

结构振动信号盲源分离的快速复杂度追踪算法

胡志祥, 黄磊, 贺文字

(合肥工业大学土木与水利工程学院, 安徽 合肥 230009)

摘要: 盲源分离(BSS)理论可用于分离出结构振动信号中的各阶模态坐标振动,而复杂度追踪(CP)是求解盲源分离问题的经典方法之一。为提高复杂度追踪算法的计算效率,本文进行了两方面改进:采用高斯分布的负对数函数这一非线性函数估计信号复杂度,并推导出可快速计算信号复杂度及其梯度的计算公式;采用基于子空间搜索的梯度下降算法,在降维后的子空间中计算最优解混向量。所推导公式在计算复杂度及其梯度时只需采用混合信号的协方差矩阵和时延协方差矩阵,而无需使用全部信号数据。利用数值算例和框架振动数据对所提方法进行研究,结果表明,快速复杂度追踪算法在计算效率方面高于传统方法,并且能正确地分离出结构模态坐标振动。

关键词: 盲源分离; 模态参数识别; 复杂度追踪; 梯度下降; 子空间搜索

中图分类号: TB123; TN911.6 **文献标志码:** A **DOI:**10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.202310029

Fast complexity pursuit algorithm for blind source separation of structural vibration signals

HU Zhixiang, HUANG Lei, HE Wenyu

(College of Civil Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009, China)

Abstract: Blind source separation (BSS) can be used to extract modal coordinate vibrations from structural vibration signals. Complexity pursuit (CP) is one of the classical methods for solving the BSS problem. To improve the computational efficiency of the CP algorithm, this paper proposes two enhancements: it uses the negative log function of a Gaussian distribution as a nonlinear function to estimate signal complexity and derives formulas for rapidly computing signal complexity and its gradient; it employs a subspace search-based gradient descent algorithm to calculate the optimal mixing vector in the reduced subspace. The new formulas only require the covariance matrix of mixed signals and the covariance matrix of time delays when computing complexity and its gradient, without using all signal data. Numerical examples and structural vibration data are employed to evaluate the proposed method. The results demonstrate that the fast complexity pursuit algorithm outperforms traditional methods in terms of computational efficiency and accurately separates structural modal coordinate vibrations.

Keywords: blind source separation; modal parameter identification; complexity pursuit; gradient descent; subspace search

结构模态参数(振型、频率和阻尼比)是结构的固有属性,在地震、风荷载等作用下,结构出现损伤时模态参数会发生变化,可以在一定程度上反映结构的健康状态,因此,结构模态参数的识别是结构健康监测的重要内容^[1-2]。

盲源分离(blind source separation, BSS)是一种新型的信号处理技术,该技术在语音处理、生物医学工程、数据挖掘以及振动信号处理等多个领域显现出了重要的应用价值^[3]。KERSCHEN等^[4]将独立分量分析技术(independent component analysis,

ICA)应用于系统的模态参数识别,提出了模态叠加理论与瞬时混合的盲源分离问题的对应关系,指出低阻尼条件下两者的数学表达式具有一致性;同时,对比了ICA与二阶盲辨识方法(second order blind identification, SOBI)的模态分析结果,发现SOBI有对噪声的鲁棒性高、对阻尼敏感度低等优势^[5]。此后,众多学者将不同BSS技术用于振动信号分析,均取得了一些成果^[6-9]。

此外,复杂度追踪算法也是一种重要的盲源分离方法。HYVÄRINEN^[10]利用复杂度来处理混合

收稿日期: 2023-10-13; 修订日期: 2024-02-28

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(52178283, 52378298); 安徽省自然科学基金杰出青年基金资助项目(2208085J20)

信号问题,采用梯度下降算法搜索解混向量。BINGHAM等^[11]将基于梯度优化算法的复杂度追踪(complexity pursuit, CP)方法与ICA等盲源分离方法的模态参数识别效果进行了对比,证明了前者的有效性。SHI等^[12]提出了一种用于复杂度追踪的不动点算法。此后,一些学者对传统的复杂度追踪算法中梯度计算和自回归模型部分做了改进工作^[13-15]。柯尔莫哥洛夫复杂度^[10](KOLMOGOROFF complexity,简称复杂度)原理表明,原始信号的复杂度始终小于混合之后的信号复杂度。通过寻找合适的投影方向,使该方向上投影信号的复杂度最小,从而实现混合信号的分离。目前,传统的复杂度追踪算法计算效率尚待提高,原因在于:(1)计算复杂度梯度时,每更新一次解混向量都需要调用全部信号数据,使得运算量较大;(2)随着传感器数量的增加,算法需在高维空间搜索解混向量。

本文针对上述问题,在基于梯度优化算法的传统CP算法理论上,采用高斯分布的负对数函数这一非线性函数估计信号复杂度,进而推导出可快速计算信号复杂度及其梯度的计算公式,该公式无需调用全部信号数据。此外,采用子空间搜索方式进行梯度迭代,即每次迭代时的搜索空间较前次搜索将降低一个维度。这两方面的改进可以极大地减少运算量,提高计算效率。

1 基于复杂度追踪的模态分析理论

1.1 模态参数识别与盲源分离理论

对于自由度为 n 的振动系统,其在物理坐标下的振动控制方程为:

$$M\ddot{x}(t) + C\dot{x}(t) + Kx(t) = F(t) \quad (1)$$

式中, M 、 C 和 K 分别为 $n \times n$ 阶的质量、阻尼和刚度矩阵; $F(t)$ 表示系统受到的激振力; $x(t)$ 为位移响应。

根据振型叠加原理, $x(t)$ 可以写成:

$$x(t) = \Phi q(t) \quad (2)$$

式中, Φ 为模态振型矩阵,其各列向量代表结构各振型; $q(t)$ 为模态坐标响应列向量,其第 i 行元素 $q_i(t)$ 代表第 i 个单自由度系统的位移响应。

为利用盲源分离理论识别模态参数,先给出盲源分离的数学模型^[7,16]如下:

$$x(t) = As(t) \quad (3)$$

式中, $x(t)$ 为由 n 个观测信号组成的列向量, $x(t) = [x_1(t), x_2(t), \dots, x_n(t)]^T$; $s(t)$ 为由 m 个源信号组成的列向量, $s(t) = [s_1(t), s_2(t), \dots, s_m(t)]^T$; A 为混合

矩阵,维数为 $n \times m$ 。

在盲源分离问题中,需要在仅知 $x(t)$ 的前提下,通过求解混合矩阵 A^+ (A 的广义逆),实现对混合矩阵 A 和源信号 $s(t)$ 的估计,其过程如图1所示^[16]。

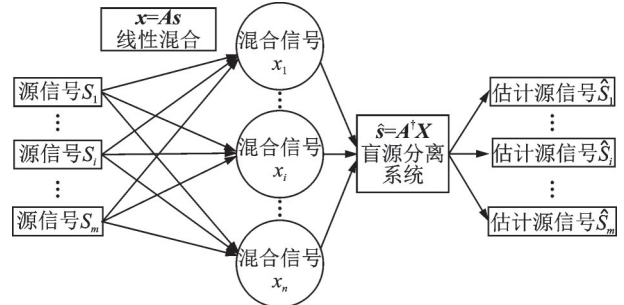


图1 盲源分离问题流程图

Fig. 1 Flow chart of blind source separation problem

振动信号模态叠加模型与盲源分离模型存在对应关系。模态响应 $q(t)$ 对应着BSS模型中的源信号 $s(t)$,而混合矩阵 A 中包含了振型合矩阵的信息,即 $\Phi = A$ 。因此,盲源分离方法适用于从结构振动响应信号 $x(t)$ 中提取模态振型 Φ 和模态坐标响应 $q(t)$ 。

1.2 复杂度追踪理论

自然界中的信号都具有一定的时间结构,因而具有冗余性,即信号的一部分能够由其他部分有效地预测。因此,信号可被重新压缩编码,使得编码长度小于原始信号的长度,用于度量这种编码长度的单位被称为复杂度。传统的盲源分离技术大多只以信号的统计特性作为分离判据,忽略了信号的时序特性。复杂度追踪是一种利用了信号时序性质以处理多信号混叠问题的盲源分离方法,具有完备的理论基础。根据信息论原理,原始信号的复杂度始终小于混合信号的复杂度^[17]。复杂度越小,则信号越简单、容易预测,分解出的信号更接近于源信号。

复杂度追踪的目的是寻找一个解混矩阵 $W = [w_1, w_2, \dots, w_m]$,使得分离出的信号具有最小复杂度,即

$$y(t) = W^T x(t) \quad (4)$$

式中, $y(t) = [y_1(t), y_2(t), \dots, y_m(t)]^T$,输出信号 $y(t)$ 即为源信号 $s(t)$ 的估计。此时,可得到矩阵 A 的估计值为 $\hat{A} = W^{-T}$ 。

为方便后续计算,需要对观测信号进行预处理操作,以保证信号具有零均值和单位方差。预处理包括去均值和白化两步。去均值即将观测信号 $x(t)$ 减去其均值 $E[x(t)]$;白化则需首先对 $x(t)$ 的

协方差矩阵作特征值分解:

$$E\{x(t)x^T(t)\} = U\Lambda U^T \quad (5)$$

式中, $E\{\cdot\}$ 表示取期望; U 矩阵的各列为特征向量; Λ 为特征值构成的对角矩阵。然后对 $x(t)$ 进行白化操作:

$$z(t) = \Lambda^{-\frac{1}{2}} U^T x(t) \quad (6)$$

经过白化所得的信号 $z(t)$ 各分量之间互不相关且具有单位方差。如此, 问题转化为了寻找一系列相互正交的解混向量 w_i , 使得分离出的信号 $y_i(t) = w_i^T z(t)$ 具有最小的复杂度。

2 信号复杂度的计算原理

信号复杂度(熵)计算是 CP 盲源分离算法中的重要部分。本节将分别给出传统 CP 算法中信号复杂度的计算方法以及改进的快速复杂度计算方法。

2.1 传统 CP 算法中信号复杂度的计算

设信号 $y_i(t)$ 可被表示为如下形式:

$$y_i(t) = \bar{y}_i(t) + \delta_{y_i}(t) \quad (7)$$

式中, $\bar{y}_i(t)$ 为以 t 时刻以前的值预测的当前时刻值, $\bar{y}_i(t) = f(y_i(t-1), \dots, y_i(1))$, 其中 f 表示考虑了信号时间结构的信号预测函数; $\delta_{y_i}(t)$ 为信号冗余项。

根据信息论相关原理, 对冗余项的编码比对源信号的编码更容易, 且随机序列的复杂度以高概率接近于熵^[18], 于是冗余项的编码长度可以由它的熵来逼近。对于平稳随机信号, 复杂度用下式计算:

$$\hat{K}(y_i) = H(\delta_{y_i}(t)) \quad (8)$$

式中, $\hat{K}(\cdot)$ 和 $H(\cdot)$ 分别表示信号复杂度和 t 时刻随机变量的熵。

根据信息论中熵的计算原理^[17-18], 式(8)中的 $H(\delta_{y_i}(t))$ 可表示为:

$$H(\delta_{y_i}) = H\left(\frac{\delta_{y_i}}{\sigma_\delta}\right) + \ln \sigma_\delta \quad (9)$$

式中, σ_δ 表示信号冗余项的标准差。

进一步, 可采用下式计算信号的熵:

$$H(\delta_{y_i}) = E\left\{G\left(\frac{\delta_{y_i}}{\sigma_\delta}\right)\right\} + \ln \sigma_\delta \quad (10)$$

式中, $G(\cdot)$ 为可微分的非线性函数, 该函数应当与冗余项服从的概率密度函数的负对数值具有相似性。由于冗余项通常服从标准高斯分布, 此时可取 $G_1(u) = \ln \sqrt{2\pi} + u^2/2$, 其中 u 表示函数自变量。另外已被证实可用的函数有: $G_2(u) = \ln \cosh u$, $G_3(u) = -\exp(-u^2/2)$, $G_4(u) = \frac{1}{2} \ln 2 + \sqrt{2}|u|$

等^[10]。

此外, 为得到冗余项的熵, 还需确定信号预测函数 f 。本文采用线性自回归模型对信号进行预测, 即

$$\bar{y}_i(t) = \sum_{\tau>0} \alpha_\tau y_i(t-\tau) \quad (11)$$

式中, τ 表示时滞; α_τ 为自回归系数, 可由最小二乘法进行估计。

将式(8)和(11)代入(10), 并考虑到 $y_i(t) = w_i^T z(t)$, 可得到复杂度计算公式:

$$\hat{K}(y_i) = E\left\{G\left(\frac{1}{\sigma_\delta} w_i^T \left(z(t) - \sum_{\tau>0} \alpha_\tau z(t-\tau)\right)\right)\right\} + \ln \sigma_\delta \quad (12)$$

其中, α_τ 和 σ_δ 都是 w_i 的函数。因此, 信号 y_i 的复杂度本质上也是 w_i 的函数。在利用式(12)计算复杂度时, 需要用非线性函数 G 计算所有时间点上信号的归一化冗余信号再取期望, 这使得在利用梯度下降法求解时 w_i 中运算量过大。

2.2 改进的信号复杂度快速计算

本节在传统 CP 算法信号复杂度计算理论的基础上推导快速复杂度计算方法。由于预处理后的信号的均值为零且具有单位方差, 当 $\|w_i\|_2 = 1$ 时, 有:

$$E\{y_i(t)y_i(t)\} = E\{y_i(t-\tau)y_i(t-\tau)\} = 1 \quad (13)$$

将式(11)中的自回归模型阶数取为 1, 即 $\tau = 1$, 则:

$$\bar{y}_i(t) = \alpha_1 y_i(t-1) \quad (14)$$

式中, α_1 为自回归系数, 由最小二乘法可求得:

$$\alpha_1 = E\{y_i(t)y_i(t-1)\} = w_i^T E\{z(t)z^T(t-1)\} w_i \quad (15)$$

此时信号的冗余项为:

$$\delta_{y_i}(t) = y_i(t) - \alpha_1 y_i(t-1) \quad (16)$$

可推导出冗余项的标准差为:

$$\sigma_\delta = \sqrt{1 - \alpha_1^2} \quad (17)$$

考虑到冗余项通常服从正态分布, 在用式(12)计算信号复杂度时, 采用 $G(u) = u^2/2 + \ln \sqrt{2\pi}$ 。此时冗余项的复杂度计算公式为:

$$\hat{K} = E\left\{\frac{\delta_{y_i}^2}{2\sigma_\delta^2}\right\} + \ln \sqrt{2\pi} + \ln \sigma_\delta = \frac{1}{2} + \ln \sqrt{2\pi} + \frac{1}{2} \ln(1 - \alpha_1^2) \quad (18)$$

由此, 计算冗余项的复杂度转化为了对回归系数的求解。在利用式(15)计算回归系数 α_1 时, 仅需预先计算时延协方差矩阵 $z(t)z^T(t-1)$, 避免了传

统 CP 算法中每次迭代计算复杂度时均需要调用全部数据的问题。

另外,要使式(18)达到最小,只需最大化 α_1^2 。所以当采用一阶自回归模型时,问题转化为寻找最大化 α_1^2 的 \boldsymbol{w} 向量。经典的多重未知信息提取算法(algorithm for multiple unknown signals extraction, AMUSE)^[19]正是利用特征值分解寻找矩阵 $\boldsymbol{R}_z = \frac{1}{2} \mathbf{E}(\boldsymbol{z}_0 \boldsymbol{z}_\tau^\top + \boldsymbol{z}_\tau \boldsymbol{z}_0^\top)$ 的特征向量,式中 \boldsymbol{z}_0 和 \boldsymbol{z}_τ 分别表示时延为 0 和 τ 的白化信号。考虑矩阵 \boldsymbol{R}_z 的对称性,其最大特征值对应的特征向量 $\boldsymbol{\phi}_1$ 满足:

$$\boldsymbol{\phi}_1 = \arg \max_{\boldsymbol{\phi}} (\boldsymbol{\phi}^\top \boldsymbol{R}_z \boldsymbol{\phi}) \quad (19)$$

观察式(15)与(19)可知, $\boldsymbol{\phi}_1$ 等价于 \boldsymbol{w}_1 。当 $\tau = 1$ 时, AMUSE 等价于本节复杂度计算中取一阶自回归模型时的算法。因此, AMUSE 算法可视为 CP 算法的一个特例。

3 复杂度追踪的快速梯度下降算法

为改进 CP 算法的效率,本节推导在梯度下降方法中采用复杂度梯度的快速计算公式,并与传统 CP 算法中采用的梯度计算方法进行对比。提出利用子空间搜索算法降低变量维度、加快搜索计算。

复杂度追踪的目标是要找到投影方向 \boldsymbol{w}_i , 使得分离出的信号 $y_i(t) = \boldsymbol{w}_i^\top \boldsymbol{z}(t)$ 具有最小的复杂度, 在上一节得到信号的复杂度后, 可以使用梯度下降方法解决该问题, 其迭代公式为:

$$\begin{cases} \boldsymbol{w}_i \leftarrow \boldsymbol{w}_i - \mu \cdot \nabla_{\boldsymbol{w}_i} \hat{K} \\ \boldsymbol{w}_i \leftarrow \frac{\boldsymbol{w}_i}{\|\boldsymbol{w}_i\|} \end{cases} \quad (20)$$

式中, μ 为每次迭代的步长; $\nabla_{\boldsymbol{w}_i} \hat{K}$ 表示复杂度关于变量 \boldsymbol{w}_i 的梯度。

3.1 复杂度梯度的快速计算

对式(12)中的传统 CP 算法信号复杂度计算公式求导, 可得:

$$\begin{aligned} \nabla_{\boldsymbol{w}_i} \hat{K} &= \frac{1}{\sigma_\delta} \mathbf{E} \left\{ \left[\boldsymbol{z}(t) - \sum_{\tau>0} \alpha_\tau \boldsymbol{z}(t-\tau) \right] \right. \\ &\quad \left. g \left[\frac{1}{\sigma_\delta} \boldsymbol{w}_i^\top \left(\boldsymbol{z}(t) - \sum_{\tau>0} \alpha_\tau \boldsymbol{z}(t-\tau) \right) \right] \right\} \quad (21) \end{aligned}$$

式中, $g(\cdot)$ 为非线性函数 $G(\cdot)$ 的导函数^[13,17]。由于 $g(\cdot)$ 为非线性函数, 在每一次更新 \boldsymbol{w}_i 后, 都需使用全部信号数据计算复杂度的梯度, 因此算法计算效率较低。

考察复杂度快速计算式(18), 对其求导, 可得出复杂度梯度的快速计算公式:

$$\nabla_{\boldsymbol{w}_i} \hat{K} = \frac{1}{\sigma_\delta^2} \mathbf{E} \{ \boldsymbol{z}(t) \boldsymbol{z}^\top(t-1) + \boldsymbol{z}(t-1) \boldsymbol{z}^\top(t) \} \boldsymbol{w}_i \quad (22)$$

据式(22)可知, 仅需预先计算时延协方差矩阵便可得到复杂度的梯度。这样可以避免每次迭代计算梯度时都需调用全部数据的问题, 减少算法计算量, 提高运行速度。

3.2 基于子空间搜索的梯度下降算法

由于信号经过白化操作, 复杂度追踪算法得到的解混矩阵应为正交矩阵, 即利用梯度迭代求得各 \boldsymbol{w}_i 向量之间应满足相互正交的条件。传统 CP 算法的梯度优化部分中, 每次均需要在全维度空间上搜索 \boldsymbol{w}_i 向量, 然后再利用正交化投影到正交子空间中, 计算量较大。本文提出利用子空间搜索策略加速解混向量的计算。在进行梯度优化搜索解混向量时, 在 n 维空间寻找到第一个向量 \boldsymbol{w}_1 后, 可以在与 \boldsymbol{w}_1 向量正交的低维子空间中进行下一轮搜索, 依此类推。图 2 为三维空间下的子空间示意图, 得到 \boldsymbol{w}_1 后, 将在与 \boldsymbol{w}_1 正交的子空间 $\text{span}\{\boldsymbol{w}_2, \boldsymbol{w}_3\}$ 内继续搜索 \boldsymbol{w}_2 和 \boldsymbol{w}_3 。

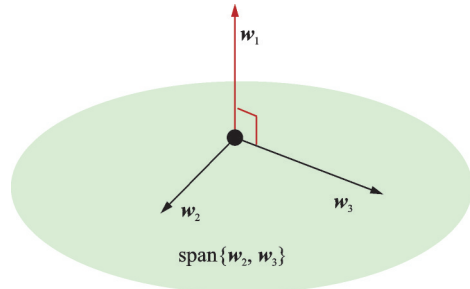


图 2 子空间示意图

Fig. 2 Subspace diagram

以下是基于子空间搜索的梯度下降算法步骤:

- (1) 初始化正交基 $\boldsymbol{B} = \boldsymbol{I} \in \mathbf{R}^{n \times n}$;
- (2) 用梯度下降法得到首个解混向量 $\boldsymbol{w}_1 = \boldsymbol{B} \boldsymbol{b}_1$, 易知 $\boldsymbol{b}_1 = \boldsymbol{w}_1 \in \mathbf{R}^{n \times 1}$, 这里的 \boldsymbol{b}_1 可以理解为 \boldsymbol{w}_1 在相应子空间中的坐标;
- (3) 对增广矩阵 $[\boldsymbol{w}_1, \boldsymbol{w}_2, \dots, \boldsymbol{w}_{k-1} | \boldsymbol{I}]$ 进行施密特正交化来更新正交基 \boldsymbol{B} , 当前子空间正交基 $\boldsymbol{B}^{(k)} = \boldsymbol{B}(:, k:n)$;
- (4) 在 $\boldsymbol{B}^{(k)}$ 张成的子空间中搜索 $\boldsymbol{w}_k = \boldsymbol{B}^{(k)} \boldsymbol{b}_k$, 即用梯度下降法计算 $\boldsymbol{b}_k \in \mathbf{R}^{(n-k+1) \times 1}$; \boldsymbol{b}_k 可以理解为 \boldsymbol{w}_k 在 $\boldsymbol{B}^{(k)}$ 张成的子空间中的坐标。
- (5) 重复上述步骤直到得到 \boldsymbol{w}_{n-1} , 而 $\boldsymbol{w}_n = \boldsymbol{B}^{(n)}$ 。

由上述步骤可知,基于子空间搜索的梯度优化算法每次迭代时的搜索空间较前次搜索都将降低一个维度,如此便可减少算法耗时,并且最后一个 w_n 向量无需计算。图 3 为基于子空间搜索的梯度下降算法的流程图。

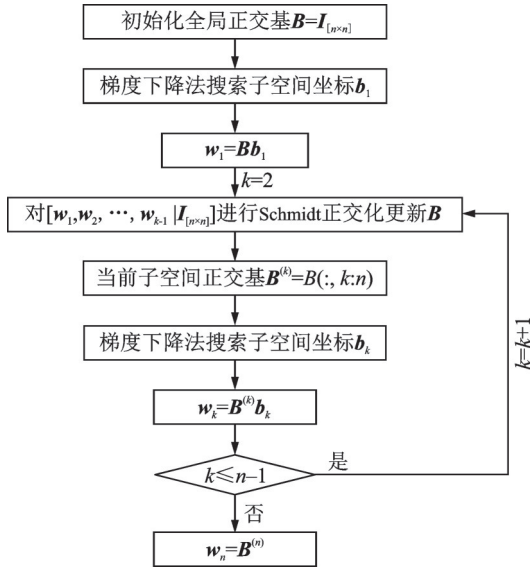


图 3 基于子空间搜索的梯度下降算法流程图

Fig. 3 Flow chart of gradient descent algorithm based on subspace search

快速复杂度追踪算法主要由信号复杂度及其梯度的快速计算与基于子空间搜索的梯度下降两方面组成。另外,为便于展示上述两种方法各自在计算效率提升方面的作用,本文将仅考虑信号复杂度及其梯度的快速计算(未采用子空间搜索策略)的复杂度追踪算法记为 FastCP 算法。将联合使用信号复杂度及其梯度的快速计算和基于子空间搜索的梯度下降的方法记为 FastCP-Subspace 方法。后文将利用数值算例及试验数据对以上两种算法及传统 CP 算法的识别精度与计算量进行对比。

4 多自由度系统振动信号分离算例

第 2 和 3 节分别给出了传统 CP 算法和快速复杂度追踪算法理论,本节将利用多自由度系统的振动信号分离对比不同噪声、阻尼比工况下 3 种算法的识别精度与计算量。

4.1 系统参数

考虑如图 4 所示的 8 自由度弹簧-质量模型,其质量和刚度矩阵分别为:

$$M = \begin{bmatrix} 2 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix},$$

$$K = \begin{bmatrix} 3 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 2 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 & 1 \end{bmatrix},$$

采用 Rayleigh 阻尼, $C = \alpha M + \beta K$, 其中 $\alpha = \beta = 0.01$ 。对各质点施加随机激励,采集结构振动响应信号,系统采样频率为 2 Hz,采样时间为 10000 s。

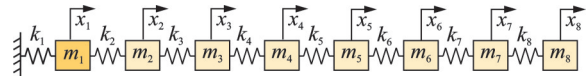


图 4 8 自由度弹簧-质量模型

Fig. 4 8-DOF mass-spring model

4.2 不同噪声强度下的振动信号分离

为对比三种算法的抗噪性能,在结构响应信号中加入不同强度的白噪声,使信噪比(signal-to-noise ratio, SNR)分别为 40、20、10 dB,分别对应噪声百分比 1%、10%、31.62%。图 5 仅展示 40 dB 信噪比工况下集中质量块 8 的振动响应信号的时域信号和频域幅值谱,以及采用 FastCP-Subspace 算法分离得到的第 1 阶单模态信号的时域信号和各阶分离信号的频域幅值谱,本节算例中激发的振动以低阶为主,高阶振动能量较小,这也意味着高阶模态参数识别难度较大。为了定量描述模态振型识别结果,引入模态保证准则(modal assurance criterion, MAC)作为反映模态振型识别精度的指标,计算公式如下:

$$MAC = \frac{(\tilde{\varphi}_i^T \varphi_i)^2}{(\tilde{\varphi}_i^T \tilde{\varphi}_i)(\varphi_i^T \varphi_i)} \quad (23)$$

式中, φ_i 表示第 i 阶振型理论值; $\tilde{\varphi}_i$ 表示第 i 阶振型识别值。当 MAC 值越接近于 1,表示两个向量越相似,说明振型识别的准确性越高。

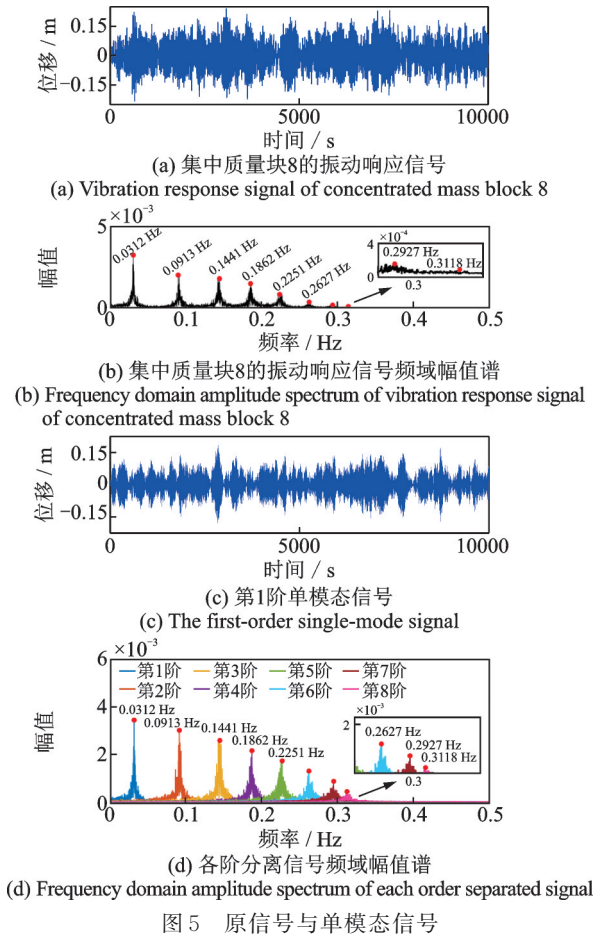


图 5 原信号与单模态信号

Fig. 5 Original signal and single mode signal

不同噪声强度下采用传统 CP、FastCP 和 FastCP-Subspace 3 种算法识别出的 MAC 结果及算法平均耗时如表 1 所示。从表 1 中可以看出:各噪声工况下 3 种算法的 MAC 值彼此非常接近,且仅在高噪声环境下(信噪比达到 10 dB)各算法的识别结果才会受到影响,说明本文所提算法在振动信号分离的精度上不亚于传统 CP 算法;3 种算法的平均耗时依次减少,且 FastCP 和 FastCP-Subspace 两种算法的算法耗时仅为传统 CP 算法的 4.84% 和 3.00%,表明 FastCP-Subspace 算法中的信号复杂度及其梯度的快速计算与基于子空间搜索的梯度下降两部分对算法计算效率均有一定提升作用。

4.3 不同阻尼比下的振动信号分离

为探究系统阻尼比对 3 种算法模态参数识别精度的影响,保持模型其他参数不变,在结构响应信号中添加白噪声将信噪比维持在 40 dB,并在不同组阻尼比工况下继续进行仿真模拟,每组中阻尼矩阵的系数 α 和 β 设为相同。图 6 仅展示 $\alpha = \beta = 0.02$ 时集中质量块 8 的振动响应信号的时域信号和频域幅值谱,以及采用 FastCP-Subspace 算法分离得到的第 1 阶单模态信号的时域信号和各阶分离信号的频域幅值谱。

不同阻尼比工况下采用传统 CP、FastCP 和 FastCP-Subspace 3 种算法识别出的 MAC 结果及算法平均耗时如表 2 所示。从表 2 中可以看出:随着阻

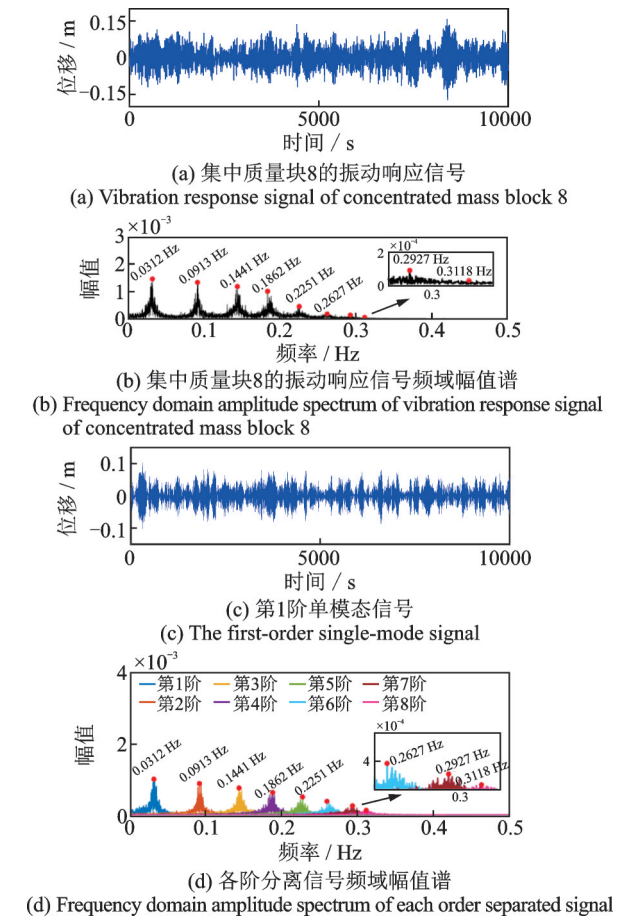


图 6 原信号与单模态信号

Fig. 6 Original signal and single mode signal

表 1 不同信噪比下的 MAC 识别结果及算法耗时

Tab. 1 MAC values and consumed time under SNR cases

SNR/dB	传统 CP 算法	FastCP 算法	FastCP-Subspace 算法
40	1.0000, 1.0000, 1.0000, 0.9999, 0.9998, 0.9997, 0.9995, 0.9990	1.0000, 1.0000, 1.0000, 0.9998, 0.9998, 0.9997, 0.9991, 0.9990	1.0000, 1.0000, 1.0000, 0.9999, 0.9998, 0.9996, 0.9991, 0.9990
20	1.0000, 0.9998, 0.9993, 0.9992, 0.9990, 0.9990, 0.9975, 0.9950	1.0000, 0.9998, 0.9993, 0.9992, 0.9990, 0.9990, 0.9974, 0.9950	1.0000, 0.9998, 0.9993, 0.9992, 0.9990, 0.9990, 0.9975, 0.9950
10	1.0000, 0.9997, 0.9979, 0.9880, 0.9879, 0.9735, 0.9631, 0.9506	1.0000, 0.9996, 0.9979, 0.9883, 0.9879, 0.9732, 0.9633, 0.9489	1.0000, 0.9996, 0.9978, 0.9882, 0.9879, 0.9732, 0.9636, 0.9495
平均耗时/s	0.9558	0.0463	0.0287

尼比的增加, FastCP 和 FastCP-Subspace 两种算法的 MAC 值并未出现明显下降, 但计算耗时方面仅

为传统 CP 算法的 5.4% 和 3.65%, 表明了本文所提方法的有效性及其优越性。

表 2 不同阻尼比下的 MAC 识别结果及算法耗时

Tab. 2 MAC values and consumed time under different damping ratios

系数 α	传统 CP 算法	FastCP 算法	FastCP-Subspace 算法
0.01	1.0000, 1.0000, 1.0000, 0.9999, 0.9996, 0.9995, 0.9992, 0.9990	1.0000, 1.0000, 1.0000, 0.9998, 0.9997, 0.9997, 0.9994, 0.9990	1.0000, 1.0000, 1.0000, 0.9999, 0.9998, 0.9992, 0.9992, 0.9990
0.05	1.0000, 0.9999, 0.9986, 0.9924, 0.9916, 0.9907, 0.9893, 0.9832	1.0000, 0.9999, 0.9983, 0.9925, 0.9916, 0.9907, 0.9892, 0.9819	1.0000, 0.9999, 0.9988, 0.9926, 0.9916, 0.9907, 0.9890, 0.9837
0.10	1.0000, 0.9985, 0.9945, 0.9777, 0.9748, 0.9691, 0.9687, 0.9568	1.0000, 0.9984, 0.9945, 0.9775, 0.9754, 0.9700, 0.9685, 0.9558	1.0000, 0.9985, 0.9944, 0.9778, 0.9746, 0.9683, 0.9681, 0.9573
平均耗时/s	0.8377	0.0452	0.0306

5 钢框架模型动力试验验证

在以上数值模拟分析的基础上, 为进一步验证本文所提方法对实测振动信号分离的有效性, 设计了一个 3 层钢框架进行动力试验验证。

3 层剪切型钢框架试验模型如图 7 所示, 模型由 4 根截面相同的框架柱、3 块钢板以及钢质底座构成, 其中框架柱的横截面尺寸为 $35\text{ mm} \times 12\text{ mm}$, 钢板的尺寸为 $400\text{ mm} \times 300\text{ mm} \times 6\text{ mm}$, 两者之间采用刚性连接。由于钢板的质量相对较大, 可认为当结构产生水平位移时, 各层板件将不会发生旋转, 即结构仅产生剪切型变形。

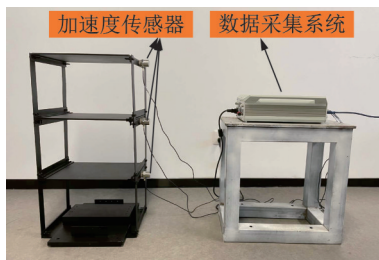


图 7 3 层剪切型钢框架试验模型

Fig. 7 Experimental model of three-story steel frame structure

将 3 个加速度传感器分别安置于框架各层侧面中间处, 采用东华 DH5920N 动力响应测试仪记录加速度响应。通过力锤对钢框架的第 2 层进行脉冲激励, 采样频率设为 100 Hz, 采样时间取 50 s, 图 8 展示了各层钢板振动的加速度响应信号的时域信号和频域幅值谱。

分别采用传统 CP、FastCP 和 FastCP-Subspace 三种算法处理钢框架的加速度响应信号, 由 FastCP-Subspace 算法分离得到的单模态信号和各阶分离信号的频域幅值谱如图 9 所示。为比较基于 CP 的盲源分离方法振动信号分离的准确性, 本节选取发展较为成熟, 具有较高精度及稳定性的随机子

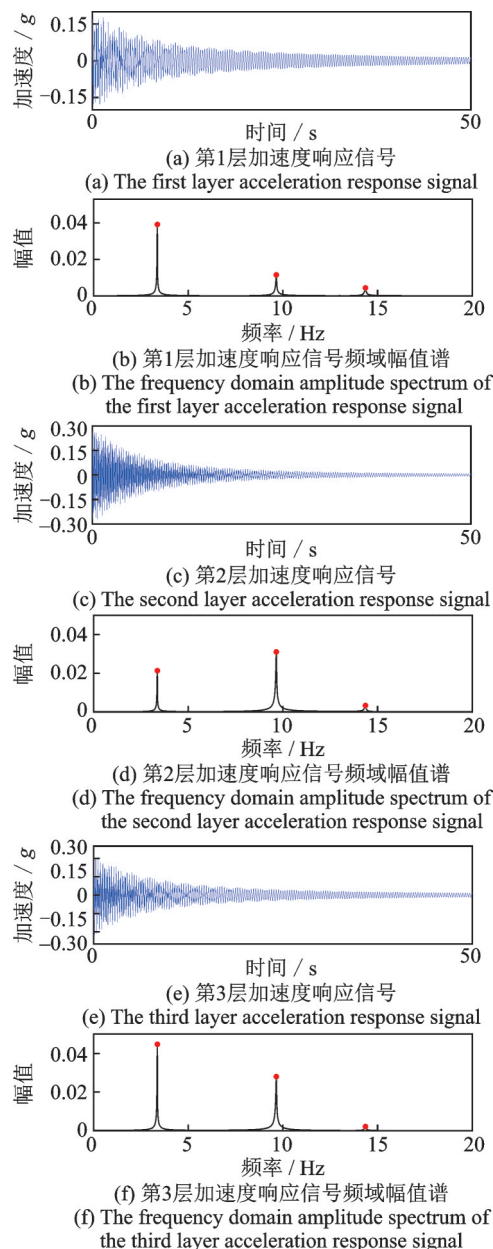


图 8 脉冲激励下钢框架的加速度响应

Fig. 8 Acceleration response of steel frame under pulse excitation

空间法 (stochastic subspace identification, SSI) [20-21] 对加速度响应信号进行分解, 将所得结果作为参考。

图 10 对比展示了传统 CP、FastCP-Subspace 与 SSI 三种算法识别出的结构振型,表明了基于 CP 的盲源分离方法的有效性。

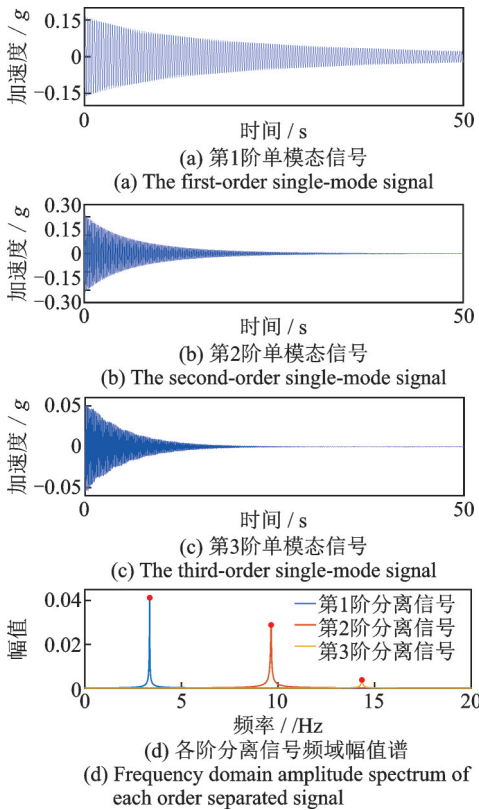


图 9 由 FastCP-Subspace 算法分离的单模态信号
Fig. 9 Single-mode signals separated by FastCP-Subspace algorithm

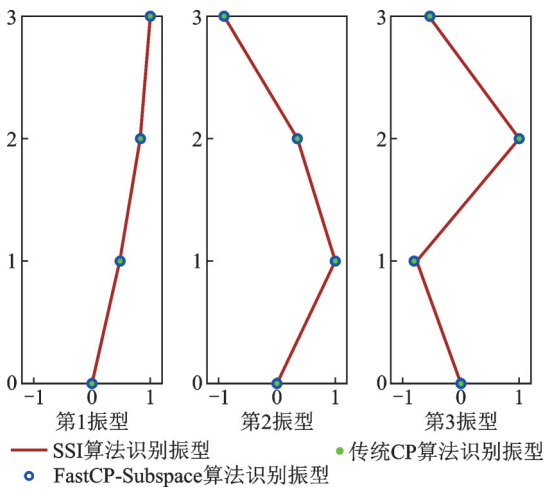


图 10 钢框架的振型识别结果
Fig. 10 Vibration mode identification results of steel frame

3 种算法的 MAC 结果及算法耗时如表 3 所示。从表 3 中可以看出:3 种算法的 MAC 结果几乎相同,并且精度均较高,说明本文所提算法对处理实测振动信号依然具有良好的适用性;3 种算法的耗时依次减少,直观地体现了信号复杂度及其梯度的快速计算与基于子空间搜索的梯度下降两部分在算法计

算量方面的优势,这也与上节数值仿真的结果相吻合。

表 3 3 种算法的 MAC 识别结果及算法耗时

Tab. 3 MAC values and consumed time of the three algorithms

算法	MAC	耗时/s
传统 CP 算法	1.0000、1.0000、0.9989	0.1144
FastCP 算法	1.0000、1.0000、0.9990	0.0575
FastCP-Subspace 算法	1.0000、1.0000、0.9990	0.0250

6 结 论

本文提出了一种结构振动信号盲源分离的快速复杂度追踪算法,该算法主要由信号复杂度及其梯度的快速计算与基于子空间搜索的梯度下降两部分组成。文章通过理论推导,数值模拟及钢框架模型动力试验展示了所提方法的有效性。主要结论如下:

(1) 快速复杂度追踪算法在计算复杂度及其梯度时只需采用混合信号的协方差矩阵和时延协方差矩阵,而无需调用全部信号数据;基于子空间搜索的梯度下降算法将在降维后的子空间中寻找最优解混向量。这两方面的改进可以极大地减少运算量,提高计算效率;

(2) 理论分析表明,当复杂度追踪算法中用于计算信号复杂度的非线性函数取标准高斯分布的负对数值时,时延为 1 的 AMUSE 算法与自回归阶数为 1 的传统 CP 算法具有理论等价性;

(3) 数值仿真和模型试验结果表明,在不同的噪声、阻尼比工况下,本文所提出的快速复杂度追踪算法与传统 CP 算法分离结构模态坐标振动的精度几乎相同;采用快速复杂度及梯度计算公式时可大幅减小计算耗时,而采用子空间搜索策略可进一步提升计算效率。

参考文献:

[1] AHMED B, DINU F, MARGINEAN I. Structural health monitoring of steel frame structure by experimental modal parameter identification[J]. Advanced Engineering Forum, 2020, 37: 1-13.
[2] 黄民水,雷勇志.基于模态参数的结构损伤识别应用综述[J].武汉工程大学学报,2021,43(4):417-427.
HUANG Minshui, LEI Yongzhi. Review of structural damage identification methods based on modal parameters[J]. Journal of Wuhan Institute of Technology,

- 2021, 43(3): 417-427.
- [3] SANTAMARIA I. Handbook of blind source separation: independent component analysis and applications [J]. IEEE Signal Processing Magazine, 2013, 30(2): 133-134.
- [4] KERSCHEN G, PONCELET F, GOLINVAL J C. Physical interpretation of independent component analysis in structural dynamics[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2007, 21(4): 1561-1575.
- [5] PONCELET F, KERSCHEN G, GOLINVAL J C, et al. Output-only modal analysis using blind source separation techniques[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2007, 21(6): 2335-2358.
- [6] MCNEILL S I, ZIMMERMAN D C. A framework for blind modal identification using joint approximate diagonalization[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2008, 22(7): 1526-1548.
- [7] 张晓丹, 姚谦峰. 基于盲源分离的结构模态参数识别[J]. 振动与冲击, 2010, 29(3): 150-153.
ZHANG Xiaodan, YAO Qianfeng. Method of modal parameters identification based on blind sources separation[J]. Journal of Vibration and Shock, 2010, 29(3): 150-153.
- [8] 曹军宏, 韦灼彬, 刘树勇. 改进型盲源分离在结构模态识别中的应用[J]. 振动、测试与诊断, 2013, 33(4): 689-693.
CAO Junhong, WEI Zhuobin, LIU Shuyong. Application of improved blind source separation in modal parameter identification[J]. Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis, 2013, 33(4): 689-693.
- [9] CHELIDZE D, ZHOU W L. Smooth orthogonal decomposition-based vibration mode identification[J]. Journal of Sound and Vibration, 2006, 292(3-5): 461-473.
- [10] HYVÄRINEN A. Complexity pursuit: separating interesting components from time series[J]. Neural Computation, 2001, 13(4): 883-898.
- [11] BINGHAM E, KABÁN A, GIROLAMI M. Topic identification in dynamical text by complexity pursuit[J]. Neural Processing Letters. 2003, 17(1): 69-83.
- [12] SHI Z W, TANG H W, TANG Y Y. A fast fixed-point algorithm for complexity pursuit[J]. Neurocomputing, 2005, 64: 529-536.
- [13] 陈寿齐, 沈越泓, 许魁. 基于复杂度追踪的递归最小二乘盲源分离算法[J]. 系统仿真学报, 2009, 21(3): 658-660.
CHEN Shouqi, SHEN Yuehong, XU Kui. RLS for blind source separation using complexity pursuit[J]. Journal of System Simulation, 2009, 21(3): 658-660.
- [14] 常军, 刘昊, 尤传雨, 等. 基于改进复杂追踪算法的结构模态参数识别[J]. 噪声与振动控制, 2019, 39(1): 177-185.
CHANG Jun, LIU Hao, YOU Chuanyu, et al. Structural modal parameter identification based on improved complex pursuit algorithm[J]. Noise and Vibration Control, 2019, 39(1): 177-185.
- [15] 季家威, 王国杰, 常军. 时滞优化对复杂追踪算法精度的影响[J]. 苏州科技大学学报(工程技术版), 2019, 32(2): 53-57.
JI Jiawei, WANG Guojie, CHANG Jun. Effect of time-lag optimization on accuracy of complexity pursuit[J]. Journal of Suzhou University of Science and Technology (Engineering and Technology), 2019, 32(2): 53-57.
- [16] ZHOU W L, CHELIDZE D. Blind source separation based vibration mode identification[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2007, 21(8): 3072-3087.
- [17] 傅祖芸. 信息论: 基础理论与应用[M]. 北京: 电子工业出版社, 2015.
FU Zuyun. Information Theory Principles and Applications[M]. Beijing: Publishing House of Electronics Industry, 2006.
- [18] COVER T M, THOMAS J A. Elements of Information Theory[M]. New York: John Wiley & Sons, 1999.
- [19] TONG L, LIU R W, SOON V C, et al. Indeterminacy and identifiability of blind identification[J]. IEEE Transactions on Circuits and Systems, 1991, 38(5): 499-509.
- [20] REN W X, ZONG Z H. Output-only modal parameter identification of civil engineering structures[J]. Structural Engineering and Mechanics, 2004, 17(3-4): 429-444.
- [21] PEETERS B, DE ROECK G, POLLET T, et al. Stochastic subspace techniques applied to parameter identification of civil engineering structures[C]// Proceedings of new advances in modal synthesis of large structures: nonlinear, damped and nondeterministic cases. 1995: 151-162.

通信作者: 胡志祥(1985—), 男, 博士, 副教授

E-mail: huzhixiang@hfut.edu.cn