

BO-LSTM 和 Copula 理论相融合的桥梁构件 时变可靠性预测

赵启凡¹, 刘月飞^{1,2}, 樊学平^{1,2}

(1. 兰州大学土木工程与力学学院, 甘肃 兰州 730000; 2. 兰州大学西部灾害与环境力学教育部重点实验室, 甘肃 兰州 730000)

摘要: 桥梁构件的各个监测点之间存在着非线性失效动态相关性, 为研究该因素对桥梁时变可靠指标的影响, 建立了贝叶斯优化的长短期记忆(BO-LSTM)网络模型, 对桥梁监测应力极值进行动态预测; 建立考虑三个监测点失效非线性相关性的三元 Gaussian Copula 模型, 对桥梁构件的时变可靠指标和时变失效概率进行预测, 利用天津市富民桥的监测数据对模型与方法的合理性进行了验证分析。

关键词: 结构工程; 贝叶斯优化; 长短期记忆网络; Copula 理论; 时变可靠性预测

中图分类号: U441^{+.2} 文献标志码: A DOI: 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.202309064

Time-dependent reliability prediction of bridge components with the fusion of BO-LSTM and Copula theory

ZHAO Qifan¹, LIU Yuefei^{1,2}, FAN Xueping^{1,2}

(1. School of Civil Engineering and Mechanics, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China; 2. Key Laboratory of Mechanics on Disaster and Environment in Western China of the Ministry of Education, Lanzhou University, Lanzhou 730000, China)

Abstract: There exists the nonlinear failure correlation among the multiple monitoring points of bridge components. Considering the influence of this factor on the reliability indices of the bridge, this paper adopts the Bayesian optimized long short-term memory (BO-LSTM) network model in machine learning to dynamically predict the monitoring data of the bridge, and establishes a three-dimensional Gaussian Copula model based on Copula theory to calculate the time-varying reliability indices and failure probability of the bridge construction. The rationality of the model and method is verified by applying the monitoring data of Fumin Bridge in Tianjin.

Keywords: structural engineering; Bayesian optimization; long short-term memory network; Copula theory; time-varying reliability prediction

国内外学者在结构可靠度预测领域进行了大量研究。国外方面, CHING 等^[1]运用贝叶斯分析对 IASC-ASCE 结构健康监测第二阶段的 Benchmark 模型进行了分析; FRANGOPOL 等^[2]提出了基于监测应力极值的桥梁性能可靠度评估及预测方法, 并引入基于贝叶斯更新的桥梁可靠度预测方法^[3]; PATTON^[4]、DIAS 等^[5]和 VANDEN GOORBERGH 等^[6]研究了双变量时间序列的动态时变 Copula 模型; SHANMUGAM^[7]使用常数参数的 Copulas 函数研究了马尔可夫时间序列。国内方面, 樊学平^[8]利用桥梁健康监测数据, 运用贝叶斯动态模型, 对美国 I-39 北桥和长春伊通河桥的构件可靠度进行了预测分析; 樊学平等^[9]进行了在役桥梁的动力响应数据动态线性建模和可靠性修正分析; LIU 等^[10]利用动态

时变 Copula 模型考虑了失效模式对串联结构体系的影响, 对长春伊通河桥进行了可靠性分析; 樊学平等^[11]采用 Copula 理论建立了三元的 Gaussian Copula-BDMs 模型, 计算桥梁构件的时变可靠性, 并对天津富民桥进行了可靠度分析与预测。

在桥梁构件可靠度预测方面, 国内多采用以贝叶斯动态模型为基础的预测方法。该类方法多采用时间序列分析方法、移动平均法以及五点三次平滑法等方法将采集的健康监测信息进行降噪处理, 再基于健康监测数据的分布特性, 建立多过程贝叶斯动态线性模型(如 R-Vine Copula 模型), 实现了多个模型对监测应力极值信号的实时预测和分析, 最后结合健康监测信息和可靠度计算方法对桥梁构件的时变可靠性进行预测和分析^[11-16]。

收稿日期: 2023-09-22; 修订日期: 2023-11-09

基金项目: 甘肃省自然科学基金资助项目(20JR10RA625, 20JR10RA623); 国家自然科学基金资助项目(51608243); 兰州大学中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(lzujbky-2025-05)

神经网络算法不仅可以反映序列数据发展和变化的趋势,而且可以考虑数据序列中随机波动的影响,拟合并进行高精度预测。而针对时序数据的预测,采用较多的是内侧节点递归连接的循环神经网络(recurrent neural network, RNN)模型^[12],该模型可以实现多个隐藏层的相互连接,获得更好的网络状态反馈。在 RNN 模型的基础上,长短期记忆(long short-term memory, LSTM)网络解决了 RNN 模型无法处理的长距离依赖问题,对时序数据能够进行更好的处理。

贝叶斯优化是一种通过近似逼近来估计最优解的优化方法,多适用于黑箱优化。贝叶斯优化的 LSTM 模型可以给出最好的超参数组合。在面对不同的桥梁数据时,只需对贝叶斯优化的两个参数进行调整,而不需要额外对 LSTM 模型进行超参数确定,大大提高了优化的效率^[13]。

基于以上研究,本文采用 LSTM 模型,并引入贝叶斯优化方法对 LSTM 模型中的初始超参数进行优化,构建贝叶斯优化下的长短期记忆(BO-LSTM)网络模型,利用 BO-LSTM 模型对桥梁监测应力极值进行预测。并以天津富民桥为例,基于二元 Copula^[14-15]理论,将二元 Gaussian Copula 推广至三元,建立三元的 Gaussian Copula 模型,对桥梁可靠性进行计算分析,验证模型与方法的合理性。

1 长短期记忆网络

在一般的循环神经网络中,其参数往往可以通过梯度下降的方法来进行较为高效的学习,进而进行神经网络的构建^[12]。由于在一般循环神经网络中,非线性激活函数经常使用导数小于 1 的 Logistic 函数或 Tanh 函数,其权重矩阵均较小,因此往往会出现梯度消失的问题。

一般循环网络尽管在理论上可建立长时间间隔数据状态之间的关系,但由于存在梯度爆炸或消失的问题,在实际操作中只能学习到短期的依赖关系,这种问题称为长程依赖问题。

为了解决一般循环神经网络的长程依赖问题,本文采用引入门控机制的方法来控制信息的积累速度,对输入神经网络的信息进行一定程度的筛选,有选择地加入新信息或遗忘之前的信息。长短期记忆网络就是基于门控的循环神经网络的变体,可以有效解决梯度爆炸或消失的问题^[12]。

LSTM 网络中的重复模块包含四个交互的层: 3 个 Sigmoid 层和 1 个 Tanh 层,并以图 1 所示的方式进行交互。

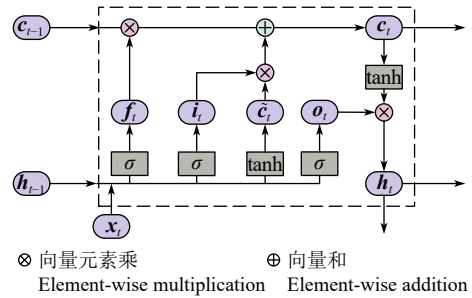


图 1 LSTM 网络的循环单元结构

Fig. 1 Cyclic unit structure of LSTM network

图 1 中:

$$i_t = \sigma(W_i x_t + U_i h_{t-1} + b_i) \quad (1)$$

$$f_t = \sigma(W_f x_t + U_f h_{t-1} + b_f) \quad (2)$$

$$o_t = \sigma(W_o x_t + U_o h_{t-1} + b_o) \quad (3)$$

$$\tilde{c}_t = \tanh(W_c x_t + U_c h_{t-1} + b_c) \quad (4)$$

$$c_t = f_t * c_{t-1} + i_t * \tilde{c}_t \quad (5)$$

$$h_t = o_t * \tanh(c_t) \quad (6)$$

式中, i_t 、 f_t 、 o_t 、 c_t 和 \tilde{c}_t 分别为输入门、遗忘门、输出门、细胞状态和细胞状态候选值; $\sigma(\cdot)$ 为 Logistic 函数, 输出函数区间为 (0,1); W_i 、 W_f 、 W_o 和 W_c 分别为输入门、遗忘门、输出门和细胞状态候选值的权重矩阵; U_i 、 U_f 、 U_o 和 U_c 分别为为输入门、遗忘门、输出门和细胞状态上一时刻外部状态的权重; b_i 、 b_f 、 b_o 和 b_c 分别为输入门、遗忘门、输出门和细胞状态候选值的偏置矩阵; x_t 为当前时刻的输入; h_{t-1} 为上一时刻的外部状态。

在 LSTM 网络中, 记忆单元 c 可以在某个时刻捕捉到某个关键信息, 并有能力将此关键信息保存一定的时间间隔。记忆单元 c 中保存信息的生命周期要长于短期记忆 h , 但又远远短于长期记忆。

2 贝叶斯优化

机器学习模型中一般有两类参数: 第一类参数通常称为模型参数(parameter), 需要从数据中学习和估计得到, 例如线性回归中的斜率与截距等; 第二类参数通常称为超参数(hyperparameter), 是机器学习算法中的调优参数(tuning parameter), 需要提前设定, 例如神经网络的初始学习率等。在本文中, 使用贝叶斯优化对 LSTM 网络的超参数进行优化。

贝叶斯优化^[13]是一种通过近似逼近来估计最优解的优化方法, 多适用于黑箱优化, 采用高斯过程、随机森林等各种概率代理模型拟合超参数与评价模型之间的关系, 得出效果最好的超参数组合。贝叶斯优化会考虑之前的参数信息, 更新目标函数的后验分布, 直到后验分布基本贴合真实分布。相较于传统的 LSTM 模型对于时序数据的预测, 引入贝叶

斯优化的 LSTM 模型可以通过对各种概率代理模型拟合超参数与模型之间的关系进行评价, 得出最好的超参数组合, 而不需要额外进行超参数模拟与组合, 大大提高了优化的效率。后验概率的更新公式为:

$$p(f|D) = \frac{p(D|f)p(f)}{p(D)} \quad (7)$$

式中, $D=\{(x_1, f_1), (x_2, f_2), \dots, (x_n, f_n)\}$ 为已经采集到的样本点, 其中, x_n 和 f_n 分别为样本和其对应的概率; $p(f)$ 为先验分布, 能够通过上述贝叶斯公式算出 f 的后验分布; $p(D|f)$ 为似然函数; $p(f|D)$ 为后验分布函数。

贝叶斯优化中的概率代理模型指的是通过某种概率模型替代目标函数, 主要分为以下三类: TPE(树形 Parzen 评估器, tree parzen estimator)、SMAC(随机森林回归)和 GP(高斯过程)。本文采用高斯过程回归对贝叶斯优化模型进行建模, 有:

$$y_n = f_n(x_n) + \varepsilon_n \quad (8)$$

式中, ε_n 为高斯白噪声且服从正态分布 $N(0, \sigma_n^2)$, 其中 σ_n 为标准差。

$$f(x) \sim \text{GP}[m(x), k(x, x')] \quad (9)$$

式中, $m(x)$ 为均值; $k(x, x')$ 为指数协方差, 称为核函数, 可表示为:

$$k(x, x') = \sigma_f^2 \exp \left[-\sqrt{(x, x')^T \mathbf{A}^{-1} (x, x')} \right] \quad (10)$$

式中, σ_f^2 为核函数信号差; \mathbf{A} 为超参数对称矩阵。

根据贝叶斯理论, 基于样本数据集 D 由高斯过程建立的先验函数在给定测试样本 x^* 的条件下将变化为后验分布, 因此样本数据集的观察目标值和预测值的联合分布为:

$$\begin{bmatrix} y \\ f(x^*) \end{bmatrix} \sim N \left(0, \begin{bmatrix} \mathbf{K}(X, X) + \sigma_n^2 \mathbf{I} & \mathbf{K}(X, x^*) \\ \mathbf{K}(x^*, X) & \mathbf{K}(x^*, x^*) \end{bmatrix} \right) \quad (11)$$

式中, $\mathbf{K}(X, x^*) = \mathbf{K}^T(x^*, X)$, 且该项为测试样本 x^* 与训练集样本 X 之间的 $N \times 1$ 阶协方差核矩阵; \mathbf{I} 为单位矩阵。

由此可得测试样本 x^* 模型预测值 $f(x^*)$ 满足的后验分布:

$$p(f(x^*)|X, Y, x^*) \sim N(\mu^*, \Sigma^*) \quad (12)$$

其中:

$$\mu^* = \mathbf{K}(x^*, X) [\mathbf{K}(X, X) + \sigma_n^2 \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{Y} \quad (13)$$

$$\Sigma^* = \mathbf{K}(x^*, x^*) - \mathbf{K}(x^*, X) [\mathbf{K}(X, X) + \sigma_n^2 \mathbf{I}]^{-1} \mathbf{K}(X, x^*) \quad (14)$$

式中, \mathbf{Y} 为样本数据集的观测目标值; μ^* 为均值; Σ^* 为方差; \mathbf{I}_N 为 N 维单位矩阵; $\mathbf{K}(X, X)$ 为协方差矩阵, 是一个实对称阵。

综上, $\theta = \{\sigma_f^2, \sigma_n^2, \mathbf{A}\}$ 为超参数集合, 一般而言, 高斯过程回归通过极大似然估计求解优化超参数, 其对数似然函数为:

$$L(\theta) = -\lg[p(Y|X, \theta)] = \frac{1}{2} \mathbf{Y}^T \mathbf{M}^{-1} \mathbf{Y} + \frac{1}{2} \lg|\mathbf{M}| + \frac{n}{2} \lg 2\pi \quad (15)$$

式中, $\mathbf{M} = \mathbf{K}(X, X) + \sigma_n^2 \mathbf{I}$ 。通过求解极大似然函数的极值可以确定优化后的超参数组合。

贝叶斯优化问题包括目标函数、域空间、优化算法、结果历史记录 4 个主要部分, 如表 1 所示。

表 1 贝叶斯优化的主要内容

Tab. 1 Main contents of Bayesian optimization

主要部分	解释
目标函数	模型想要最小化的函数, 本文中为 LSTM 模型中使用该组超参数在验证集上的损失大小
域空间	需要调优的超参数的取值范围, 本文中为 LSTM 单元内隐藏层的尺寸大小, 初始学习率和正则化参数
优化算法	构造代理函数并选择下一个超参数的方法, 即采集函数
结果历史记录	目标函数评估的存储结果

3 三元 Gaussian Copula 模型

由于本文所采用的桥例(天津富民桥)在横梁底板横桥向布置了内侧、中部和外侧 3 个监测点, 因此将二元 Gaussian Copula 模型推广至三元 Gaussian Copula, 对监测点进行整体可靠指标预测与分析。

3.1 Copula 理论

对于 $\mathbf{X}=(X_1, X_2, \dots, X_n)$, 本文假设 F 为 n 元联合概率分布函数, 其边缘分布函数为 $F_{X_1}, F_{X_2}, \dots, F_{X_n}$, 有 Copula 函数 C_1 , 使得对于任意的 $\mathbf{x}=(x_1, x_2, \dots, x_n) \in \mathbf{R}^n$, 都有下式成立^[14]:

$$F(x_1, x_2, \dots, x_n) = C_1(F_{X_1}(x_1), F_{X_2}(x_2), \dots, F_{X_n}(x_n)) \quad (16)$$

若边缘分布函数 $F_{X_i}(i=1, 2, \dots, n)$ 连续, 则 Copula 函数唯一。由式 (16) 可得随机向量 $\mathbf{X}=(X_1, X_2, \dots, X_n)$ 的联合概率密度函数为:

$$p(x_1, x_2, \dots, x_n) = c(F_{X_1}(x_1), F_{X_2}(x_2), \dots, F_{X_n}(x_n)) \prod_{i=1}^n p_{X_i}(x_i) \quad (17)$$

式中, $p_{X_i}(x_i)$ 为边缘密度函数; $c(u)$ 为 Copula 函数的联合概率密度函数:

$$c(u_1, u_2, \dots, u_n) = \frac{\partial^2 C}{\partial u_1 \partial u_2 \dots \partial u_n} (u_1, u_2, \dots, u_n) \quad (18)$$

若 $F_{X_i}^{-1}$ 为 $F_{X_i}(i=1, 2, \dots, n)$ 的广义逆函数, 式 (17) 还可写为:

$$F \begin{pmatrix} F_{X_1}^{-1}(u_1) \\ F_{X_2}^{-1}(u_2) \\ \vdots \\ F_{X_n}^{-1}(u_n) \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{pmatrix} \quad (19)$$

式中, $u_i = F_{X_i}(i=1, 2, \dots, n)$; $(u_1, u_2, \dots, u_n) = \mathbf{u}$ 。

式 (19) 表示在边缘分布已知的条件下构造 Copula

函数的方法。由概率积分变换可知, 随机变量 $U_i = F_{X_i}(X_i) (i=1, 2, \dots, n)$ 服从 $(0, 1)$ 均匀分布且 $X_i = F_{X_i}^{-1}(U_i) (i=1, 2, \dots, n)$, $U=(U_1, U_2, \dots, U_n)$, 因此式 (19) 可以进一步表示为:

$$P \begin{pmatrix} X_1 \leq x_1 \\ X_2 \leq x_2 \\ \vdots \\ X_n \leq x_n \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} X_1 \leq F_{X_1}^{-1}(u_1) \\ X_2 \leq F_{X_2}^{-1}(u_2) \\ \vdots \\ X_n \leq F_{X_n}^{-1}(u_n) \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} U_1 \leq u_1 \\ U_2 \leq u_2 \\ \vdots \\ U_n \leq u_n \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ \vdots \\ u_n \end{pmatrix} \quad (20)$$

由式 (20) 可知, Copula 函数可以将多元随机变量的联合概率密度与各变量的边缘概率密度函数有效地连接起来, 考虑随机变量之间的相关性, 简化了多元随机变量的概率建模过程。

3.2 三元 Gaussian Copula 函数

Gaussian Copula 是椭圆 Copula 函数的一种^[11], 根据椭圆 Copula 函数的构造方法, 由多元正态分布函数推导可得到 Gaussian Copula。以三元 Copula 函数为例, 相对应的概率分布函数 C 为:

$$C(u_1, u_2, u_3; \rho_{12}, \rho_{13}, \rho_{23}) = \Phi_G(\Phi^{-1}(u_1), \Phi^{-1}(u_2), \Phi^{-1}(u_3); \rho) = \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(u_1)} \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(u_2)} \int_{-\infty}^{\Phi^{-1}(u_3)} \frac{1}{(2\pi)^{\frac{3}{2}} A^{\frac{1}{2}}} \times \exp\left(\frac{-B}{2A}\right) dr ds dt \quad (21)$$

其中:

$$A = 1 - \rho_{12}^2 - \rho_{13}^2 - \rho_{23}^2 + 2\rho_{12}\rho_{13}\rho_{23},$$

$$B = (1 - \rho_{23}^2)r^2 + (1 - \rho_{13}^2)s^2 + (1 - \rho_{12}^2)t^2 - 2K,$$

$$K = (\rho_{12} - \rho_{13}\rho_{23})rs + (\rho_{13} - \rho_{12}\rho_{23})rt + (\rho_{23} - \rho_{12}\rho_{13})st,$$

式中, $u_i = F_i(x_i)$, 其中 $F_i(x_i)$ 为 $x_i (i=1, 2, 3)$ 的边缘概率分布函数; Φ 为标准正态分布函数; $\rho, \rho_{12}, \rho_{13}, \rho_{23}$ 为 Copula 函数的分布参数, 取值均为 $[-1, 1]$; r, s, t 为极坐标变换后的积分变量。

Pearson 线性相关系数是度量随机变量间线性相关性强弱的指标, 本文采用 Pearson 线性相关系数法来确定 Gaussian Copula 函数的相关参数 ρ 。

假设随机变量 x_1 和 x_2 的 Pearson 线性相关系数表示为 $\rho(1, 2)$, 结合 Copula 函数的概念可以得到 Gaussian Copula 函数相关参数 ρ 的关系式^[14], 如下式所示:

$$\rho = \rho(\Phi^{-1}(u_1), \Phi^{-1}(u_2)) = \rho(\Phi^{-1}(F_1(x_1)), \Phi^{-1}(F_2(x_2))) = \rho(x_1, x_2) = \rho(1, 2) \quad (22)$$

由式 (22) 可得, $t+1$ 时刻基与 Pearson 线性相关系数的 Gaussian Copula 函数的相关参数为:

$$\rho_{t+1} = \rho_{t+1}(1, 2) \quad (23)$$

基于随机变量之间的 Pearson 线性相关系数, 通过推导可得到三元的 Gaussian Copula 模型: $y_{1,t+1}$ 的分布函数为 $N(\mu_{1,t+1}, \sigma_{1,t+1}^2)$, $y_{2,t+1}$ 的分布函数为 $N(\mu_{2,t+1}, \sigma_{2,t+1}^2)$, $y_{3,t+1}$ 的分布函数为 $N(\mu_{3,t+1}, \sigma_{3,t+1}^2)$, 即

$$F_1(y_{1,t+1}) = N(\mu_{1,t+1}, \sigma_{1,t+1}^2) = \Phi\left(\frac{y_{1,t+1} - \mu_{1,t+1}}{\sigma_{1,t+1}}\right) \quad (24)$$

$$F_2(y_{2,t+1}) = N(\mu_{2,t+1}, \sigma_{2,t+1}^2) = \Phi\left(\frac{y_{2,t+1} - \mu_{2,t+1}}{\sigma_{2,t+1}}\right) \quad (25)$$

$$F_3(y_{3,t+1}) = N(\mu_{3,t+1}, \sigma_{3,t+1}^2) = \Phi\left(\frac{y_{3,t+1} - \mu_{3,t+1}}{\sigma_{3,t+1}}\right) \quad (26)$$

式中, μ 和 σ 分别表示平均值和标准差。

令 $u_1 = F_1(y_{1,t+1})$, $u_2 = F_2(y_{2,t+1})$, $u_3 = F_3(y_{3,t+1})$, 可得三元 Gaussian Copula 模型函数为:

$$\begin{pmatrix} y_{1,t+1} \\ y_{2,t+1} \\ y_{3,t+1} \end{pmatrix} \sim C \begin{pmatrix} F_1(y_{1,t+1}) \\ F_2(y_{2,t+1}) \\ F_3(y_{3,t+1}) \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} \quad (27)$$

$$C \begin{pmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{pmatrix} = \Phi_G \begin{pmatrix} F_1(y_{1,t+1}) \\ F_2(y_{2,t+1}) \\ F_3(y_{3,t+1}) \\ \rho_{12,t+1} \\ \rho_{13,t+1} \\ \rho_{23,t+1} \end{pmatrix} \quad (28)$$

式中, $\Phi_G(\cdot)$ 为 Gaussian Copula 函数; $\rho_{12,t+1}, \rho_{13,t+1}, \rho_{23,t+1}$ 为基于 BO-LSTM 得到的 Gaussian Copula 函数的时变相关参数。

4 考虑失效模式相关性的结构体系可靠指标预测分析

结构体系三个失效模式所对应的功能函数为:

$$g_{i,t+1}(X_1, X_2, \dots, X_n) = [\sigma] - y_{i,t+1}; \quad i = 1, 2, 3 \quad (29)$$

三个失效模式同时发生的概率为:

$$P \begin{pmatrix} g_{1,t+1}(X) \leq 0 \\ g_{2,t+1}(X) \leq 0 \\ g_{3,t+1}(X) \leq 0 \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} F_1(g_{1,t+1}(X)) \leq F_1(0) \\ F_2(g_{2,t+1}(X)) \leq F_2(0) \\ F_3(g_{3,t+1}(X)) \leq F_3(0) \end{pmatrix} = P \begin{pmatrix} U_{1,t+1} \leq F_1(0) \\ U_{2,t+1} \leq F_2(0) \\ U_{3,t+1} \leq F_3(0) \end{pmatrix} = C \begin{pmatrix} F_1(0) \\ F_2(0) \\ F_3(0) \\ \rho_{12,t+1} \\ \rho_{13,t+1} \\ \rho_{23,t+1} \end{pmatrix} \quad (30)$$

其中:

$$U_{i,t+1} = \Phi\left(\frac{[\sigma] - y_{i,t+1} - \mu_{i,t+1}}{\sigma_{i,t+1}}\right);$$

$$F_i(0) = \Phi\left(\frac{-\mu_{i,t+1}}{\sigma_{i,t+1}}\right); \quad i = 1, 2, 3。$$

根据 Sklar 定理, 由式 (30) 可以得到三元串联体系的失效概率为:

$$\begin{aligned}
& P(A_{1,t+1} \cup A_{2,t+1} \cup A_{3,t+1}) = \\
& P(A_{1,t+1}) + P(A_{2,t+1}) + P(A_{3,t+1}) - \\
& P\left(\begin{array}{c} A_{1,t+1} \\ A_{2,t+1} \end{array}\right) - P\left(\begin{array}{c} A_{1,t+1} \\ A_{3,t+1} \end{array}\right) - P\left(\begin{array}{c} A_{2,t+1} \\ A_{3,t+1} \end{array}\right) + P\left(\begin{array}{c} A_{1,t+1} \\ A_{2,t+1} \\ A_{3,t+1} \end{array}\right) = \\
& p_{f_{1,t+1}} + p_{f_{2,t+1}} + p_{f_{3,t+1}} - \\
& C\left(\begin{array}{c} p_{f_{1,t+1}} \\ p_{f_{2,t+1}} \end{array}\right) - C\left(\begin{array}{c} p_{f_{1,t+1}} \\ p_{f_{3,t+1}} \end{array}\right) - C\left(\begin{array}{c} p_{f_{2,t+1}} \\ p_{f_{3,t+1}} \end{array}\right) + C\left(\begin{array}{c} p_{f_{1,t+1}} \\ p_{f_{2,t+1}} \\ p_{f_{3,t+1}} \end{array}\right) = \\
& p_{f_{1,t+1}} + p_{f_{2,t+1}} + p_{f_{3,t+1}} - \\
& \Phi_G\left(\begin{array}{c} p_{f_{1,t+1}} \\ p_{f_{2,t+1}} \end{array}\right) - \Phi_G\left(\begin{array}{c} p_{f_{1,t+1}} \\ p_{f_{3,t+1}} \end{array}\right) - \Phi_G\left(\begin{array}{c} p_{f_{2,t+1}} \\ p_{f_{3,t+1}} \end{array}\right) + \\
& \Phi_G\left(\begin{array}{c} p_{f_{1,t+1}} \\ p_{f_{2,t+1}} \\ p_{f_{3,t+1}} \end{array}\right) \quad (31)
\end{aligned}$$

式中, $A_{i,t+1}$ 表示 $g_{i,t+1}(X) \leq 0$ ($i=1,2,3$); $p_{f_{1,t+1}}$ 、 $p_{f_{2,t+1}}$ 、 $p_{f_{3,t+1}}$ 为三个失效模式的概率; C 为 Copula 函数。

5 BO-LSTM 模型建立与实桥分析

天津市富民桥是横跨在海河上的单塔空间索面自锚悬索桥,该桥主跨主缆被锚定在主梁两侧,边跨主缆被锚定在重力式锚碇,通过这种锚定形式,构成了一个稳定结构体系。主跨主缆采用三维空间线性,在立面及平面皆为抛物线,边跨主缆采用一组

(两根并排)缆索、不加竖向吊索形式。本文主要对主跨部分横梁的时序监测应力极值作出预测,并对时变可靠性进行分析。

5.1 BO-LSTM 模型建立与训练

考虑到桥梁监测应力极值的时序数据的特征,采用 MATLAB 建立贝叶斯优化的长短期记忆网络模型。

串联结构体系是指结构中一个元件失效则结构失效的结构体系,是无冗余度的体系,也称为最弱链体系,其安全可靠度要求所有组成元件不得失效。而并联结构体系是指只有在结构中全部元件都失效时结构才失效的结构体系。并联结构的体系是有冗余度的体系,只要有任何元件不失效则结构体系依然可靠。对于本桥来说,当横梁底板横桥向的内侧、中部和外侧 3 个测点之中,任意一点发生失效,则整体结构发生失效,因此认为该三点存在串联关系。采用天津富民桥主梁截面 A 横桥向底板内侧、中部和外侧 3 个存在着串联关系的控制监测点 FBG01074、FBG01081 和 FBG01078 的单向应力,对该横梁构件可靠度进行计算分析。截面 A 的应变测点布置图如图 2 所示。图 2 中,测点 1、3 和 5 分别表示 FBG01074、FBG01078 和 FBG01081;测点 2、4 和 6 均为温度补偿测点。

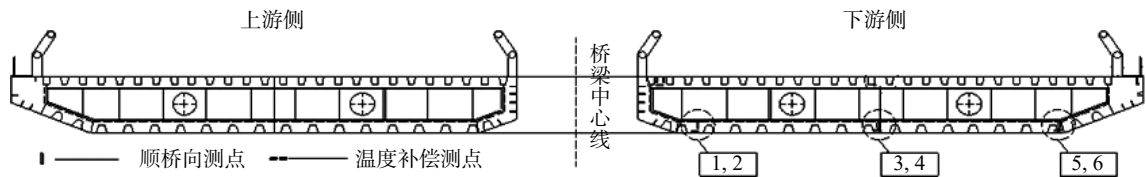


图 2 截面 A 应变测点布置图

Fig. 2 Layout diagram of strain measuring points in section A

BO-LSTM 模型的训练过程分为三个阶段:

(1) 使用传统的 LSTM 模型进行预训练,得到初始模型参数;

(2) 使用贝叶斯优化模型,通过采样和优化算法来估计 LSTM 模型的超参数的后验分布,计算出指定数据集和任务中 LSTM 模型的最优超参数;

(3) 将贝叶斯优化下的最优超参数引入 LSTM 模型,对 LSTM 模型重新进行训练。

综上,BO-LSTM 模型就可以通过贝叶斯优化模型的迭代获得更准确的模型参数,更好地对桥梁时序监测应力极值作出预测。为提高模型的泛化能力,防止过拟合现象,将前 70% 的数据作为训练集,用作寻找贝叶斯优化最优模型的参数;后 30% 作为测试集,对模型预测能力进行评估。

对天津富民桥某横梁底板横桥向的 3 个控制监测点 FBG01074、FBG01081 和 FBG01078 从 2009 年 8 月

19 日 22 时 5 分开始以 5 min 为时间间隔采集数据,至 2009 年 8 月 29 日 11 时 55 分,每个监测点获得 2691 个单向应力,所测数据不包括桥梁恒载效应,如表 2 所示。

在构建过程中,使用均方根误差 RMSE 作为损失函数,通过计算 RMSE 是否在合理范围内,不断训练调节超参数,直到参数精度满足要求:

$$RMSE = \sqrt{\frac{1}{n} \sum_{t=1}^n (y_t - \hat{y}_t)^2} \quad (32)$$

并通过计算最终预测值与实测值之间的平均绝对误差 MAE,反映实际预测的误差大小,对模型整体的预测精度进行评估:

$$MAE = \frac{1}{n_1} \sum_{t=1}^{n_1} |y_t - \hat{y}_t| \quad (33)$$

式中, n_1 为训练数据的个数; y_t 为第 t 个训练数据; \hat{y}_t 为模型对训练集第 t 个数据的预测值。

表 2 监测得到的单向应力

Tab. 2 Unidirectional stress obtained by monitoring

时间	单向应力/MPa		
	监测点FBG01074	监测点FBG01081	监测点FBG01078
8/19 22:05	-82.30232089	-82.30232089	-58.01665251
8/19 22:10	-82.1034107	-82.1034107	-58.32982158
8/19 22:15	-82.12141271	-82.12141271	-58.42480884
8/19 22:20	-82.00086781	-82.00086781	-58.00050977
8/19 22:25	-82.34377397	-82.34377397	-58.25301614
8/19 22:30	-82.66322906	-82.66322906	-58.06762957
8/19 22:35	-82.28304743	-82.28304743	-57.88581138
8/19 22:40	-82.0634107	-82.0634107	-58.19898046
8/19 22:45	-82.04141271	-82.04141271	-58.19745115
8/19 22:50	-82.40304743	-82.40304743	-58.0671198
8/19 22:55	-82.3845005	-82.3845005	-58.2353441
8/19 23:00	-82.72522704	-82.72522704	-58.1039932
⋮	⋮	⋮	⋮
8/29 10:20	-81.77184662	-81.77184662	-59.16618522
8/29 10:25	-81.67039354	-81.67039354	-59.29957519
8/29 10:30	-81.2843996	-81.2843996	-59.37841971
8/29 10:35	-81.5643996	-81.5643996	-59.27187766
8/29 10:40	-81.1007669	-81.1007669	-58.90773152
8/29 10:45	-81.13786075	-81.13786075	-58.93305013
8/29 11:25	-79.63061554	-79.63061554	-58.13338997
8/29 11:30	-79.20607467	-79.20607467	-58.16227698
8/29 11:35	-78.88207871	-78.88207871	-58.16890399
8/29 11:40	-78.99953582	-78.99953582	-57.88258284
8/29 11:45	-78.51535822	-78.51535822	-57.542226
8/29 11:50	-78.43172553	-78.43172553	-57.7271028
8/29 11:55	-78.16500505	-78.16500505	-57.59643161

BO-LSTM 模型的建立流程如图 3 所示。

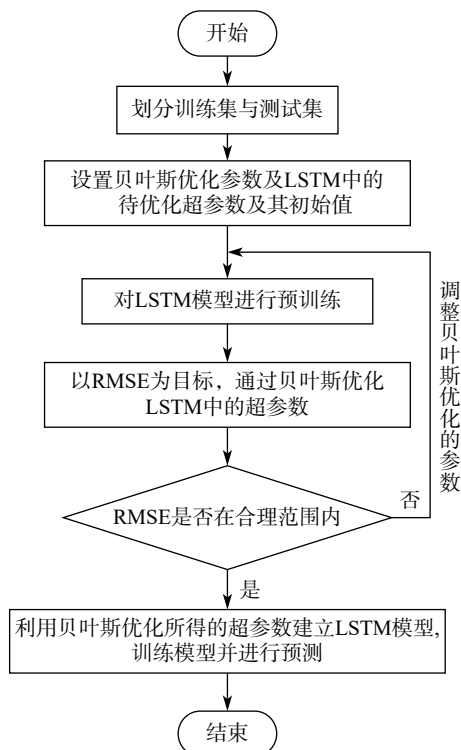


图 3 BO-LSTM 模型建立流程

Fig. 3 Establishment process of BO-LSTM model

MATLAB 中选取的使用贝叶斯优化的初始参数与得到的各个最优参数如表 3 所示。

表 3 BO-LSTM 模型的最优参数

Tab. 3 Optimal parameters of BO-LSTM model

模型	参数名称	初始参数	最优参数
贝叶斯优化	优化时间(MaxTime)	—	Inf
	最大迭代次数 (MaxObjectiveEvaluations)	—	40
	隐藏层节点(NumOfUnits)	10	优化所得
	优化算法	adam	adam
LSTM 模型	最大训练次数(MaxEpochs)	800	800
	梯度阈值(GradientThreshold)	1	1
	初始学习率(InitialLearnRate)	0.001	优化所得
	学习率调整轮次 (LearnRateDropPeriod)	700	700
	学习率调整因子 (LearnRateDropFactor)	0.2	0.2
	正则化参数L2(L2Regularization)	2×10^{-10}	优化所得

表 3 中, 初始参数为在预训练中获得的参数; 除隐藏层节点、初始学习率、正则化参数外的最优参数, 均为在先前研究中确定的通用参数。本文仅对在不同模型中变化较大的参数进行贝叶斯优化。

图 4-9 为 BO-LSTM 对监测点 FBG01074、FBG01081 和 FBG01078 的预测曲线与预测效果图。

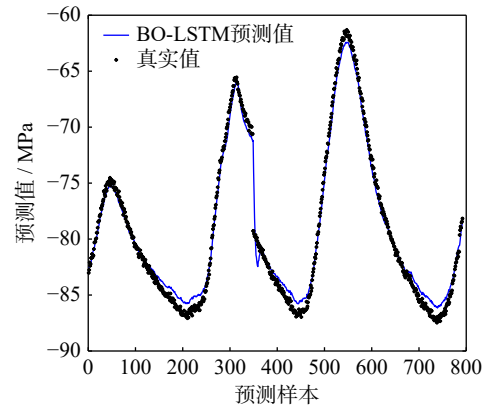


图 4 FBG01074 监测应力的预测曲线

Fig. 4 Prediction curve of FBG01074 monitoring stress

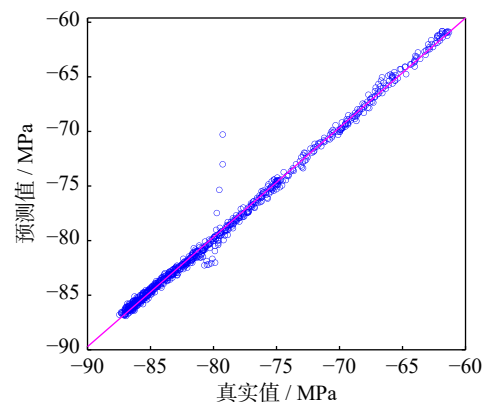


图 5 FBG01074 监测应力的预测效果图

Fig. 5 Prediction effect diagram of FBG01074 monitoring stress

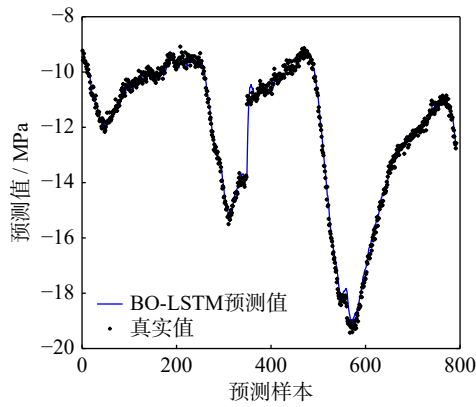


图6 FBG01081 监测应力的预测曲线

Fig. 6 Prediction curve of FBG01081 monitoring stress

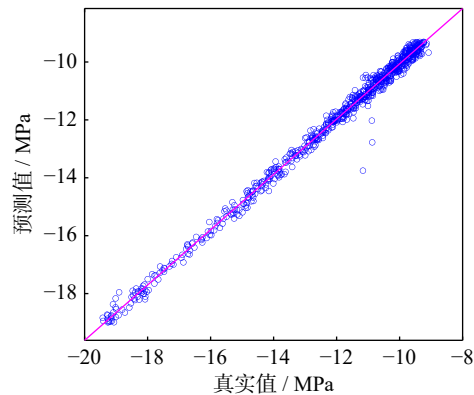


图7 FBG01081 监测应力的预测效果图

Fig. 7 Prediction effect diagram of FBG01081 monitoring stress

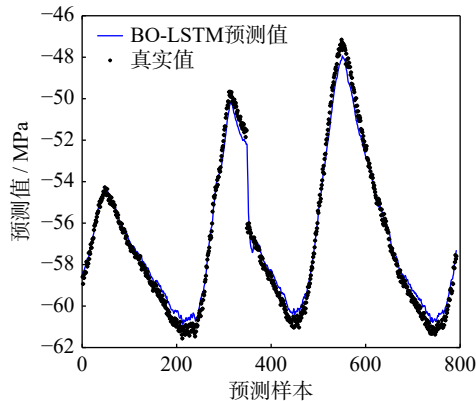


图8 FBG01078 监测应力的预测曲线

Fig. 8 Prediction curve of FBG01078 monitoring stress

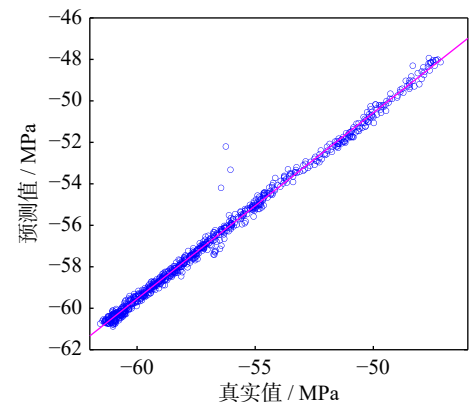


图9 FBG01078 监测应力的预测效果图

Fig. 9 Prediction effect diagram of FBG01078 monitoring stress

由桥梁监测应力的测试集样本计算可得:

$$MAE_{\text{FBG01074}} = 0.34872 \text{ MPa},$$

$$MAE_{\text{FBG01081}} = 0.36742 \text{ MPa},$$

$$MAE_{\text{FBG01078}} = 0.17622 \text{ MPa}.$$

由平均绝对误差 MAE 值可知, 本文所建立的 BO-LSTM 模型能够对监测点 FBG01074、FBG01081 和 FBG01078 的监测应力极值进行有效地预测和分析, 预测的结果能够合理地解释检测结果的变化范围和趋势。

BO-LSTM 模型各优化参数随贝叶斯优化迭代次数的变化如表 4 所示。由表 4 可知, 测试集的均方根误差 $RMSE$ 和平均绝对误差 MAE 总体上随着贝叶斯优化网络的迭代次数增加而降低。说明 BO-LSTM 模型的计算精度在一定范围内总体上随着贝叶斯优化的迭代次数的增加而增加。

表 4 BO-LSTM 模型各优化参数随贝叶斯优化迭代次数的变化

Tab. 4 Variation of each optimal parameter of BO-LSTM model with Bayesian optimization iteration number

监测点	迭代次数	隐藏层节点	初始学习率	正则化参数L2	$RMSE/$ MPa	$MAE/$ MPa
FBG01074	10	50	0.0897	6.0120×10^{-9}	0.95416	0.77642
	15	46	0.0421	2.2246×10^{-8}	0.84217	0.62543
	20	42	0.0322	1.0494×10^{-8}	0.76578	0.55339
	25	45	0.0343	1.3457×10^{-10}	0.52074	0.43104
	30	49	0.0359	6.9529×10^{-10}	0.35586	0.35820
FBG01081	40	46	0.0361	5.5924×10^{-10}	0.35578	0.34872
	10	37	0.0988	1.6448×10^{-10}	0.86941	0.38627
	15	43	0.0597	1.7559×10^{-10}	0.74352	0.21359
	20	40	0.0256	1.0732×10^{-8}	0.30795	0.19957
	25	44	0.0564	3.4598×10^{-9}	0.42345	0.20354
FBG01078	30	35	0.0989	2.3356×10^{-10}	0.29439	0.19847
	40	32	0.1987	4.9260×10^{-10}	0.28444	0.19662
	10	50	0.0019	1.1305×10^{-10}	0.31595	0.20412
	15	42	0.0134	1.1427×10^{-10}	0.30646	0.20089
	20	29	0.0291	1.1197×10^{-9}	0.43457	0.33493
FBG01078	25	46	0.0159	8.4465×10^{-9}	0.30024	0.19824
	30	41	0.0234	1.1082×10^{-10}	0.29804	0.18227
	40	44	0.0111	1.0764×10^{-10}	0.29672	0.17622

5.2 BO-LSTM 模型有效性验证

为验证 BO-LSTM 模型的有效性, 分别采用内层节点递归连接的循环神经网络模型、长短期记忆网络模型, 并以桥梁底板中部的监测点 FBG01081 为例, 对桥梁监测应力极值进行预测, 以均方根误差 $RMSE$ 为评价指标, 与 BO-LSTM 模型预测值进行比较, 其中 RNN 模型与 LSTM 模型的超参数如表 5 所示。

桥梁监测应力极值预测对比分析结果如图 10 所示。由图 10 可知, 利用 BO-LSTM 模型可以较好地

表 5 RNN 模型与 LSTM 模型的超参数

参数名称	RNN模型	LSTM模型
隐藏层节点(NumOfUnits)	40	40
优化算法	adam	adam
最大训练次数(MaxEpochs)	800	800
梯度阈值(GradientThreshold)	1	1
初始学习率(InitialLearnRate)	0.198	0.198
学习率调整轮次(LearnRateDropPeriod)	700	700
学习率调整因子(LearnRateDropFactor)	0.2	0.2
正则化参数L2(L2Regularization)	4.92×10^{-10}	4.92×10^{-10}

表 6 监测点的监测应力极值

时间/d	应力极值/MPa		
	监测点FBG01074	监测点FBG01081	监测点FBG01078
2	79.6933	-13.5776	-55.9488
3	88.469	-13.2206	-62.9587
4	88.9938	-17.5406	-63.7411
5	82.3743	-14.0977	-57.7986
6	82.8216	-13.8898	-58.0185
7	83.5275	-12.0826	-58.8782
8	85.7818	-15.3158	-60.8729
9	85.7943	-18.9939	-60.4010

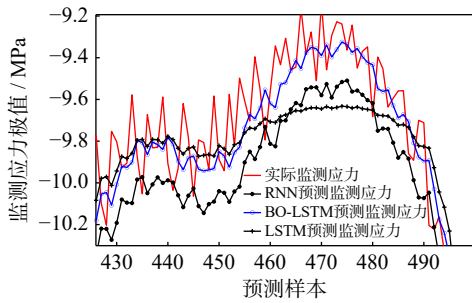


图 10 FBG01081 监测应力极值预测值与实测值对比曲线
Fig. 10 Comparison curves between predicted value and measured value of FBG01081 monitoring stress extremum

预测监测应力的变化特征。RNN 模型、LSTM 模型和 BO-LSTM 模型的均方根误差 $RMSE$ 分别为:

$$RMSE_{RNN} = 0.90485,$$

$$RMSE_{LSTM} = 0.44572,$$

$$RMSE_{BO-LSTM} = 0.28444。$$

由均方根误差 $RMSE$ 可得: BO-LSTM 模型的预测效果总体上要优于 RNN 模型与 LSTM 模型。

5.3 结构可靠度计算

底板控制监测点 FBG01074、FBG01081 和 FBG01078 对应的功能函数为^[11]:

$$Z_{y_{i,t}} = [\sigma] - y_{i,t}; \quad i = 1, 2, 3 \quad (34)$$

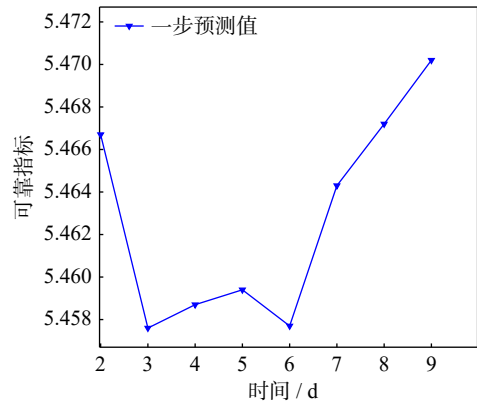
式中, $[\sigma] \sim N(96.44, 12.04^2)$, 单位为 MPa。

监测点 FBG01074、FBG01081 和 FBG01078 为串联关系, 由 3 个监测点组成的结构时变失效概率为:

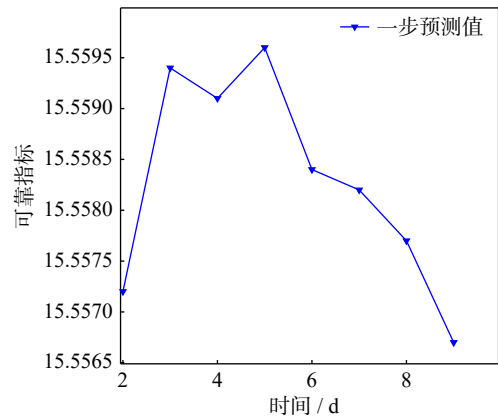
$$p_{f,t+1} = p_{Z_{y_{1,t+1}}} + p_{Z_{y_{2,t+1}}} + p_{Z_{y_{3,t+1}}} - \Phi_G \left(\frac{p_{Z_{y_{1,t+1}}}}{p_{Z_{y_{2,t+1}}}} \right) - \Phi_G \left(\frac{p_{Z_{y_{2,t+1}}}}{p_{Z_{y_{3,t+1}}}} \right) + \Phi_G \left(\frac{p_{Z_{y_{1,t+1}}}}{p_{Z_{y_{3,t+1}}}} \right) \quad (35)$$

提取出 BO-LSTM 模型预测第 2~9 天不包含恒载效应的监测应力极值, 如表 6 所示。

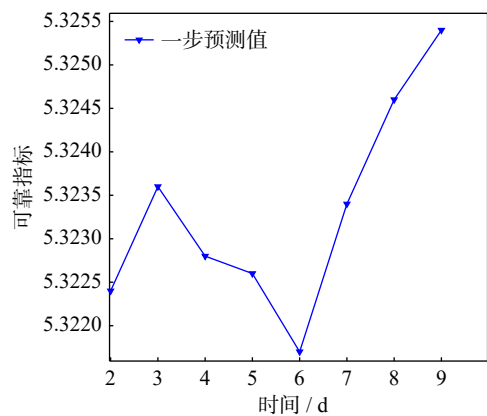
根据功能函数, 采用一次二阶矩方法 (FOSM) 计算结构的可靠指标, 则监测点 FBG01074、FBG01081 和 FBG01078 处的可靠指标如图 11 所示。



(a) 监测点 FBG01074
(a) Monitoring point FBG01074



(b) 监测点 FBG01081
(b) Monitoring point FBG01081



(c) 监测点 FBG01078
(c) Monitoring point FBG01078

图 11 监测点处的可靠指标

Fig. 11 Reliability indices at monitoring points

基于上文中建立的 Gaussian Copula 函数,将考虑失效模式相关性和不考虑失效模式相关性计算所得的结构体系的时变可靠指标和时变失效概率进行对比,分别如图 12 和 13 所示。

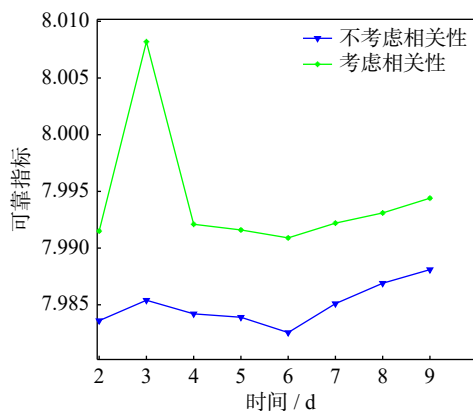


图 12 结构体系的时变可靠指标

Fig. 12 Time-varying reliability indices of structural system

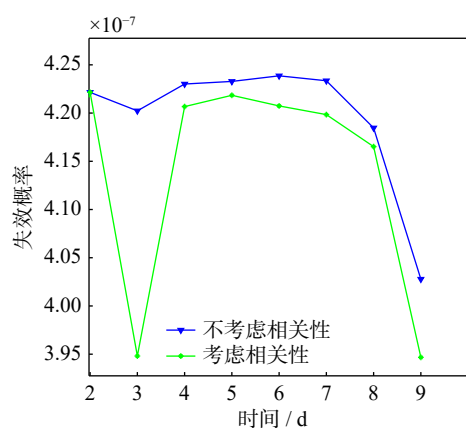


图 13 结构体系的时变失效概率

Fig. 13 Time-varying failure probability of structural system

由图 12 和 13 可知,考虑失效相关性的三元串联结构体系的可靠指标明显高于不考虑相关性的可靠指标,考虑失效相关性的失效概率明显低于不考虑相关性的失效概率。因此,在多元体系的可靠度分析中,考虑失效模式的相关性有一定必要性与合理性。

6 结 论

本文提出了 BO-LSTM 神经网络预测时间序列下桥梁应力的模型,利用贝叶斯优化中的高斯过程对超参数进行优化并得到预测值,结合 Gaussian Copula 模型对结构体系的时变可靠性进行预测分析,得出结论如下:

(1) 贝叶斯优化下的长短期神经网络模型考虑了数据序列中随机噪声的影响,不需要通过时间序列分析方法、移动平均法以及五点三次平滑法等方法将采集的健康监测信息进行降噪处理,对于不同

的桥梁有更好的泛化能力。

(2) 随着贝叶斯优化的迭代次数在一定范围内增加,对贝叶斯优化下的神经网络中的超参数进行不断修正,LSTM 模型的预测精度越来越高。

(3) 贝叶斯优化下的长短期神经网络模型能够对三元结构体的实时监测信息进行较高精度的预测,并在后续进行对结构可靠度进行预测和分析,预测的结果能够对结构进行多元结构的可靠性分析。

(4) 在分析多元结构体系的可靠性时,由于考虑结构相关性的失效概率比不考虑结构相关性的失效概率小,所以应当考虑结构体系失效模式相关性。

参考文献:

- [1] CHING J, BECK J L. Bayesian analysis of the phase II IASC-ASCE structural health monitoring experimental benchmark data[J]. *Journal of Engineering Mechanics, ASCE*, 2004, 130(10): 1233-1244.
 - [2] FRANGOPOL D M, STRAUSS A, KIM S. Use of monitoring extreme data for the performance prediction of structures: general approach[J]. *Engineering Structures*, 2008, 30(12): 3644-3653.
 - [3] STRAUSS A, FRANGOPOL D M, KIM S. Use of monitoring extreme data for the performance prediction of structures: bayesian updating[J]. *Engineering Structures*, 2008, 30(12): 3654-3666.
 - [4] PATTON A J. Modelling asymmetric exchange rate dependence[J]. *International Economic Review*, 2006, 47(2): 527-556.
 - [5] DIAS A, EMBRECHTS P. Dynamic copula models for multivariate high-frequency data in finance[J]. Working Papers, 2004, 3(1): 1-14.
 - [6] VAN DEN GOORBERGH R W J, GENEST C, WERKER B J M. Bivariate option pricing using dynamic copula models[J]. *Insurance: Mathematics and Economics*, 2005, 37(1): 101-114.
 - [7] SHANMUGAM R. Multivariate models and dependence concepts[J]. *Journal of Mathematical Psychology*, 2002, 46(1): 110-114.
 - [8] 樊学平. 基于验证荷载和监测数据的桥梁可靠性修正与贝叶斯预测[D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2014.
 - [9] 樊学平, 刘月飞, 吕大刚. 桥梁监测数据的动态线性建模与可靠性预测[J]. *同济大学学报(自然科学版)*, 2016, 44(7): 1002-1009.
- FAN Xueping, LIU Yuefei, LYU Dagang. Dynamic linear modeling of bridge monitored data and reliability prediction[J]. *Journal of Tongji University (Natural Science)*, 2016,

- 44(7): 1002-1009.
- [10] LIU Y F, FAN X P, LYU D G. Time-dependent uncertainty analysis of structures based on copula functions[C]// Proceedings of Vulnerability, Uncertainty, and Risk: Quantification, Mitigation, and Management. Reston, USA: American Society of Civil Engineers, 2014: 1875-1887.
- [11] 樊学平, 周衡, 刘月飞. 基于 Gaussian Copula-贝叶斯动态模型的桥梁构件时变可靠性分析 [J]. 吉林大学学报(工学版), 2024, 54(2): 485-493.
- FAN Xueping, ZHOU Heng, LIU Yuefei. Time-variant reliability analysis of bridge members based on Bayesian dynamic models and Copula theory[J]. Journal of Jilin University (Engineering Edition), 2024, 54(2): 485-493.
- [12] 邱锡鹏. 神经网络与深度学习 [J]. 中文信息学报, 2020, 34(7): 4.
- QIU Xipeng. Neural network and deep learning[J]. Journal of Chinese Information Processing, 2020, 34(7): 4.
- [13] 刘智, 李欣雨, 李震, 等. 基于 Bayes-LSTM 的公路隧道围岩变形预测方法研究 [J]. 中外公路, 2024, 44(1): 166-176.
- LIU Zhi, LI Xinyu, LI Zhen, et al. Study on deformation prediction method of surrounding rock of highway tunnel based on Bayes-LSTM[J]. Journal of China and Foreign Highway, 2024, 44(1): 166-176.
- [14] SKLAR A. Fonctions de repartition a n dimensions et leurs marges[J]. Annales de l'ISUP, 1959, 8(3): 229-231.
- [15] 刘月飞. 考虑失效模式和验证模式相关性的桥梁结构体系可靠度分析 [D]. 哈尔滨: 哈尔滨工业大学, 2015.
- LIU Yuefei. System reliability analysis of bridge structures considering correlation of failure modes and proof modes[D]. Harbin: Harbin Institute of Technology, 2015.
- [16] 刘逸平, 肖青凯, 杨光红, 等. 基于最优 R-Vine Gaussian Copula 模型的服役大跨桥梁主梁失效概率分析 [J]. 同济大学学报(自然科学版), 2021, 49(5): 624-633.
- LIU Yiping, XIAO Qingkai, YANG Guanghong, et al. Failure probability analysis of service long-span bridge girder based on optimal R-Vine Gaussian Copula model[J]. Journal of Tongji University (Natural Science Edition), 2021, 49(5): 624-633.
-
- 第一作者:** 赵启凡(2000—), 男, 硕士研究生。
E-mail: zhaqiqfan4396@163.com
- 通信作者:** 刘月飞(1982—), 女, 博士, 副教授。
E-mail: yfliu@lzu.edu.cn