

位移激励和热变形耦合的波纹对全陶瓷轴承打滑和振动特性影响研究

王 展¹, 陈思阳¹, 王子男¹, 张 珂^{1,2}, 周 鹏¹

(1. 沈阳建筑大学机械工程学院, 辽宁 沈阳 110168; 2. 沈阳工业大学机械工程学院, 辽宁 沈阳 110870)

摘要: 为研究波纹对全陶瓷轴承打滑和振动特性的影响, 将位移激励和热变形进行耦合, 提出一种动态的波纹模型。将 Hertz 接触理论和时变位移激励进行结合, 得到时变接触刚度系数的计算方法, 并对刚度系数进行详细分析。同时考虑时变接触刚度系数和时变位移激励的影响, 建立全陶瓷轴承的打滑动力学模型。分析了转速和波纹对全陶瓷轴承打滑和非线性振动特性的影响。结果表明, 转速、波纹幅值和波数的增加均会造成球与滚道之间的接触刚度系数增大。接触刚度系数对波数的变化更加敏感。转速的提高会加剧打滑情况。波纹幅值和波数的增加均可以起到抑制打滑的效果。但波纹幅值和波数过大会引起内圈的异常振动。仿真与试验的最大基频差为 2.75 Hz, 最大误差为 0.37%。该研究可用于全陶瓷轴承结构的优化设计以及健康监测。

关键词: 全陶瓷轴承; 波纹; 打滑; 位移激励; 热变形

中图分类号: TH113.1; TH133.31 **文献标志码:** A **DOI:** 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.202403051

Influence of displacement excitation and thermal deformation coupled waviness on slipping and vibration characteristics of full ceramic bearing

WANG Zhan¹, CHEN Siyang¹, WANG Zinan¹, ZHANG Ke^{1,2}, ZHOU Peng¹

(1. School of Mechanical Engineering, Shenyang Jianzhu University, Shenyang 110168, China;

2. School of Mechanical Engineering, Shenyang University of Technology, Shenyang 110870, China)

Abstract: To investigate the effect of waviness on the slippage and vibration characteristics of the full ceramic bearing, displacement excitation and thermal deformation are coupled to propose the dynamic waviness model. The Hertz contact theory and time-varying displacement excitation are combined to obtain the calculation method of time-varying contact stiffness coefficient, and the stiffness coefficient is analyzed in detail. The effects of time-varying contact stiffness coefficient and time-varying displacement excitation are also taken into account to model the slipping dynamic of the full ceramic bearing. The effects of rotational speed and waviness on the slippage and nonlinear vibration characteristics of the full ceramic bearing are analyzed. The results show that an increase in rotational speed, waviness amplitude and wave number all lead to an enlarged contact stiffness coefficient between the ball and the raceway. The contact stiffness coefficient is more sensitive to changes in wave number. The increase in rotational speed can exacerbate slippage. Both the increase in waviness amplitude and wave number can have the effect of inhibiting slippage. However, the waviness amplitude and wave number can be too large resulting in abnormal vibration of the inner ring. The maximum fundamental frequency deviation between simulation and test is 2.75 Hz, the maximum error is 0.37%. This research can be used for the optimal design of the full ceramic bearing structures as well as for health monitoring.

Keywords: full ceramic bearing; waviness; slippage; displacement excitation; thermal deformation

面对航空航天、核工业以及制造业等领域的高温、高速以及干摩擦等特殊工况, 全陶瓷轴承的应用不可或缺。然而在运行过程中, 由于球与滚道之间的实际摩擦力不足以克服阻力, 导致球与滚道之间

发生滑移, 球并非在理想状态下做纯滚动运动^[1]。轴承的打滑是不可避免的, 球的打滑会导致轴承内部的受力变得更复杂^[2-3], 不仅加剧轴承滚道的磨损, 降低轴承运行的稳定性并诱发较为严重的噪声,

收稿日期: 2024-03-22; **修订日期:** 2024-05-28

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(52205117, 52175107); 辽宁省兴辽英才青年拔尖人才项目(XLYC2203015); 辽宁省科技厅项目(2024-MSLH-401); 辽宁省教育厅科研项目(JYTMS20231563)

还会增加球与滚道之间的摩擦生热,缩短轴承的使用寿命。

为了研究轴承的打滑特性,近年来,许多学者通过多个角度进行仿真实验分析。TU等^[4]和LIU等^[5]对圆柱滚子轴承打滑时的振动响应进行了研究,并讨论了摩擦力和保持架兜孔类型的影响。结果表明,适当的保持架凹口尺寸可以减弱打滑程度,打滑引起的摩擦力与振动水平密切相关。LI等^[6]发现随着打滑程度的增加,内外滚道的摩擦生热和轴承总功率损失增加,而保持架-导环相互作用和球-油搅动的摩擦生热呈现相反的趋势。NIU等^[7]基于动态轴承模型^[8]和保持架回转运动模型^[9],研究了严重打滑条件下球轴承保持架的稳定性和保持架回转性能,发现保持架的回转稳定性显著下降,滚珠驱动保持架的力量不足。WANG等^[10]提出了一种动态模型,该模型考虑了球、滚道、保持架和润滑剂之间的相互作用。并说明轴向载荷显著影响角接触球轴承的打滑行为。GAO等^[11]提出了一个综合考虑轴承部件运动学、球与滚道之间的赫兹接触、球与保持架之间的相互作用、流体动力润滑和热效应的模型来研究和预测过滑和打滑机理;对滑移引起的摩擦热效应分析表明,轴承运行过程中形成了相当大的温度梯度。润滑油流量的增加可以在一定程度上减缓温度的升高。OKTAVIANA等^[12]对角接触球轴承在不同边界条件下的滑移问题进行了分析。ZHAO等^[13]考虑联合载荷和滚动接触效应等极端条件,建立了干润滑角接触球轴承滚动接触摩擦学的统一分析模型。结果表明,滚动接触效应和组合载荷显著影响角接触球轴承的打滑和旋转性能。FANG等^[14]建立了一个综合的数学模型来预测滚动轴承的滑移行为,该模型考虑了球与滚道、保持架和润滑剂之间相互作用的影响。GAO等^[15]提出一种聚焦保持架特性的综合轴承动力学模型,结果表明在轴承上施加的轴向载荷可能对防止轴承打滑起反作用。基于动力学理论,李峰等^[16]建立了摆动深沟球轴承的动力学模型,结果表明摆动情况下的轴承打滑明显较稳定状态下的轴承打滑严重。彭城等^[17]针对三点接触球轴承建立打滑模型,结果表明转速越高或轴向载荷越小,轴承的打滑率越高。LIU等^[18]为了提高模型的精度,在动力学模型中,将保持架离散为具有相同滚动单元数目的若干段,以引入连接相邻段的弹簧表示保持架柔度。结果表明,适当地增加连接刚度可以有效缓解打滑现象。HAN等^[19]基于赫兹接触理论和弹流润滑,建立了圆柱滚子轴承滑移行为的非线性动力学模型。结果表明径向载荷、弯矩或时变载荷幅值的增大均使最大滚子滑移速度减小,即滚子滑移被衰减。综上,现阶段

研究人员对滚动轴承的打滑特性和机理进行了广泛的研究。然而在高速旋转下,滚道的热变形会对表面的波纹轮廓产生影响,很少有研究关注受热变形影响的动态形状缺陷对滚动轴承的接触方式和打滑特性的影响,且陶瓷材料具有刚度大等特性,全陶瓷轴承的振动对刚度变化更加敏感^[20]。

因此,本研究考虑球与保持架和滚道之间的接触、受热变形影响的动态波纹等因素,引入时变位移激励和接触刚度系数,建立全陶瓷轴承打滑动力学模型来研究波纹和转速等因素对全陶瓷轴承打滑特性和非线性振动特性的影响。通过试验验证理论的可靠性。结果可为全陶瓷轴承的优化设计提供理论依据。

1 热变形和位移激励耦合的动态波纹模型

1.1 全陶瓷轴承热变形计算

在实际工况中,角接触球轴承的摩擦机理较为复杂。根据轴承Harris理论和Palmgren的经验公式^[21],将摩擦力矩分解为与载荷无关的摩擦力矩 M_0 (即空载时油润滑产生的摩擦力矩)和与载荷相关的摩擦力矩 M_1 (即负载作用下的摩擦力矩),其中,接触表面差动滑动引起的摩擦力矩 M_1 为:

$$M_1 = f_1 P_1 d_m \quad (1)$$

式中, f_1 为轴承结构与载荷相关系数; P_1 为轴承摩擦力矩计算载荷; d_m 为轴承的平均直径。

轴承在高速旋转且受载较小时,油润滑产生的轴承摩擦力矩 M_0 起主要作用,其与润滑油运动黏度、角速度有着直接的联系,表现为轴承润滑液的流体动能损耗^[22],可表示为:

$$\begin{cases} M_0 = 10^{-7} f_0 (vn)^{2/3} d_m^3, & vn \geq 2000 \\ M_0 = 1.6 \times 10^{-5} f_0 d_m^3, & vn < 2000 \end{cases} \quad (2)$$

式中, n 为轴承转速; v 为轴承工况温度下的润滑油运动黏度; f_0 与轴承种类和油润滑方式相关。

根据轴承内外圈滚道理论,轴承自旋摩擦力矩 M_s 主要受到球自旋速度和接触载荷影响,因此轴承内/外圈滚道与球自旋摩擦力矩为:

$$M_f = M_{f_i} + M_{f_o} \quad (3)$$

$$M_{f_i/f_o} = \frac{3\mu_{f_i/f_o} Q_{i/o} a_{i/o} \Sigma_{i/o}}{8} \quad (4)$$

式中, Q_i 、 Q_o 分别为球与内、外圈滚道法向的接触载荷; a_i 、 a_o 分别为内、外滚道赫兹接触椭圆长半轴; μ_{f_i} 、 μ_{f_o} 分别为球与内、外圈滚道接触区的自旋摩擦系数; Σ_i 、 Σ_o 分别为内、外圈滚道接触区第二类椭圆积分。

因此,通过Palmgren工作,可以初步得到全陶

瓷轴承球与内/外圈滚道间接触区的摩擦功率消耗分别为:

$$H_{fi/fo} = \frac{\pi}{30} n \cdot \left[f_1 P_1 d_m + 10^{-7} f_0 (vn)^{2/3} d_m^3 \right] + \sum_{z=1}^N \omega_{sz} \cdot \frac{3\mu_{fi/fo} Q_{i/o} a_{i/o} \Sigma_{i/o}}{8}, vn \geq 2000 \quad (5)$$

$$H_{fi/fo} = \frac{\pi}{30} n \cdot (f_1 P_1 d_m + 1.6 \times 10^{-5} f_0 d_m^3) + \sum_{z=1}^N \omega_{sz} \cdot \frac{3\mu_{fi/fo} Q_{i/o} a_{i/o} \Sigma_{i/o}}{8}, vn < 2000 \quad (6)$$

式中, ω_{sz} 为第 z 个球的自转角速度; N 为球的个数。

由于陶瓷材料的弹性滞后性,当加载超过弹性限度时,应变滞后于应力,与应力相位差 $\pi/2$ 部分的黏性分量使应变能以热能形式被耗散,形成滞后损失。因此,陶瓷球与滚道之间的弹性滞后引起的摩擦功率消耗为:

$$H_e = 0.25 d_m \left[1 - \left(\frac{D_w \cos \alpha_0}{d_m} \right)^2 \right] \cdot \left(\sum_{z=1}^N \vartheta_{iz} \omega_{bz} + \sum_{z=1}^N \vartheta_{oz} \omega_{bz} \right) \beta \quad (7)$$

$$\vartheta_{iz/oz} = \frac{9}{128} \cdot \frac{2\Gamma_{i/o}}{\pi} \sqrt{\frac{\pi}{2(a_{i/o}/b_{i/o})^2 \cdot \Sigma_{i/o}}} \cdot \left[\frac{2\Sigma_{i/o}}{\pi(a_{i/o}/b_{i/o})} \right]^{-\frac{1}{3}} \cdot \left(\frac{8}{3} \sum \rho_{i/o} \right)^{\frac{2}{3}} \cdot \left[\frac{8(1-\nu_c)^2}{E_c} \right]^{\frac{1}{3}} F_{i/o}^{\frac{4}{3}} \quad (8)$$

式中, ω_{bz} 为第 z 个球的公转角速度; b_i 、 b_o 分别为内、外滚道赫兹接触椭圆短半轴; ν_c 为陶瓷材料的泊松比; E_c 为陶瓷材料的弹性模量; $\sum \rho_i$ 、 $\sum \rho_o$ 分别为球与内、外圈滚道接触点的曲率和; β 为陶瓷材料的弹性滞后系数; Γ_i 、 Γ_o 分别为内、外圈滚道接触区第一类椭圆积分, F_i 、 F_o 分别为第 z 个球与内、外圈滚道之间的法向接触力; D_w 为球的直径; α_0 为初始接触角。

同时,全陶瓷轴承在运行过程中,球与保持架碰撞,会产生摩擦力,所引起的摩擦功率消耗为:

$$H_c = 0.25 d_m \left[1 - \left(\frac{D_w \cos \alpha_0}{d_m} \right)^2 \right] \cdot \sin \left[\alpha_0 + \arctan \left(\frac{2D_w \sin \alpha_0}{d_m - D_w \cos \alpha_0} \right) \right] \cdot M_c f_c \omega_{bz} \quad (9)$$

式中, f_c 为球与保持架之间的滑动摩擦系数; M_c 为保持架的重量。

因此,全陶瓷轴承在工作时,造成的总摩擦损耗为:

$$H = H_{fi/fo} + H_e + H_c \quad (10)$$

全陶瓷轴承的传热主要是与空气和润滑油之间进行。空气会带走轴承比例比较大的热量。要计算全陶瓷轴承与润滑油和空气的换热系数,需要计算润滑油和空气与轴承的接触面积为:

$$A_b = 2\pi d_m \Delta h \quad (11)$$

式中, Δh 为轴承内外圈滚道与保持架间的距离。

全陶瓷轴承运行过程中,流过轴承的润滑油的平均速度为:

$$v_b = \left[\left(\frac{Q_1}{A_b} \right)^2 + \left(\frac{\omega d_m}{2} \right)^2 \right]^{0.8} \quad (12)$$

式中, Q_1 为润滑油流量; ω 为轴承旋转角速度。

轴承与润滑油和空气的换热系数 h 为:

$$h = 9.7 + 5.33 v_b^{0.8} \quad (13)$$

结合全陶瓷轴承内部传热机理,得出换热系数与温度之间的关系为:

$$\rho_1 C_{p1} \frac{\partial T}{\partial t} + \rho_2 C_{p2} v_b \nabla T = \nabla (k \nabla T) + Q_r \quad (14)$$

$$q = h(T_f - T), Q_r = \frac{P}{V} \quad (15)$$

式中, Q_r 为生热率; ρ_1 为固体密度; ρ_2 为流体密度; C_{p1} 和 C_{p2} 分别为固体和流体的常压热容; T 为轴承温度; ∇ 为拉普拉斯算子; k 为导热系数; q 为对流热流量; T_f 为流体介质的温度; t 为时间; P 为生热量; V 为轴承内部体积。

在陶瓷内/外圈滚道温升 $\Delta T_{ir/or}$ 的作用下,轴承内/外圈滚道的径向热变形 $u_{ir/or}$ 为:

$$u_{ir/or} = \alpha_c \Delta T_{ir/or} d_{ir/or} \quad (16)$$

式中, α_c 为陶瓷材料的热膨胀系数; d_{ir} 、 d_{or} 为轴承内、外圈的滚道直径。

轴承的内径和外径在内圈内径表面的温升 ΔT_{ib} 和外圈外径表面的温升 ΔT_{oa} 作用下的径向热变形 $u_{i/o}$ 为:

$$u_{i/o} = \alpha_c \Delta T_{ib/oa} d_{i/o} \quad (17)$$

式中, d_i 为轴承内径的直径; d_o 为轴承外径的直径。

受热变形影响的陶瓷轴承内、外滚道的相对径向平移量分别为:

$$u_{ip} = u_{ir} - u_i = \alpha_c (\Delta T_{ir} d_{ir} - \Delta T_{ib} d_i) \quad (18)$$

$$u_{op} = u_{or} - u_o = \alpha_c (\Delta T_{or} d_{or} - \Delta T_{oa} d_o) \quad (19)$$

本文以材料为氧化锆的全陶瓷球轴承 7008CE 进行仿真分析。根据图 1 所示,随着转速的增加,各部分的径向热变形呈现非线性递增的趋势。转速为 6000 r/min 时,7008CE 的内圈滚道径向热变形为 3.1 μm ,外圈滚道径向热变形为 2.55 μm 。由于内滚道的温升大于外滚道,因此内滚道的热变形更大。转速增加到 20000 r/min 时,7008CE 的内圈滚道径向热变形为 12.33 μm ,外圈滚道径向热变形为 13.41 μm 。根据热变形机理,外圈滚道的尺寸大于

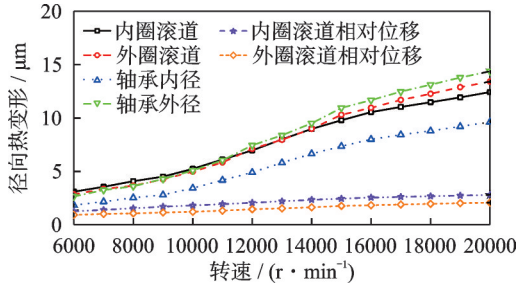


图1 不同转速下7008CE的径向热变形

Fig.1 Radial thermal deformation of 7008CE at different rotational speeds

内圈滚道的尺寸,转速的增加造成温升急剧增加,因此外圈滚道的热变形更大。

1.2 动态波纹模型

为了模拟轴承滚道的波纹,通过叠加正弦函数的方式^[23]来描述任意位置 L_j 处的波纹轮廓的波动为:

$$\omega = \sum_{j=1}^{N_w} \omega_j \sin\left(\frac{2\pi L_j}{\lambda_j} + \beta_w\right) \quad (20)$$

式中, ω_j 为第 j 个波纹的幅值; N_w 为波纹波数; β_w 为波纹的初始相位角; λ_j 为第 j 个波纹的平均波长,可以表示为:

$$\lambda_j = \begin{cases} 0.5\theta_{w_j}d_{ir} \\ 0.5\theta_{w_j}d_{or} \end{cases} \quad (21)$$

式中, θ_{w_j} 为第 j 个波纹度对应的弧度角。因此,任意位置 L_j 可以表示为^[24]:

$$L_j = \begin{cases} 0.5d_{ir}\theta_z \\ 0.5d_{or}\theta_z \end{cases} \quad (22)$$

式中, θ_z 为第 z 个球与内、外滚道接触时的方位角。

由于全陶瓷轴承的保持架兜孔大小与球不同,存在间隙 c_p ,假设所有的球不完全均匀分布,引入随机数 ϖ_z 均匀分布于1和-1之间, θ_z 可以表示为:

$$\theta_z = \begin{cases} \frac{2\pi}{N}(z-1) + \phi_{bc} - \omega_o t + \varpi_z \frac{c_p}{r_m} \\ \frac{2\pi}{N}(z-1) + \phi_{bc} - \omega_i t + \varpi_z \frac{c_p}{r_m} \end{cases} \quad (23)$$

式中, ϕ_{bc} 为第 z 个球的公转角度; ω_i 、 ω_o 分别为轴承内、外圈的角速度; r_m 为轴承的平均半径。

全陶瓷轴承运行过程中,滚道的热变形会导致波纹轮廓的位置发生变化。同时由于波峰和波谷处滚道厚度不同,导致滚道的热变形不均匀。因此,所产生的附加波纹幅值可以表示为:

$$\mu_{ir/or} = \frac{2\omega_{ij/orj} u_{ip/op}}{d_{ir/or} - d_{i/o}} \quad (24)$$

式中, ω_{ij} 、 ω_{oj} 为轴承内、外滚道的径向第 j 个波纹范围内的波幅。

因此,考虑热变形影响,第 z 个球与轴承的波纹滚道接触产生的时变位移激励为:

$$\omega_{irz} = \sum_{j=1}^{N_w} (\omega_{ij} + \mu_{ir}) \sin [j(\phi_{bc} - \omega_i t) + \frac{2\pi j(z-1)}{N} + j\varpi_z \frac{c_p}{r_m} + \beta_{iw}] + u_{ip} \quad (25)$$

$$\omega_{orz} = \sum_{j=1}^{N_w} (\omega_{oj} + \mu_{or}) \sin [j(\phi_{bc} - \omega_o t) + \frac{2\pi j(z-1)}{N} + j\varpi_z \frac{c_p}{r_m} + \beta_{ow}] + u_{op} \quad (26)$$

式中, β_{iw} 为内滚道波纹的初始相位角; β_{ow} 为外滚道波纹的初始相位角。

2 时变接触刚度系数的计算方法

2.1 时变接触刚度系数计算

当波纹不存在时,球与光滑的滚道之间接触面的曲率半径是恒定不变的。但实际由于滚道波纹的存在,球与滚道之间接触面的曲率半径随波纹的位置变化,不再为恒定值,导致球与滚道之间的接触力随之发生变化。

根据所得的热变形与位移激励耦合的波纹模型,可以得到任意位置 L_j 处内/外滚道波纹度的曲率 ρ_w 为^[25-26]:

$$\rho_{iw} = \frac{\left| (\omega_{ij} + u_{ir}) \left(\frac{2\pi}{\lambda_j} \right)^2 \sin \left(\frac{2\pi L_j}{\lambda_j} + \beta_{iw} \right) \right|}{\left[1 + (\omega_{ij} + u_{ir})^2 \left(\frac{2\pi}{\lambda_j} \right)^2 \cos^2 \left(\frac{2\pi L_j}{\lambda_j} + \beta_{iw} \right) \right]^{1.5}} \quad (27)$$

$$\rho_{ow} = \frac{\left| (\omega_{oj} + u_{or}) \left(\frac{2\pi}{\lambda_j} \right)^2 \sin \left(\frac{2\pi L_j}{\lambda_j} + \beta_{ow} \right) \right|}{\left[1 + (\omega_{oj} + u_{or})^2 \left(\frac{2\pi}{\lambda_j} \right)^2 \cos^2 \left(\frac{2\pi L_j}{\lambda_j} + \beta_{ow} \right) \right]^{1.5}} \quad (28)$$

式中, ω_{ij} 、 ω_{oj} 为内、外滚道第 j 个波纹的幅值。

则任意位置 L_j 处,波纹度的曲率半径 R_w 可以表示为:

$$R_{iw} = \rho_{iw}^{-1}, R_{ow} = \rho_{ow}^{-1} \quad (29)$$

当滚道表面不存在波纹时,全陶瓷接触球轴承的球与滚道之间可以看作球与球的接触方式。根据如图2所示(图中 r_{iw} 和 r_{ow} 分别为内、外滚道的曲率半径, B 为轴承的厚度)的角接触球轴承几何结构特点,参考表1中全陶瓷轴承7008CE的参数,运用Hertz接触理论求解球与内外滚道之间的接触刚度系数。

因Hertz接触计算量小、表达式简单,被广泛应用于角接触球轴承领域。根据Hertz接触理论,接触体1和接触体2的点接触情况如图3所示。

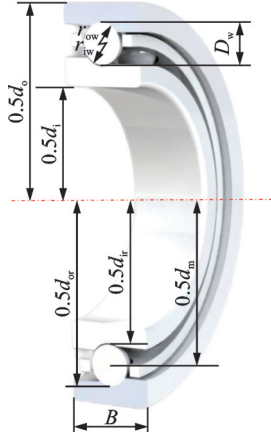


图 2 全陶瓷角接触球轴承结构示意图

Fig. 2 Schematic diagram of full ceramic angular contact ball bearing structure

表 1 7008CE 全陶瓷角接触球轴承的具体参数

Tab. 1 Specific parameters of 7008CE full ceramic angular contact ball bearings

参数	数值
轴承内径/mm	40
轴承外径/mm	68
球直径/mm	8.003
轴承节圆直径/mm	54
初始接触角/°	15
内滚道直径/mm	46.062
外滚道直径/mm	62.096
球数目	16
初始游隙/ μm	28.37
材料	ZrO ₂
密度/($\text{g}\cdot\text{cm}^{-3}$)	5.67
平均线膨胀系数/($\text{m}\cdot\text{C}^{-1}$)	9.8×10^{-6}
泊松比	0.28
弹性模量/GPa	220

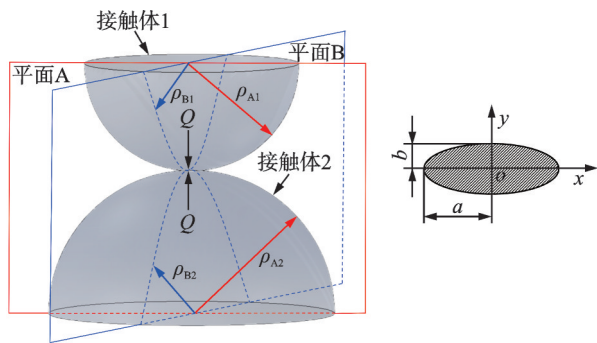


图 3 两个物体的点接触及接触椭圆

Fig. 3 Point contact between two objects and contact ellipse

设球为接触体 1, 内外滚道为接触体 2。且定义凸面为正面, 凹面为负面, 通过球和滚道接触面法线且与轴承径向平面平行的平面为平面 A, 通过球心的轴向平面为平面 B。当角接触陶瓷球轴承的滚道表面存在波纹度时, 由于滚道表面的曲率半径随波

纹位置的变化而变化, 不再为恒定值^[26], 因此, 与光滑滚道不同, 内滚道存在波纹度时, 球与内圈滚道接触副的主曲率分别表示为:

$$\rho_{A2i} = \rho_{iw}, \rho_{B2i} = -r_{iw}^{-1}, \rho_{A1} = 2D_w^{-1}, \rho_{B1} = 2D_w^{-1} \quad (30)$$

同理, 外滚道存在波纹度时, 球与外圈滚道接触副的主曲率分别表示为:

$$\rho_{A2o} = \rho_{ow}, \rho_{B2o} = -r_{ow}^{-1}, \rho_{A1} = 2D_w^{-1}, \rho_{B1} = 2D_w^{-1} \quad (31)$$

则球与内外滚道的接触副曲率之和可表示为:

$$\sum \rho_{i/o} = \rho_{A2i/A2o} + \rho_{B2i/B2o} + \rho_{A1} + \rho_{B1} \quad (32)$$

球与内外滚道的接触副曲率之差可以表示为:

$$F(\rho)_{i/o} = \frac{(\rho_{A2i/A2o} - \rho_{B2i/B2o}) + (\rho_{A1} - \rho_{B1})}{\rho_{A2i/A2o} + \rho_{B2i/B2o} + \rho_{A1} + \rho_{B1}} \quad (33)$$

根据轴承 Harris 接触理论, 两个接触物相互接触时曲率差 $F(\rho)$ 、第一类椭圆积分 Γ 、第二类椭圆积分 Σ 以及椭圆率 κ 之间的关系可以表示为:

$$F(\rho) = [(\kappa^2 + 1)\Sigma - 2\Gamma] \cdot [(\kappa^2 - 1)\Sigma]^{-1} \quad (34)$$

根据曲率差 $F(\rho)$ 、第一类椭圆积分 Γ 、第二类椭圆积分 Σ 以及椭圆率 κ 之间的关系可以得到接触椭圆率 κ 的不动点迭代公式为:

$$\kappa_{j+1} = \sqrt{\frac{2\Gamma_{\kappa_j} - \Sigma_{\kappa_j} [1 + F(\rho)_{\kappa_j}]}{\Sigma_{\kappa_j} [1 - F(\rho)_{\kappa_j}]}} \quad (35)$$

式中, j 为迭代次数。

由图 3 可知, 球与陶瓷轴承滚道的接触面呈现椭圆形, 该椭圆形的长半轴和短半轴分别为 a 和 b 。根据 Hertz 接触理论, 可以得到接触椭圆的长半轴和短半轴、球与陶瓷轴承滚道的总接触变形以及接触压力 Q 的大小为^[27]:

$$a_{i/o} = \sqrt[3]{6\kappa_{i/o}^2 \Sigma_{i/o} / (\pi E_c \sum \rho_{i/o})} Q^{1/3} \quad (36)$$

$$b_{i/o} = \sqrt[3]{6\Sigma_{i/o} / (\pi E_c \kappa_{i/o} \sum \rho_{i/o})} Q^{1/3} \quad (37)$$

$$\delta_{i/o} = \Gamma_{i/o} \sqrt[3]{9 \sum \rho_{i/o} / (2\pi^2 E_c^2 \kappa_{i/o}^2 \Sigma_{i/o})} Q^{2/3} \quad (38)$$

$$Q = k_{i/o} \delta_{i/o}^{1.5} \quad (39)$$

则球与内/外滚道的接触刚度系数可以表示为:

$$k_{i/o} = \frac{\pi \kappa_{i/o} E_c}{3\Gamma_{i/o}} \left(\frac{2\Sigma_{i/o}}{\Gamma_{i/o} \sum \rho_{i/o}} \right)^{0.5} \quad (40)$$

式中, $\kappa_{i/o}$ 为内/外滚道的接触椭圆率。

2.2 时变接触刚度系数分析

以 10 阶波纹度模型为例, 选取波纹幅值为 $5 \mu\text{m}$ 进行仿真分析。根据图 4 可知, 球与滚道的接触刚度系数随着波纹位置的变化而变化。当转速为 18000 r/min 时, 球与内滚道接触刚度系数的最大值

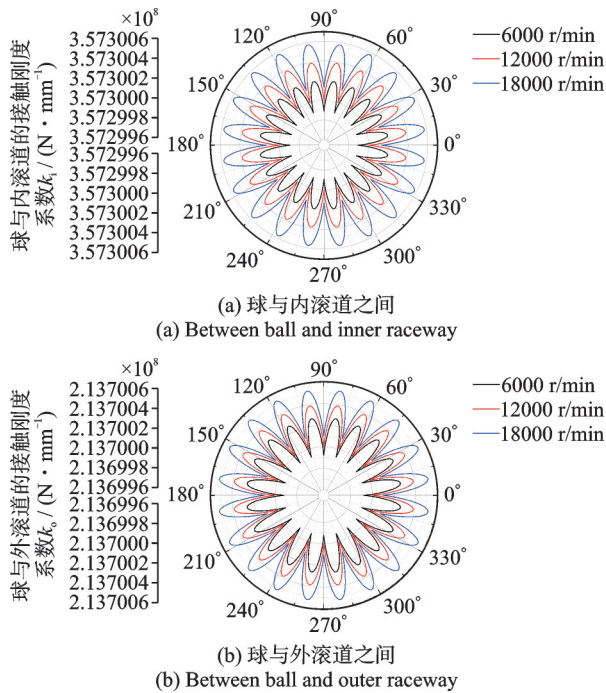


图4 不同转速下的时变接触刚度系数

Fig. 4 Time-varying contact stiffness coefficients at different rotational speeds

为 357300576 N/mm, 明显高于此时球与外滚道接触刚度系数。当转速为 6000 r/min 时, 球与内滚道接触刚度系数最大值为 357300199 N/mm, 小于转速为 18000 r/min 时球与内滚道的接触刚度系数。这表明随着转速的增加, 球与滚道之间的接触刚度系数增加。由于不同转速下陶瓷球和内外滚道的摩擦温升不同, 导致波纹滚道轮廓发生变化。进而造成接触刚度系数在提高转速时的递增。

以 10 阶波纹度模型为例, 在转速为 12000 r/min 的工况下进行仿真分析。根据图 5 可知, 当径向波纹幅值为 5 μm 时, 球与内滚道的接触刚度系数最大值为 357300387 N/mm。当径向波纹幅值增加到 15 μm , 球与内滚道的接触刚度系数最大值为 357301230 N/mm。这表明随着波纹幅值的增加, 球与内外滚道的时变接触刚度系数增加。同时波纹幅值较大时, 滚道表面的凸起更加尖锐, 这会增加陶瓷滚道表面的脆性, 不利于全陶瓷轴承的长期正常运行。

以径向波纹幅值为 10 μm 的波纹度模型为例, 在转速为 12000 r/min 的工况下进行仿真分析。根据图 6 可以看出, 接触刚度系数随角度变化曲线的波峰数是波数的两倍。当波数为 5 时, 球与内滚道的接触刚度系数最大值为 357300564 N/mm。当波数增加到 16 时, 球与内滚道的接触刚度系数最大值为 357301563 N/mm。可以发现波数越大, 接触刚度系数越大。相比于波纹幅值, 接触刚度系数对波纹波数更加敏感。由于波数增长会导致陶瓷滚道表

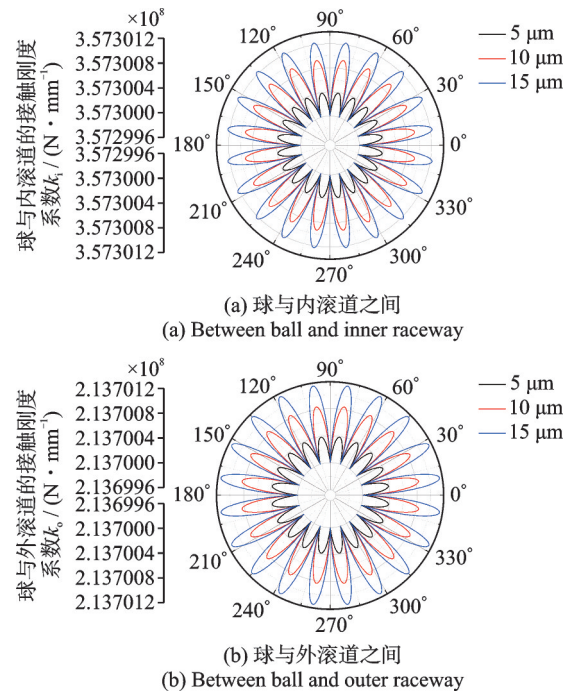


图5 不同波纹幅值下的时变接触刚度系数

Fig. 5 Time-varying contact stiffness coefficients at different waviness amplitudes

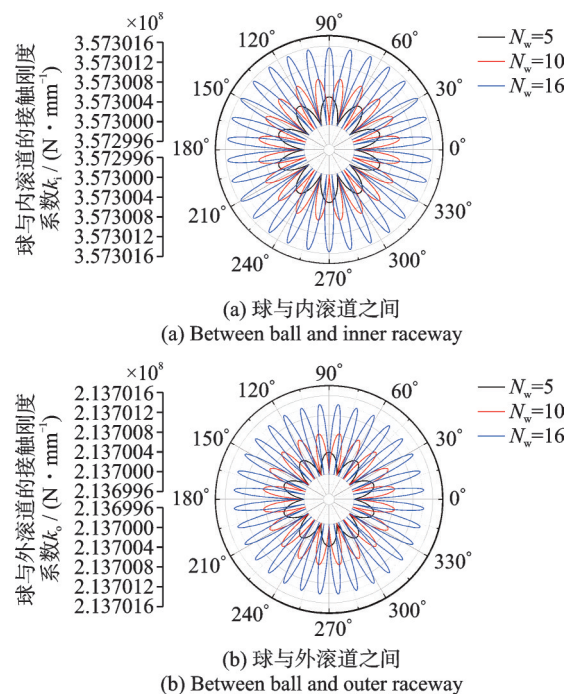


图6 不同波数下的时变接触刚度系数

Fig. 6 Time-varying contact stiffness coefficients at different wave numbers

面的波纹波长减小, 使陶瓷滚道表面更加脆弱, 同样不利于全陶瓷轴承的长期正常运行。

3 考虑动态波纹的全陶瓷轴承打滑动力学建模

全陶瓷轴承通常以加速工况和匀速工况运行。

在突然启动或加速过程中,承载区的球主要靠内滚道的摩擦力驱动,而非承载区的球主要受自身惯性和保持架的推动作用。对于保持架,主要依靠自身惯性和承载区的球来推动。这导致处于加速工况下的球与滚道容易出现打滑现象。同时在匀速工况时,受负载影响,球在每次进入承载区时会受到突然载荷作用,改变球的受力平衡。这导致球的速度发生变化,造成咬入打滑现象。

根据加速工况的机理,当全陶瓷轴承的内圈在 t_0 时刻开始加速,内圈的角速度 ω_i 在 $t_0 \sim t_1$ 时间段内由 ω_0 升至 ω_1 ($\omega_0 < \omega_1$)。因此,内圈角加速度可表示为:

$$\frac{\partial \omega_i}{\partial t} = \frac{\omega_1 - \omega_0}{t_1 - t_0} \quad (41)$$

则内圈的角速度可以表示为:

$$\omega_i = \omega_0 + \frac{\partial \omega_i}{\partial t} (t - t_0), t_0 < t < t_1 \quad (42)$$

当全陶瓷轴承在匀速工况下运行,全陶瓷轴承的内圈角加速度为0,内圈的角速度恒定为 $\omega_i = \omega_0$ 。

因此,保持架的角速度可以写为:

$$\omega_c = \frac{\partial \psi_c}{\partial t} \quad (43)$$

式中, ψ_c 为保持架的旋转角度。

由图7所示,球与保持架的位置分为三种情况,分别为球与保持架的前后端不接触、球与保持架前端接触和球与保持架后端接触。由于保持架兜孔的间隙影响,球与保持架兜孔的一侧接触的同时必然与另一侧脱离接触。因此,第 z 个球与保持架前端之间的接触力可以表示为:

$$F_{c1z} = K_{rc} \left[\left(\psi_{bz} - \psi_c - \varpi_z \frac{c_p}{r_m} \right) r_m \right]^n, \quad \psi_{bz} - \psi_c - \varpi_z \frac{c_p}{r_m} > 0 \quad (44)$$

$$F_{c1z} = 0, \quad \psi_{bz} - \psi_c - \varpi_z \frac{c_p}{r_m} \leq 0 \quad (45)$$

式中, K_{rc} 为保持架与球之间的接触刚度; n 为荷载-变形指数,在较小的弹性变形范围内可取为1。

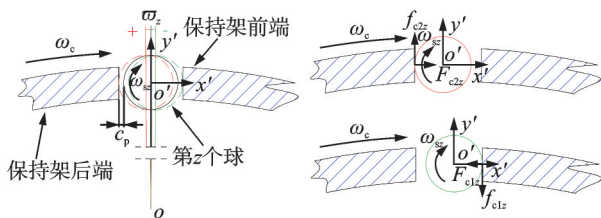


图7 球与保持架的三种位置情况

Fig. 7 Three positions of the ball and cage

同理,第 z 个球与保持架后端之间的接触力可以表示为:

$$F_{c2z} = K_{rc} \left[\left(\psi_c - \psi_{bz} - \varpi_z \frac{c_p}{r_m} \right) r_m \right]^n, \quad \varpi_z \frac{c_p}{r_m} + \psi_{bz} - \psi_c < 0 \quad (46)$$

$$F_{c2z} = 0, \quad \varpi_z \frac{c_p}{r_m} + \psi_{bz} - \psi_c \geq 0 \quad (47)$$

第 z 个球与保持架前端和后端间的摩擦力可以写为:

$$\begin{cases} f_{c1z} = \mu_c F_{c1z} \\ f_{c2z} = \mu_c F_{c2z} \end{cases} \quad (48)$$

式中, μ_c 为球与保持架之间的摩擦系数。

对于润滑的全陶瓷球轴承,球与滚道之间存在油膜^[28],其中心膜厚度可表示为:

$$h_c = 2.69U^{0.67}G^{0.53}W^{-0.067}(1 - 0.61e^{-0.73\kappa})R_x \quad (49)$$

式中, U 为无量纲速度参数; G 为无量纲材料参数; W 为无量纲载荷参数; R_x 为等效半径,当球与内滚道接触时, R_x 表示为:

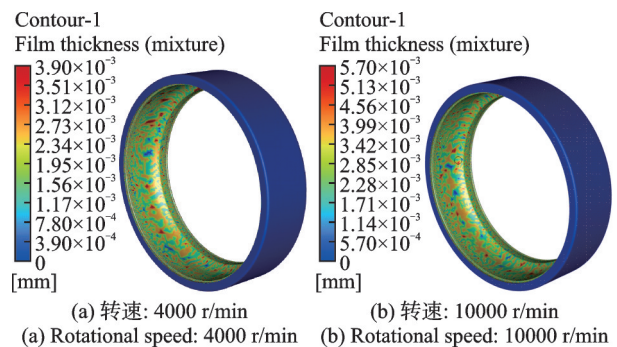
$$R_x = 0.5d_i(1 - 0.5d_i r_m^{-1} \cos \alpha) \quad (50)$$

同理,当球与外滚道接触时, R_x 表示为:

$$R_x = 0.5d_o(1 + 0.5d_o r_m^{-1} \cos \alpha) \quad (51)$$

式中, α 为接触角。

由于润滑对轴承打滑影响较大,为提高模型准确性,应计入油膜和流体阻力等影响。本文通过ANSYS Fluent软件进行流体仿真计算,得到全陶瓷轴承的油膜分布云图。以外滚道的油膜分布为例,如图8所示。可知当转速为4000 r/min时,全陶瓷轴承外滚道的最大油膜厚度为3.9 μm 。转速为10000 r/min时,全陶瓷轴承外滚道的最大油膜厚度为5.7 μm 。可以发现转速的增加造成油膜厚度增大,且转速越高,油膜分布越均匀。这是因为转速越高,润滑油的流速越大。即提高转速有利于润滑油膜的形成。



(a) 转速: 4000 r/min

(b) 转速: 10000 r/min

(a) Rotational speed: 4000 r/min

(b) Rotational speed: 10000 r/min

图8 不同转速下外滚道油膜厚度的分布云图

Fig. 8 Distributed cloud diagram of oil film thickness on the outer raceway at different rotational speeds

因此,油膜刚度 k_f 可以写为:

$$k_{f/t_0} = \frac{\partial Q_f}{\partial h_{c/t_0}} \quad (52)$$

式中, Q_i 为油膜承载的载荷; $h_{ci/co}$ 为内/外滚道中心油膜厚度。

则可以求得等效刚度系数为:

$$k_e = \frac{k_i k_{fi} k_o k_{fo}}{k_i + k_{fi} + k_o + k_{fo}} \quad (53)$$

由图 9 可知, 内外滚道的油膜刚度均随着转速的增加而逐渐减小。当转速增加到一定值时, 油膜刚度的变化率将减小。这表明低速时油膜刚度对转速的变化更敏感。由于转速增加造成流体流速加快, 使得油膜厚度增加, 导致油膜刚度显著下降。

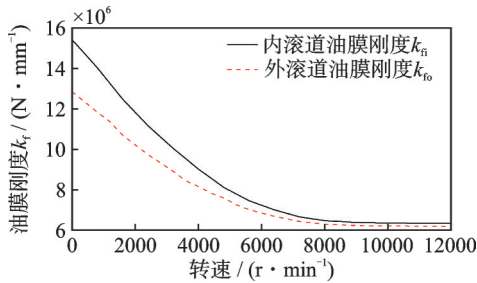


图 9 不同转速下的油膜刚度

Fig. 9 Oil film stiffness at different rotational speeds

当充分润滑时, 全陶瓷轴承在运行过程中, 球的公转方向会受到润滑油剪切力的作用, 阻碍球体运动。因此, 通过阻力可以表示为:

$$F_{dc} = 0.25 C_d \rho \pi D_w^2 \left(r_m \frac{\partial \psi_{bz}}{\partial t} \right)^2 \quad (54)$$

式中, ρ 为润滑油的密度; C_d 为流动阻力系数, 可以表示为^[29]:

$$C_d = 20 Re^{-1}, Re < 2000 \quad (55)$$

$$C_d = 0.00086 Re^{1/3}, 2000 \leq Re < 10000 \quad (56)$$

$$C_d = 5 \times 10^{-8} Re^{-2}, Re \geq 10000 \quad (57)$$

式中, Re 为雷诺数, 可以表示为:

$$Re = \rho \frac{\partial \psi_{bz}}{\partial t} r_m^2 \eta_0^{-1} \quad (58)$$

式中, η_0 为运动黏度系数。

由于流体阻力的存在, 球自转和保持架旋转也会受到阻力矩的影响, 可以表示为:

$$M_{drc} = 0.5 C_r \rho \left(\frac{\partial \psi_{sz}}{\partial t} \right)^2 D_w^5 \quad (59)$$

$$M_{dc} = \frac{1}{8} \eta_0 \rho A r_{ca}^3 \left(\frac{\partial \psi_c}{\partial t} \right)^2 + 0.5 \rho C_c r_{ca}^3 (r_{ca}^2 - r_{cb}^2) \left(\frac{\partial \psi_c}{\partial t} \right)^2 \quad (60)$$

式中, r_{ca} 为保持架的外半径; r_{cb} 为保持架的内半径; C_r 和 C_c 分别为球自转的阻力系数和保持架旋转的阻力系数; ψ_{sz} 为第 z 个球的自转角度; A 为保持架外圆柱面的面积; M_{drc} 为球自转受到的阻力矩; M_{dc} 为保持架旋转受到的阻力矩。

根据第 z 个球与内滚道之间的位置关系, 可以

得到球在位置角度为 θ_z 时与内滚道接触产生的变形量为:

$$\delta_{iz} = [x \cos \theta_z + y \sin \theta_z - h_{iz} - w_{irz} - r_z - \gamma/2]_+ \quad (61)$$

式中, x, y 为内圈的位移; r_z 为第 z 个球的径向位移; γ 为轴承的径向游隙; “+”表示括号内必须为正数, 否则为 0。

球与外滚道的接触变形取决于球的径向位移, 则第 z 个球与外滚道接触产生的变形量可表示为:

$$\delta_{oz} = [r_z + h_{oz} + w_{orz} - \gamma/2]_+ \quad (62)$$

根据赫兹接触理论, 第 z 个球与内/外滚道接触产生的接触力可以表示为:

$$F_{iz/oz} = k_e \delta_{iz/oz}^{1.5} \quad (63)$$

因此, 球与滚道之间的摩擦力可以表示为:

$$f_{iz/oz} = \mu_{i/o} F_{iz/oz} \frac{\Delta v_{i/o}}{|\Delta v_{i/o}|} \quad (64)$$

式中, μ_i, μ_o 为球与内/外滚道之间的摩擦系数, 可以表示为:

$$\mu_{i/o} = 0.04 \cdot |\Delta v_{i/o}|, \quad |\Delta v_{i/o}| < 0.05 \quad (65)$$

$$\mu_{i/o} = 0.02, \quad |\Delta v_{i/o}| \geq 0.05 \quad (66)$$

式中, $\Delta v_i, \Delta v_o$ 为球与内/外滚道的滑移速度, 可以推导为:

$$\Delta v_o = 0.5 \omega_{bz} \cdot d_{or} - 0.5 \omega_{sz} \cdot D_w \quad (67)$$

$$\Delta v_i = 0.5 \omega_i \cdot d_{ir} - 0.5 \omega_{bz} \cdot d_{ir} - 0.5 \omega_{sz} \cdot D_w \quad (68)$$

其中, ω_{bz} 和 ω_{sz} 可以表示为:

$$\omega_{bz/sz} = \frac{\partial \psi_{bz/sz}}{\partial t} \quad (69)$$

当施加较大载荷, 球滚动过程中不会发生陀螺滑移, 则可以认为球与滚道在轴向平面产生的静摩擦力可以产生阻力矩与陀螺力矩平衡, 平衡方程可以表示为:

$$F_{toz/tiz} = \mu_s F_{oz/iz} \quad (70)$$

$$(F_{toz} + F_{tiz}) D_w = M_{gz} \quad (71)$$

式中, μ_s 为球与滚道之间的静摩擦系数; F_{tiz}, F_{toz} 为第 z 个球与内/外滚道产生的静摩擦力; M_{gz} 为第 z 个球的陀螺力矩。

如图 10 所示, 每个球主要受到来自内滚道、外滚道和保持架的作用力, 以及球在自转和公转情况下受到的流体阻力和阻力矩。因此, 第 z 个轴承球在径向、自转方向和公转方向这三个方向的运动微分方程可以描述为:

$$m_b r_m^2 \frac{\partial^2 \psi_{bz}}{\partial t^2} = 0.5 f_{iz} d_{ir} - 0.5 f_{oz} d_{or} + (F_{c2z} - F_{c1z} - F_{dc} + G_b \sin \theta_z) r_m \quad (72)$$

$$J_b \frac{\partial^2 \psi_{sz}}{\partial t^2} = 0.5 (f_{oz} + f_{iz} - F_{c1z} - F_{c2z}) D_w + M_{drc} \quad (73)$$

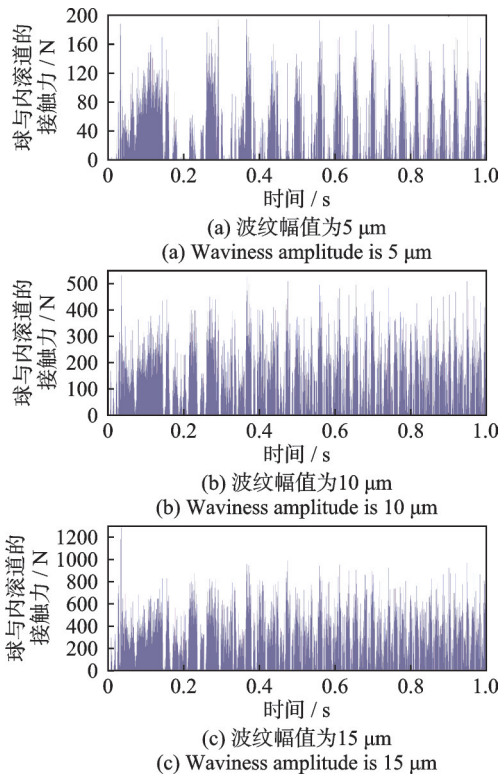


图13 加速时不同波纹幅值下球与内滚道的接触力

Fig. 13 Contact force between ball and inner raceway for different waviness amplitudes during acceleration

过程中,会受到随机突变的接触力,加剧陶瓷球的疲劳破坏。

图14为第 z 个球在全陶瓷轴承加速1s的过程中自转角速度的实际值和理论值的对比。可以发现当波纹幅值较小时,在全陶瓷轴承加速过程中球的自转角速度呈阶梯状递增。由于转速增加,球进入承载区的时间缩短,自转角速度的波动逐渐减弱。出现这种阶梯式递增的原因在于球处于承载区时,其承受载荷作用,在内滚道摩擦力的作用下自转加速。而当球处于非承载区时,球由于不承受载荷作用,此时无摩擦力驱动加速,只能靠保持架的推动向前运动,因此非承载区球的自转角速度的趋势稳定。但随着波纹幅值的增加,这种波动上升的趋势更加复杂。值得注意的是波纹幅值越大,球的自转角速度随时间的上升曲线波动的频率越高,且波动的幅值大小显著降低。原因在于波纹幅值的增加会导致接触力增大,根据图13可知,波纹幅值会明显缩小非承载区域,这就造成了球的自转角速度在加速过程中随着波纹幅值的增加出现连续性波动。

由图15可知,当波纹幅值为 $5\mu\text{m}$ 时,球与内滚道的滑移速度随时间变化的曲线由近似于三角形的波峰组成。且加速工况下,相邻两波峰之间的时间间隔越来越短,波峰值也逐渐下降。每两个波峰之间的角度间隔为 2π ,且滑移速度为0时的区域为非

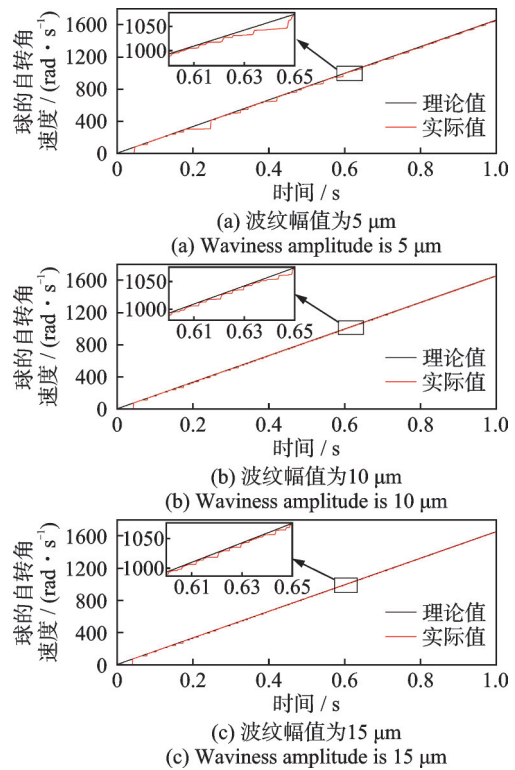


图14 加速时不同波纹幅值下球的自转角速度

Fig. 14 Rotational angular velocity of the ball at different waviness amplitudes during acceleration

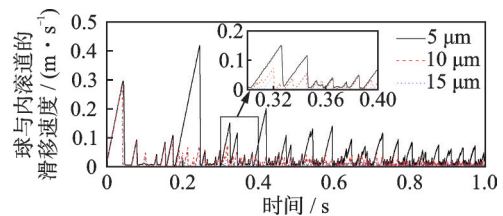


图15 加速时不同波纹幅值下球与内滚道的滑移速度

Fig. 15 Slip velocity of ball and inner raceway for different waviness amplitudes during acceleration

承载区域。这表明球每转一圈进入承载区时滑移速度就会波动一次。随着波纹幅值的增加,球与滚道的滑移速度曲线的波峰值下降,但三角形的波峰出现的时间间隔减小,这也表明滑移曲线的波动频率增加。可以认为波纹幅值的增加会造成非承载区域的缩小,削弱打滑现象。

根据图16可知,当波纹幅值为 $5\mu\text{m}$ 时,在全陶瓷轴承加速阶段的前0.1s内,保持架滑动率由100%迅速下降,而后在0.1~1.4s内趋于稳定。这表明全陶瓷球轴承在加速初始阶段打滑最为严重。主要原因为加速初始阶段全陶瓷球轴承的保持架在静止状态下受到球的突然接触,导致保持架的角速度急剧增加。当加速一段时间后,球与保持架之间的作用力趋于稳定。通过不同波纹幅值的保持架滑动率的对比可知,随着波纹幅值的增加,在加速的初始阶段,保持架滑动率下降的速率增加。可以认为

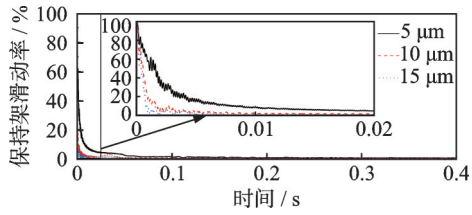


图 16 加速时不同波纹幅值下保持架的滑动率

Fig. 16 Slip rate of cage under different waviness amplitudes during acceleration

波纹幅值越大,保持架的滑动率由 100% 下降到 0.01% 所用的时间越短,同样可以说明波纹幅值的增加可以有效地抑制全陶瓷轴承的打滑。

4.2 加速工况下波数对全陶瓷轴承打滑的影响

本小节以波纹幅值为 5 μm 的轴承打滑模型为例,在加速度为 500 rad/s²、载荷为 300 N 的工况下进行仿真计算。

根据图 17 可知,当波数为 5 阶时,球与内滚道的接触力曲线中可以明显看到非承载区域。且随着波

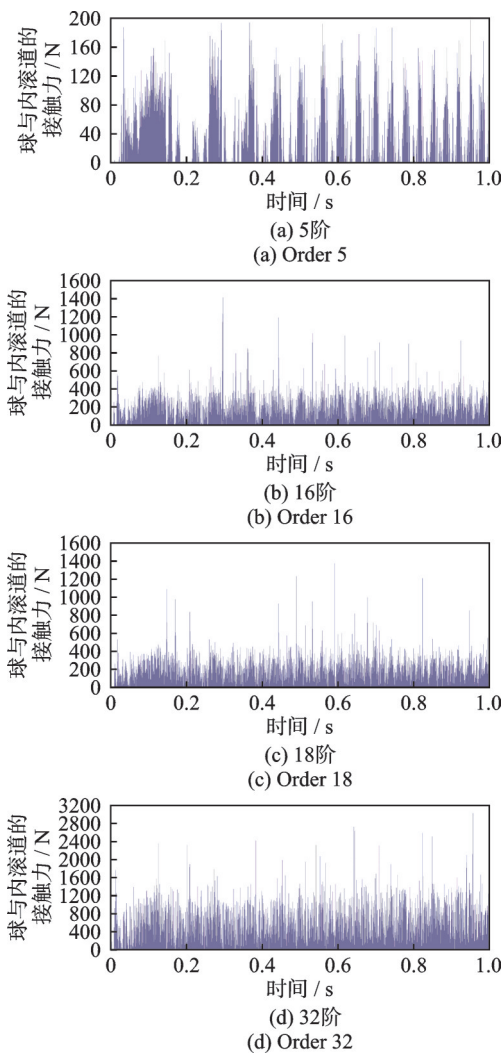


图 17 加速时不同波数下球与内滚道之间的接触力

Fig. 17 Contact forces between ball and inner raceway at different wave numbers during acceleration

纹波数由 5 阶增加到 16 阶,球与内滚道的接触力呈倍数递增,同时接触力曲线中的非承载区逐渐缩小。高阶波纹产生的接触力与低阶波纹的差距较大。当波数为 16 阶时,球与内滚道的接触力的最大值为 1405 N,而波数为 18 阶时,球与内滚道的接触力的最大值为 1377 N,略微下降。随着波纹波数增加到 32 阶,球与内滚道的接触力再次出现倍数递增的趋势。可以认为在同一倍数的球个数中,波数越接近球个数的整数倍,产生的接触力越大。且随着倍数的增加,球与滚道的接触力会呈倍数递增,波数增加也会导致球的非承载区域缩小。

图 18 为第 z 个球在全陶瓷轴承加速 1 s 的过程中自转角速度的实际值和理论值的对比。可以发现随着波纹波数由 5 阶增加到 32 阶,球实际的自转角速度逐渐趋近于理论值,且球的自转角速度曲线波动更加频繁。同样可以看出随着波数的增加,球的非承载区域逐渐缩小。根据波数的增加导致自转角速度无限趋近于理论值,可以初步判断提升波数可以起到抑制全陶瓷轴承打滑的作用。

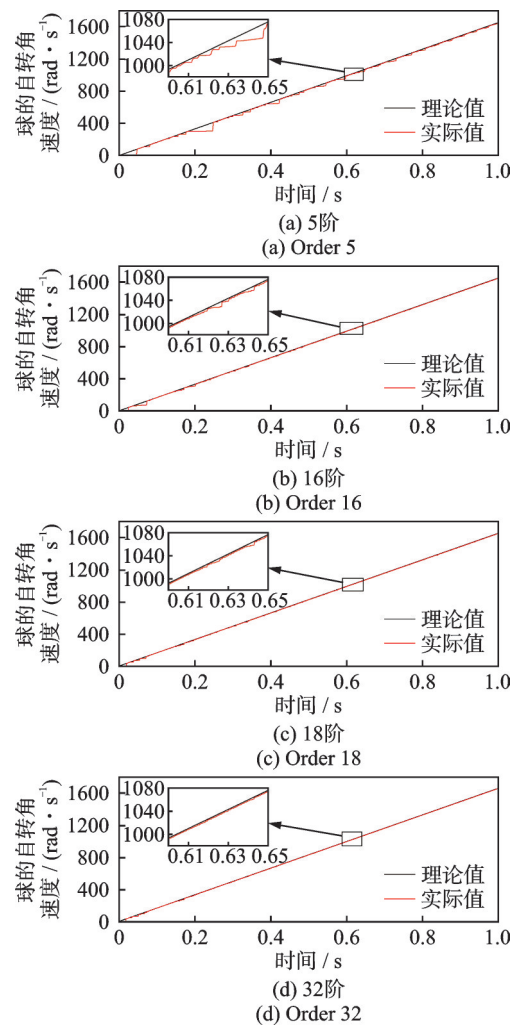


图 18 加速时不同波数下球的自转角速度

Fig. 18 Rotational angular velocity of the ball at different wave numbers during acceleration

图 19 对比了不同波数情况下球与内滚道的滑移速度。可以发现波纹波数的增加会导致球与内滚道的滑移速度明显下降,且波数越大,滑移速度曲线的波动频率越高。即相同时间内,波数的增加导致滑移曲线的三角波峰数量增加。这是由球在波纹滚道的波峰和波谷之间交替运动的频率增加所致。

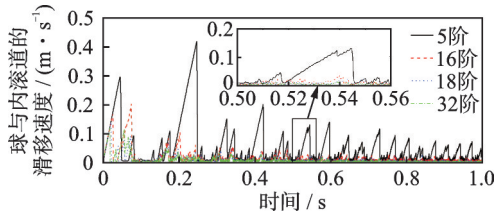


图 19 加速时不同波数下球与内滚道的滑移速度

Fig. 19 Slip velocity of the ball and inner raceway at different wave numbers during acceleration

根据图 20 可知,在加速的初始阶段,波数对保持架滑动率的影响表现为随机性。与波纹幅值对保持架的滑动率影响不同,波数对加速一段时间后的打滑现象产生影响。加速 0.5 s 后,波纹波数为 5 阶时保持架的滑动率最大值约为 0.5%,而波数增加到 32 阶,保持架的滑动率最大值约为 0.26%,随着波数的增加,保持架的滑动率明显下降。且随着波纹波数的增加,保持架的滑动率曲线的波动范围明显缩小。

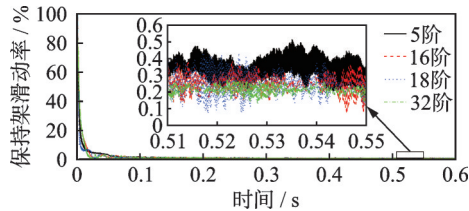


图 20 加速时不同波数下保持架的滑动率

Fig. 20 Slip rate of cage at different wave numbers during acceleration

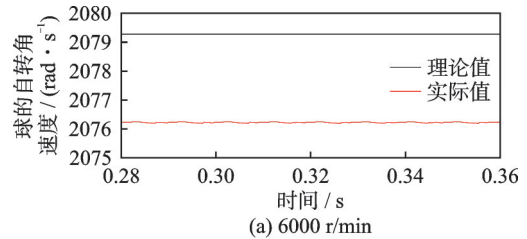
5 匀速工况下的全陶瓷轴承打滑和非线性振动分析

在匀速工况下,球每次进入承载区会产生较为明显的咬入打滑现象。当滚道表面存在波纹时,球与滚道的接触状态发生改变。且不同转速下,全陶瓷轴承的热变形不同,导致波纹轮廓发生变化,对轴承打滑和非线性振动的影响较大。

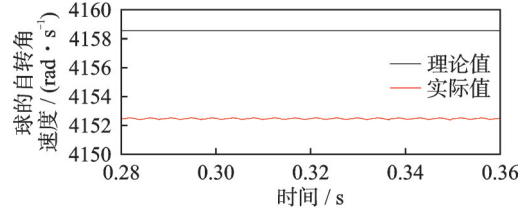
5.1 匀速工况下转速对全陶瓷轴承打滑和非线性振动的影响

本小节以波纹幅值为 $2.5 \mu\text{m}$ 、波数为 5 阶的轴承打滑模型为例,在载荷为 300 N 的匀速工况下进行仿真计算。

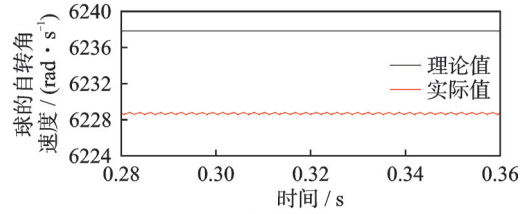
由图 21 可知,在匀速工况下由于球与滚道打滑的影响,球的实际自转角速度始终小于理论值。且随着转速的增加,相同时间内,球的自转角速度曲线的波动次数增加。当转速为 6000 r/min 时,球自转角速度的实际值和理论值的最大差值约为 3.06 rad/s。当转速为 12000 r/min 时,球自转角速度的实际值和理论值的最大差值约为 6.12 rad/s。而转速提高到 24000 r/min 时,球自转角速度的实际值和理论值的最大差值约为 12.33 rad/s。可以发现随着转速的提高,球自转角速度的实际值和理论值的差值越来越大。



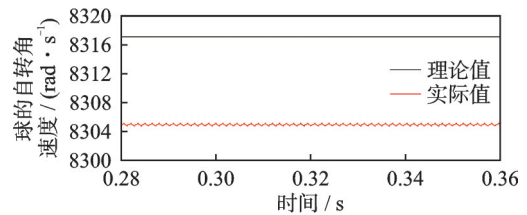
(a) 6000 r/min



(b) 12000 r/min



(c) 18000 r/min



(d) 24000 r/min

图 21 不同转速下球的自转角速度

Fig. 21 Rotational angular velocity of the ball at different rotational speeds

根据图 22 可知,随着转速的递增,保持架的滑动率曲线在相同时间内的波动次数增加。当转速为 6000 r/min 时,保持架的滑动率曲线在 $(14.57 \sim 14.63) \times 10^{-2}\%$ 之间波动。转速提升到 24000 r/min,保持架的滑动率在 $(14.38 \sim 14.71) \times 10^{-2}\%$ 之间波动。可以发现转速越高,保持架滑动率随时间变化的曲线波动范围越大。同时,随着转速的提高,可知保持架滑动率曲线的波动范围中心线有所降低,这主要是因为转速的增加导致轴承温升,产生的热变形导致波纹的幅值有所增加。

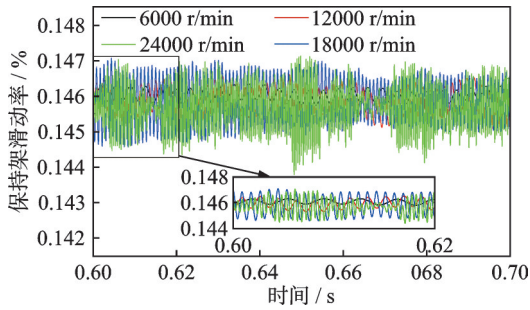


图 22 不同转速下保持架的滑动率

Fig. 22 Slip rate of cage at different rotational speeds

通过图 23 可以发现,在这四种转速下,庞加莱截面上均出现了较多的混沌吸引子。且相轨迹由多个不规则的曲线交错而成,形状较为复杂。这表明转速为 6000、12000、18000 和 24000 r/min 时,全陶瓷轴承处于混沌运动状态。通过对比不同转速下的相轨迹发现,随着转速的提高,相轨迹的范围逐渐扩大。这也意味着转速越高,运行过程中全陶瓷轴承的振动幅值越大。原因在于转速越高,热变形越大,导致波纹幅值增加。这会造成接触刚度系数增大,计算所得的球与内滚道的接触力增加,导致内圈振幅增大。

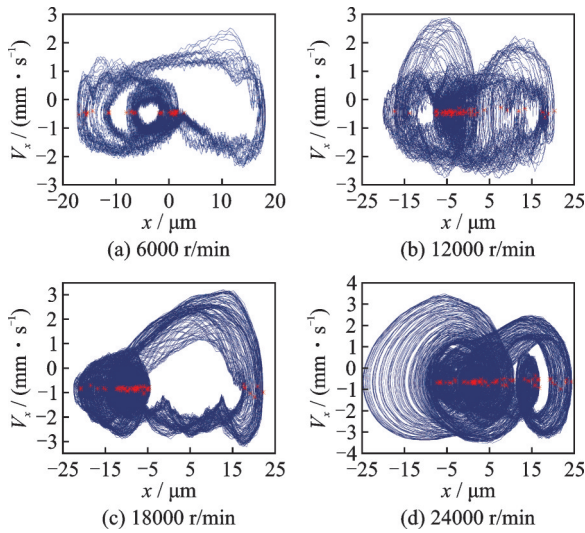


图 23 不同转速下内圈的相轨迹和庞加莱映射

Fig. 23 Phase trajectories and Poincaré mapping of the inner ring at different rotational speeds

5.2 匀速工况下波纹幅值对全陶瓷轴承打滑和非线性振动的影响

本小节以波数为 5 阶的轴承打滑模型为例,在载荷为 300 N、转速为 18000 r/min 的匀速工况下进行仿真计算。

根据图 24 可知,在匀速工况下,当波纹幅值为 5 μm 时,球与内滚道的滑移速度的最大值为 1.03 mm/s。当波纹幅值为 10 μm 时,球与内滚道的滑移速度的最大值为 0.8 mm/s。当波纹幅值逐渐增加到 15 μm 时,球与内滚道的滑移速度最大值为

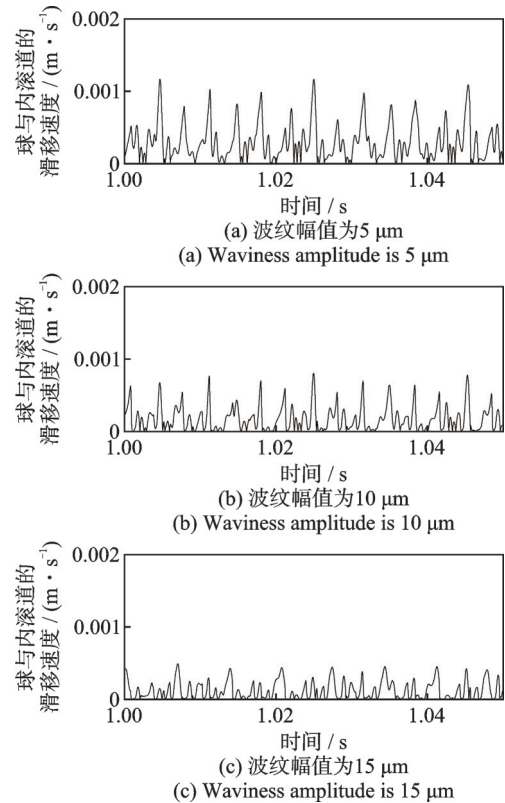


图 24 匀速时不同波纹幅值下的球与内滚道的滑移速度

Fig. 24 Slip velocity of the ball and inner raceway at uniform speed for different waviness amplitudes

0.45 mm/s。这与加速工况下的轴承打滑现象是一致的,可以认为波纹幅值的增加可以有效降低球与滚道的滑移速度。

根据图 25 可知,在匀速工况下,波纹幅值为 5、10 和 15 μm 时,庞加莱截面上均出现了较多的混沌吸引子,且相轨迹由多条不规则的曲线交错而成。这表明此转速下波纹幅值为 5、10 和 15 μm 时,全陶

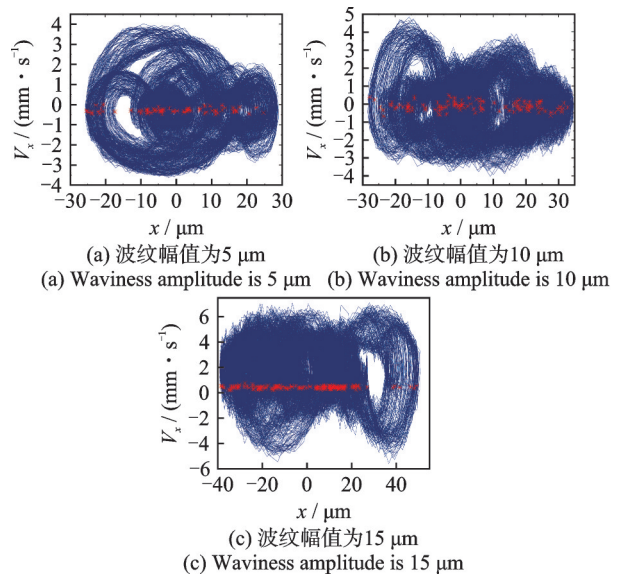


图 25 匀速时不同波纹幅值下内圈的相轨迹和庞加莱映射

Fig. 25 Phase trajectories and Poincaré mapping of the inner ring at uniform speed for different waviness amplitudes

瓷轴承的振动具有极强的非线性特征,处于混沌运动状态。通过对比,随着波纹幅值的增加,相轨迹的范围逐渐扩大。这说明波纹幅值越大,匀速工况下全陶瓷轴承的振动幅值越大。这是由于波纹幅值增加也会造成接触刚度系数增大,球与内滚道的接触力增加,导致内圈振幅增大。

由图26可知,随着时间的递增,保持架的滑动率呈波动式变化。且随着波纹幅值的增加,保持架的滑动率明显下降。当波纹幅值为 $5\mu\text{m}$ 时,保持架滑动率曲线在 $(14.41\sim 14.62)\times 10^{-2}\%$ 之间波动。当波纹幅值为 $10\mu\text{m}$ 时,保持架滑动率曲线在 $(14.14\sim 14.37)\times 10^{-2}\%$ 之间波动。波纹幅值增加到 $15\mu\text{m}$ 时,保持架滑动率曲线在 $(13.91\sim 14.00)\times 10^{-2}\%$ 之间波动。对比发现匀速工况下随着波纹幅值的增加,保持架滑动率的波动范围缩小。

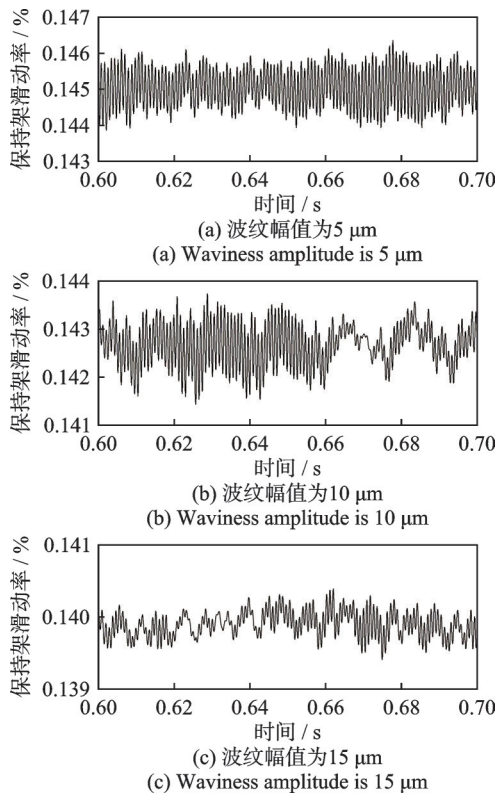


图26 匀速时不同波纹幅值下的保持架滑动率

Fig. 26 Slip rate of cage at uniform speed for different waviness amplitudes

5.3 匀速工况下波数对全陶瓷轴承打滑和非线性振动的影响

本小节以波纹幅值为 $2.5\mu\text{m}$ 的轴承打滑模型为例,在载荷为 300N 、转速为 6000r/min 的匀速工况下进行仿真计算。

由图27可知,在匀速工况下,波纹波数为5阶时球与内滚道滑移速度的最大值为 0.56mm/s 。相比于图24(a),图27(a)中显示的球与内滚道的滑移速度较低。这表明了转速提升较大大会削弱波纹的影

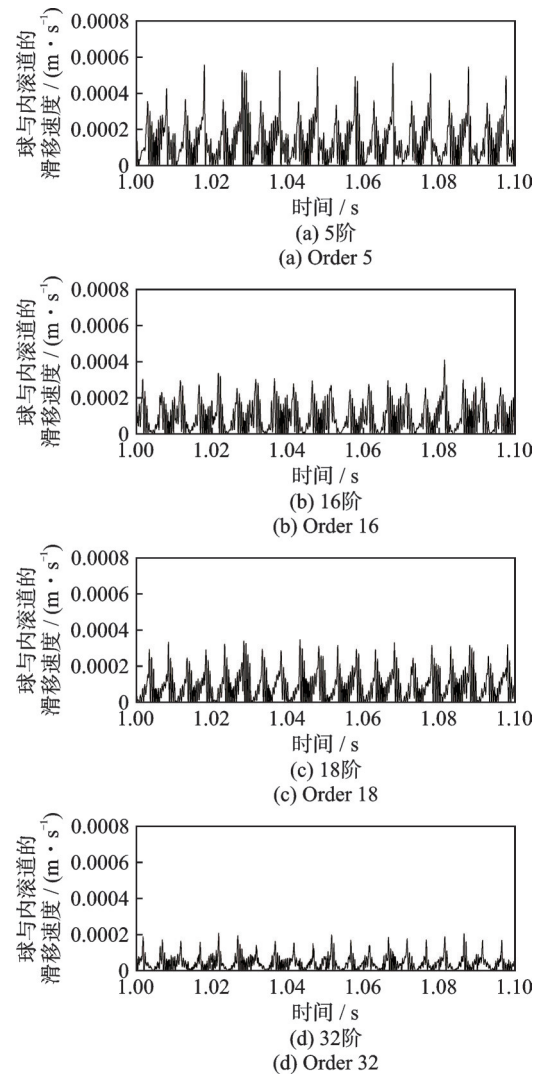


图27 匀速时不同波数下球与内滚道的滑移速度

Fig. 27 Slip velocity of the ball and inner raceway at uniform speed for different wave numbers

响,导致球与滚道的滑移速度增加。

在匀速工况下,波纹波数为16阶时球与内滚道滑移速度的最大值为 0.41mm/s 。当波纹波数增加到32阶时,球与内滚道的滑移速度的最大值为 0.21mm/s 。可以发现匀速工况下波数的增加也可以有效地降低球与滚道的滑移速度。

根据图28可以看出匀速工况下,波数为16阶的庞加莱截面上的混沌吸引子相比于波数为5和18阶的情况分布得更分散,相轨迹更混乱。同时,波数为32阶时的庞加莱截面上的混沌吸引子相比于波数为16阶的情况更分散。这表明当波数越接近球个数的整数倍,庞加莱截面上的混沌吸引子越分散,不同周期的运动的振幅差异越大。且随着倍数的增加,庞加莱截面上的混沌吸引子数量会增加。通过对比可以发现,波数在一倍的球个数内变化,随着波数的递增,相轨迹的范围逐渐扩大。同时也表明了当波数取在球个数的整数倍附近,波数越接近这个整数倍,内圈的振动量越大。

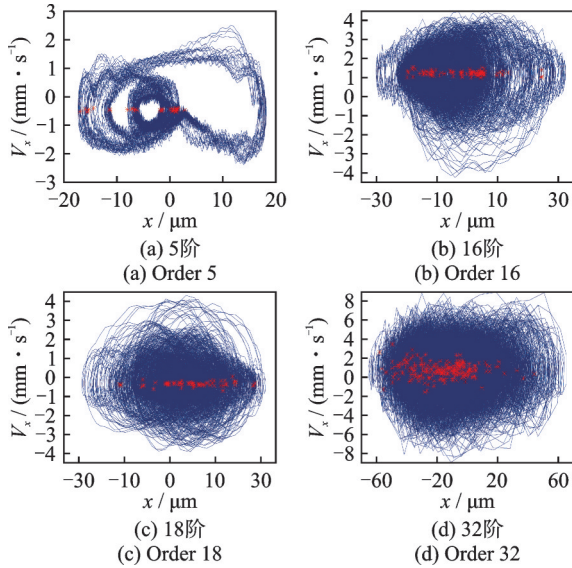


图 28 匀速时不同波数下内圈的相轨迹和庞加莱映射
Fig. 28 Phase trajectories and Poincaré mapping of the inner ring at uniform speed with different wave numbers

根据图 29 可知,由于球与滚道之间发生打滑,保持架的滑动率不为 0,随时间呈波动式变化。相

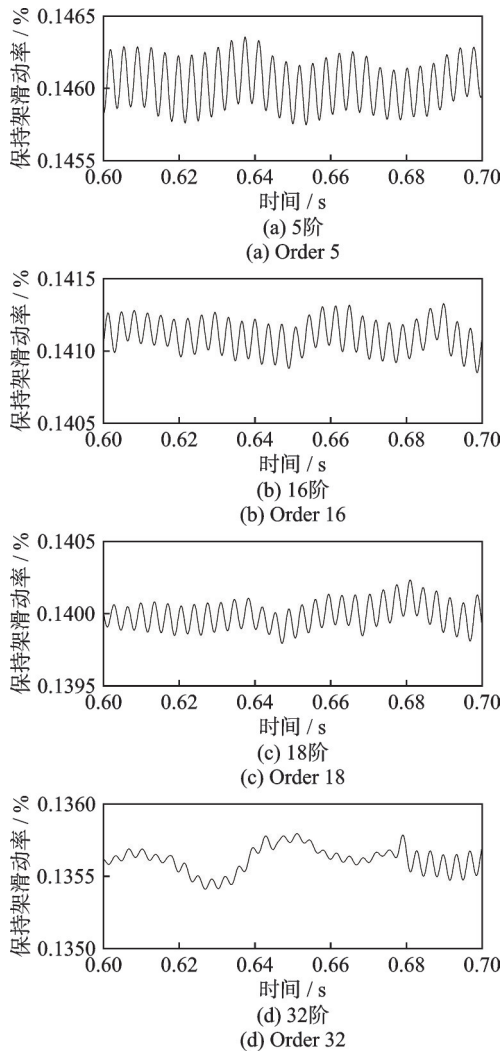


图 29 匀速时不同波数下保持架的滑动率
Fig. 29 Slip rate of cage at uniform speed with different wave numbers

比于图 26,由于转速较低,图 29 中的保持架滑动率曲线在相同时间内的波动次数减少。当波纹波数为 5 阶时,保持架滑动率曲线的波动中心约为 $14.61 \times 10^{-2}\%$ 。当波纹波数为 16 阶时,保持架滑动率曲线的波动中心约为 $14.13 \times 10^{-2}\%$ 。而当波纹波数增加到 32 阶时,保持架滑动率曲线的波动中心约为 $13.56 \times 10^{-2}\%$ 。对比发现匀速工况下,随着波纹波数的增加,保持架滑动率明显下降。

6 试验验证

为验证模型的可靠性,本文参考文献[30]所完成的工作,选取轴承内圈转速为 6000 r/min,计算了内圈的旋转频率 f_s 、球通过内圈的频率 f_i 以及球通过外圈的频率 f_o ,计算结果如表 2 所示。

表 2 转速为 6000 r/min 时轴承 7008CE 的特征频率

Tab. 2 The characteristic frequency of bearing 7008CE at 6000 r/min

参数	数值
转速/(r·min ⁻¹)	6000
内圈旋转频率 f_s /Hz	100
球通过外圈的频率 f_o /Hz	685.52
球通过内圈的频率 f_i /Hz	914.49

根据图 30 可知,当波数为 16 阶时,由外滚道波纹作用产生的特征频谱分别为 $f_o \sim 10f_o$,其中 f_o 的幅值最大。当波纹为 22 阶,由外滚道波纹作用产生的特征频谱与波数为 16 阶的情况一致。也就是说,当

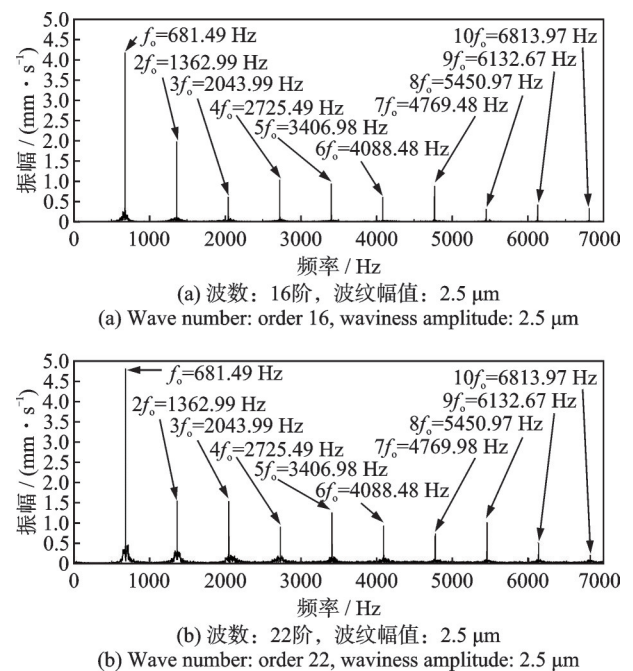


图 30 外滚道波纹作用下的全陶瓷轴承振动响应
Fig. 30 Vibration response of full ceramic bearing under the action of outer raceway waviness

波纹波数为 16 阶和 22 阶时,由外滚道波纹产生的频谱峰值主要出现在 f_o 及其谐波分量处,这与文献 [30-31] 中的结果一致。且仿真计算得到的 f_o 频率为 681.49 Hz,与理论计算得到的 f_o 相近,误差为 0.59%。

由图 31 可知,波数为 16 阶时,由内滚道波纹产生的特征频谱分别为 $f_o \sim 10f_o, f_i \sim 7f_i$,其中 f_i 的幅值最大。波数为 22 阶时,由内滚道波纹作用产生的主要特征频谱分别为 $f_o \sim 10f_o, f_i \sim 7f_i, pf_i \pm mf_s$ (p 和 m 为整数),其中 f_o 的幅值最大。也就是说,当波纹波数满足球个数的整数倍,由内滚道波纹产生的频谱峰值主要出现在 f_i 及其谐波分量处。当波纹波数不等于球个数的整数倍,且满足 $N_w = pN \pm m$ 时,频谱中含有多个基波和谐波分量。其中基波分量主要以 $pf_i \pm mf_s$ 为主,谐波主要以 f_o 和 f_i 为主。且 f_o 的谐波分量幅值普遍大于 f_i 的谐波分量幅值。以上仿真结果与文献 [30-31] 中一致。仿真计算得到的 f_i 频率为 918.49 Hz,与理论计算得到的 f_i 相近,误差为 0.44%。

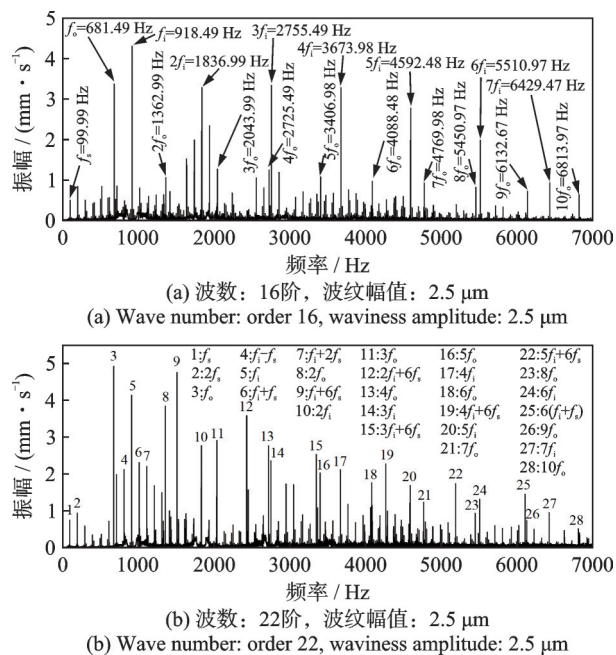


图 31 内滚道波纹作用下的全陶瓷轴承振动响应

Fig. 31 Vibration response of full ceramic bearing under the action of inner raceway waviness

为进一步验证模型可靠性,进行全陶瓷球轴承 7008CE 的振动测量试验。试验采用 BVT-1A 轴承试验机进行,具体试验装置如图 32 所示。试验过程采用润滑油润滑,在 20 °C 室温下,转速稳定在 6000 r/min 时,将振动速度传感器触点与全陶瓷轴承外圈接触,进行径向振动速度测量。为尽可能消除设备运行等带来的随机误差,分别选取测量点 1~8 进行测量。并选取 8 个测量点所得的特征频率中

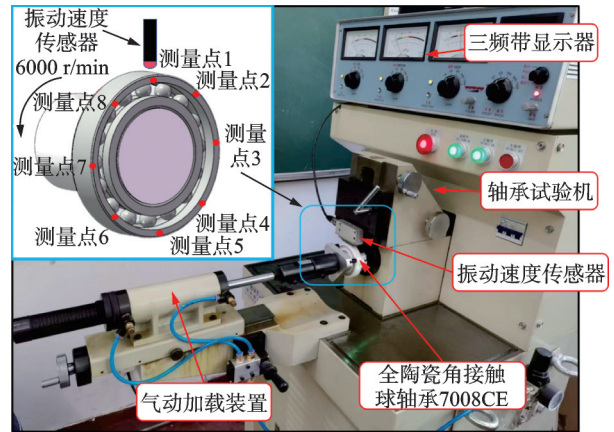


图 32 试验装置

Fig. 32 The test devices

位值作为试验结果。

选取后的试验测量轴承频域振动信号如图 33 所示。可知试验内圈的旋转频率为 100.28 Hz,仿真与试验的内圈旋转频率相差 0.29 Hz,误差为 0.29%。试验中球通过外圈的频率为 683.99 Hz,仿真与试验中球通过外圈的频率相差 2.5 Hz,误差为 0.37%。试验中球通过内圈的频率为 915.74 Hz,仿真与试验中球通过内圈的频率相差 2.75 Hz,误差为 0.3%。误差的主要来源为环境温度所造成的轴承温升与理论模型仿真之间的差异,以及轴承装配时产生的变形。模型仿真的基频与试验结果基本一致,验证了理论模型的可靠性。

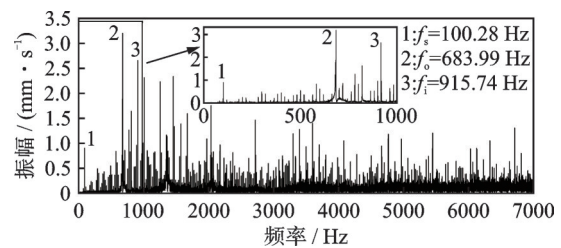


图 33 试验振动测量结果

Fig. 33 Test vibration measurement results

7 结 论

为研究受热变形影响的波纹滚道轮廓对全陶瓷轴承的打滑特性和振动特性的影响,提出一种热变形与位移激励耦合的动态波纹模型。将 Hertz 接触理论和时变位移激励进行结合,得到了时变接触刚度系数的计算方法。同时考虑时变接触刚度系数、时变位移激励以及润滑的影响,建立全陶瓷角接触球轴承的打滑动力学模型,分析了加速和匀速两种工况下,波纹等对全陶瓷轴承打滑和非线性振动特性的影响。本研究的结论如下:

(1) 转速增加造成球与滚道之间的接触刚度系数增加。在匀速工况下,随着转速增加,球自转角速度的实际值和理论值的差距越来越大。保持架的滑动率曲线的波动增加,且内圈的振动幅值增大。这表明转速的提高会加剧全陶瓷轴承的打滑情况。

(2) 波纹幅值增加会造成球与滚道之间的时变接触刚度系数增加。同时导致球与滚道的滑移速度明显下降,球自转角速度的实际值更接近理论值,内圈的振动幅值增大。这表明波纹幅值的增加可以起到抑制打滑的效果,但过大会引起内圈的异常振动。

(3) 波数越大,接触刚度系数越大。波数的增加会有效降低球与滚道的滑移速度,球自转角速度的实际值更接近理论值。波数在一倍的球个数内变化,随着波数的递增,全陶瓷轴承内圈的振动幅值增大。当波数取在球个数的整数倍附近,波数越接近整数倍,内圈的振动越不稳定。这表明波数的增加可以起到抑制打滑的效果,但过大或者接近球个数的整数倍会引起内圈的异常振动。仿真与试验主要基频的最大差值为 2.75 Hz,最大误差为 0.37%。

参考文献:

- [1] GAO S, HAN Q K, PENNACCHI P, et al. Dynamic, thermal, and vibrational analysis of ball bearings with over-skidding behavior[J]. *Friction*, 2023, 11(4): 580-601.
- [2] 韩勤楷, 褚福磊. 角接触滚动轴承打滑预测模型[J]. *振动工程学报*, 2017, 30(3): 357-366.
HAN Qinkai, CHU Fulei. A nonlinear dynamic model to predict skidding behavior of angular contact ball bearings[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2017, 30(3): 357-366.
- [3] 涂文兵, 何海斌, 罗丫, 等. 滚动轴承稳定工况下的滚动体打滑动力学分析[J]. *振动与冲击*, 2019, 38(6): 94-99.
TU Wenbing, HE Haibin, LUO Ya, et al. Dynamic skidding behavior of rolling elements under bearing steady working conditions[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2019, 38(6): 94-99.
- [4] TU W B, YU W N, SHAO Y M, et al. A nonlinear dynamic vibration model of cylindrical roller bearing considering skidding[J]. *Nonlinear Dynamics*, 2021, 103(3): 2299-2313.
- [5] LIU Y B, ZHANG Z L. Skidding research of a high-speed cylindrical roller bearing with beveled cage pockets[J]. *Industrial Lubrication and Tribology*, 2020, 72(7): 969-976.
- [6] LI J N, XUE J F, MA Z T. Study on the thermal distribution characteristics of high-speed and light-load rolling bearing considering skidding[J]. *Applied Sciences*, 2018, 8(9): 1593.
- [7] NIU L K, CAO H R, HE Z J, et al. An investigation on the occurrence of stable cage whirl motions in ball bearings based on dynamic simulations[J]. *Tribology International*, 2016, 103: 12-24.
- [8] GUPTA P K. Dynamics of rolling-element bearings; part IV: ball bearing results[J]. *Journal of Lubrication Technology*, 1979, 101(3): 319-326.
- [9] KINGSBURY E P. Torque variations in instrument ball bearings[J]. *ASLE Transactions*, 1965, 8(4): 435-441.
- [10] WANG Y L, WANG W Z, ZHANG S G, et al. Investigation of skidding in angular contact ball bearings under high speed[J]. *Tribology International*, 2015, 92: 404-417.
- [11] GAO S, CHATTERTON S, NALDI L, et al. Ball bearing skidding and over-skidding in large-scale angular contact ball bearings: nonlinear dynamic model with thermal effects and experimental results[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2021, 147: 107120.
- [12] OKTAVIANA L, TONG V C, HONG S W. Skidding analysis of angular contact ball bearing subjected to radial load and angular misalignment[J]. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2019, 33(2): 837-845.
- [13] ZHAO Y H, MA Z K, ZI Y Y. Skidding and spinning investigation for dry-lubricated angular contact ball bearing under combined loads[J]. *Friction*, 2023, 11(11): 1987-2007.
- [14] FANG B, ZHANG J H, WAN S K, et al. Determination of optimum preload considering the skidding and thermal characteristic of high-speed angular contact ball bearing[J]. *Journal of Mechanical Design*, 2018, 140(5): 053301.
- [15] GAO S, HAN Q K, ZHOU N N, et al. Experimental and theoretical approaches for determining cage motion dynamic characteristics of angular contact ball bearings considering whirling and overall skidding behaviors[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2022, 168: 108704.
- [16] 李峰, 邓四二, 张文虎. 频繁摆动工况下球轴承打滑特性研究[J]. *机械工程学报*, 2021, 57(1): 168-178.
LI Feng, DENG Sier, ZHANG Wenhui. Skidding characteristics of ball bearings withstanding a frequent oscillating condition[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2021, 57(1): 168-178.
- [17] 彭城, 曹宏瑞, 朱玉彬, 等. 三点接触球轴承打滑动力学分析与验证[J]. *机械工程学报*, 2023, 59(1): 123-130.

- PENG Cheng, CAO Hongrui, ZHU Yubin, et al. Dynamic analysis and verification on skidding behavior of three-point contact ball bearings[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2023, 59(1): 123-130.
- [18] LIU Y Q, CHEN Z G, TANG L, et al. Skidding dynamic performance of rolling bearing with cage flexibility under accelerating conditions[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2021, 150: 107257.
- [19] HAN Q K, LI X L, CHU F L. Skidding behavior of cylindrical roller bearings under time-variable load conditions[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2018, 135: 203-214.
- [20] WANG Z, CHEN S Y, WANG Z N, et al. Nonlinear dynamic characteristics of ceramic motorized spindle considering unbalanced magnetic pull and contact force effects[J]. *Journal of the Brazilian Society of Mechanical Sciences and Engineering*, 2024, 46(3): 119.
- [21] ZHANG K, WANG Z N, BAI X T, et al. Effect of preload on the dynamic characteristics of ceramic bearings based on a dynamic thermal coupling model[J]. *Advances in Mechanical Engineering*, 2020, 12(1): 1687814020903851.
- [22] THAN V T, HUANG J H. Nonlinear thermal effects on high-speed spindle bearings subjected to preload[J]. *Tribology International*, 2016, 96: 361-372.
- [23] LIU J, SHAO Y M. Vibration modelling of nonuniform surface waviness in a lubricated roller bearing[J]. *Journal of Vibration and Control*, 2017, 23(7): 1115-1132.
- [24] YU H, RAN Y, ZHANG G B, et al. A time-varying comprehensive dynamic model for the rotor system with multiple bearing faults[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2020, 488: 115650.
- [25] 刘静. 滚动轴承缺陷非线性激励机理与建模研究[D]. 重庆: 重庆大学, 2014.
- LIU Jing. Nonlinear vibration mechanisms and modeling of defects in rolling element bearings [D]. Chongqing: Chongqing University, 2014.
- [26] TU W B, WANG H, ZHANG G Y, et al. The influence of race waviness on skidding characteristics of rolling bearings[J]. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2023, 156: 104520.
- [27] 冯吉路. 数控机床主轴系统的性能可靠性及优化策略研究[D]. 沈阳: 东北大学, 2016.
- FENG Jilu. Research on performance reliability and optimization strategy for CNC machine tool spindle system [D]. Shenyang: Northeastern University, 2016.
- [28] TIAN Y, YAN C F, LIU Y F, et al. Characteristics of vibration response of ball bearing with local defect considering skidding[J]. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2023, 37(11): 5695-5711.
- [29] LIU Y Q, CHEN Z G, LI Y F, et al. Dynamic investigation and alleviative measures for the skidding phenomenon of lubricated rolling bearing under light load[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2023, 184: 109685.
- [30] PATIL M S, MATHEW J, RAJENDRAKUMAR P K, et al. A theoretical model to predict the effect of localized defect on vibrations associated with ball bearing [J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2010, 52(9): 1193-1201.
- [31] 刘国云, 曾京, 戴焕云, 等. 考虑轴箱轴承表面波纹度的高速车辆振动特性分析[J]. *机械工程学报*, 2016, 52(14): 147-156.
- LIU Guoyun, ZENG Jing, DAI Huanyun, et al. Vibration performance of high-speed vehicles under axle box bearing surface waviness[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2016, 52(14): 147-156.

第一作者: 王 展(1984—),男,博士,教授。

E-mail: juven1126@sjzu.edu.cn

通信作者: 王子男(1989—),男,博士,副教授。

E-mail: zinanwang89@sjzu.edu.cn