

# 基于 AVME-OMOMEDA 的滚动轴承复合故障诊断

刘志军<sup>1</sup>, 周俊<sup>1,2</sup>, 伍星<sup>1,2</sup>, 刘韬<sup>1,2</sup>

(1. 昆明理工大学机电工程学院, 云南昆明 650500; 2. 云南省先进装备智能制造技术重点实验室, 云南昆明 650500)

**摘要:** 传统算法难以有效分离提取共振频带重叠的轴承复合故障特征, 本文提出一种结合自适应变分模态提取 (adaptive variational mode extraction, AVME) 与优化多点最优最小熵反褶积 (optimized multipoint optimal minimum entropy deconvolution adjusted, OMOMEDA) 的自适应滚动轴承复合故障特征分离提取方法。利用 S 变换谱自相关能量谱确定 VME 参数中心频率的初始值, 提取出与故障相关的期望模态; 将期望模态进行线性叠加重构原信号, 实现对信号的降噪; 利用 OMOMEDA 从重构信号中提取周期性脉冲信号, 结合包络解调获取故障特征频率。仿真信号和试验信号验证了该方法能有效分离提取共振频带重叠的轴承复合故障特征, 并与 VMD-MCKD 等其他 4 种已有算法进行比较, 证明了所提方法的优越性。

**关键词:** 故障诊断; 滚动轴承; 自适应变分模态提取; 优化多点最优最小熵反褶积; S 变换谱自相关能量谱

**中图分类号:** TH165<sup>+</sup>.3; TP206<sup>+</sup>.3 **文献标志码:** A **DOI:** 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.202310059

## Compound fault diagnosis of rolling bearing based on AVME-OMOMEDA

LIU Zhijun<sup>1</sup>, ZHOU Jun<sup>1,2</sup>, WU Xing<sup>1,2</sup>, LIU Tao<sup>1,2</sup>

(1. Faculty of Mechanical & Electrical Engineering, Kunming University of Science & Technology, Kunming 650500, China;

2. Advanced Equipment Intelligent Manufacturing Technology of Yunnan Key Laboratory, Kunming 650500, China)

**Abstract:** Traditional algorithms are difficult to effectively separate and extract the composite fault features of bearings with overlapping resonance bands, an adaptive rolling bearing composite fault feature separation and extraction method combining adaptive variational mode extraction (AVME) and optimized multi-point optimal minimum entropy deconvolution adjusted (OMOMEDA) is proposed in this paper. The initial value of the center frequency of the VME parameter is determined by using the autocorrelation energy spectrum of S transform spectrum, and the desired modes related to the fault are extracted. Then the desired modes are linearly superimposed to reconstruct the original signal to realize the noise reduction of the signal. Extract periodic pulse signals from the reconstructed signal using OMOMEDA, and obtain fault characteristic frequencies by combining with envelope demodulation. The simulation and test signals verify that the method can effectively separate and extract the composite fault features of bearings with overlapping resonance bands. And compared with four other existing algorithms such as VMD-MCKD, the superiority of the proposed method is demonstrated.

**Keywords:** fault diagnosis; rolling bearing; adaptive variational mode extraction; optimized multipoint optimal minimum entropy deconvolution; autocorrelation energy spectrum of S transform spectrum

滚动轴承作为一种基本的机械设备零部件, 被广泛应用于工业生产制造、铁路运输和汽车工业等领域, 其是否安全稳定会直接影响整个机械设备的运行<sup>[1]</sup>。然而, 滚动轴承的实际工作状况恶劣, 易因轴承内部的点蚀、剥落、裂纹等而失效, 从而导致整个机械设备不能安全运行<sup>[2]</sup>。因此, 对滚动轴承进行故障诊断与状态监测显得尤为重要。通过传感器采集的振动信号进行故障诊断最为常见, 但轴承的故障特征往往被噪声淹没, 导致轴承故障无法被准确判断<sup>[3]</sup>, 因此学者提出了一系列算法来提取轴承的故

障特征。

DRAGOMIRETSKIY 等<sup>[4]</sup>提出变分模态分解 (variational mode decomposition, VMD), 将信号分解为一系列不同中心频率的窄带本征模态函数, 克服了局部均值分解与经验模态分解存在模态混叠、端点效应、对噪声敏感等缺点<sup>[5]</sup>。但 VMD 分解效果受其参数的影响, 分解层数过少或过多都会导致分解效果不佳; 当分解的分量较多时, 选择与故障特征相关的分量也很繁琐, 即缺乏针对性<sup>[6]</sup>。为此, NAZARI 等<sup>[7]</sup>提出了变分模态提取 (variational mode extraction,

收稿日期: 2023-10-25; 修订日期: 2023-12-29

基金项目: 国家自然科学基金资助项目 (52065030); 云南省科技厅重大专项 (202202AC080008); 云南省教育厅科学研究基金资助项目 (2023J0138); 云南省科技厅基础研究专项 (202301AT070439)

VME)方法,基于分解结果具有最小能量重叠的准则,将信号分解为期望模态和残余信号两部分。VME比VMD更具针对性,只要中心频率的初始值选择恰当,就可直接提取出信号中与故障特征相关的信息,且VME的计算量比VMD小得多<sup>[8]</sup>。但VME需预先选择中心频率的初始值,才能有效地提取出有用的信息<sup>[9]</sup>,当轴承复合故障中两个故障的共振频带重叠时,VME无法根据两个中心频率分别提取出两个故障特征,从而难以实现复合故障的分离。

MCDONALD等<sup>[10]</sup>提出的多点最优最小熵反褶积(multipoint optimal minimum entropy deconvolution adjusted, MOMEDA)可有效对故障特征的周期性脉冲进行增强,进而实现故障信息的提取。MOMEDA是对最小熵反褶积(minimum entropy deconvolution, MED)和最大相关峭度反褶积(maximum correlation kurtosis deconvolution, MCKD)改进得到的算法,克服了MED倾向于对单个冲击进行反褶积以及MCKD参数过多和重采样的问题<sup>[11]</sup>。MOMEDA的参数周期 $T$ 可通过多点峭度谱识别,当噪声比较严重导致故障特征被噪声掩盖时,多点峭度谱就难以有效识别出周期 $T$ <sup>[12]</sup>,因此需要对信号先进行降噪处理。

针对上述VME和MOMEDA的参数确定问题,本文提出一种参数自适应变分模态提取结合优化多点最优最小熵反褶积的自适应滚动轴承复合故障特征分离提取方法。首先,提出S变换谱自相关能量谱(auto-correlation energy spectrum of S transform spectrum, AESOSTS),识别出复合故障中每个故障所产生共振频带的中心频率,从而确定VME参数中心频率的初始值;然后,利用VME提取出与故障相关的期望模态,并通过将期望模态进行线性叠加得到重构信号,实现对信号的降噪;最后,通过提出的多点峭度谱反褶积谱(multipoint kurtosis harmonic product spectrum, MKHPS)自适应确定故障周期 $T$ ,以定步长搜索法确定最优滤波器长度 $L$ ,利用OMOMEDA分离提取出故障特征的周期性脉冲,并通过包络解调得到各个故障频率,从而实现对复合故障信号的特征分离和提取。本文通过仿真信号和实测信号证明了所提方法的有效性。在试验中,将AVME降噪与VMD降噪和带通滤波降噪在降噪能力上进行了比较。同时,也将本文方法与递归变分模态提取(recursive variational mode extraction, RVME)、特征模态分解(feature mode decomposition, FMD)、最大二阶循环平稳盲反褶积(maximum second-order cyclostationarity blind deconvolution, CYCBD)、VMD-MCKD方法进行了对比分析,其中对比算法选择了信号分解算法和解卷积方法各两种,重点比较了效果和时间成本等方面的表现。

## 1 VME基础理论

VME具有与VMD相似的数学基础。VMD无针对性地将信号分解为多个模态,而VME只提取特定的模态,从而降低了计算成本。在VME算法中,假设原始信号 $s(t)$ 被分解为两部分:

$$s(t) = u_d(t) + s_r(t) \quad (1)$$

式中, $u_d(t)$ 表示期望模态; $s_r(t)$ 为残余信号。

VME基于以下两个准则:

(1)期望模态 $u_d(t)$ 应集中在其中心频率附近,可以通过最小化下式的目标函数来实现:

$$J_1 = \left\| \partial_t \left[ \left( \delta(t) + \frac{j}{\pi t} \right) * u_d(t) \right] e^{-j\omega_d t} \right\|_2^2 \quad (2)$$

式中, $\partial_t(\cdot)$ 表示对 $t$ 求偏导数; $\delta(t)$ 为狄利克雷函数;“\*”表示卷积运算; $\omega_d$ 为中心频率。

(2) $s_r(t)$ 和 $u_d(t)$ 之间的谱重叠要尽量小。在期望模态 $u_d(t)$ 的中心频率处,残余信号 $s_r(t)$ 的能量应该为零。因此,需通过时域滤波器 $\beta(t)$ 对 $s_r(t)$ 进行滤波,并最小化下式的目标函数实现 $s_r(t)$ 和 $u_d(t)$ 之间的谱重叠尽量小:

$$J_2 = \|\beta(t) * s_r(t)\|_2^2 \quad (3)$$

$$\hat{\beta}(\omega) = \frac{1}{\alpha(\omega - \omega_d)^2} \quad (4)$$

式中, $\omega$ 为频域尺度参数; $\hat{\beta}(\omega)$ 为时域滤波器 $\beta(t)$ 对应的频域滤波器。可以看出,该滤波器对于接近中心频率 $\omega_d$ 的成分更敏感,越远离 $\omega_d$ 的成分越被抑制。

VME所提取的模态应满足式(1)所示的重构条件。因此,通过下式最小化约束即可解决期望模态的检测问题:

$$\begin{cases} \min_{u_d, \omega_d, s_r} \{\alpha J_1 + J_2\} \\ \text{s.t. } u_d(t) + s_r(t) = s(t) \end{cases} \quad (5)$$

式中, $\alpha$ 为惩罚因子,用于平衡 $J_1$ 与 $J_2$ 。

为了将式(5)所示的约束优化问题转换成一个无约束优化问题,通过引入拉格朗日乘子 $\lambda(t)$ 及二次惩罚项,并利用Parseval定理将增广拉格朗日函数中的 $\omega$ 替换为 $\omega - \omega_d$ ,可得到以下形式:

$$\begin{aligned} L(u_d, \omega_d, s_r, \lambda) = & \alpha \left\| j(\omega - \omega_d) [1 + \text{sgn}(\omega)] \hat{u}_d(\omega) \right\|_2^2 + \\ & \left\| \hat{\beta}(\omega) \hat{s}_r(\omega) \right\|_2^2 + \left\| \hat{s}(\omega) - [\hat{u}_d(\omega) + \hat{s}_r(\omega)] \right\|_2^2 + \\ & \left\langle \hat{\lambda}(\omega), \hat{s}(\omega) - [\hat{u}_d(\omega) + \hat{s}_r(\omega)] \right\rangle \end{aligned} \quad (6)$$

式中, $\hat{\lambda}(\omega)$ 、 $\hat{u}_d(\omega)$ 和 $\hat{s}_r(\omega)$ 分别为拉格朗日乘子 $\lambda(t)$ 、期望模态 $u_d(t)$ 和残余信号 $s_r(t)$ 的傅里叶变换; $\text{sgn}(\cdot)$ 为符号函数。

利用交替方向乘子法最小化式(6),可得到 $\hat{u}_d$ 、 $\omega_d$ 的更新公式:

$$\hat{u}_d^{n+1}(\omega) = \frac{\hat{s}(\omega) + \alpha^2(\omega - \omega_d^n)^4 \hat{u}_d^n(\omega) + \frac{\hat{\lambda}(\omega)}{2}}{\left[1 + \alpha^2(\omega - \omega_d^n)^4\right] \left[1 + 2\alpha(\omega - \omega_d^n)^2\right]} \quad (7)$$

$$\omega_d^{n+1} = \frac{\int_0^\infty \omega |\hat{u}_d^{n+1}(\omega)|^2 d\omega}{\int_0^\infty |\hat{u}_d^{n+1}(\omega)|^2 d\omega} \quad (8)$$

式中,  $n$  为迭代次数。在每次迭代中, 拉格朗日乘子  $\hat{\lambda}(\omega)$  通过下式更新, 这个过程被称为对偶上升过程:

$$\hat{\lambda}^{n+1}(\omega) = \hat{\lambda}^n(\omega) + \tau \{\hat{s}(\omega) - [\hat{u}_d(\omega) + \hat{s}_r^n(\omega)]\} \quad (9)$$

式中,  $\tau$  为  $\hat{\lambda}(\omega)$  的更新步长。

根据上述分析, VME 的算法流程如下:

步骤 1: 初始化  $\hat{u}_d^1$ 、 $\hat{\lambda}^1$ 、 $\omega_d^1$ , 迭代次数  $n = 1$ ;

步骤 2:  $n = n + 1$ , 算法开始执行循环;

步骤 3: 对于所有的  $\omega \geq 0$ , 根据式(7)更新  $\hat{u}_d$ , 然后根据式(8)更新  $\omega_d$ ;

步骤 4: 对偶上升过程, 根据式(9)更新  $\hat{\lambda}$ ;

步骤 5: 不断执行步骤 2~4, 直至满足迭代终止条件:

$$\frac{\|\hat{u}_d^{n+1} - \hat{u}_d^n\|_2^2}{\|\hat{u}_d^n\|_2^2} < \varepsilon \quad (10)$$

式中,  $\varepsilon$  为迭代精度。

根据以上分析, 中心频率  $\omega_d$  的初始值是 VME 的关键输入参数。当预设的中心频率越接近期望模态的真实中心频率时, VME 的分离精度越高, 因此, 能否准确地预设  $\omega_d$  是 VME 算法能否有效执行的关键。

## 2 MOMEDA 算法

设  $\mathbf{x}$  为传感器采集到的振动信号, 可表示为:

$$\mathbf{x} = \mathbf{h} * \mathbf{y} + \mathbf{e} \quad (11)$$

式中,  $\mathbf{h}$  为传递函数;  $\mathbf{y}$  为轴承故障产生的脉冲序列;  $\mathbf{e}$  为噪声干扰。

MOMEDA 算法的主要目的是通过非迭代的方法提取连续的周期性脉冲序列, 具体来说, 就是通过寻求一个滤波器参数为  $\mathbf{f}$  的最优 FIR 滤波器, 从系统输出的振动信号  $\mathbf{x}$  中尽可能地恢复原始脉冲序列  $\mathbf{y}$ :

$$\mathbf{y} = \mathbf{f} * \mathbf{x} = \sum_{k=1}^{N-L} f_k x_{k+L-1} \quad (12)$$

其中,  $k = 1, 2, \dots, N-L$ ,  $N$  和  $L$  分别为  $\mathbf{x}$  和  $\mathbf{f}$  的长度。

MOMEDA 算法引入了多点 D-范数 (multi D-norm, MDN)<sup>[10]</sup>, 其定义为:

$$MDN(\mathbf{y}, \mathbf{t}) = \frac{1}{\|\mathbf{t}\| \|\mathbf{y}\|} \mathbf{t}^T \mathbf{y} \quad (13)$$

式中,  $\mathbf{t}$  为用于确定目标冲击脉冲的位置和权重的向量,  $\mathbf{t} = [t_1, t_2, \dots, t_{N-L}]$ 。

当  $\mathbf{t}$  与  $\mathbf{y}$  达到一致时, MOMEDA 解卷积效果最佳, 此时, MDN 取得最大值。因此, 将寻找最优滤波器的问题转化为计算 MDN 的最大值:

$$MOMEDA \rightarrow \max_f \{MDN(\mathbf{y}, \mathbf{t})\} = \max_f \left\{ \frac{\mathbf{t}^T \mathbf{y}}{\|\mathbf{y}\|} \right\} \quad (14)$$

求解式(14)所示的最大化问题可通过对滤波器系数  $\mathbf{f}$  求导数解决:

$$\frac{d}{d\mathbf{f}} \left( \frac{\mathbf{t}^T \mathbf{y}}{\|\mathbf{y}\|} \right) = \frac{d}{d\mathbf{f}} \left( \frac{t_1 y_1}{\|\mathbf{y}\|} \right) + \frac{d}{d\mathbf{f}} \left( \frac{t_2 y_2}{\|\mathbf{y}\|} \right) + \dots + \frac{d}{d\mathbf{f}} \left( \frac{t_{N-L} y_{N-L}}{\|\mathbf{y}\|} \right) = \mathbf{0} \quad (15)$$

根据文献[10]可以得到:

$$\frac{d}{d\mathbf{f}} \left( \frac{t_k y_k}{\|\mathbf{y}\|} \right) = \|\mathbf{y}\|^{-1} t_k \mathbf{M}_k - \|\mathbf{y}\|^{-3} t_k y_k \mathbf{X}_0 \mathbf{y} \quad (16)$$

式中,

$$\mathbf{M}_k = \begin{bmatrix} x_{k+L-1} \\ x_{k+L-2} \\ \vdots \\ x_k \end{bmatrix}。$$

结合式(15)和(16), 得到:

$$\frac{d}{d\mathbf{f}} \left( \frac{\mathbf{t}^T \mathbf{y}}{\|\mathbf{y}\|} \right) = \|\mathbf{y}\|^{-1} (t_1 \mathbf{M}_1 + t_2 \mathbf{M}_2 + \dots + t_{N-L} \mathbf{M}_{N-L}) - \|\mathbf{y}\|^{-3} \mathbf{t}^T \mathbf{y} \mathbf{X}_0 \mathbf{y} = \mathbf{0} \quad (17)$$

令  $\mathbf{X}_0 = [\mathbf{M}_1, \mathbf{M}_2, \dots, \mathbf{M}_{N-L}]$ , 式(17)可化简为:

$$\|\mathbf{y}\|^{-1} \mathbf{X}_0 \mathbf{t} - \|\mathbf{y}\|^{-3} \mathbf{t}^T \mathbf{y} \mathbf{X}_0 \mathbf{y} = \mathbf{0} \quad (18)$$

由于  $\mathbf{y} = \mathbf{X}_0^T \mathbf{f}$ , 并且假设  $(\mathbf{X}_0 \mathbf{X}_0^T)^{-1}$  存在, 得:

$$\frac{\mathbf{t}^T \mathbf{y}}{\|\mathbf{y}\|^2} \mathbf{f} = (\mathbf{X}_0 \mathbf{X}_0^T)^{-1} \mathbf{X}_0 \mathbf{t} \quad (19)$$

取式(19)的特解  $\mathbf{f}$  为一组最优滤波器, 即 MOMEDA 问题的解:

$$\mathbf{f} = (\mathbf{X}_0 \mathbf{X}_0^T)^{-1} \mathbf{X}_0 \mathbf{t} \quad (20)$$

通过将式(20)代入  $\mathbf{y} = \mathbf{X}_0^T \mathbf{f}$  中, 可以最大程度地还原出原始的脉冲序列  $\mathbf{y}$ 。

## 3 基于 AVME-OMOMEDA 的故障诊断方法

### 3.1 AVME 降噪

S 变换将一维时域信号转换为二维时-频域信号。具体来说, 由给定的一个时域信号  $x(t)$ , 通过 S 变换将其表示到时-频域上的连续形式为<sup>[13]</sup>:

$$S(\tau, f) = \int_{-\infty}^{\infty} x(t) \frac{|f|}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(\tau - t)^2 f^2}{2}} e^{-i2\pi f t} dt \quad (21)$$

式中,  $\tau$  控制高斯窗的位置;  $f$  为频率。

由式(21)可知, S 变换是一种频率分辨率变化的时频分析方法, 高斯窗的窗长与频率成反比, 导致 S 变换的频率分辨率在信号的低频段较高, 时间分辨率在信号的高频段较高。因此, S 变换对于高频冲击成分尤为敏感, 适用于在滚动轴承出现故障时, 对其产生的周期高频冲击特征进行提取。

为了方便计算,通过离散化,得到S变换的离散形式,可表示为:

$$\begin{cases} S\left[n_3 T_s, \frac{n_1}{N_1 T_s}\right] = H\left(\frac{n_2 + n_1}{N_1 T_s}\right) e^{-2\left(\frac{n_2}{n_1}\right)^2} e^{\frac{i 2 \pi n_2 n_3}{N_1}}, n_1 \neq 0 \\ S\left[n_3 T_s, 0\right] = \frac{1}{N_1} h\left(\frac{n_2}{N_1 T_s}\right), n_1 = 0 \end{cases} \quad (22)$$

式中,  $H(f) = \text{FFT}[h(t)]$ ;  $T_s$ 为采样间隔;  $N_1$ 为采样点个数;  $n_1, n_2, n_3 = 0, 1, \dots, N_1 - 1$ 。

由于S变换谱是三维图,无法直观准确地揭示故障信息所处的频段,本文通过对S变换谱沿频域进行划分,将三维的S变换谱转化为更直观的二维图,即S变换谱自相关能量谱。具体步骤如下:

(1)计算振动信号的S变换谱;

(2)对S变换谱沿频域进行切片;

(3)在每个切片中,分别计算每个频率下S变换谱强度自相关函数的能量值,最后计算每个频率所得到能量值的均值,得到该切片的自相关能量值 (autocorrelation energy value, AEV);

(4)计算出每个切片的自相关能量值后,通过三次样条插值包络,绘制出振动信号的S变换谱自相关能量谱。

由式(22)所示的S变换谱离散形式,假设切片数为  $P$ ,则每个切片包含  $N_1/P$ 个频率,第一个切片的AEV如下式所示,余下切片以此类推, AESOSTS的绘制过程如图1所示。

$$\begin{aligned} AEV &= \frac{P}{N_1} \sum_{n_1=1}^{N_1/P} \int \left[ r_s\left(\theta, \frac{n_1}{N_1 T_s}\right) \right]^2 d\theta \cdot r_s\left(\theta, \frac{n_1}{N_1 T_s}\right) = \\ &= \frac{1}{N_1} \sum_{n_3=0}^{N_1-1} S\left[n_3 T_s, \frac{n_1}{N_1 T_s}\right] S\left[(n_3 + \theta) T_s, \frac{n_1}{N_1 T_s}\right] \end{aligned} \quad (23)$$

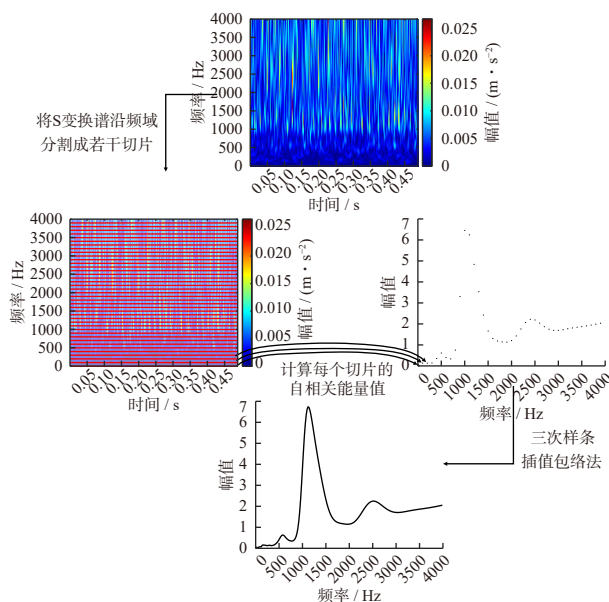


图1 AESOSTS的绘制过程

Fig. 1 The drawing process of AESOSTS

式中,  $r_s\left(\theta, \frac{n_1}{N_1 T_s}\right)$ 为S变换谱强度自相关函数的离散形式;  $\theta$ 控制延迟时间。

若滚动轴承发生故障,在S变换谱上会表现为周期性冲击,为了减少非周期性冲击的影响,本文将自相关函数引入S变换谱,提出了AESOSTS。从图1中可以看出, AESOSTS使信号高频处的非周期性冲击被抑制,能够有效识别出故障所产生共振频带的频率范围,准确指示出共振频带的中心频率。以AESOSTS指示的中心频率作为VME中心频率  $\omega_d$ 的初始值,可提取出所有与故障相关的期望模态,再将这些期望模态进行线性叠加重构出原信号,以实现原信号的降噪。

### 3.2 基于多点峭度谐波积谱优化MOMEDA参数

MOMEDA是处理轴承故障信号的有利工具,可以通过寻求最优滤波器恢复轴承故障时产生的周期性冲击,而滤波效果受到解卷积周期  $T$ 和滤波器长度  $L$ 两个参数的限制。

多点峭度谱是确定解卷积周期最常见的方法,给定信号  $y(t)$ 的多点峭度谱计算方法如下式所示:

$$MKurt = \frac{\left(\sum_{n=1}^{N-L} t_n^2\right)^2 \sum_{n=1}^{N-L} (t_n y_n)^4}{\sum_{n=1}^{N-L} t_n^8 \left(\sum_{n=1}^{N-L} y_n^2\right)^2} \quad (24)$$

若滚动轴承发生故障,多点峭度谱的  $0.25T$ 、 $0.5T$ 、 $T$ 、 $1.5T$ 、 $2T$ 等处出现明显峰值,且故障周期的倍数谱线越多,越有说服力,具体可参考文献[10]。

由于多点峭度谱需人为观察故障周期,无法实现自适应,且故障周期在多点峭度谱上有谐波特性,本文通过引入谐波积谱,提出了多点峭度谐波积谱,可抑制谐波少和幅值低的周期成分,计算方法如下式所示:

$$\begin{aligned} MKHP(T) &= MKurt(T/4) * MKurt(T/3) * \\ &= MKurt(T/2) * MKurt(T) * \\ &= MKurt((3T)/2) * MKurt(2T) \end{aligned} \quad (25)$$

通过峰值拾取法拾取多点峭度谐波积谱上前几个峰值(峰值拾取数量与故障数相同),可实现自适应确定MOMEDA的解卷积周期  $T$ 。

确定解卷积周期  $T$ 后,由于滤波器长度  $L$ 越长, MOMEDA的效果越好,但运行时间  $t_m$ 也越长。因此,为了平衡MOMEDA的效果和时间,本文结合文献[14]提出的用于评价信号周期性冲击的指标EIC,提出了EICT指标,如下式所示:

$$EICT = \frac{(EIC / \max\{EIC\})^2}{(t_m / \max\{t_m\})^{1/2}} \quad (26)$$

然后以EICT为目标函数,参考文献[15]提出的滤波器长度选取区间,本文以10为步长,在[400, 2000]区

间内利用定步长搜索法搜索最优滤波器长度  $L$ 。由此可见, OMOMEDA 具有自适应性。

### 3.3 算法步骤与流程

图 2 为 AVME-OMOMEDA 方法的流程图, 其步骤如下:

- (1) 传感器采集滚动轴承的振动信号;
- (2) 绘制该信号的 S 变换谱自相关能量谱, 并确定故障所产生共振频带的中心频率;
- (3) 以步骤(2)提取的中心频率作为  $\omega_d$  的初始值分别对信号进行 VME;
- (4) 将 VME 得到的若干个期望模态进行线性叠加, 重构出原信号, 实现对原信号的降噪;
- (5) 利用峰值拾取法从多点峭度谐波积谱上自适应确定解卷积周期  $T$ , 通过定步长搜索法确定滤波器长度  $L$ , 对重构信号进行 MOMEDA 解卷积;
- (6) 对 OMOMEDA 分析后的信号进行包络解调, 得到轴承的各个故障特征频率。

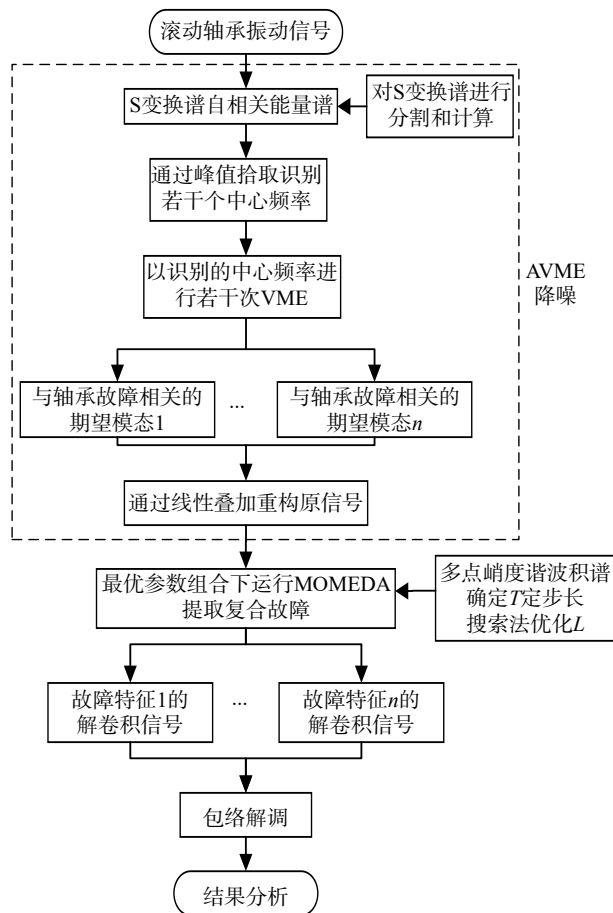


图 2 AVME-OMOMEDA 方法流程图

Fig. 2 Flowchart of AVME-OMOMEDA method

## 4 仿真信号分析

考虑到滚动轴承实际运行中受诸多干扰信号的

影响, 构建以下数学模型仿真轴承故障信号用于验证本文所提方法的可行性<sup>[16]</sup>:

$$y(t) = \underbrace{\sum_{i=1}^I A_i \sin(2\pi f_i t) h_i(t - iT_a - \gamma_i)}_{\text{内圈故障}} + \underbrace{\sum_{j=1}^J B_j h_j(t - jT_b - \gamma_j)}_{\text{外圈故障}} + \underbrace{\sum_{k=1}^K C_k \sin(2\pi f_k t + \phi_k)}_{\text{谐波干扰}} + \underbrace{\sum_{r=1}^R D_r h_r(t - rT_d)}_{\text{随机冲击}} + \underbrace{n(t)}_{\text{噪声}} \quad (27)$$

式中,  $f_i$  为转频, 设置为 15 Hz;  $T_a$ 、 $T_b$ 、 $T_d$  表示故障冲击的重复周期, 分别取为 1/97、1/65、1/20;  $\gamma$  表示滚子随机滑移的影响, 其值分别在  $[0.01T, 0.02T]$  的对应区间内随机选取;  $A$  和  $B$  分别为用于控制内、外圈故障信号的幅值, 均取为 2;  $C_k$  为用于控制谐波干扰的幅值,  $C_1 = C_2 = 1$ ;  $f_k$  表示第  $k$  个谐波分量的频率,  $f_1 = 20$  Hz,  $f_2 = 40$  Hz;  $\phi_k$  为初相位,  $\phi_1 = \pi/6$ ,  $\phi_2 = -\pi/3$ ;  $D_r$  为用于控制随机冲击信号的幅值, 其值在  $[1.5, 2]$  区间内随机选取; 噪声  $n(t)$  为信噪比为 -15 dB 的高斯白噪声;  $I$ 、 $J$ 、 $K$ 、 $R$  分别为故障仿真信号各成分的长度, 均取为 8192 个点;  $h(t)$  表示旋转机械系统的冲击响应函数, 其表达式为:

$$h(t) = e^{-\beta t} \cos(2\pi f_n t + \phi) \quad (28)$$

式中,  $\beta$  为结构阻尼系数, 取为 500;  $\phi$  为相位;  $f_n$  为固有频率, 内圈失效、外圈失效和随机冲击的固有频率分别为 1400、1500 和 2500 Hz。

此处为了验证 VME 无法分离共振频带有重叠的内、外圈故障和本文所提方法的有效性, 将内、外圈失效的固有频率设置为接近值。

利用该模型产生内、外圈复合故障仿真信号, 采样频率为 8192 Hz, 采样点数为 8192。图 3 为组成复合故障仿真信号各成分的时域图, 图 3(a)~(e) 依次为内圈故障信号、外圈故障信号、谐波干扰信号、随机冲击信号和高斯白噪声。图 4 为复合故障仿真信号的时域图及包络谱。从图 4(a) 时域图中可以看出, 复合故障仿真信号杂乱无章, 噪声干扰严重, 且受到谐波干扰的调制严重; 图 4(b) 包络谱中, 由于干扰信号的影响, 故障特征信息完全被掩盖, 因此需要对信号进行处理以分离和提取出各个故障特征频率。

利用本文方法对复合故障仿真信号进行分析。绘制该信号的 AESOSTS, 如图 5 所示, 由于内、外圈故障的共振频带重叠严重, 因此只识别出一个中心频率 1463 Hz。以  $2\pi \times 1463$  rad/s 为中心频率  $\omega_d$  的初始值进行 VME, 提取出期望模态并重构原信号, 图 6 为重构信号的时域图及包络谱。图 6(a) 时域图显

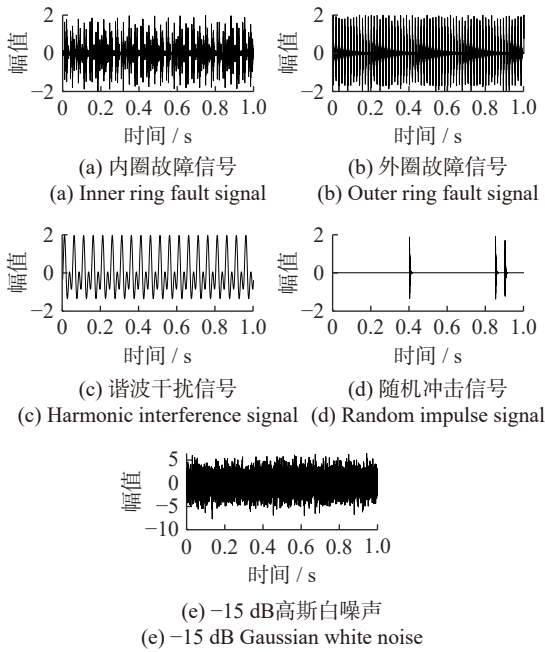


图 3 复合故障仿真信号各成分的时域图

Fig. 3 Time-domain diagrams of each component of compound fault simulation signal

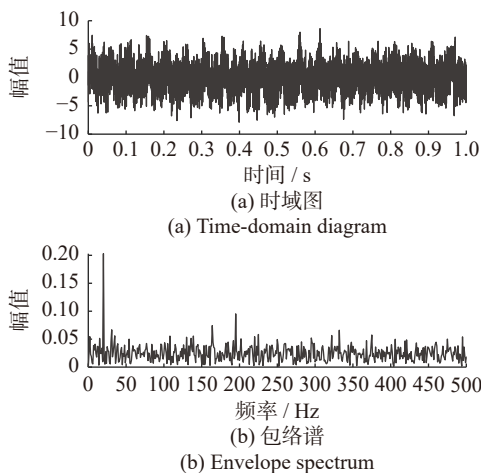


图 4 复合故障仿真信号的时域图及包络谱

Fig. 4 Time-domain diagram and envelope spectrum of compound fault simulation signal

示, AVME 降噪后噪声成分明显被抑制; 图 6(b) 包络谱中故障特征频率处的幅值明显上升, 且谐波成分等干扰信号也被抑制, 包络谱上可同时看到内、外圈故障频率, 这印证了 VME 无法分离共振频带重叠的复合故障。

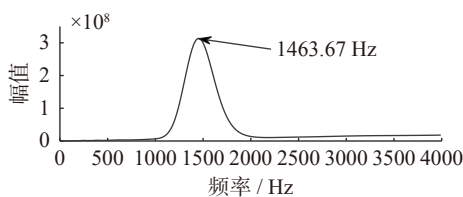


图 5 复合故障仿真信号的 AESOSTS

Fig. 5 AESOSTS of compound fault simulation signal

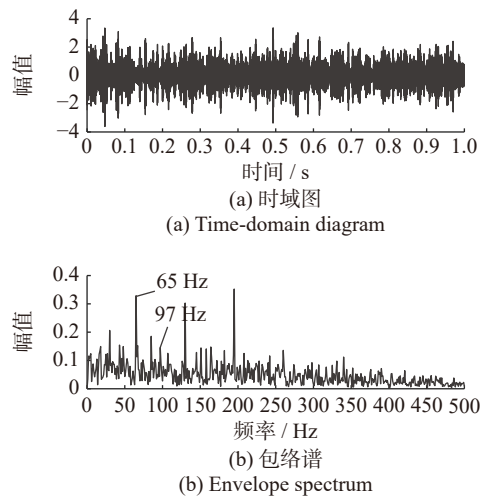


图 6 重构信号的时域图及包络谱

Fig. 6 Time-domain diagram and envelope spectrum of reconstructed signal

从图 7(a) 多点峭度谱上看, 在周期  $T$  分别为 126 及其 0.5 倍、2 倍处峰值突出, 结合故障周期理论值, 可确定该周期为外圈故障周期, 但无法识别内圈故障周期; 在图 7(b) 多点峭度谐波积谱中, 通过拾取前两个峰值 84 和 126, 分别对应内圈和外圈故障周期, 这表明当背景噪声较大导致多点峭度谱失效时, 本文提出的多点峭度谐波积谱仍然能有效自适应识别故障周期  $T$ 。基于以上分析, 复合故障中有两个不同的故障周期 84 和 126, 利用定步长搜索法确定最优滤波器长度  $L$ , 得到最优参数组合分别为 [84, 1870] 和 [126, 1760], 据此对重构信号进行 MOMEDA 分析。

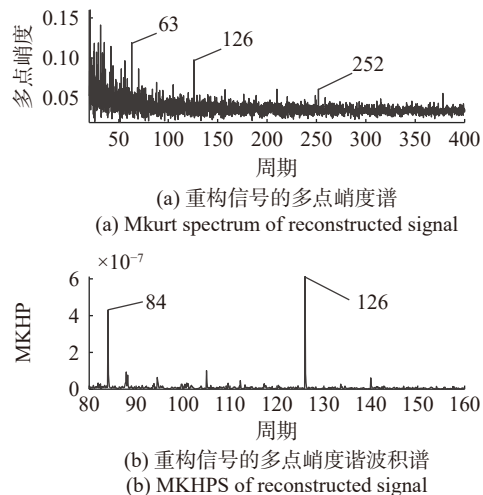


图 7 重构信号的多点峭度谱和多点峭度谐波积谱

Fig. 7 Mkurt spectrum and MKHPS of reconstructed signal

图 8(a) 和 (b) 分别为内圈和外圈故障解卷积信号的包络谱。图 8 中内、外圈故障频率和其倍频处谱线明显突出, 噪声干扰成分较少。因此, 运用本文方法可有效分离提取复合故障仿真信号中的内、外圈故障特征频率。

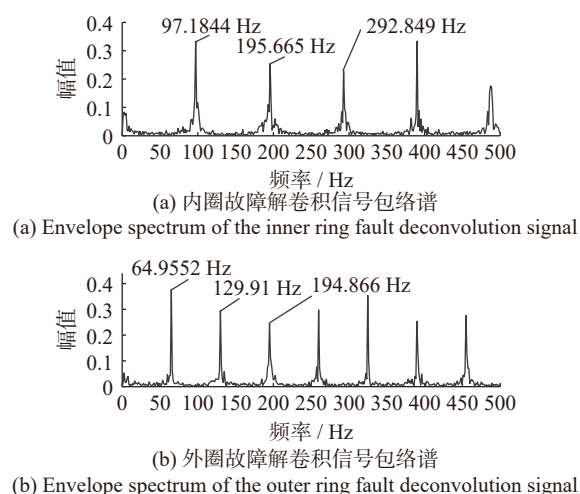


图 8 仿真信号经 AVME-OMOMEDA 分析的包络谱

Fig. 8 Envelope spectrum of simulated signal analyzed by AVME-OMOMEDA

## 5 试验信号分析

试验数据来自实际环境下运行的 QPZZ-II 旋转机械振动及故障模拟试验台, 试验台主要由轴承、驱动电机、轴、齿轮箱、调速器和偏重转盘等部分组成。轴承的故障缺陷由电火花线切割加工得到, 故障缺陷尺寸为  $1.5\text{ mm} \times 0.5\text{ mm} \times 0.5\text{ mm}$ 。轴承型号为 NU205, 其相关参数如表 1 所示。根据轴承相关参数可计算理论故障特征频率, 当设置转速为  $800\text{ r/min}$  时, 转频为  $13.33\text{ Hz}$ , 内圈故障频率为  $95.38\text{ Hz}$ , 外圈故障频率为  $64.61\text{ Hz}$ 。

表 1 NU205 故障轴承的相关参数

Tab. 1 Relevant parameters of NU205 faulty bearing

节圆直径/mm	滚动体直径/mm	滚动体个数	接触角/(°)	内圈直径/mm	外圈直径/mm
39	7.5	12	0	25	52

数据采集系统由 NI Signal Express 采集模块、两个加速度传感器和 NI-9234 四通道采集卡组成, 两个加速度传感器分别安装在轴承座的水平和垂直方向上。本试验设置的采样频率  $f_s=8192\text{ Hz}$ , 采样点数  $N=8192$ , 即  $1\text{ s}$ 。图 9 显示了试验台结构及加速度传感器布置位置。本次试验分析的数据来自位于垂直方向上加速度传感器 1 采集到的振动信号, 轴承的故障类型为内、外圈复合故障。

由于故障缺陷尺寸较大, 因此对传感器采集到的信号加入  $-8\text{ dB}$  的高斯白噪声。图 10 为加噪后滚动轴承复合故障信号的时域图及包络谱。图 10(a) 时域图显示, 轴承复合故障信号杂乱无章, 冲击成分被背景噪声掩盖; 从图 10(b) 包络谱中可以看出, 虽然能提取出外圈故障频率  $65\text{ Hz}$ , 但内圈故障频率  $95\text{ Hz}$  完全被背景噪声掩盖 ( $65\text{ Hz}$  右侧峰值为  $90\text{ Hz}$

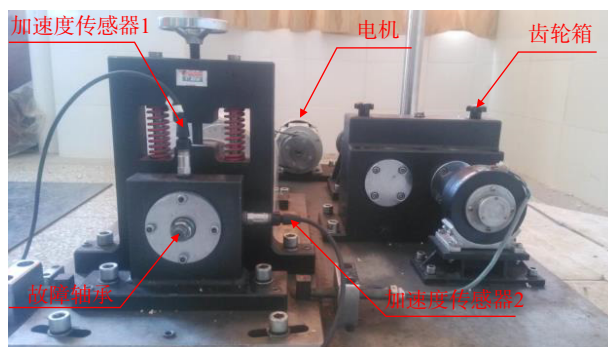


图 9 故障模拟试验台及传感器布置图

Fig. 9 Fault simulation test bench and layout diagram of sensors

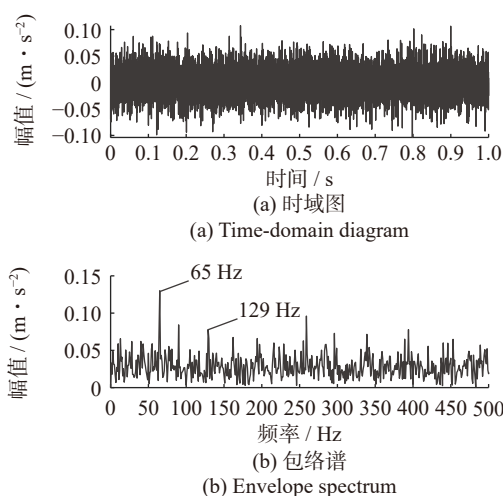


图 10 复合故障信号的时域图及包络谱

Fig. 10 Time-domain diagram and envelope spectrum of compound fault signal

并非内圈故障频率), 因此需要对该信号进行故障特征分离和提取。

利用本文方法对轴承复合故障信号进行分析。首先, 绘制该信号的 AESOSTS, 如图 11 所示, 可识别出两个中心频率分别为  $1122$  和  $2526\text{ Hz}$ ; 然后分别以  $2\pi \times 1122$  和  $2\pi \times 2526\text{ rad/s}$  为中心频率  $\omega_d$  的初始值, 通过 VME 提取该信号中与故障相关的期望模态。VME 提取的两个期望模态的时域图及包络谱如图 12 和 13 所示。虽然期望模态 1 只包含外圈故障频率  $65\text{ Hz}$ , 但期望模态 2 同时包含内圈故障频率  $65\text{ Hz}$  以及外圈故障频率  $95\text{ Hz}$  的两个边频 ( $82$  和  $108\text{ Hz}$ ), 结合两个中心频率的位置和信号频谱, 该信号的内、外圈共振频带部分重叠。因此, 这进一步验证了 VME 无法分离共振频带重叠的轴承复合故障。

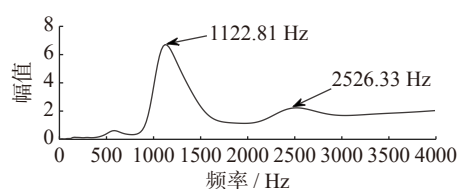


图 11 复合故障信号的 AESOSTS

Fig. 11 AESOSTS of compound fault signal

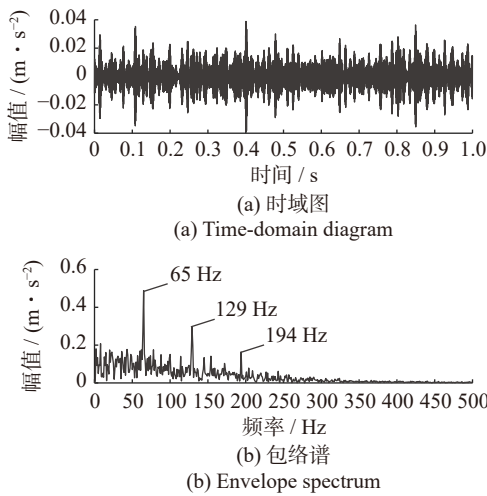


图 12 期望模态 1 的时域图及包络谱(初始  $\omega_d = 2\pi \times 1122 \text{ rad/s}$ )  
 Fig. 12 Time-domain diagram and envelope spectrum of expected mode 1(initial  $\omega_d = 2\pi \times 1122 \text{ rad/s}$ )

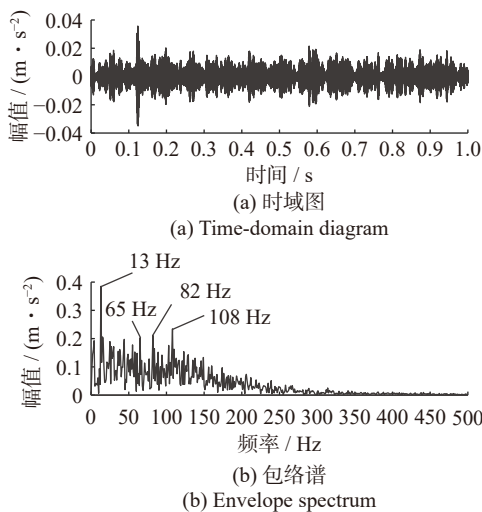


图 13 期望模态 2 的时域图及包络谱(初始  $\omega_d = 2\pi \times 2526 \text{ rad/s}$ )  
 Fig. 13 Time-domain diagram and envelope spectrum of expected mode 2(initial  $\omega_d = 2\pi \times 2526 \text{ rad/s}$ )

根据本文方法将 VME 得到的两个期望模态进行线性叠加, 重构出原信号, 以实现信号的降噪, 图 14 为重构信号的时域图及包络谱。图 14(a) 时域图显示, 重构信号的背景噪声明显减少, 且冲击成分也更加突出; 从图 14(b) 包络谱上可以看出, AVME 降噪明显滤除了很多与故障诊断无关的频率成分, 且外圈故障特征频率的谱线明显上升。

从图 15 重构信号的多点峭度谱上看, 外圈故障故障周期 126.8 难以被识别, 而内圈故障周期已完全被噪声掩盖, 这表明多点峭度谱已在强噪声干扰下失效。因此, 本文为验证 AVME 降噪的有效性, 将降噪前、后信号的多点峭度谐波积谱进行对比分析, 分别如图 16 和 17 所示。图 16 显示, 在周期为 84.4、112.2、118、126.8 处峰值较为突出, 结合故障周期的理论值, 84.4 和 126.8 分别对应内圈和外圈故障周期, 但 112.2 和 118 处的峰值均比 126.8 处高, 峰值

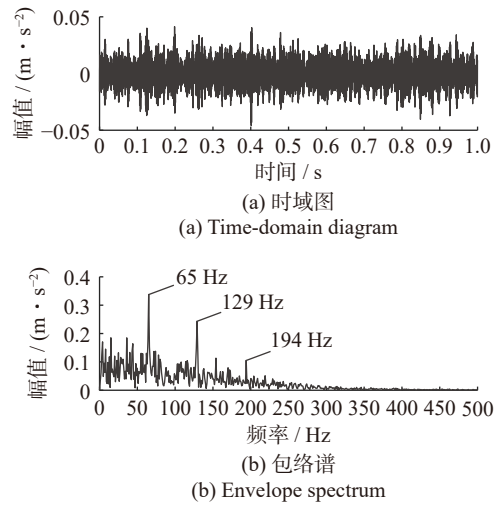


图 14 重构信号的时域图及包络谱  
 Fig. 14 Time-domain diagram and envelope spectrum of reconstructed signal

拾取法难以拾取到外圈故障周期 128.6, 反而拾取到错误的故障周期导致误诊。图 17 中, 原信号经过 AVME 降噪后, 与故障无关的谱线 112.2 和 118 被有效抑制, 同时使内、外圈故障周期对应的谱线 84.4 和 126.8 均有所突出, 通过峰值拾取法可轻易拾取内、外圈故障周期。因此, AVME 降噪可有效抑制与轴承故障无关的成分, 使故障周期所在谱线突出, 便于识别轴承的故障周期。

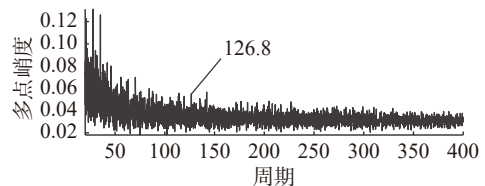


图 15 重构信号的多点峭度谱  
 Fig. 15 Mkurt spectrum of reconstructed signal

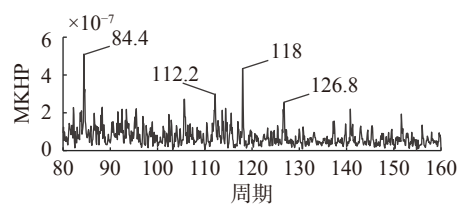


图 16 原信号的多点峭度谐波积谱  
 Fig. 16 MKHPS of original signal

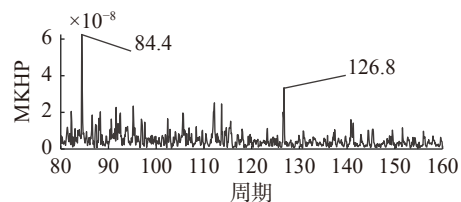


图 17 重构信号的多点峭度谐波积谱  
 Fig. 17 MKHPS of reconstructed signal

由于 AVME 降噪中识别出两个中心频率, 因此

拾取重构信号的多点峭度谱谐波积谱上前两个峰值 84.8 和 126.8, 分别对应内圈和外圈故障周期, 然后以 EICT 为目标函数, 通过定步长搜索法优化 MOMEDA 滤波器长度  $L$ , 图 18 为两个故障周期对应的滤波器长度优化示意图。基于以上优化结果, 可自适应得到两组最优参数组合分别为 [84.4, 1800] 和 [126.8, 1500], 据此对重构信号进行 MOMEDA 解卷积。

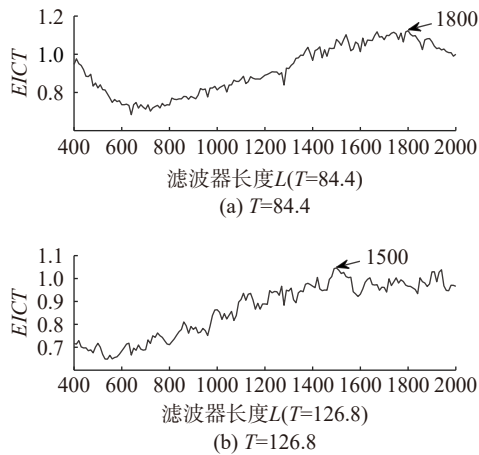


图 18 MOMEDA 滤波器长度优化示意图

Fig. 18 Optimization schematic diagram of MOMEDA filter length

图 19(a) 和 (b) 分别为内圈和外圈故障解卷积信号的包络谱。图 19 中轴承故障的故障频率和其倍频谱线处均出现较为明显的峰值, 且内、外圈故障特征被成功分离, 背景噪声被抑制。由此可知, 利用本文方法可实现对轴承复合故障信号中内、外圈故障特征频率的分离提取。

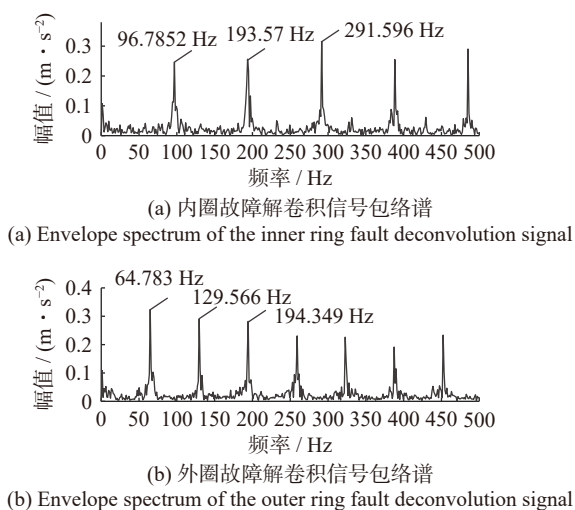


图 19 试验信号经 AVME-OMOMEDA 分析的包络谱

Fig. 19 Envelope spectrum of experimental signal analyzed by AVME-OMOMEDA

为了验证 AVME 降噪的优越性, 本文另选两种降噪方法——VMD 降噪和带通滤波降噪, 对原信号进行降噪处理。在 VMD 降噪中, 设置分解层数

$K=3$ , 惩罚因子取为 2000, 使分解模态的带宽与 AVME 降噪中期望模态的带宽基本相等, 选取峭度值最大的一个分量重构原信号, 多点峭度谱谐波积谱如图 20 所示。在带通滤波降噪中, 以 AVME 降噪中识别的两个中心频率为带通滤波器的中心频率, 并使每个通带宽度与 AVME 降噪中对应期望模态的带宽基本相等, 因此设置带通滤波器的两个通带范围分别为 [722, 1522] 和 [2226, 2826], 将滤波后的两个信号进行线性叠加重构原信号, 多点峭度谱谐波积谱如图 21 所示。在图 20 和 21 中, VMD 降噪和带通滤波降噪分别使外圈故障周期 126.8 和内圈故障周期 84.4 对应的谱线有所突出, 但均未有效抑制 112.2 和 118 等干扰谱线, 进而使峰值拾取法均无法拾取到正确的外圈故障周期导致误诊。因此, AVME 降噪优于 VMD 降噪和带通滤波降噪。

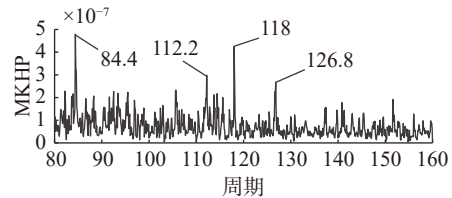


图 20 VMD 降噪的多点峭度谱谐波积谱

Fig. 20 MKHPS of VMD noise reduction

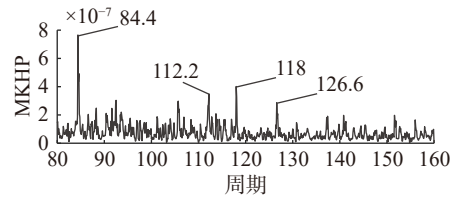


图 21 带通滤波降噪的多点峭度谱谐波积谱

Fig. 21 MKHPS of bandpass filtering noise reduction

为了验证 AVME-OMOMEDA 算法的优越性, 本文采用两种分解类算法 (RVME 和 FMD) 和两种解卷积类算法 (VMD-MCKD 和 CYCBD) 对试验信号进行分析。

RVME 是一种自适应信号分解方法, 因此无需设置参数, 分解得到的 3 个分量的包络谱如图 22 所示。从 IMF1 中可提取出外圈故障频率 65 Hz 及其三倍谐波频率, 但内圈故障频率无法从 IMF2 和 IMF3 中提取。在 FMD 中, 设置分解层数为 3, 滤波器尺寸为 60, 图 23 为分解得到的 3 个分量的包络谱, 从 IMF2 中可提取出外圈故障频率 65 Hz 及其四倍谐波频率, 但内圈故障频率无法从其余分量中提取。

在 VMD-MCKD 中, 结合轴承故障周期的理论值, 可从 VMD 降噪后的多点峭度谱谐波积谱上观察到两个故障周期 84.4 和 126.8, 因此设置 VMD-MCKD 的参数解卷积周期为 84.4 和 126.8, 用本文方法优化其滤波器长度, 图 24 为试验信号经 VMD-MCKD

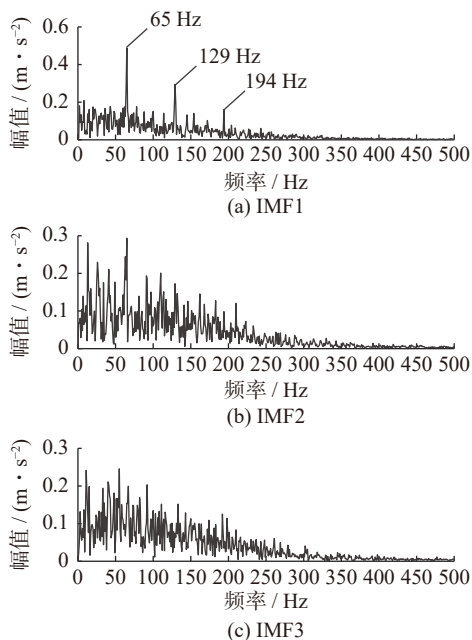


图 22 试验信号经 RVME 分析的包络谱

Fig. 22 Envelope spectrum of experimental signal analyzed by RVME

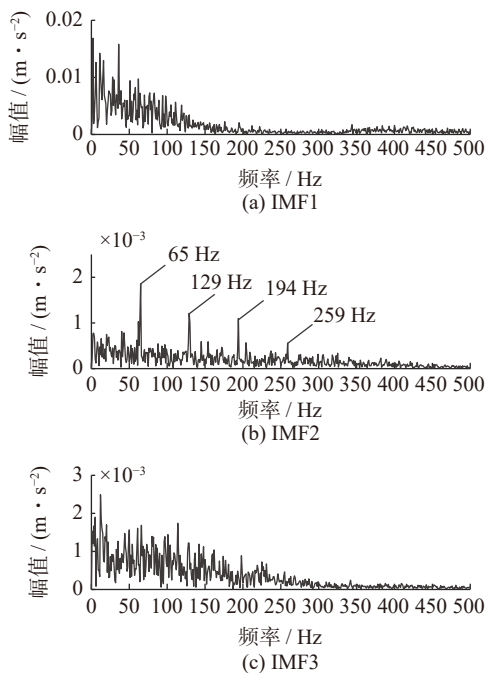


图 23 试验信号经 FMD 分析的包络谱

Fig. 23 Envelope spectrum of experimental signal analyzed by FMD

分析后解卷积信号的包络谱。VMD-MCKD 虽然能实现内、外圈故障特征频率的分离提取, 但背景噪声较为明显。在 CYCBD 中, 通过本文方法提取的故障周期可反推故障频率, 作为 CYCBD 的循环频率集, 其滤波器长度由本文方法搜索得到, 试验信号经 CYCBD 分析后解卷积信号的包络谱如图 25 所示。CYCBD 虽然能实现内外圈故障特征频率的分离提取, 但背景噪声比本文方法严重, 且只能提取外圈故障频率及其六倍谐波频率。

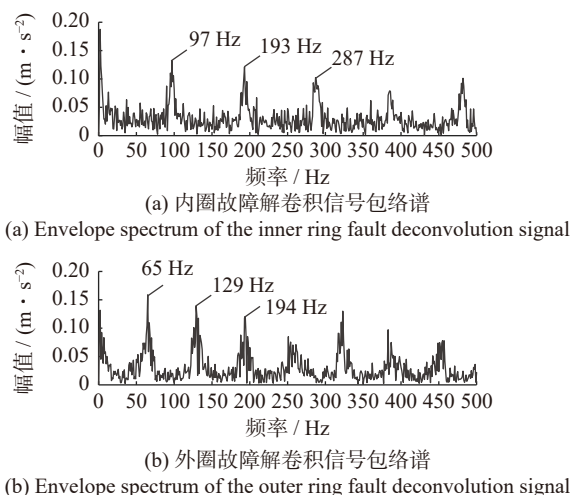


图 24 试验信号经 VMD-MCKD 分析的包络谱

Fig. 24 Envelope spectrum of experimental signal analyzed by VMD-MCKD

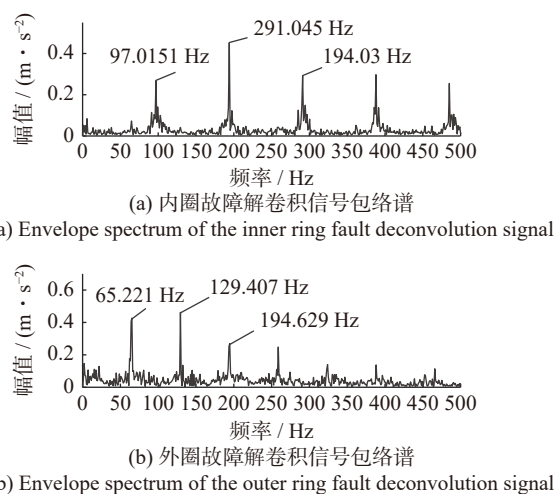


图 25 试验信号经 CYCBD 分析的包络谱

Fig. 25 Envelope spectrum of experimental signal analyzed by CYCBD

表 2 显示了 5 种方法分析结果的峭度值和运行时间, RVME 和 FMD 的运行时间虽然短, 但无法实现内圈故障特征频率的提取。VMD-MCKD 和 CYCBD 均能实现内、外圈故障特征的分离提取, 但峭度值比本文方法更低, 且运行时间更长。由此可知, 本文方法在时间成本和效果方面均优于其他 4 种方法。

表 2 5 种方法的峭度值和运行时间对比

Tab. 2 Comparison of kurtosis value and running time of five methods

方法	峭度值(内圈)	峭度值(外圈)	运行时间/s
RVME	—	4.0006	0.558
FMD	—	3.8810	1.544
VMD-MCKD	4.8956	3.3500	1873.548
CYCBD	7.8499	5.0331	736.746
AVME-OMOMEDA	8.5494	7.8912	159.793

## 6 结论

传统算法难以分离提取共振频带重叠的轴承复合故障特征,提出了自适应的AVME-OMOMEDA算法,通过构造仿真信号和试验信号进行验证,得出以下结论:

(1)提出的S变换谱自相关能量谱能够有效提取轴承故障所产生共振频带的中心频率,进而自适应确定VME参数中心频率的初始值,解决了VME需提前预设中心频率初始值的问题。

(2)通过提出的多点峭度谐波积谱自适应确定故障周期 $T$ ,定步长搜索法确定滤波器长度 $L$ 可实现MOMEDA算法的自适应,且多点峭度谐波积谱在强噪声下的表现优于多点峭度谱。

(3)通过将AVME降噪后的多点峭度谐波积谱与降噪前、VMD降噪后和带通滤波后的多点峭度谐波积谱进行比较,证明了AVME降噪的有效性和优越性。

(4)分别采用RVME、FMD、VMD-MCKD、CYCBD算法分析试验信号,并将分析结果与所提方法进行对比分析,证明了所提方法在效果和时间成本上更具优越性。

### 参考文献:

- [1] 周俊, 伍星, 迟毅林, 等. 盲解卷积和频域压缩感知在轴承复合故障声学诊断的应用[J]. *机械工程学报*, 2016, 52(3): 63-70.  
ZHOU J, WU X, CHI Y L, et al. Blind deconvolution and frequency domain compressive sensing application in bearing composite acoustic fault diagnosis[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2016, 52(3): 63-70.
- [2] LI C X, LIU Y Q, LIAO Y Y, et al. A VME method based on the convergent tendency of VMD and its application in multi-fault diagnosis of rolling bearings[J]. *Measurement*, 2022, 198: 111360.
- [3] 冯坤, 李业政, 胡明辉. 一种用于滚动轴承故障诊断的脉冲增强提取方法[J]. *振动工程学报*, 2023, 36(2): 582-592.  
FENG K, LI Y Z, HU M H. A pulse enhancement extraction method for fault diagnosis of rolling bearing[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2023, 36(2): 582-592.
- [4] DRAGOMIRETSKIY K, ZOZZO D. Variational mode decomposition[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2013, 62(3): 531-544.
- [5] ZHANG X, MIAO Q, ZHANG H, et al. A parameter-adaptive VMD method based on grasshopper optimization algorithm to analyze vibration signals from rotating machinery[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2018, 108: 58-72.
- [6] 李可, 牛园园, 宿磊, 等. 参数优化VMD的滚动轴承故障诊断方法[J]. *振动工程学报*, 2023, 36(1): 280-287.

- LI K, NIU Y Y, SU L, et al. Rolling bearing fault diagnosis method based on parameter optimized VMD[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2023, 36(1): 280-287.
- [7] NAZARI M, SAKHAEI S M. Variational mode extraction: a new efficient method to derive respiratory signals from ECG[J]. *IEEE Journal of Biomedical and Health Informatics*, 2018, 22(4): 1059-1067.
- [8] 俞惠惠, 郑近德, 潘海洋, 等. 基于自适应变分模式提取的低速重载滚动轴承故障诊断方法[J]. *振动与冲击*, 2022, 41(11): 65-71.  
YU H H, ZHENG J D, PAN H Y, et al. Fault diagnosis method of low speed and heavy load rolling bearing based on adaptive variational mode extraction[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2022, 41(11): 65-71.
- [9] 王鑫, 江星星, 宋秋昱, 等. 自适应变分模式提取的轴承故障诊断方法[J]. *振动与冲击*, 2023, 42(15): 83-91.  
WANG X, JIANG X X, SONG Q Y, et al. Bearing fault diagnosis method based on adaptive variational mode extraction[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2023, 42(15): 83-91.
- [10] MCDONALD G L, ZHAO Q. Multipoint optimal minimum entropy deconvolution and convolution fix: application to vibration fault detection[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2017, 82: 461-477.
- [11] WANG Z J, DU W H, WANG J Y, et al. Research and application of improved adaptive MOMEDA fault diagnosis method[J]. *Measurement*, 2019, 140: 63-75.
- [12] WANG H B, YAN C F, WANG Z G, et al. Compound fault diagnosis method for rolling bearings based on the multi-point kurtosis spectrum and AO-MOMEDA[J]. *Measurement Science and Technology*, 2023, 34(9): 095012.
- [13] STOCKWELL R G, MANSINHA L, LOWE R P. Localization of the complex spectrum: the S transform[J]. *IEEE Transactions on Signal Processing*, 2002, 44(4): 998-1001.
- [14] PANG B, NAZARI M, SUN Z D, et al. An optimized variational mode extraction method for rolling bearing fault diagnosis[J]. *Structural Health Monitoring*, 2022, 21(2): 558-570.
- [15] 王朝阁, 李宏坤, 胡少梁, 等. 利用参数自适应多点最优最小熵反褶积的行星轮轴承载荷故障特征提取[J]. *振动工程学报*, 2021, 34(3): 633-645.  
WANG C G, LI H K, HU S L, et al. Weak fault feature extraction of planetary bearing based on parameter adaptive MOMEDA[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2021, 34(3): 633-645.
- [16] PANG B, NAZARI M, TANG G J. Recursive variational mode extraction and its application in rolling bearing fault diagnosis[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2022, 165: 108321.

第一作者:刘志军(1999—),男,硕士。

E-mail: 2731171661@qq.com

通信作者:周俊(1985—),女,博士。

E-mail: zhoujun@kust.edu.cn