

数据驱动的非高斯随机过程模拟

李 扬¹, 徐 军^{1,2}

(1. 湖南大学土木工程学院, 湖南 长沙 410082; 2. 工程结构损伤诊断湖南省重点实验室, 湖南 长沙 410082)

摘要: 本文提出了数据驱动的非高斯随机过程模拟方法, 利用神经网络模型建立样本转换与功率谱转换模型。基于样本数据建立了高斯样本转换到非高斯样本的神经网络模型; 运用平移广义对数正态分布对样本分布函数进行建模, 通过反向传播神经网络模型直接获得潜在高斯功率谱; 采用谱表示法生成高斯随机过程样本, 并借助样本转换神经网络模型将其转换为非高斯过程样本。这种方法能够在有限样本数据的基础上生成非高斯随机过程样本, 解决了传统转换模型精度欠佳、适用范围受限以及难以确定潜在高斯功率谱等难题。通过数值算例和脉动风场模拟验证, 进一步证明了所提方法的准确性和有效性。

关键词: 随机过程; 非高斯; 神经网络; 谱表示法; 转换过程; 功率谱

中图分类号: TU312⁺.1; O324 **文献标志码:** A **DOI:** 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.202309048

Data-driven simulation of non-Gaussian stochastic processes

LI Yang¹, XU Jun^{1,2}

(1. College of Civil Engineering, Hunan University, Changsha 410082, China;

2. Key Lab on Damage Diagnosis for Engineering Structures of Hunan Province, Changsha 410082, China)

Abstract: A novel data-driven method for simulating non-Gaussian stochastic processes is proposed in this paper. The sample conversion model and power spectrum conversion model are established by using artificial neural network models respectively. A neural network model is constructed based on sample data to transform Gaussian samples into non-Gaussian samples. The distribution function of the samples is modeled using the shifted generalized lognormal distribution, and the latent Gaussian power spectrum is directly obtained through the backpropagation neural network model. The Gaussian stochastic process samples are generated using the spectral representation method, and then transformed into non-Gaussian process samples using the sample conversion neural network model. This method is capable of generating non-Gaussian stochastic process samples based on limited sample data, addressing the challenge of determining latent Gaussian power spectrum, and solving the problems such as poor accuracy and limited application range of the central moments-based transformation models. Through numerical simulations and validation in turbulent wind fields, the accuracy and effectiveness of the proposed method are further demonstrated.

Keywords: stochastic process; non-Gaussian; neural network; spectral representation method; translation process; power spectrum

灾害性动力作用, 如地震动、脉动风场、波浪场等, 往往会呈现显著的非高斯特性^[1-2]。因此, 非高斯随机过程的模拟对于保障灾害性动力作用下工程结构的安全性具有重要意义。非高斯随机过程的两个典型特征在于需考虑非高斯分布函数和功率谱的特征信息。常用的非高斯随机过程模拟方法主要有: 无记忆非线性平移^[3]、Karhunen-Loève 展开^[4] 和线性滤波法^[5] 等。

在实际工程中, 目标非高斯信息通常源自于实测时程样本, 目标非高斯分布函数或中心矩往往是未知的。这使得如何确定高斯到非高斯样本的转换关系变得十分困难。对给定样本, 常用的模拟方法

是对分布函数进行重构, 然后采用无记忆非线性平移的方法进行模拟。重构分布函数的方法有很多种, 其中最常用的为最大似然估计、核密度估计和 Pearson 系统^[6] 等。然而, 这些方法通常需要大量的样本数据, 并且在精确性和适用性等方面存在一定的局限。另一种常用的模拟方法是计算样本中心矩, 然后利用多项式^[7] 或 Johnson 系统^[8] 等转换模型进行模拟。然而, 中心矩所代表的概率信息并不完备, 难以全面捕捉样本的分布特征, 因此这种方法可能会产生模拟结果的偏差。

为了确保经过转换后非高斯样本在频域信息上与目标功率谱相匹配, 需要考虑对应的高斯样本所

具有的特定频域信息,这被称为潜在高斯功率谱。然而,确定潜在高斯功率谱并非易事。首先,用解析方式表示非高斯功率谱到潜在高斯功率谱的映射关系十分困难。其次,非高斯功率谱与潜在高斯功率谱的转换通常借助于维纳-欣钦定理和相关函数的映射关系^[3]。基于样本迭代的经典无记忆非线性平移方法^[9],利用高斯和非高斯样本之间的转换,通过迭代、修正和谱分析等步骤获得近似的潜在高斯功率谱。此后,无样本的经典无记忆非线性平移方法^[3]成为最常用的方法之一。该方法避免了第一类不协调问题,但通常需要进行多次迭代来确定潜在高斯功率谱,且可能存在迭代不收敛的情况,从而影响精度。另一常用方法是多项式转换模型^[7],将相关函数表示为三次方程的形式,然后利用维纳-欣钦定理确定潜在高斯功率谱。然而,这种方法通常涉及上千个方程,计算过程繁琐且耗时。此外,还有一些其他确定潜在高斯功率谱的方法,如 Rosenblatt 变换^[10]、Mehler 公式^[11]等,但它们存在适用性有限、难以平衡精度和效率等问题。

人工神经网络是由众多人工神经元组成的复杂网络结构,这些神经元通过连接权重相互连接^[12]。随着计算能力、数据资源以及算法的持续进步,人工神经网络得以迅速发展,并在模式识别分类、数据分析预测、控制决策优化等领域发挥着重要作用。如前所述,建立高斯到非高斯样本的转换关系和确定潜在高斯功率谱是模拟非高斯随机过程中的两个关键问题。采用人工神经网络建立数据驱动的非高斯随机过程的方法,为模拟非高斯随机过程提供了途径,有望解决传统方法中样本分布精度不足和确定潜在高斯功率谱困难等问题。

1 无记忆非线性平移方法

无记忆非线性平移^[3]是一种经典的非高斯随机过程模拟方法,该方法通过分布函数将高斯样本 $u(t)$ 转换为非高斯样本 $x(t)$, 即

$$x(t) = F_{\text{NG}}^{-1}(F_{\text{G}}(u(t))) \quad (1)$$

式中, $F_{\text{NG}}(\cdot)$ 和 $F_{\text{G}}(\cdot)$ 分别表示非高斯分布和高斯分布的累积分布函数。

为确定目标非高斯功率谱 $S_{\text{TN}}(\omega)$ 对应的潜在高斯功率谱 $S_{\text{G}}(\omega)$, 首先可以运用维纳-欣钦定理, 将功率谱 $S(\omega)$ 转换为相关函数:

$$R(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} S(\omega) e^{i\omega\tau} d\omega \quad (2)$$

式中, i 为虚数单位; τ 为时间间隔; ω 为频率。

非高斯相关函数 $R_{\text{NG}}(\tau)$ 与高斯相关函数 $R_{\text{G}}(\tau)$ 之间的转换关系可表示为^[3]:

$$R_{\text{NG}}(\tau) = \int_{-\infty}^{+\infty} \int_{-\infty}^{+\infty} F_{\text{NG}}^{-1}(F(x_1)) F_{\text{NG}}^{-1}(F(x_2)) \cdot \Phi(x_1, x_2; \rho_{\text{G}}(\tau)) dx_1 dx_2 \quad (3)$$

式中, Φ 为标准正态分布的累积分布函数; $\rho_{\text{G}}(\tau)$ 为标准化的 $R_{\text{G}}(\tau)$ 。

根据式 (2) 得到非高斯相关函数 $R_{\text{NG}}(\tau)$ 后, 需要按式 (3) 计算得到高斯相关函数 $R_{\text{G}}(\tau)$, 并将其转换为高斯功率谱 $S_{\text{G}}(\omega)$, 转换关系如下:

$$S(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} R(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (4)$$

然而, 计算 $R_{\text{G}}(\tau)$ 涉及求解式 (3) 中二维积分的反函数, 这往往很困难。为此, 经典无记忆非线性平移方法采用迭代的方式, 提供了一个近似的潜在高斯功率谱, 从而获得非高斯随机过程样本。经典无记忆非线性平移方法模拟非高斯随机过程的步骤如下^[3]:

(1) 将目标非高斯功率谱 $S_{\text{TN}}(\omega)$ 作为初始的潜在高斯功率谱 $S_{\text{G0}}(\omega)$ 。

(2) 根据式 (2)~(4) 计算非高斯功率谱 $S_{\text{NG}}^{(i)}(\omega)$ 。

(3) 检验 $S_{\text{NG}}^{(i)}(\omega)$ 与 $S_{\text{TN}}(\omega)$ 之间的误差 $\varepsilon^{(i)}$ 。

(4) 判断误差是否满足精度要求。若误差 $\varepsilon^{(i)}$ 超过规定阈值, 则修正 $S_{\text{G}}^{(i)}(\omega)$ 并返回步骤 (2) 继续迭代; 否则, 迭代终止, 将此时的 $S_{\text{G}}^{(i)}(\omega)$ 作为潜在高斯功率谱 $S_{\text{G}}(\omega)$ 。

(5) 采用谱表示^[13-14]生成潜在高斯随机过程样本:

$$u(t) = \sum_{k=0}^{N_k-1} \sqrt{2S_{\text{G}}(\omega_k) \Delta\omega} [a_k \cos(\omega_k t) + b_k \sin(\omega_k t)] \quad (5)$$

式中, a_k 和 b_k 为独立的正态分布随机变量; N_k 为离散频率数量; $\omega_k = k\Delta\omega$; $\Delta\omega$ 为频率离散间隔。

(6) 利用无记忆非线性平移的式 (1), 将高斯随机过程样本转换为非高斯随机过程样本。

2 数据驱动模拟非高斯随机过程的方法

2.1 样本变换的人工神经网络模型

随机过程的非高斯性通常是通过统计观测记录获得的, 这在脉动风速、波浪场等领域尤为常见。为了解决基于实测数据模拟非高斯随机过程的问题, 采用人工神经网络构建高斯到非高斯样本的转换模型。以下是具体步骤:

(1) 将非高斯样本数据进行标准化, 并使用分位数变换将其转换为高斯数据。首先, 将概率从 0 至 1 均匀离散, 选择较小离散间隔, 例如 10^{-5} , 保证概率值可映射到精细的网格上; 然后, 确定离散概率值在数据中对应的分位数, 可使用 MATLAB 中的 *quantile* 函数实现这一目的; 最后, 利用插值方法获得所有数据点的概率, 并通过等概率转换将非高斯数据转换

为高斯数据。

(2) 训练高斯样本到非高斯样本的样本变换人工神经网络。构建一个用于函数拟合的神经网络模型^[15],其中输入数据为高斯样本,输出数据为非高斯样本,可根据数据非高斯性和数据数量来确定隐藏神经元 H 的数量 p ,本文建议 p 的取值范围为 3~5。

(3) 使用谱表示法^[13-14]生成高斯随机过程样本,然后输入到训练好的样本转换人工神经网络模型中,可以高效地生成目标非高斯随机过程的样本。

上述过程通过神经网络构建高斯到非高斯样本的非线性映射关系,解决了在非高斯分布函数未知的情况下确定样本转换关系以及模拟非高斯随机过程的难题。数据驱动的样本转换模型具有以下优势:①高转换精度。在训练过程中,人工神经网络模型能够根据输入的高斯样本数据自适应地调整其内部的权重和偏置,以实现非高斯样本的准确转换。这种模型对样本的数量大小以及是否存在异常值并不敏感,因此,它可以处理不同规模和质量的的数据。此外,人工神经网络模型具有强大的逼近能力,能够处理具有各种不同特性的非高斯数据,并构建出精度较高的转换模型。②适用范围广泛。数据驱动的样本转换模型在获取相应的高斯数据时,展现出了其对各种复杂类型非高斯数据的强大适应能力。无论是强非高斯性、硬化特性、非对称性、多峰分布,还是分段特性等多种复杂情况,该模型均能够有效应对。借助人工神经网络的高度灵活性和适应性,能够针对这些复杂特性建立相应的样本转换模型,进一步拓宽了其在实际问题中的应用范围。

相较于传统的多项式转换模型等方法,数据驱动的样本转换模型能够更全面地捕捉样本的概率信息,从而实现更精确的转换精度。此外,传统的多项式转换模型对于软化和硬化过程具有不同的表达式,Johnson 系统更是包含 4 种转换类型。此类方法对于不同类型数据的表达能力存在差异,而且其非高斯适用范围受到模型系数的限制,例如多项式转换模型^[7]仅适用于 $a_3 \geq 1.43a_4^2 + 3$ (其中 a_3 和 a_4 分别为偏度和峰度)。相比之下,数据驱动的样本转换模型具备较强的适应性和表达能力,对于非高斯情况具有统一的适用性,更加简便易用。以一强非高斯情况为例,如图 1(a) 所示,可以发现:在样本量充足(数据量为 10^8) 时,多项式转换模型仍然出现明显偏差,而本文方法与 Johnson 系统的结果与真实值几乎重合,显示出较高的精度;图 1(b) 展示了一个分段数据示例(数据量为 10^5),对于分段情况,多项式转换模型和 Johnson 系统不再适用,而本文方法即使在数据有限的情况下,仍表现出良好的精度。

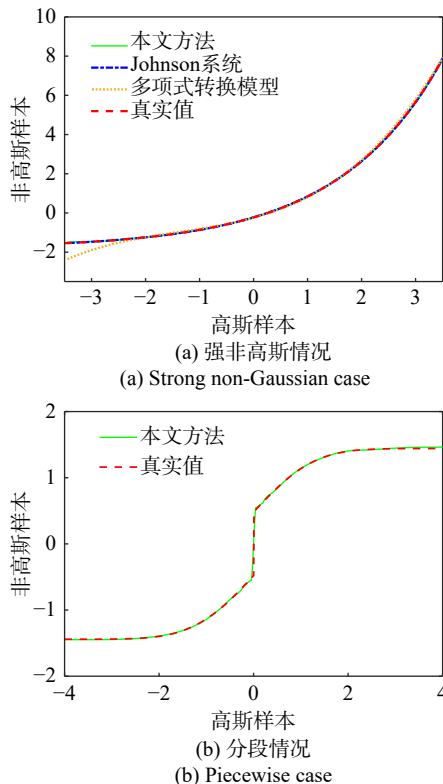


图 1 样本转换模型对比

Fig. 1 Comparison of sample transformation models

2.2 功率谱转换的人工神经网络模型

非高斯随机过程模拟的另一关键问题是确定潜在高斯过程功率谱。为此,本节将建立非高斯功率谱转换到高斯功率谱的人工神经网络模型。首先,采用平移广义对数正态分布来重新构建非高斯样本数据的分布函数。平移广义对数正态分布^[16]是一类四参数分布类型,具有方便灵活、参数易于求解以及分布范围广泛等特点。其累积分布函数可表示为^[16]:

$$F_{\text{NG}}(x) = \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \operatorname{sgn}\left(\frac{x-b}{v} - 1\right) g\left(\frac{1}{r}, \frac{\left|\frac{1}{\delta} \ln\left(\frac{x-b}{v}\right)\right|^r}{r}\right) \quad (6)$$

式中, $g(v, x) = \int_0^x t^{v-1} e^{-t} dt / \Gamma(v)$, 其中 Γ 为伽玛函数; b 和 v 分别为位置和尺度参数; δ 和 r 为形状参数。无记忆非线性平移中利用了非高斯累积分布函数的反函数 F_{NG}^{-1} , 在此推导出式 (6) 的反函数为:

$$F_{\text{NG}}^{-1}(x) = b + v \exp\left\{\operatorname{sgn}\left(x - \frac{1}{2}\right) \left[r g^{-1}\left(\frac{1}{r}, 2 \operatorname{sgn}\left(x - \frac{1}{2}\right) \left(x - \frac{1}{2}\right)\right)\right]^{\frac{1}{r}}\right\} \quad (7)$$

接下来,通过数据驱动来描述非高斯功率谱 $S_{\text{NG}}(\omega)$ 到其潜在高斯功率谱 $S_{\text{G}}(\omega)$ 的转换过程,如图 2 所示。图 2 中,输入层代表 $N\omega$ 个离散频率对应的非高斯功率谱 $S_{\text{NG}}(\omega)$,输出层为潜在高斯功率谱 $S_{\text{G}}(\omega)$, $N\tau$ 个时间间隔对应的非高斯相关函数 $R_{\text{NG}}(\tau)$ 组成隐

藏层 1, 而高斯相关函数 $R_G(\tau)$ 为隐藏层 2。值得注意的是, $S_{NG}(\omega)$ 到 $S_G(\omega)$ 的转换过程与反向传播网络^[17] 的结构十分类似。因此, 可借助人神经网络模型实现 $S_{NG}(\omega)$ 到 $S_G(\omega)$ 的转换。此外, 图中 $R_{NG}(\tau)$ 到 $R_G(\tau)$ 的映射可通过人工神经网络中的激活函数实现, 最终形成一个典型的 3 层反向传播网络, 如图 3 所示。

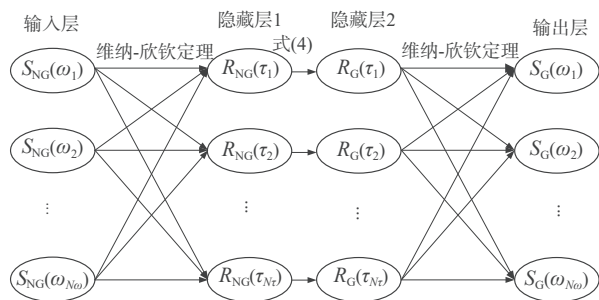


图 2 功率谱转换的神经网络模型

Fig. 2 A neural network model of power spectrums transformation

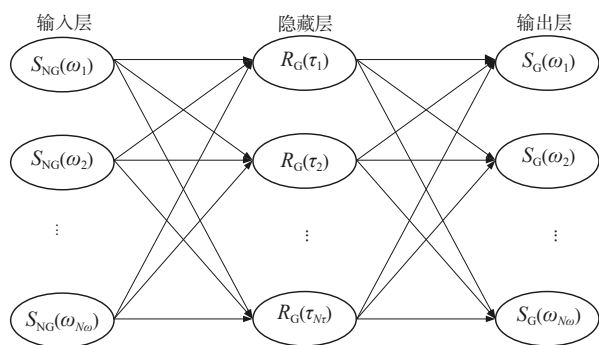


图 3 功率谱转换的神经网络模型简化示意图

Fig. 3 Simplified schematic diagram of neural network model of power spectrums transformation

需要注意的是, 由于人工神经网络具有强大的学习能力, 并且隐藏神经元过多可能会导致过拟合问题, 因此本文建议在选择隐藏神经元数量时, 应在 2~5 之间进行选择^[18]。

通过以上步骤, 可建立非高斯功率谱到高斯功率谱的转换模型。利用经过训练的人工神经网络模型, 可直接获得目标功率谱对应的潜在高斯功率谱 $S_G(\omega)$ 。具体步骤详述如下:

(1) 获取输入数据和输出数据。

将目标非高斯功率谱 $S_{TN}(\omega)$ 进行标准化, 并将其作为初始高斯功率谱 $S_{G0}(\omega)$, 根据式 (2)~(4) 将 $S_{G0}(\omega)$ 转换为初始非高斯功率谱 $S_{N0}(\omega)$ 。输入数据为 $S_{N0}(\omega)$, 输出数据为 $S_{G0}(\omega)$ 。

(2) 训练功率谱转换的反向传播网络。

利用 MATLAB 软件中的人工神经网络工具箱进行训练。在训练过程中, 最大训练轮次设置为 100, 训练目标误差设置为 10^{-9} , 学习率设置为 0.1。

(3) 将目标非高斯功率谱 $S_{TN}(\omega)$ 输入到训练好的

神经网络中, 获得潜在高斯功率谱 $S_G(\omega)$ 。若 $S_G(\omega)$ 中出现负值, 即出现了第二类不协调问题, 可用 0 或很小的正数 (如 10^{-6}) 修正负值。

2.3 生成非高斯随机过程样本

基于上述内容, 生成非高斯随机过程样本步骤如下:

(1) 基于非高斯样本数据, 构建高斯到非高斯的样本转换人工神经网络模型。

(2) 基于平移广义对数正态分布重构非高斯分布函数, 构建功率谱转换人工神经网络模型, 获得潜在高斯功率谱 $S_G(\omega)$ 。

(3) 利用谱表示法生成高斯随机过程样本 $u(t)$ 。

(4) 通过步骤 (1) 构建的样本转换模型, 将高斯随机过程样本 $u(t)$ 转换为非高斯随机过程样本 $x(t)$ 。

图 4 所示为模拟非高斯随机过程的流程图, 图中, N_i 为时间离散数量, h_q 为隐藏层神经元, 功率谱 S 加上标 “ \sim ” 表示模拟数据。

3 算例与实例

3.1 数值算例

为验证本文方法的适用性, 首先通过一个经典算例^[3] 进行分析。在这个算例中, 设定目标功率谱为:

$$S(\omega) = \frac{125}{4} \omega^2 \exp(-5|\omega|) \quad (8)$$

所获取的为包含 100 条时程记录的数据集, 每条记录都包含了 2048 个时刻。因此, 总数据量为 100×2048 。这些数据呈现出一定的偏度和峰度分布, 偏度为 0.1683, 峰度为 2.7348。

首先, 利用分位数变换将标准化的数据转换为高斯数据, 其分布情况如图 5 所示。由于峰度小于 3 属于硬化过程, 因此将样本变换的人工神经网络模型的隐藏神经元数量设置为 5。然后, 利用平移广义对数正态分布重构非高斯分布函数, 图 6 展示了重构分布函数与数据累积概率散点之间的对比。进一步地, 利用反向传播网络获得潜在高斯功率谱, 并基于高维数论点的谱表示法^[7] 生成 377 条高斯过程样本。最后, 将这些样本转换为非高斯过程样本。

从图 7 中可以观察到, 在极值附近, 非高斯样本相对于潜在高斯样本发生了轻微偏移, 表现出轻微的非高斯性。图 8 对比了非高斯样本的功率谱与目标功率谱。从图 8 中可以清晰地看到, 样本功率谱与目标功率谱之间吻合良好, 这充分说明了本文方法获得的潜在高斯功率谱是有效的。

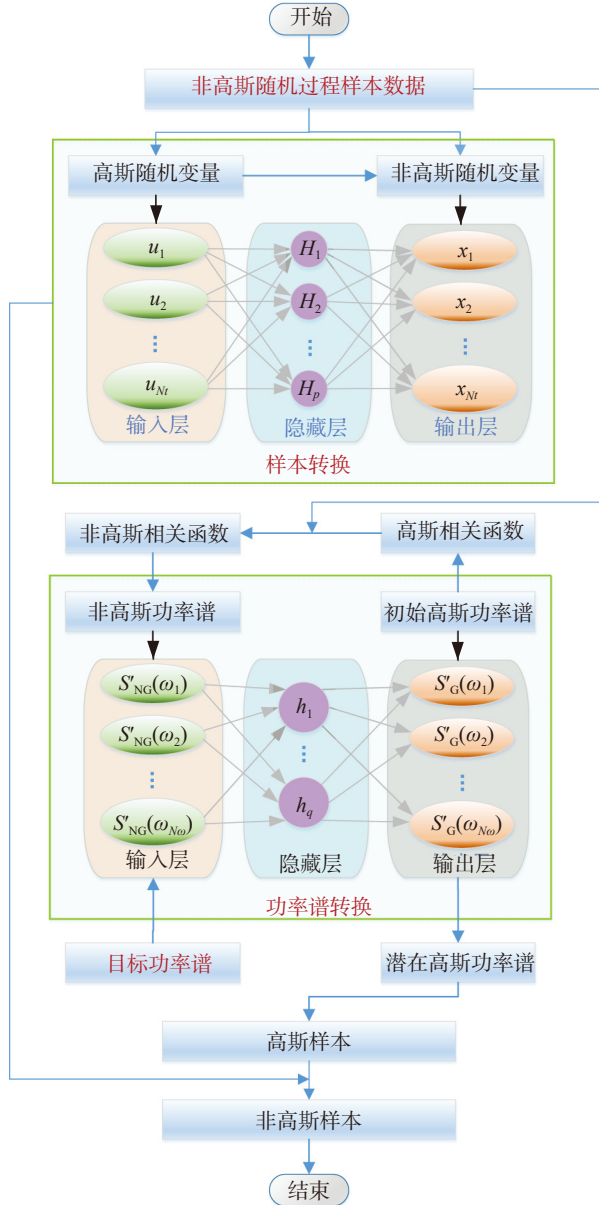


图 4 模拟非高斯随机过程流程图

Fig. 4 Flowchart for simulating non-Gaussian stochastic processes

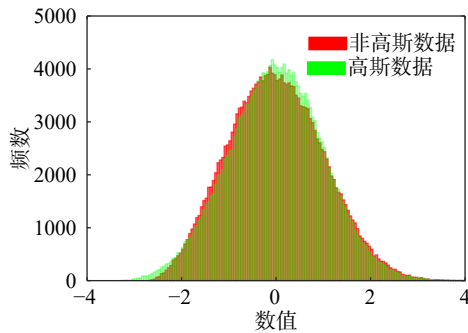


图 5 数据分布情况(算例 1)

Fig. 5 Data distribution (Example 1)

图 9 展示了样本累积概率, 而表 1 则列出了样本的前 4 阶中心矩。可以明显看出, 模拟样本的累积概率与实际数据几乎重合, 同时模拟样本的中心矩也非常接近实际数据的中心矩。对于这个特定的硬化

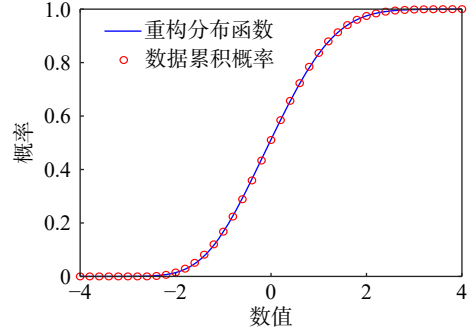


图 6 重构分布函数与数据累积概率对比(算例 1)

Fig. 6 Comparison of reconstructed distribution function and data accumulation probability (Example 1)

情况, 模拟样本峰度误差仅为 0.92%, 结果进一步证实了本文方法能够精确地捕捉非高斯样本概率信息。

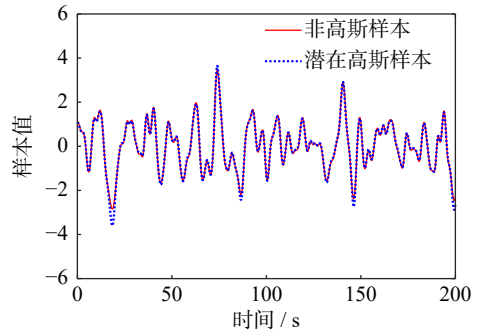


图 7 非高斯样本和潜在高斯样本对比(算例 1)

Fig. 7 Comparison of non-Gaussian samples and latent Gaussian samples (Example 1)

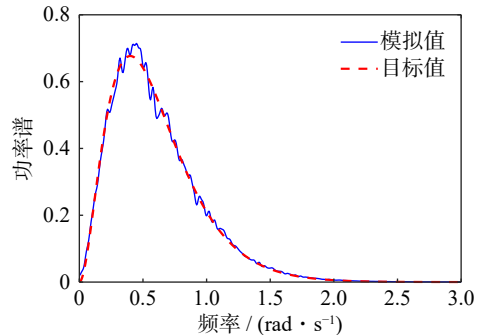


图 8 功率谱对比(算例 1)

Fig. 8 Comparison of power spectrums (Example 1)

3.2 非高斯脉动风速模拟

为了验证本文方法在处理强非高斯情况下的适用性, 对某屋顶边缘测点所获得的一组水平方向风速时程数据进行了模拟。这组数据的偏度为 1.92, 峰度为 10.01, 具有明显的非高斯特性。在模拟过程中, 采用 Kaimal 谱^[19] 作为目标功率谱:

$$S_k(\omega) = \frac{1}{2} \cdot \frac{200}{2\pi} \cdot u_*^2 \frac{z}{\bar{v}_z} \frac{1}{[1 + 50\omega z / (2\pi\bar{v}_z)]^{\frac{5}{3}}} \quad (9)$$

式中, z 为测点距离地面的高度; $u_* = 1.7372 \text{ m/s}$ 为剪切速度; \bar{v}_z 为高度 z 处的平均风速。这里 $\bar{v}_{10} = 31.88 \text{ m/s}$,

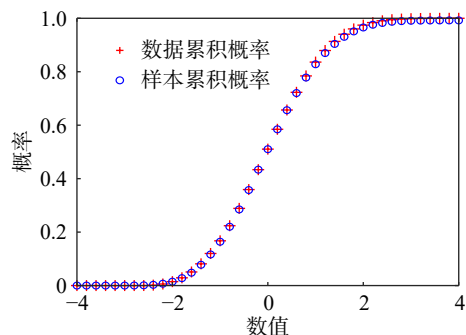


图9 累积概率对比(算例1)

Fig. 9 Comparison of cumulative probability (Example 1)

表1 样本前4阶中心矩对比(算例1)

Tab. 1 Comparison of the first four orders central moments of samples (Example 1)

分布	均值	标准差	偏度	峰度
非高斯数据	-0.0005	1.0002	0.1692	2.7428
本文方法	-0.0004	1.0004	0.1786	2.7579

风速周期 $T=250$ s, 时间间隔 $\Delta t=0.12$ s, 截止频率 $\omega=8\pi$ rad/s, 频率离散间隔 $\Delta\omega=8\pi/1024$ rad/s。

风速时程数据如图10所示, 图中可以观察到一些极端的异常值的存在, 与实际脉动风速的情况相吻合。图11展示了数据的分布情况, 从图中可以观察到数据呈现出明显的左偏非高斯特性。

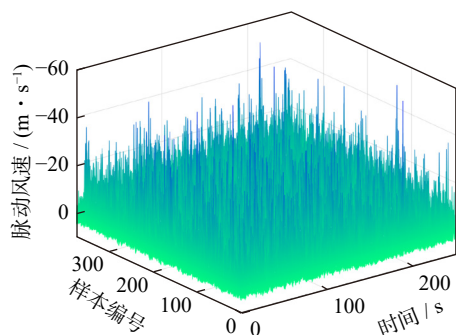


图10 风速时程数据

Fig. 10 Wind speed time-history data

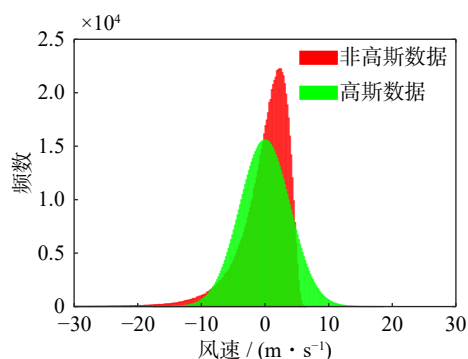


图11 数据分布情况(算例2)

Fig. 11 Data distributions (Example 2)

利用本文所提方法生成了非高斯脉动风速样本。

图12展示了一条具有代表性的非高斯样本与相应

的潜在高斯样本的对比。结果清晰地显示出, 非高斯样本相对于高斯样本出现了显著的上升偏移, 这与图10和11中显示的数据的非高斯特征一致。图13进一步对比了非高斯样本的功率谱与目标功率谱。结果显示, 样本的功率谱与目标值完全吻合, 再次证明了本文方法在获取潜在高斯功率谱方面的准确性。

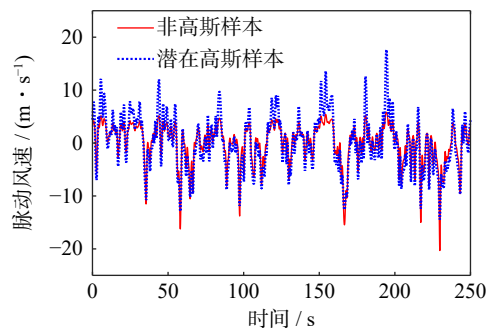


图12 非高斯样本和潜在高斯样本对比(算例2)

Fig. 12 Comparison of non-Gaussian samples and latent Gaussian samples (Example 2)

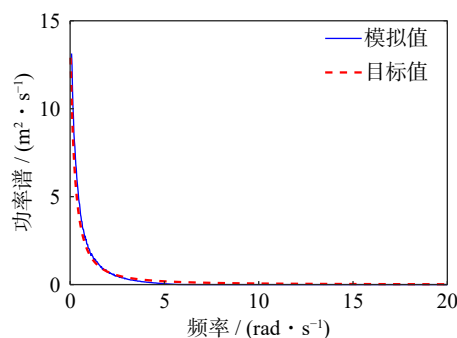


图13 功率谱对比(算例2)

Fig. 13 Comparison of power spectrums (Example 2)

图14中展示了本文方法、传统多项式转换模型^[20]和统一多项式转换模型^[21]给出的样本超越概率散点图, 并在表2中详细列出了各种方法的误差。可以看出, 本文方法在量级为 10^{-4} 时给出的超越概率依然具有较高的精确性, 这对于捕捉极端值等小概率事件具有重要意义。另外, 值得注意的是, 本文方法给出的超越概率累计偏差仅为0.0088, 相对于两类多项式转换模型的偏差减少了约50%~60%, 进一步突显了本文方法在精确性和适用性方面的优势。

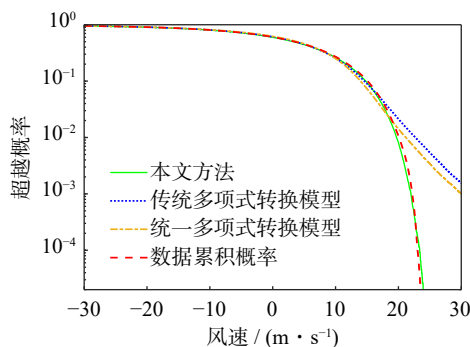


图14 超越概率对比(算例2)

Fig. 14 Comparison of exceedance probability (Example 2)

表2 超越概率误差对比

Tab. 2 Comparison of exceedance probability errors

方法	超越概率误差
本文方法	0.0088
传统多项式转换模型	0.0227
统一多项式转换模型	0.0155

4 结 论

本文提出了一种数据驱动的非高斯随机过程模拟方法,解决了确定样本转换关系和潜在高斯功率谱这两个关键问题,能够基于样本数据实现非高斯随机过程模拟。采用数值算例和工程实例,对本文方法进行了验证,并得出以下结论:

(1) 样本转换模型的优势。数据驱动构建的样本转换模型具备精确、高效和广泛适用的优势,能够准确地将高斯样本转换为非高斯样本,相对于多项式转换模型具有显著优势。

(2) 潜在高斯功率谱的有效性。直接通过反向传播网络获得的潜在高斯功率谱证明了其有效性,避免了繁琐耗时的求解过程。

(3) 通过对比样本的统计矩、累积概率和超越概率,可以发现:本文方法生成的样本具有参考数据的概率特征,其非高斯特性与数据保持一致,同时样本的频域信息与目标功率谱吻合良好。这验证了本文方法的有效性和适用性,并展示了其在精度、效率和适用性等方面相对于多项式转换模型的优越性。

参考文献:

- [1] 辛亚兵, 刘志文, 邵旭东, 等. 山区地形实测风非平稳特性和非高斯特性分析 [J]. 振动与冲击, 2018, 37(21): 247-252.
XIN Yabing, LIU Zhiwen, SHAO Xudong, et al. Non-stationary and non-Gaussian features of mountain terrain measured wind[J]. Journal of Vibration and Shock, 2018, 37(21): 247-252.
- [2] GARCIA-ROMEU-MARTINEZ M A, ROUILLARD V. On the statistical distribution of road vehicle vibrations[J]. *Packaging Technology and Science*, 2011, 24(8): 451-467.
- [3] SHIELDS M D, DEODATIS G, BOCCHINI P. A simple and efficient methodology to approximate a general non-Gaussian stationary stochastic process by a translation process[J]. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2011, 26(4): 511-519.
- [4] PHOON K K, HUANG S P, QUEK S T. Simulation of second-order processes using Karhunen-Loeve expansion[J]. *Computers & Structures*, 2002, 80(12): 1049-1060.
- [5] SENGUPTA D, KAY S. Efficient estimation of parameters for non-Gaussian autoregressive processes[J]. *IEEE Transactions on Acoustics, Speech, and Signal Processing*, 1989, 37(6): 785-794.
- [6] LAHCENE B. On Pearson families of distributions and its applications[J]. *African Journal of Mathematics and Computer Science Research*, 2013, 6(5): 108-117.

- [7] WINTERSTEIN S R. Nonlinear vibration models for extremes and fatigue[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1988, 114(10): 1772-1790.
- [8] 何桢, 吴静, 孔祥芬. 基于 Johnson 转换的非正态过程能力研究 [J]. *组合机床与自动化加工技术*, 2007(8): 104-107.
HE Zhen, WU Jing, KONG Xiangfen. A study of non-normal process capability using Johnson transformation system[J]. *Modular Machine Tool & Automatic Manufacturing Technique*, 2007(8): 104-107.
- [9] GRIGORIU M. Simulation of stationary non-Gaussian translation processes[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 1998, 124(2): 121-126.
- [10] XIAO Q. Evaluating correlation coefficient for Nataf transformation[J]. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2014, 37: 1-6.
- [11] LI Z L, LIU R Y, FAN W L, et al. Simulation of stationary Gaussian/non-Gaussian stochastic processes based on stochastic harmonic functions[J]. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 2021, 66: 103141.
- [12] 毛健, 赵红东, 姚婧婧. 神经网络的发展及应用 [J]. *电子设计工程*, 2011, 19(24): 62-65.
MAO Jian, ZHAO Hongdong, YAO Jinjing. Application and prospect of artificial neural network[J]. *Electronic Design Engineering*, 2011, 19(24): 62-65.
- [13] 刘章军, 刘增辉. 随机脉动风场的谱表示降维模拟 [J]. *振动工程学报*, 2018, 31(1): 49-56.
LIU Zhangjun, LIU Zenghui. Dimension reduction based spectral representation of stochastic fluctuation wind field simulation[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2018, 31(1): 49-56.
- [14] SHINOZUKA M, JAN C M. Digital simulation of random processes and its applications[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 1972, 25(1): 111-128.
- [15] RIPLEY B D. Neural networks and related methods for classification[J]. *Journal of the Royal Statistical Society: Series B (Methodological)*, 1994, 56(3): 409-437.
- [16] XU J, DANG C. A new bivariate dimension reduction method for efficient structural reliability analysis[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2019, 115: 281-300.
- [17] 罗成汉. 基于 MATLAB 神经网络工具箱的 BP 网络实现 [J]. *计算机仿真*, 2004, 21(5): 109-111.
LUO Chenghan. Realization of BP network based on neural network tool kit in MATLAB[J]. *Computer Simulation*, 2004, 21(5): 109-111.
- [18] ZHAO Z Z, XIN H P, REN Y Q, et al. Application and comparison of BP neural network algorithm in MATLAB[C]// *Proceedings of International Conference on Measuring Technology and Mechatronics Automation*. IEEE, 2010, 1: 590-593.
- [19] KAIMAL J C, WYNGAARD J C, IZUMI Y, et al. Spectral characteristics of surface-layer turbulence[J]. *Quarterly Journal of the Royal Meteorological Society*, 1972, 98(417): 563-589.
- [20] WINTERSTEIN S R, KASHEF T. Moment-based load and response models with wind engineering applications[J]. *Journal of Solar Energy Engineering*, 2000, 122(3): 122-128.
- [21] ZHANG X Y, ZHAO Y G, LU Z H. Unified Hermite polynomial model and its application in estimating non-Gaussian processes[J]. *Journal of Engineering Mechanics*, 2019, 145(3): 04019001.

第一作者:李 扬(1993—),男,博士研究生。

E-mail: lyang@hnu.edu.cn

通信作者:徐 军(1986—),男,博士,教授。

E-mail: xujun86@hnu.edu.cn