \dot{\bar{z}}_{ri} = 0 \end{cases} \quad (8)$$

行星轮轴承 1:

$$\begin{cases} \ddot{x}_{pb1} + k_{ppb1x} (\bar{x}_{pb1} - \bar{x}_{pj}^2) + 2\zeta_{ppb1x} (\dot{\bar{x}}_{pb1} - \dot{\bar{x}}_{pj}^2) + 2\zeta_{pb1} \dot{\bar{x}}_{pb1} = -f_{pb1x} \\ \ddot{y}_{pb1} + k_{ppb1y} (\bar{y}_{pb1} - \bar{y}_{pj}^2) + 2\zeta_{ppb1y} (\dot{\bar{y}}_{pb1} - \dot{\bar{y}}_{pj}^2) + 2\zeta_{pb1} \dot{\bar{y}}_{pb1} = -f_{pb1y} - f_g \\ \ddot{z}_{pb1} + k_{ppb1z} (\bar{z}_{pb1} - \bar{z}_{pj}^2) + 2\zeta_{ppb1z} (\dot{\bar{z}}_{pb1} - \dot{\bar{z}}_{pj}^2) + 2\zeta_{pb1} \dot{\bar{z}}_{pb1} = -f_{pb1z} \end{cases} \quad (9)$$

内啮合行星轮:

$$\begin{cases} \ddot{u}_{pj}^1 + k_{up}^1 (\bar{u}_{pj}^1 - \bar{u}_{pj}^1 r_{pb}^1 / r_{pb}^2) + 2\zeta_{up}^1 (\dot{\bar{u}}_{pj}^1 - \dot{\bar{u}}_{pj}^1 r_{pb}^1 / r_{pb}^2) = 0 \\ \ddot{x}_{pj}^1 + k_{ppjx}^1 (2\bar{x}_{pj}^1 - \bar{x}_{pb1} - \bar{x}_{pb2}) + 2\zeta_{ppjx}^1 (2\dot{\bar{x}}_{pj}^1 - \dot{\bar{x}}_{pb1} - \dot{\bar{x}}_{pb2}) = 0 \\ \ddot{y}_{pj}^1 + k_{ppjy}^1 (2\bar{y}_{pj}^1 - \bar{y}_{pb1} - \bar{y}_{pb2}) + 2\zeta_{ppjy}^1 (2\dot{\bar{y}}_{pj}^1 - \dot{\bar{y}}_{pb1} - \dot{\bar{y}}_{pb2}) = 0 \\ \ddot{z}_{pj}^1 + k_{ppjz}^1 (2\bar{z}_{pj}^1 - \bar{z}_{pb1} - \bar{z}_{pb2}) + 2\zeta_{ppjz}^1 (2\dot{\bar{z}}_{pj}^1 - \dot{\bar{z}}_{pb1} - \dot{\bar{z}}_{pb2}) = 0 \end{cases} \quad (10)$$

行星轮轴承 2:

$$\begin{cases} \ddot{x}_{pb2} + k_{ppb2x} (2\bar{x}_{pb2} - \bar{x}_{pj}^1 - \bar{x}_{pj}^2) + 2\zeta_{ppb2x} \times (2\dot{\bar{x}}_{pb2} - \dot{\bar{x}}_{pj}^1 - \dot{\bar{x}}_{pj}^2) + 2\zeta_{pb2} \dot{\bar{x}}_{pb2} = -f_{pb2x} \\ \ddot{y}_{pb2} + k_{ppb2y} (2\bar{y}_{pb2} - \bar{y}_{pj}^1 - \bar{y}_{pj}^2) + 2\zeta_{ppb2y} \times (2\dot{\bar{y}}_{pb2} - \dot{\bar{y}}_{pj}^1 - \dot{\bar{y}}_{pj}^2) + 2\zeta_{pb2} \dot{\bar{y}}_{pb2} = -f_{pb2y} - f_g \\ \ddot{z}_{pb2} + k_{ppb2z} (2\bar{z}_{pb2} - \bar{z}_{pj}^1 - \bar{z}_{pj}^2) + 2\zeta_{ppb2z} \times (2\dot{\bar{z}}_{pb2} - \dot{\bar{z}}_{pj}^1 - \dot{\bar{z}}_{pj}^2) + 2\zeta_{pb2} \dot{\bar{z}}_{pb2} = -f_{pb2z} \end{cases} \quad (11)$$

外啮合行星轮:

$$\begin{cases} \ddot{u}_{pj}^2 + k_{up}^2 (\bar{u}_{pj}^2 - \bar{u}_{pj}^2 r_{pb}^2 / r_{pb}^1) + 2\zeta_{up}^2 (\dot{\bar{u}}_{pj}^2 - \dot{\bar{u}}_{pj}^2 r_{pb}^2 / r_{pb}^1) = 0 \\ \ddot{x}_{pj}^2 + k_{ppjx}^2 (\bar{x}_{pj}^2 - \bar{x}_{pb2}) + 2\zeta_{ppjx}^2 (\dot{\bar{x}}_{pj}^2 - \dot{\bar{x}}_{pb2}) = 0 \\ \ddot{y}_{pj}^2 + k_{ppjy}^2 (\bar{y}_{pj}^2 - \bar{y}_{pb2}) + 2\zeta_{ppjy}^2 (\dot{\bar{y}}_{pj}^2 - \dot{\bar{y}}_{pb2}) = 0 \\ \ddot{z}_{pj}^2 + k_{ppjz}^2 (\bar{z}_{pj}^2 - \bar{z}_{pb2}) + 2\zeta_{ppjz}^2 (\dot{\bar{z}}_{pj}^2 - \dot{\bar{z}}_{pb2}) = 0 \end{cases} \quad (12)$$

太阳轮轴承 1:

$$\begin{cases} \ddot{x}_{sb} + k_{ssbx} (\bar{x}_{sb} - \bar{x}_s) + 2\zeta_{ssbx} (\dot{\bar{x}}_{sb} - \dot{\bar{x}}_s) + 2\zeta_{sb} \dot{\bar{x}}_{sb} = -f_{bsx} \\ \ddot{y}_{sb} + k_{ssby} (\bar{y}_{sb} - \bar{y}_s) + 2\zeta_{ssby} (\dot{\bar{y}}_{sb} - \dot{\bar{y}}_s) + 2\zeta_{sb} \dot{\bar{y}}_{sb} = -f_{bsy} - f_g \\ \ddot{z}_{sb} + k_{ssbz} (\bar{z}_{sb} - \bar{z}_s) + 2\zeta_{ssbz} (\dot{\bar{z}}_{sb} - \dot{\bar{z}}_s) + 2\zeta_{sb} \dot{\bar{z}}_{sb} = -f_{bsz} \end{cases} \quad (13)$$

太阳轮:

$$\begin{cases} \ddot{u}_s + k_{us} (\bar{u}_s - \bar{u}_1 r_{bs} / r_1) + 2\zeta_{us} (\dot{\bar{u}}_s - \dot{\bar{u}}_1 r_{bs} / r_1) = 0 \\ \ddot{x}_s + k_{ssx} (2\bar{x}_s - \bar{x}_1 - \bar{x}_{sb}) + 2\zeta_{ssx} (2\dot{\bar{x}}_s - \dot{\bar{x}}_1 - \dot{\bar{x}}_{sb}) = 0 \\ \ddot{y}_s + k_{ssy} (2\bar{y}_s - \bar{y}_1 - \bar{y}_{sb}) + 2\zeta_{ssy} (2\dot{\bar{y}}_s - \dot{\bar{y}}_1 - \dot{\bar{y}}_{sb}) = -f_g \\ \ddot{z}_s + k_{ssz} (2\bar{z}_s - \bar{z}_1 - \bar{z}_{sb}) + 2\zeta_{ssz} (2\dot{\bar{z}}_s - \dot{\bar{z}}_1 - \dot{\bar{z}}_{sb}) = 0 \end{cases} \quad (14)$$

人字齿轮 1:

$$\begin{cases} \ddot{u}_1 + k_{a1}(\bar{u}_1 - \bar{u}_s r_{bl}/r_{bs}) + 2\zeta_{a1}(\dot{u}_1 - \dot{u}_s r_{bl}/r_{bs}) = 0 \\ \ddot{x}_1 + k_{s1r}(2\bar{x}_1 - \bar{x}_s - \bar{x}_{1b}) + 2\zeta_{s1r}(2\dot{x}_1 - \dot{x}_s - \dot{x}_{1b}) = 0 \\ \ddot{y}_1 + k_{s1y}(2\bar{y}_1 - \bar{y}_s - \bar{y}_{1b}) + 2\zeta_{s1y}(2\dot{y}_1 - \dot{y}_s - \dot{y}_{1b}) = -f_g \\ \ddot{z}_1 + k_{s1z}(2\bar{z}_1 - \bar{z}_s - \bar{z}_{1b}) + 2\zeta_{s1z}(2\dot{z}_1 - \dot{z}_s - \dot{z}_{1b}) = 0 \end{cases} \quad (15)$$

人字齿轮轴承 1:

$$\begin{cases} \ddot{x}_{1b} + k_{s1br}(\bar{x}_{1b} - \bar{x}_1) + \\ 2\zeta_{s1br}(\dot{x}_{1b} - \dot{x}_1) + 2\zeta_{1b}\dot{x}_{1b} = -f_{b1r} \\ \ddot{y}_{1b} + k_{s1by}(\bar{y}_{1b} - \bar{y}_1) + \\ 2\zeta_{s1by}(\dot{y}_{1b} - \dot{y}_1) + 2\zeta_{1b}\dot{y}_{1b} = -f_{b1y} - f_g \\ \ddot{z}_{1b} + k_{s1bz}(\bar{z}_{1b} - \bar{z}_1) + \\ 2\zeta_{s1bz}(\dot{z}_{1b} - \dot{z}_1) + 2\zeta_{1b}\dot{z}_{1b} = -f_{b1z} \end{cases} \quad (16)$$

人字齿轮 2:

$$\begin{cases} \ddot{u}_2 + k_{a2}\bar{u}_2 + 2\zeta_{a2}\dot{u}_2 = t_{out} \\ \ddot{x}_2 + k_{22r}(2\bar{x}_2 - \bar{x}_{21b} - \bar{x}_{22b}) + \\ 2\zeta_{22r}(2\dot{x}_2 - \dot{x}_{21b} - \dot{x}_{22b}) = -f_g \\ \ddot{y}_2 + k_{22y}(2\bar{y}_2 - \bar{y}_{21b} - \bar{y}_{22b}) + \\ 2\zeta_{22y}(2\dot{y}_2 - \dot{y}_{21b} - \dot{y}_{22b}) = 0 \end{cases} \quad (17)$$

人字齿轮轴承 21:

$$\begin{cases} \ddot{x}_{21b} + k_{221r}(\bar{x}_{21b} - \bar{x}_2) + 2\zeta_{221r}(\dot{x}_{21b} - \dot{x}_2) + \\ 2\zeta_{21b}\dot{x}_{21b} = -f_{b21r} \\ \ddot{y}_{21b} + k_{221y}(2\bar{y}_{21b} - \bar{y}_2) + 2\zeta_{221y}(2\dot{y}_{21b} - \dot{y}_2) + \\ 2\zeta_{21b}\dot{y}_{21b} = -f_{b21y} - f_g \end{cases} \quad (18)$$

人字齿轮轴承 22:

$$\begin{cases} \ddot{x}_{22b} + k_{222r}(\bar{x}_{22b} - \bar{x}_{21}) + 2\zeta_{222r}(\dot{x}_{22b} - \dot{x}_{21}) + \\ 2\zeta_{22b}\dot{x}_{22b} = -f_{b22r} \\ \ddot{y}_{22b} + k_{222y}(\bar{y}_{22b} - \bar{y}_{21}) + 2\zeta_{222y}(\dot{y}_{22b} - \dot{y}_{21}) + \\ 2\zeta_{22b}\dot{y}_{22b} = -f_{b22y} - f_g \end{cases} \quad (19)$$

式中, $\bar{u}_q = u_q/b^{\parallel}$, $\bar{x}_q = x_q/b^{\parallel}$, $\bar{y}_i = y_i/b^{\parallel}$, $\bar{z}_i = z_i/b^{\parallel}$,

$$\zeta_{pqh} = \frac{C_{pqh}}{2m_q\omega_n}, \quad \zeta_{sqh} = \frac{C_{sqh}}{2m_q\omega_n}, \quad \zeta_{2qh} = \frac{C_{2qh}}{2m_q\omega_n}, \quad \tau = \omega_n t,$$

$$k_{pqh}^k = \frac{K_{pqh}}{m_q^k\omega_n^2}, \quad k_{sqj} = \frac{K_{sqh}}{m_q\omega_n^2}, \quad k_{2qh} = \frac{K_{2qh}}{m_q\omega_n^2}, \quad f_g = \frac{g}{b^{\parallel}\omega_n^2},$$

$$k_e = \frac{K_e}{(I_{ri}/r_{br}^2)\omega_n^2}, \quad f_{mq}^k = \frac{F_{mq}^k}{m_q^k b^{\parallel}\omega_n^2}, \quad t_u = \frac{T_u}{(I_{ri}/r_{br}^2)\omega_n^2 (b^{\parallel})^2},$$

$\lambda_i = \xi + \varphi_{ri} + u_{ri}$, $\eta_i = \xi - \varphi_{r(i-1)} - u_{ri}$ ($q=r, pj, s, 1, 2, pb1, pb2, sb, 1b, 21b, 22b; h=x, y, z; k=x, y, z; k=I, II, III; u=in, out$), 其中, m 为质量, I_{ri} 为内齿圈微段的转动惯量, K 和 k 分别为刚度与无量纲化刚度, C 和 ζ 分别为阻尼与无量纲化阻尼, r_b 为齿轮基圆半径, f_b 为无量纲化轴承力, 上、下标用以指代具体齿轮、轴承, g 为重力加速度。

齿轮和轴承的具体参数分别如表 1 和 2 所示。

表 1 NW 风电传动系统齿轮参数^[14]

Tab. 1 NW wind power transmission system gear parameter^[14]

齿轮类别	Z	m_n/mm	$\alpha/(^\circ)$	$\beta/(^\circ)$	B/mm	M/kg
r	91	28	20	4.0	560	5690
p1	22	28	20	4.0	560	950
p2	83	16	20	7.2	410	2320
s	40	16	20	7.2	410	440
h1	131	10	15	32.0	365	5369
h2	20	10	15	32.0	365	125

表 2 轴承参数

Tab. 2 Basic parameters of the bearing

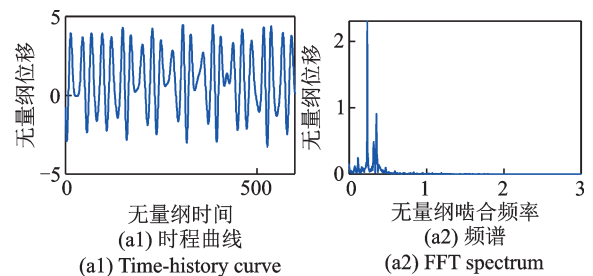
轴承类别	Z_b	r_{bi}/mm	r_{bo}/mm	M_b/kg	$c_b/\mu m$
pb1	16	160	240	47	180
pb2	11	300	365	121	160
sb	12	100	180	50	55
1b	13	350	465	295	305
21b	12	40	70	2.2	50
22b	13	40	70	2.2	50

3 风电齿轮传动系统非线性响应

利用四阶 Runge-Kutta 法对第 2 节方程组(7)~(19)联立求解, 设置系统的初始位移、初始速度均为 0, 得到 NW 风电传动系统的振动位移响应; 利用 Poincaré 截面法对系统分岔图进行求解, 遍历激励频率或者啮合刚度, 记录系统在稳定状态下的振动位移, 通过绘制振动位移与参数之间的关系图, 得到相应分岔图; 通过分析相邻轨道之间的距离随时间的变化, 得到最大李雅普诺夫指数图。

3.1 激励频率对系统响应的影响

本部分研究激励频率对系统响应的影响。激励频率 $\omega_c = 0.238$ 时, 三级齿轮副等效位移的时域图、频率图、相图、庞加莱截面如图 6 所示。低速级齿轮副等效位移的庞加莱截面上为杂乱的点集, 表明系统处于混沌运动状态; 中间级齿轮副等效位移的庞加莱截面上含有两个吸引子, 表明系统处于倍周期运动; 高速级齿轮副等效位移的庞加莱截面上含有



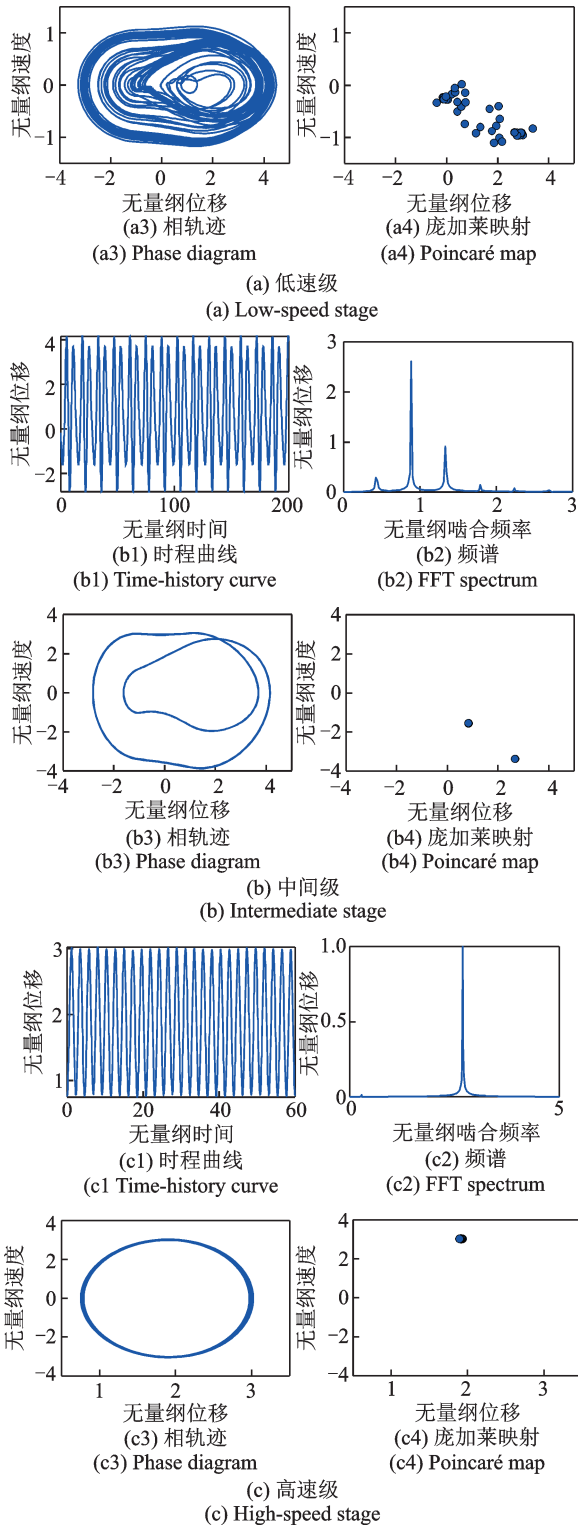


图 6 振动位移响应

Fig. 6 Vibration displacement response

一个吸引子,表明系统处于周期运动。

为了进一步研究激励频率对系统响应的影响,绘制了分岔图和最大李雅普诺夫指数图分别如图 7 和 8 所示。当激励频率 $\omega_e < 0.196$ 时,低速级齿轮副处于稳定的周期运动状态;当 $\omega_e \in (0.196, 0.204)$ 时,系统处于倍周期运动状态;当 $\omega_e \in (0.204, 0.210)$ 时,系统处于混沌运动状态;在 $\omega_e \in (0.210, 0.221)$ 时,系统跳出混沌,进入倍周期运动状态;当

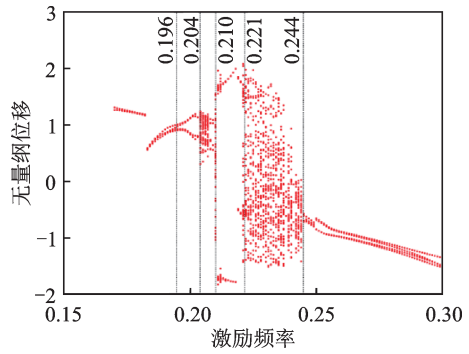


图 7 低速级齿轮副啮合位移分岔图

Fig. 7 Bifurcation diagram of meshing displacement of low-speed gear pair

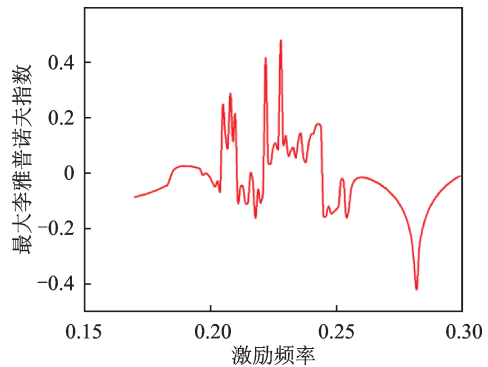


图 8 低速级齿轮副啮合位移最大李雅普诺夫指数图

Fig. 8 The maximum Lyapunov exponent diagram of meshing displacement of low-speed gear pair

$\omega_e \in (0.221, 0.244)$ 时,系统再次进入混沌,进而在 ω_e 达到 0.244 时,系统做准周期运动。

中间级齿轮副的动态特性如图 9 和 10 所示。当 $\omega_e \in (0.170, 0.183) \cup (0.246, 0.300)$ 时,系统处于稳定的周期运动状态;当 $\omega_e \in (0.183, 0.188) \cup (0.235, 0.246)$ 时,系统处于倍周期运动;当 $\omega_e \in (0.188, 0.235)$ 时,系统处于混沌状态。

高速级齿轮副的动态特性如图 11 和 12 所示。当 $\omega_e \in (0.170, 0.173)$ 时,系统处于混沌状态;当 $\omega_e \in (0.173, 0.180)$ 时,系统跳出混沌,进入倍周期运动状态;当 $\omega_e \in (0.180, 0.196)$ 时,系统进入周期运

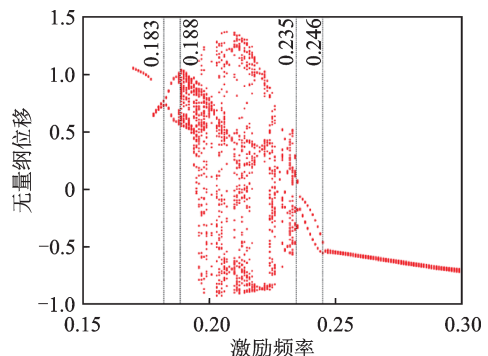


图 9 中间级齿轮副啮合位移分岔图

Fig. 9 Bifurcation diagram of meshing displacement of intermediate gear pair

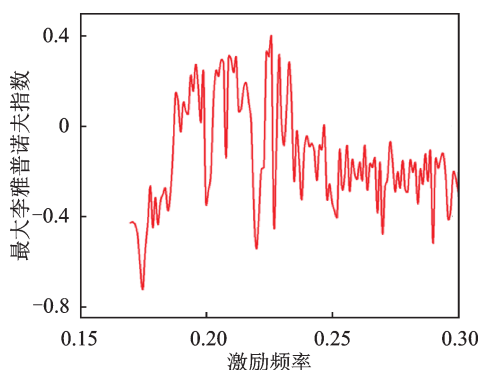


图10 中间级齿轮副啮合位移最大李雅普诺夫指数图
Fig.10 The maximum Lyapunov exponent diagram of meshing displacement of intermediate gear pair

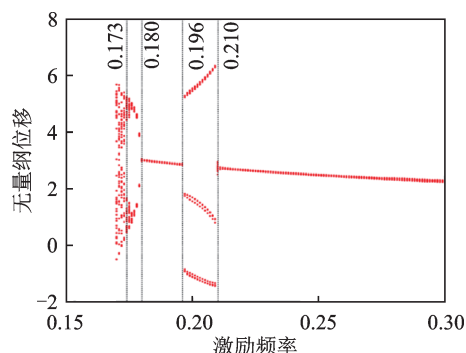


图11 高速级齿轮副啮合位移分岔图
Fig.11 Bifurcation diagram of meshing displacement of high-speed gear pair

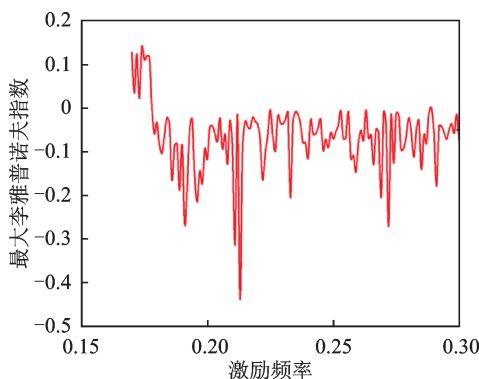


图12 高速级齿轮副啮合位移最大李雅普诺夫指数图
Fig.12 The maximum Lyapunov exponent diagram of meshing displacement of high-speed gear pair

动状态;当 $\omega_e \in (0.196, 0.210)$ 时,系统进入倍周期运动状态;当 $\omega_e > 0.210$ 时,系统进入周期运动状态。

3.2 啮合刚度对系统响应的影响

本部分研究啮合刚度对系统响应的影响,三级齿轮副啮合刚度分别为 $K_{m1} = 1.000 \times 10^9$ N/m、 $K_{m2} = 5.900 \times 10^9$ N/m 和 $K_{m3} = 1.100 \times 10^{10}$ N/m 时,三级齿轮副等效位移的时域图、频率图、相图、庞加莱截面如图13所示。低速级齿轮副庞加莱截面上为杂乱的点集,表明系统处于混沌运动状态;中间

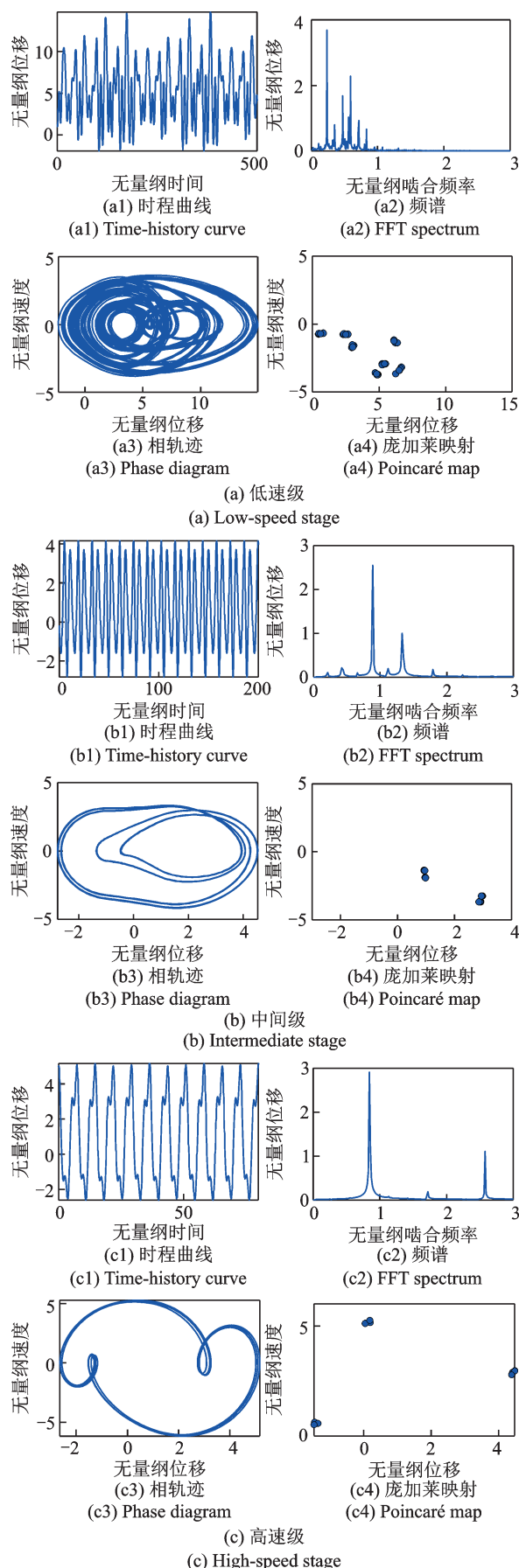


图13 振动位移响应

Fig.13 Vibration displacement response

级齿轮副庞加莱截面上含有两个吸引子,表明系统处于 $2T$ 周期运动状态;高速级齿轮副庞加莱截面上

含有三个吸引子,表明系统处于 $3T$ 周期运动状态。

为了进一步研究啮合刚度对系统响应的影响,绘制了分岔图和最大李雅普诺夫指数图,如图14和15所示。当啮合刚度 $K_{m1} \in (0.800, 0.900) \times 10^9$ N/m时,系统开始出现分岔,进入倍周期运动状态;当 $K_{m1} \in (0.900, 1.015) \times 10^9$ N/m时,系统进入混沌运动状态;当 $K_{m1} \in (1.015, 1.110) \times 10^9$ N/m时,系统跳出混沌进入准周期运动状态;当 $K_{m1} \in (1.110, 1.270) \times 10^9$ N/m时,系统再次进入混沌运动状态;最后,当 $K_{m1} > 1.270 \times 10^9$ N/m时,系统回到准周期运动状态。

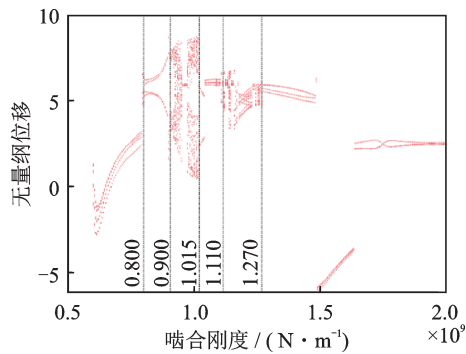


图14 低速级齿轮副啮合位移分岔图

Fig. 14 Bifurcation diagram of meshing displacement of low-speed gear pair

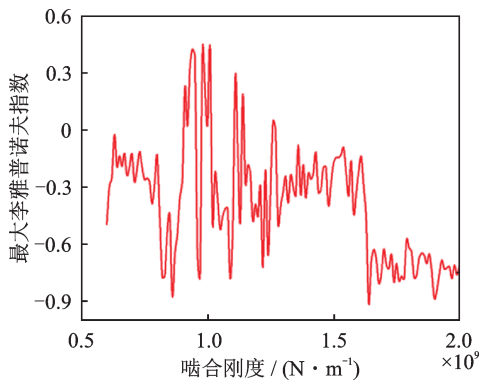


图15 低速级齿轮副啮合位移最大李雅普诺夫指数图

Fig. 15 The maximum Lyapunov exponent diagram of meshing displacement of low-speed gear pair

图16和17分别为中间级齿轮副啮合位移的分岔图和最大李雅普诺夫指数图。当啮合刚度 $K_{m2} > 2.750 \times 10^9$ N/m时,中间级齿轮副进入倍周期运动状态;当 $K_{m2} \in (4.000, 5.810) \times 10^9$ N/m时,中间级齿轮副进入混沌运动状态;当 $K_{m2} \in (5.810, 6.500) \times 10^9$ N/m时,中间级齿轮副跳出混沌进入倍周期运动状态,直到 $K_{m2} > 6.500 \times 10^9$ N/m时,中间级齿轮副再次进入倍周期运动状态。

图18和19分别为高速级齿轮副啮合位移的分岔图和最大李雅普诺夫指数图。当啮合刚度 $K_{m3} \in (1.030, 1.280) \times 10^{10}$ N/m时,系统开始进入倍

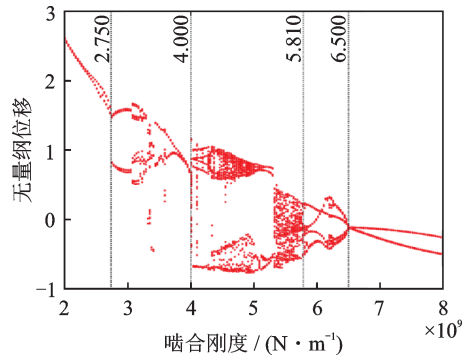


图16 中间级齿轮副啮合位移分岔图

Fig. 16 Bifurcation diagram of meshing displacement of intermediate gear pair

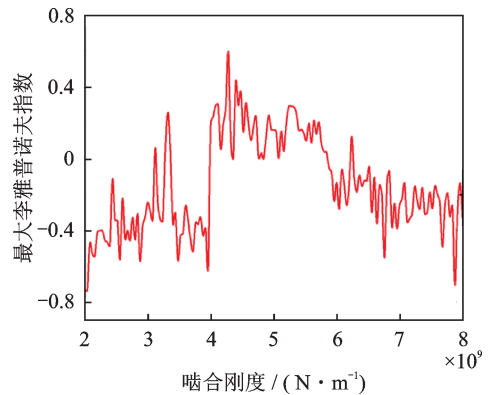


图17 中间级齿轮副啮合位移最大李雅普诺夫指数图

Fig. 17 The maximum Lyapunov exponent diagram of meshing displacement of intermediate gear pair

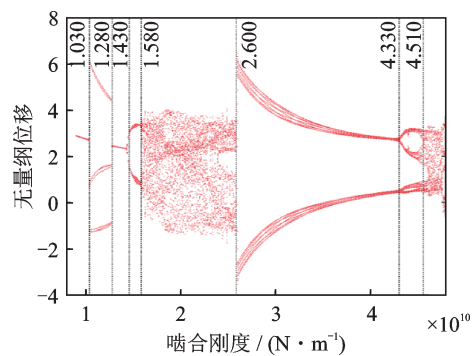


图18 高速级齿轮副啮合位移分岔图

Fig. 18 Bifurcation diagram of meshing displacement of high-speed gear pair

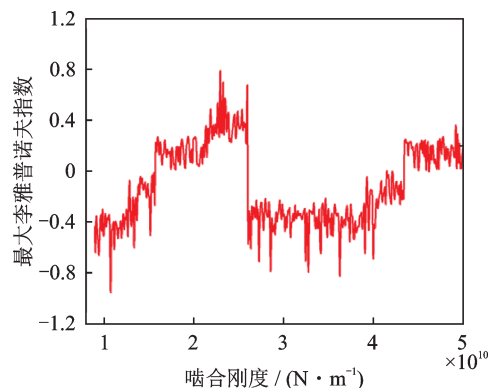


图19 高速级齿轮副啮合位移最大李雅普诺夫指数图

Fig. 19 The maximum Lyapunov exponent diagram of meshing displacement of high-speed gear pair

周期运动状态;当 $K_{m3} \in (1.280, 1.430) \times 10^{10}$ N/m 时,系统进入周期运动状态;当 $K_{m3} \in (1.430, 1.580) \times 10^{10}$ N/m 时,系统再次进入倍周期运动状态;当 $K_{m3} \in (1.580, 2.600) \times 10^{10}$ N/m 时,系统进入混沌运动状态;当 $K_{m3} \in (2.600, 4.510) \times 10^{10}$ N/m 时,系统再次进入倍周期运动状态;最后,当 $K_{m3} > 4.510 \times 10^{10}$ N/m 时,系统进入混沌运动状态。

4 结 论

本文考虑随机风速输入、时变啮合刚度、时变支撑刚度、传动误差、齿圈柔性等因素,建立了NW风电传动系统的动力学模型,随后,利用时间历程曲线、频谱、庞加莱映射、相轨迹、分岔图以及最大李雅普诺夫指数图研究了在激励频率和啮合刚度影响下的系统动力学特性,主要结论可归纳如下:

(1) NW 风电传动系统具有丰富的非线性特征,随着激励频率与啮合刚度的变化,NW 风电传动系统会经历周期运动、倍周期运动以及混沌运动。

(2) 激励频率在一定范围内会造成NW风电传动系统进入混沌运动状态,造成运动的不可预知,这为NW风电传动系统的故障预防、故障诊断提供了理论基础。

(3) 啮合刚度在一定范围内会造成NW风电传动系统进入混沌运动状态,造成运动的不可预知,这为NW风电传动系统的设计、润滑条件的选择提供了参考依据。

参考文献:

- [1] GE X, HAMZAOUI N, ANTONI J. Extraction of second-order cyclostationary sources by matching instantaneous power spectrum with stochastic model-application to wind turbine gearbox[J]. *Renewable Energy*, 2020, 147: 1739-1758.
- [2] SEQUEIRA C, PACHECO A, GALEGO P, et al. Analysis of the efficiency of wind turbine gearboxes using the temperature variable[J]. *Renewable Energy*, 2019, 135: 465-472.
- [3] WANG S Y, ZHU R P. Nonlinear dynamic analysis of GTF gearbox under friction excitation with vibration characteristics recognition and control in frequency domain[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2021, 151: 107373.
- [4] SHI J F, GOU X F, ZHU L Y. Generation mechanism and evolution of five-state meshing behavior of a spur gear system considering gear-tooth time-varying contact characteristics[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2021, 106(3): 2035-2060.
- [5] HU B, ZHOU C J, WANG H B, et al. Nonlinear tribo-dynamic model and experimental verification of a spur gear drive under loss-of-lubrication condition[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2021, 153: 107509.
- [6] ZHANG X, ZHONG J X, LI W, et al. Nonlinear dynamic analysis of high-speed gear pair with wear fault and tooth contact temperature for a wind turbine gearbox[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2022, 173: 104840.
- [7] LI Z F, ZHU L Y, CHEN S Q, et al. Study on safety characteristics of the spur gear pair considering time-varying backlash in the established multi-level safety domains[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2022, 109(3): 1297-1324.
- [8] MO S, ZHANG Y X, SONG Y L, et al. Nonlinear vibration and primary resonance analysis of non-orthogonal face gear-rotor-bearing system[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2022, 108(4): 3367-3389.
- [9] MO S, ZHANG Y X, LUO B R, et al. The global behavior evolution of non-orthogonal face gear-bearing transmission system[J]. *Mechanism and Machine Theory*, 2022, 175: 104969.
- [10] 莫帅,周长鹏,王楠,等. 机器人关节裂纹传动系统机电耦合动态特性研究[J]. *机械工程学报*, 2022, 58(19): 57-67.
- [10] MO Shuai, ZHOU Changpeng, WANG Lei, et al. Research on dynamic characteristics of electromechanical coupling of robot joint crack transmission system[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2022, 58(19): 57-67.
- [11] ZHANG Q, WANG X S, WU S J, et al. Nonlinear characteristics of a multi-degree-of-freedom wind turbine's gear transmission system involving friction[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2022, 107(4): 3313-3338.
- [12] 张林,周建星,章翔峰,等. 风电齿轮传动系统弹流润滑特性研究[J]. *太阳能学报*, 2022, 43(7): 385-394.
- [12] ZHANG Lin, ZHOU Jianxing, ZHANG Xiangfeng, et al. Research on elastohydrodynamic lubrication characteristics of gear transmission system in wind turbine[J]. *ACTA Energetica Solaris Sinica*, 2022, 43(7): 385-394.
- [13] 熊杨寿,韩广志,黄康,等. 考虑时变摩擦系数的微线段齿轮系统动态特性分析[J]. *机械工程学报*, 2021, 57(19): 113-127.
- [13] XIONG Yangshou, HAN Guangzhi, HUANG Kang, et al. Research on the nonlinear dynamics of micro-segment gear system with time-varying friction coefficient [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2021, 57(19): 113-127.
- [14] 孙伟,李想,魏静,等. NW型大功率风电增速器行星传动均载性能研究[J]. *大连理工大学学报*, 2015, 55(3): 271-280.
- [14] SUN Wei, LI Xiang, WEI Jing, et al. Research on load sharing characteristics of planetary transmission for NW high-power wind turbine gearbox[J]. *Journal of Dalian University of Technology*, 2015, 55(3): 271-280.

通信作者: 莫 帅(1987—),男,博士,教授。

E-mail: moshuai2010@163.com