

采用多级模态组响应重构的密集模态损伤识别方法

邹云峰^{1,2}, 董欢枝¹, 卢玄东¹, 何旭辉^{1,2}, 蔡陈之^{1,2}

(1. 中南大学土木工程学院, 湖南长沙 410075; 2. 轨道交通工程结构防灾减灾湖南省重点实验室, 湖南长沙 410075)

摘要: 受限于常见的密集模态和庞大的结构维数, 基于模态参数的损伤识别难以应用于土木结构中。为此, 本文提出一种采用多级模态组响应重构的密集模态损伤识别方法。针对密集模态的情况, 将频率间隔小的几个模态归为一组, 并提取整个模态组响应作为损伤敏感特性。采用多级损伤识别和模型缩聚策略, 在超单元级损伤定位中, 通过模型缩聚将原结构转换为自由度更少的超单元模型, 再定义模态组响应应变能作为损伤指标求解最小化问题, 实现损伤超单元的定位; 在单元级损伤识别中, 将最小化问题表述为重构和实际的模态组响应的误差, 从而实现损伤单元的定位和量化。通过数值模拟研究和试验验证, 阐述了该方法的运算过程, 证明了其可行性。与传统方法对比的结果表明, 该方法一方面通过多级识别策略和模型缩聚提高了损伤识别的精度和效率, 另一方面通过将模态组作为损伤敏感特性, 弥补了基于模态识别的方法面对密集模态时无法准确识别损伤的不足, 无论密集模态存在与否都可基于结构的应力、应变、位移、加速度等多种动力响应进行损伤识别。

关键词: 模态组响应; 密集模态; 多级损伤识别; 模型缩聚

中图分类号: TU17; O327 **文献标志码:** A **DOI:** 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.202308014

Damage identification using multi-level modal group response reconstruction in the presence of close spaced modes

ZOU Yunfeng^{1,2}, DONG Huanzhi¹, LU Xuandong¹, HE Xuhui^{1,2}, CAI Chenzhi^{1,2}

(1. School of Civil Engineering, Central South University, Changsha 410075, China; 2. Hunan Provincial Key Laboratory for Disaster Prevention and Mitigation of Rail Transit Engineering Structure, Changsha 410075, China)

Abstract: Limited by common situations of closely spaced modes and large structural dimension, damage identification based on modal parameter is difficult to perform in civil structures. A damage identification method based on multi-level modal group response reconstruction in the presence of close spaced modes is proposed. Several modes with small intervals are grouped together, and response of the entire modal group is extracted as damage sensitive characteristic. Based on the collected modal response, a multi-level damage identification strategy is adopted. In the super element level damage location, the original structure is first converted into a super element model with fewer DOFs through model reduction, and then the minimization problem is solved by defining the modal group response strain energy as a damage index to achieve the location of damaged super elements; In element level damage identification, the minimization problem is expressed as the discrepancy between reconstructed and actual modal group response to achieve elemental damage localization and quantification. A numerical simulation study and the experimental verification were conducted to demonstrate the operational process and feasibility of this method. Compared with traditional methods, the results show that the proposed method improves the accuracy and efficiency of damage identification through multi-level identification strategies and model reduction, and on the other hand, improves the shortcomings of modal-analysis-based methods that cannot accurately identify damage when faced with close spaced modes. Damage identification can be performed based on multiple dynamic responses such as stress, strain, displacement, and acceleration of the structure.

Keywords: modal group response; close spaced mode; multi-level damage identification; model reduction

土木结构的性能不可避免地随着时间推移而下降, 从而影响结构的安全性和耐久性, 若没有及时发现结构的劣化并采取相应的措施, 性能下降的结构可能无法承受原本的设计荷载, 从而引发结构破坏,

甚至造成生命、经济和社会损失。因此, 实时监测和预测结构性能、识别内部损伤位置与程度以及评估剩余寿命, 对提升结构运营效率和保障安全至关重要。基于振动的损伤识别方法最为常用, 即通过

收稿日期: 2023-08-08; 修订日期: 2023-10-07

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51925808, 51508580); 湖南省杰出青年科学基金资助项目(2022JJ10082)

处理传感器采集的动态响应信号,推断结构物理特性的变化以定位和评估损伤。NORDEN等^[1]提出了希尔伯特-黄变换,利用信号中高分辨率的瞬时频率分量可以在非线性振动中构造更精确的损伤敏感特性;HE等^[2]基于经验模态分解(EMD)和统计方法提取梁的模态信息,并通过四阶傅里叶级数重构损伤曲率;吴宗臻等^[3]通过叠加运算模拟计算的频率力和实测频响函数列预测结构引起的振动响应,可用于耦合振动下的损伤识别;文献[4-5]提出将采集信号转换为小波域单位脉冲响应,进而在小波域实现高精度的响应重构和损伤识别。损伤识别本质是一个数学上的逆问题。而结构受到的复杂的荷载状况、外部环境等因素限制了对该逆问题的求解。为了能够准确识别结构损伤,许多学者从不同角度提出了各类解决方法。其中,基于模态参数的方法广泛适用,其利用振动模态参数作为建立最小化问题的依据,可以在未知外荷载的情况下定位和量化损伤。WANG等^[6]采用传递矩阵法建立了包含固有频率和损伤位置参数的损伤量化方程,并基于此从固有频率中确定损伤节段的损伤系数;HOU等^[7]采用L1正则化作为模型修正技术,使用固有频率和振型实现损伤因子迭代的稀疏化;LIU等^[8]在损伤识别中将单元模态应变能分为轴向拉压和弯曲,扩展了从有限的采集响应中提取的模态信息;ZHANG等^[9]提出一种组合模态应变能指标,包括基于模态保证准则和基于Kriging插值的模态组合程序,相较传统方法具有更高的损伤定位精度和噪声鲁棒性。结构的模态参数与结构自身的物理参数息息相关且不随外荷载变化而改变,因此基于模态参数的损伤识别适用于大多数工程实际。

近年来,许多学者从不同方面拓展和深化对基于模态参数的损伤识别方法的研究。邹云峰等^[10]提出一种基于应变模态响应重构的损伤识别方法,在结构应变的基础上引申出一种损伤敏感特性,从而节省了模态分析成本;WANG等^[11]通过改进贝叶斯公式,在算法层面提出一种基于拉普拉斯近似的贝叶斯更新模型,该方法在损伤识别的效率和稀疏性上均有优势;缪炳荣等^[12]应用粒子群优化算法和遗传算法优化目标函数,改善了模态应变能变化率量化损伤能力的不足。然而,鲜有学者关注基于模态参数的方法在大型土木工程结构中应用的困难。一方面,该方法通常需要在结构矩阵上进行迭代求解,即使采用深度学习的方法,也需要反复计算“标签”作为基线数据^[13],而大型土木工程结构通常维数较大,导致反复的矩阵运算需要大量的计算资源和时间,并且随着识别单元数的增加,识别效率和精度显著降低并会产生大量数据冗余;另一方面,当响应包含

频率相近的模态响应时,模态参数的提取精度明显下降^[14],而这类方法依赖模态参数作为损伤敏感特性,在面对密集模态时识别精度会降低甚至失效。

针对以上两种限制,本文提出一种采用多级模态组响应重构的密集模态损伤识别方法。该方法选用密集模态组响应作为损伤敏感特性以克服密集模态下损伤难以识别的问题,并引入多级损伤识别策略减少庞大的运算自由度对识别精度和效率的影响。在超单元级损伤定位中,首先将原结构缩聚为自由度更少的超单元模型,然后在贝叶斯学习框架中构建模态组响应应变能作为损伤指标实现损伤超单元的定位;在单元级损伤识别中,最小化问题表述为重构和实际的模态组响应的误差,以此为目标实现损伤单元定位和量化。

1 理论推导

1.1 模态组响应重构

将因频率接近而难以分离出单频响应的一组模态设为一个模态组,显然,单频模态也可以作为一个模态组。考虑到相邻的宽频模态响应提取可能较困难,本文将频率差小于1 Hz且在测量位置均存在局部振型的相邻模态视为密集模态。相反地,有的相邻模态虽然频率接近,但在结构的不同位置呈现局部振型,则这两个模态并不具备密集模态特性。

按模态阶次将 N_g 个模态组从小到大排序,第 g 个模态组包含第 g_1 至第 g_g 阶模态,考虑测量位置中两组不同的自由度 a 组和 b 组,分别包含 a 个和 b 个自由度,则它们的第 g 个模态组响应分别表示为:

$$\mathbf{d}_{ag} = \boldsymbol{\varphi}_{ag} \boldsymbol{\delta}_g \quad (1)$$

$$\mathbf{d}_{bg} = \boldsymbol{\varphi}_{bg} \boldsymbol{\delta}_g \quad (2)$$

式中, $\boldsymbol{\varphi}_{ag} \in \mathcal{R}^{a \times g_g}$, $\boldsymbol{\varphi}_{bg} \in \mathcal{R}^{b \times g_g}$ 为模态振型矩阵 $\boldsymbol{\Phi}$ 中对应于各自由度的行和第 g_1 至第 g_g 列的矩阵块; $\boldsymbol{\delta}_g \in \mathcal{R}^{g_g \times N_g}$ 为第 g_1 至第 g_g 阶广义模态坐标。根据式(1)和(2), a 组和 b 组自由度的第 g 个模态组响应之间存在以下联系:

$$\mathbf{d}_{bg}^r = \boldsymbol{\varphi}_{bg} \boldsymbol{\varphi}_{ag}^+ \mathbf{d}_{ag} \quad (3)$$

式中,上标“r”表示该响应是通过其他自由度重构得到的;上标“+”表示矩阵的广义逆,具体计算为 $\boldsymbol{\varphi}_{ag}^+ = (\boldsymbol{\varphi}_{ag}^T \boldsymbol{\varphi}_{ag})^{-1} \boldsymbol{\varphi}_{ag}^T$ 。为了使该广义逆有效,测量自由度的个数 a 应不小于模态组包含的模态个数,显然这一条件是很容易满足的。

1.2 基于响应重构的超单元级损伤定位

对于一般的土木工程结构,假设根据结构的计算需要、连接特性和实际工程需要等因素将结构的

原有限元模型划分为 N_s 个子结构。根据 Craig-Bampton 固定界面模态综合法^[15-16], 这些子结构通过模态坐标变换生成 N_s 个自由度数量减少的超单元, 这些超单元保留了原子结构的界面模态, 因而可以重新耦合计算特性与原模型近似、自由度数量减少的超单元模型, 从而实现模型缩聚。在后续模型更新迭代中, 在超单元模型上求解模态振型矩阵, 能有效提高计算效率。

为了缩减损伤搜索维度, 首先将损伤定位至超单元级。为了实现这一目的, 首先预设“等效损伤因子” $\tilde{\theta}$, 其等价于对应子结构所有单元的整体刚度折减。第 s 个子结构的等效损伤因子可表示为:

$$\tilde{\mathbf{K}}(\alpha) = \tilde{\mathbf{K}}_u + \sum_{s=1}^{N_s} \tilde{\theta}_s \tilde{\mathbf{K}}_s, \quad -1 \leq \tilde{\theta}_s \leq 0 \quad (4)$$

式中, $\tilde{\mathbf{K}}_u$ 表示未损坏的整体超单元刚度矩阵; $\tilde{\mathbf{K}}_s$ 表示第 s 个超单元对整体刚度矩阵的贡献。

假设有 N_c 个模态采集组, 首先将损伤定位至超单元级, 以缩减损伤搜索维度。在本节中, 定义一种模态组响应应变能作为损伤指标:

$$\tilde{\mathbf{F}}_{sg}^{r,c} = [\mathbf{d}_g^{r,c}]^T \tilde{\mathbf{K}}_s [\mathbf{d}_g^{r,c}] \quad (5)$$

$$\tilde{\mathbf{F}}_{sg}^c = [\mathbf{d}_g^c]^T \tilde{\mathbf{K}}_s [\mathbf{d}_g^c] \quad (6)$$

式中, $\mathbf{d}_g^{r,c}, \mathbf{d}_g^c \in \mathcal{R}^{n \times t_c}$ 分别为重构的和实际的第 c 个模态采集组关于第 s 个超单元的第 g 个全自由度模态组响应, n 和 t_c 分别表示模型自由度总数和第 c 组模态数据的时刻点数; $\tilde{\mathbf{F}}_{sg}^{r,c}, \tilde{\mathbf{F}}_{sg}^c \in \mathcal{R}^{t_c \times t_c}$ 分别对应于 $\mathbf{d}_g^{r,c}, \mathbf{d}_g^c$ 的模态组响应应变能。在式(5)和(6)中, $\tilde{\mathbf{K}}_s$ 为已知的由初始有限元模型转化的超单元刚度矩阵, 而全自由度的重构和实际模态组响应并不能直接获取, 在这里分别考虑 $\mathbf{d}_g^{r,c}$ 和 \mathbf{d}_g^c 中对应于自由度测量项和非测量项的模态组响应进行说明: 任意一个 $\mathbf{d}_g^{r,c}$ 的测量项均由其余测量自由度通过式(3)重构得到, 非测量项则由所有测量自由度重构得到, 这些重构过程均考虑了尽可能多的测量信息以提高鲁棒性, 但需要保证所有传感器都处于正常工作状态; \mathbf{d}_g^c 的测量项通过带间歇性准则的 EMD 方法从测量响应中提取^[9], 非测量项则采用与 $\mathbf{d}_g^{r,c}$ 中对应非测量项相同的值, 考虑到非测量位置本身无法提供有效的模态信息, 这么做相当于扩充 \mathbf{d}_g^c 的维度以使其能参与到优化过程中, 同时也不会非测量自由度引入额外的误差。

在此基础上, 引入一种稀疏贝叶斯学习框架^[17], 以最小化给定的模态信息作为如下优化目标:

$$\tilde{\theta}^{(k)} = \text{armmin}_{\tilde{\theta}} \sum_{s=1}^{N_s} [\tilde{\mathbf{F}}_{sg}^c(t_1, t_2) - \tilde{\mathbf{F}}_{sg}^{r,c}(t_1, t_2)]^2 + \sum_{s=1}^{N_s} (\tilde{\alpha}_s \tilde{\theta}_s^2) \quad (7)$$

式(7)通过拉普拉斯近似的迭代过程预测了损

伤因子的取值, 其中, $\tilde{\theta}^{(k)}$ 表示第 k 次迭代的损伤因子向量; $\tilde{\mu}$ 表示模态组响应应变能的精度参数; $\tilde{\alpha}_s$ 表示第 s 个超单元等效损伤因子的精度参数; $0 < t_1 \leq c$, $0 < t_2 \leq c$, 表示矩阵 $\tilde{\mathbf{F}}_{sg}^c$ 和 $\tilde{\mathbf{F}}_{sg}^{r,c}$ 中的单值序号; $\sum [\cdot]^2$ 表示中括号内矩阵各单值的平方和。在该理论中, 精度参数 $\tilde{\alpha}_s$ 、 $\tilde{\mu}$ 通过下式优化更新:

$$\tilde{\alpha}_s = \frac{1}{(\tilde{\theta}_s^{(k)})^2 + [\tilde{\mathbf{A}}^{-1}]_{ss}} \quad (8)$$

$$\tilde{\mu} = \frac{N_g \cdot N_s \cdot \sum_{i=1}^{N_c} t_i}{\sum_{s=1}^{N_s} [\tilde{\mathbf{F}}_{sg}^c(t_1, t_2) - \tilde{\mathbf{F}}_{sg}^{r,c}(t_1, t_2)]^2 + \sum_{s=1}^{N_s} [\tilde{\mathbf{A}}^{-1} \tilde{\mathbf{D}}]_{ss}} \quad (9)$$

在式(8)和式(9)中, $\tilde{\mathbf{A}} = \tilde{\mathbf{W}} + \tilde{\mu} \tilde{\mathbf{D}}$ 表示拉普拉斯近似的方差逆矩阵, 其中, $\tilde{\mathbf{W}}$ 是对角元素为 $\tilde{W}_{ss} = \alpha_s$ 的对角矩阵, $\tilde{\mathbf{D}}$ 可由下式给出:

$$\tilde{\mathbf{D}}_{zy} = \sum \left\{ \left[\frac{\partial \tilde{\mathbf{F}}_{sg}^{r,c}(t_1, t_2)}{\partial \tilde{\theta}_z} \right] \left[\frac{\partial \tilde{\mathbf{F}}_{sg}^{r,c}(t_1, t_2)}{\partial \tilde{\theta}_y} \right] - \left[\tilde{\mathbf{F}}_{sg}^c(t_1, t_2) - \tilde{\mathbf{F}}_{sg}^{r,c}(t_1, t_2) \right] \left[\frac{\partial \tilde{\mathbf{F}}_{sg}^{r,c}(t_1, t_2)}{\partial \tilde{\theta}_z \partial \tilde{\theta}_y} \right] \right\} \quad (10)$$

式(10)中的损伤差异项 $\tilde{\mathbf{F}}_{sg}^{r,c}(t_1, t_2)$ 与模态振型线性相关, 其关于等效损伤因子的偏导数可以使用参考文献[18-19]中的方法求解。

模型更新前, 各个更新参数首先被赋予初始值。在每一步迭代中, 参数 $\tilde{\alpha}_s$ 和 $\tilde{\mu}$ 首先通过上一步迭代结束时(或初始值)的相关参数和等效损伤因子更新, 然后加入到式(7)中更新 $\tilde{\theta}^{(k)}$ 。在满足收敛条件 $\|\tilde{\theta}^k - \tilde{\theta}^{k-1}\| / \|\tilde{\theta}^k\| \leq \text{tol}$ 时, 迭代结束。作为一种近似损伤, $\tilde{\theta}$ 中明显的负值被认定为对应的超单元区域存在损伤, 基于此, 第二级损伤识别将在这些可疑区域的内部单元中进行。

1.3 单元级损伤识别

考虑第 s 个子结构被识别为包含损伤的可疑区域的情况。理论上, 应对可疑损伤区域内的单元开展损伤的精细化定位和量化, 因此应在离散单元中进行搜索。为了实现这一目的, 将可疑超单元返回到其初始物理分布, 即保留除第 s 个超单元外的其余超单元, 并将这些超单元与第 s 个未缩减的可疑子结构重组为新的适应于第二阶段模型更新的超单元模型。假设第 s 个子结构的刚度矩阵由 N_{e_s} 个单元和类似于式(4)的形式组成:

$$\tilde{\mathbf{K}}(\alpha) = \tilde{\mathbf{K}}_u + \sum_{i=1}^{N_{e_s}} \theta_i \tilde{\mathbf{K}}_i, \quad -1 \leq \theta_i \leq 0 \quad (11)$$

式中, $\tilde{\mathbf{K}}_u$ 表示第二阶段识别中未损坏的刚度矩阵; $\tilde{\mathbf{K}}_i$ 表示参与损伤识别的第 i 个单元的整体刚度贡献;

θ_i 表示对应的损伤因子。

为了对可疑损伤区域内的单元开展损伤的精细化定位和量化,选用可疑子结构内部及附近的测量自由度以提供损伤识别的依据。在第二级损伤识别中,优化问题表述为最小化重构响应和实际响应的误差:

$$\theta^{(k)} = \text{arg min } \eta \sum \left[d_{mg}^c(t) - d_{mg}^{c,r}(t) \right]^2 + \sum_{i=1}^{N_{e_s}} (\alpha_i \theta_i^2) \quad (12)$$

式中, η 是重构模态组响应的精度参数。对应于式(7)中的参数 $\tilde{\alpha}_s$ 、 $\tilde{\mu}$ 。式(12)中的精度参数 η 、 α_i 采用与式(8)和(9)类似的方法更新,区别在于将参数更新公式中的损伤差异项 $\tilde{F}_{sg}^{r,c}(t_1, t_2)$ 改为 $d_{mg}^{c,r}(t)$, 并最终在满足收敛条件后结束迭代过程。

图1给出了所提出的损伤识别方法的流程。

2 数值模拟算例

通过桁架的仿真案例验证本节提出的基于模态组响应重构的密集模态损伤识别方法。用于数值模拟的桁架有限元模型如图2所示。该桁架由两跨组成,每跨长度为60 m,共包含40根下弦杆、38根上弦杆、40根斜腹杆和39根竖杆。杆件均为钢材,弹性模量和密度分别设置为206 MPa和7830 kg/m³。根据桁架总体受竖向力的特性,对各杆件赋予了不同的截面特性。各杆件的截面信息如表1所示,其中z轴表示垂直于二维桁架平面的坐标轴。在

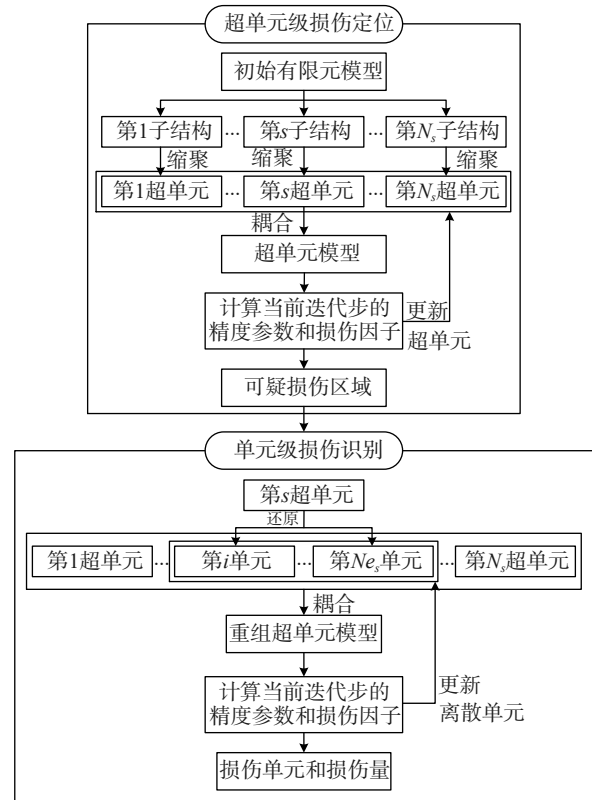


图1 损伤识别流程

Fig. 1 The flowchart of damage identification

MATLAB中建立桁架的有限元模型,共有80个节点,157个单元,结构矩阵维度为236×236。单元和节点都按照从左往右依次递增的编号方式,具体的序号如表2所示。

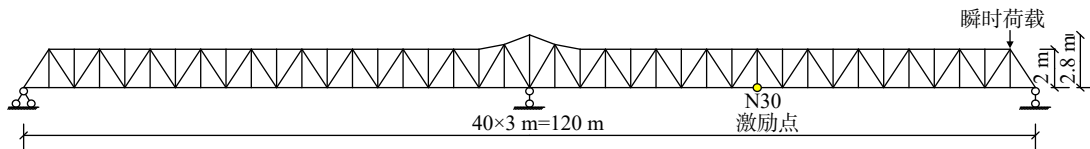


图2 桁架有限元模型

Fig. 2 The finite element model of the truss

表1 杆件截面信息

Tab. 1 Information of chord section

杆件	面积范围/m ²	对z轴惯性矩范围/10 ⁻⁵ m ⁴
下弦杆	0.0261~0.0432	1.77~5.19
上弦杆	0.0244~0.0432	1.52~5.19
斜杆	0.0133~0.0192	0.505~1.77
竖杆	0.0085~0.0093	0.197~0.233

表2 单元和节点序号

Tab. 2 Serial number of elements and nodes

单元或节点	编号
下弦节点	N1~N41
上弦节点	N42~N80
下弦杆	E1~E40
上弦杆	E41~E78
斜杆	E79~E118
竖杆	E119~E157

在桁架上施加幅值为10⁴ kgf的瞬时荷载,作用点在图2中标出。动态响应通过一阶保持状态空间公式计算,并使用前10个保留模态,每种模态采用0.01的阻尼比。此外,通过将零均值、2%噪声等级的高斯白噪声加入计算的响应中,以模拟测量噪声的影响。使用加速度计获取响应信息,采样频率选为5 kHz,采样的持续时间为5 s,并根据文献[20]中的策略优化传感器布局。通过该传感器优化策略,最终实现布置同等数量的传感器,能最大程度上反映结构的振动特性并通过测量最大化地获得模态信息。图3展示了安装的33个加速度计的位置。

将桁架划分10个子结构,通过矩阵变换生成了矩阵维度为90×90的超单元模型,如图4所示。对桁架模型设置4组损伤场景,如表3所示。

为了对桁架结构开展多级损伤识别,首先需要

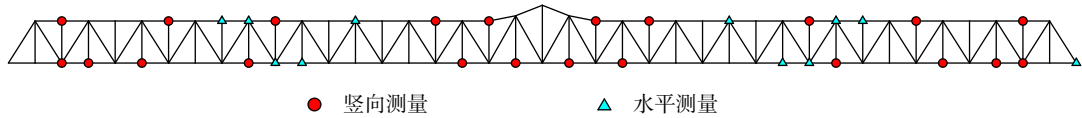


图 3 加速度计位置示意图

Fig. 3 Schematic diagram of accelerometer position

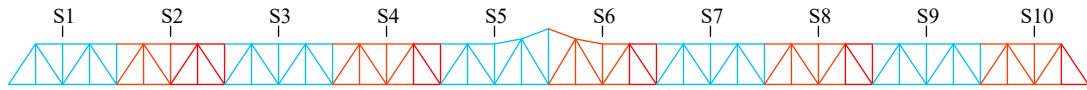


图 4 桁架超单元模型

Fig. 4 The super element model of the truss

表 3 损伤场景

Tab. 3 Damage scenarios

损伤场景	单元序号	刚度折减	所属超单元
DS1	E57	10%	S5
	E57	20%	
DS2	E7	10%	S2
	E7	30%	
DS3	E8	10%	S2
	E71	15%	
DS4	E73	10%	S9
	E100	15%	

表 4 前 10 阶模态频率

Tab. 4 The first 10 modal frequencies

模态阶次	频率/Hz	模态组
1	2.8377	I
2	2.8884	
3	9.7429	II
4	9.8912	
5	10.1101	
6	15.4000	III
7	15.5275	
8	21.5627	IV
9	21.9014	
10	27.5295	V

划分子结构并生成超单元模型。对于所提出的损伤识别方法而言,除了实际工程需求外,子结构划分可根据如下两个因素进行考量:

1. 传感器布置。根据模态应变能的损伤特性,若预设损伤的子结构内并未布置传感器,则超单元级损伤定位难以辨别该子结构的等效损伤,因此应确保每个子结构内部都包含可采集的响应信息;

2. 损伤识别的精度和效率。超单元或单元数目越大,即潜在损伤维度越大,则模型更新的精度和效率越低。因此,可以通过子结构划分使超单元数目、各子结构包含的单元数目相差不大,以平衡各种可能的损伤情况下的模型更新性能。

2.1 模态组响应重构

结构的前 10 阶模态频率如表 4 所示。通过分析局部振动特性,可以划分 5 个模态组:模态组 I 包含第 1、2 阶模态,模态组 II 包含第 3、4、5 阶模态,模态组 III 包含第 6、7 阶模态,模态组 IV 包含第 9、10 阶模态,模态组包 V 含第 10 阶模态。上述各模态组均能在某些测量自由度呈现密集模态特性。此外,表 3 还给出了在超单元模型中计算的前 10 阶频率,通过对比可以看出模型缩聚有着较高的精度。以 N10 处的竖向加速度计为例,其响应频谱如图 5 所示。在无损伤状态下,通过 EMD 方法提取其他的 32 个加速度的模态组响应重构 N10 处竖向加速度的模态组响应,结果如图 6 所示。可以看出,各模态组下的模态提取均存在边界效应,即开头段误差较大,而后续部分的时程曲线均有很高的重构精度。

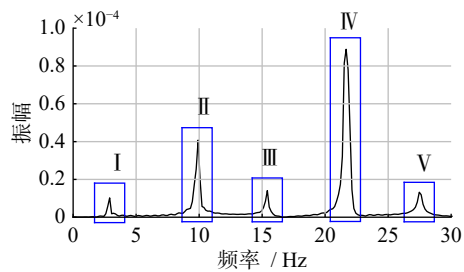


图 5 N10 的竖向加速度傅里叶谱

Fig. 5 Fourier spectrum of the vertical acceleration at N10

值得注意的是,模态组仅仅是根据分析的结构振动特性对整个模型自由度的划分,有些自由度作为某一阶振型零点并不包含该阶模态信息。图 6(b)和 (d)的模态组响应并不呈对数衰减,显然其包含了不止一阶模态响应,在这种情况下难以使用传统方法提取单频模态响应以进行损伤识别。相比之下,虽然图 6(a)和 (c)的振动衰减特性更接近于单频振动,但即使其只包含一阶模态信息,也需要对各阶振型进行分析以获取其不为零振型因子用于响应的重构,对每个测量自由度都作这样的分析非常繁琐。应用所提出的模态组响应重构策略,可以直接构建优化问题。

2.2 超单元级损伤定位

在第一级损伤识别中,33 个测量自由度的重构响应均由其余 32 个响应计算,而非测量自由度的响

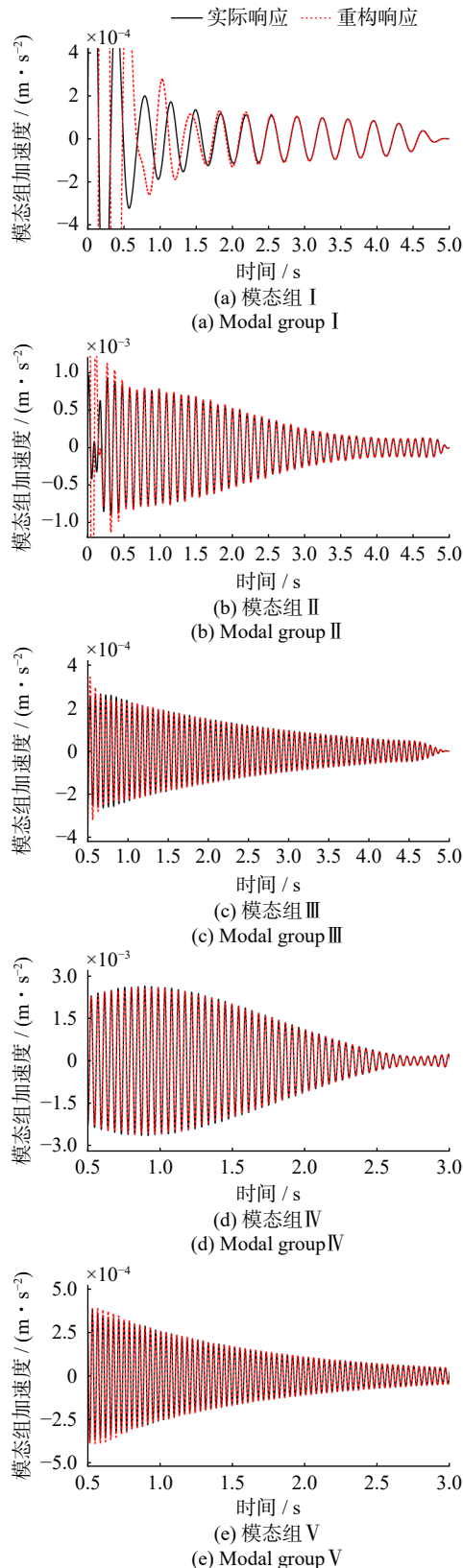


图6 N10的竖向加速度的模态组重构响应和实际响应
Fig.6 Modal group reconstruction response and actual response of vertical acceleration at N10

应由全部33个传感器重构,以构建模态组响应应变能。将 $\tilde{\mu}^{(0)} = 2500$ 和 $\tilde{\alpha}_s^{(0)} = 400$ 分别设为重构响应和等效损伤因子的精度参数,迭代过程的收敛准则设置为 $CC = |\tilde{\theta}^{(k)} - \tilde{\theta}^{(k-1)}| / |\tilde{\theta}^{(k)}| \leq 0.1$ 。在稀疏贝叶斯学习框

架中预测等效损伤因子。为了说明模态组响应应变能作为损伤敏感特性的可行性,在图7中给出了在DS1下(E57的10%刚度折减)迭代初始阶段前两个模态组响应对等效损伤因子的灵敏度(即偏导数),考虑到某一单元的应变能对该单元的损伤敏感性远大于其他子结构,图7的横坐标分别为 $\text{mean}|\partial \tilde{F}_{1g}^{r,c} / \partial \tilde{\theta}_1|, \dots, \text{mean}|\partial \tilde{F}_{10g}^{r,c} / \partial \tilde{\theta}_{10}|$,即对应于10个超单元的模态组响应应变能对相应超单元的平均灵敏度绝对值,这里的mean表示对 $t_c \times t_c$ 的灵敏度矩阵内的所有元素求均值,并且每一个灵敏度关于模态组的最大灵敏度归一化。从图7可以看出,前两个模态组中灵敏度最大值均出现在预设了损伤的第5个超单元,这说明预设损伤能引起模态组响应应变能的明显变化。

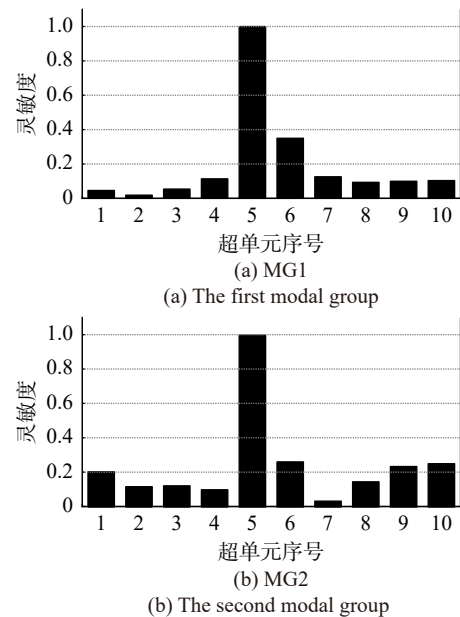


图7 模态组响应应变能灵敏度

Fig.7 Sensitivity of modal group response strain energy

超单元级的损伤定位结果如图8所示。其中,纵坐标为超单元等效损伤因子的识别值,根据式(4)可知,等效损伤表现为超单元刚度矩阵的整体折减率,因此是无量纲参数,在图8并未标注单位。类似地,后续单元级损伤识别所涉及损伤因子也是无量纲参数。可以看出各损伤场景下的第一级识别均提供了具有稀疏特性的可疑损伤超单元,第二级损伤识别在此基础上展开。

2.3 单元级损伤识别

在第二级损伤识别中,为DS1至DS4重建了新的超单元模型,如图9所示。可疑的超单元被还原为离散单元,其余部分保持不变,用于各损伤场景的测量自由度也在图中标出。根据图9中的重构响应搜索可疑子结构的内部单元,以确定单元损伤的位置和程度。

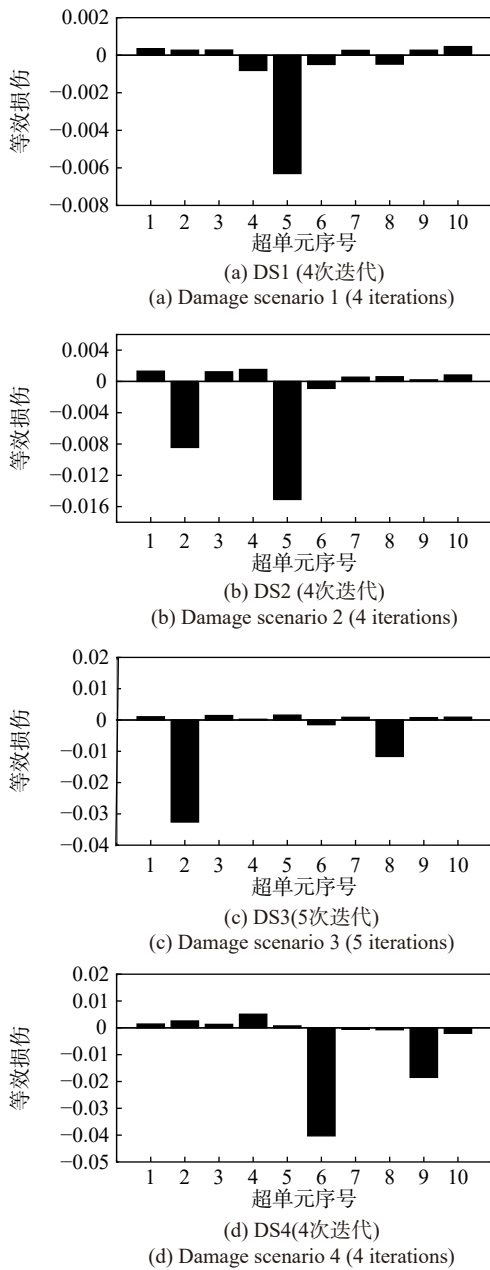


图 8 超单元级损伤定位结果

Fig. 8 Damage location results at super element level

精度参数的初始值设置为 $\eta^{(0)} = 2500$ 和 $\alpha_s^{(0)} = 400$, 迭代收敛准则设置为 $CC = |\theta^{(k)} - \theta^{(k-1)}| / |\theta^{(k)}| \leq 0.05$. DS1~DS3 的识别结果如图 10 所示。从图中可以看出, 虽然无损伤单元上的存在一些识别错误, 但这些错误相对于预设损伤量而言是可以忽略的。总体而

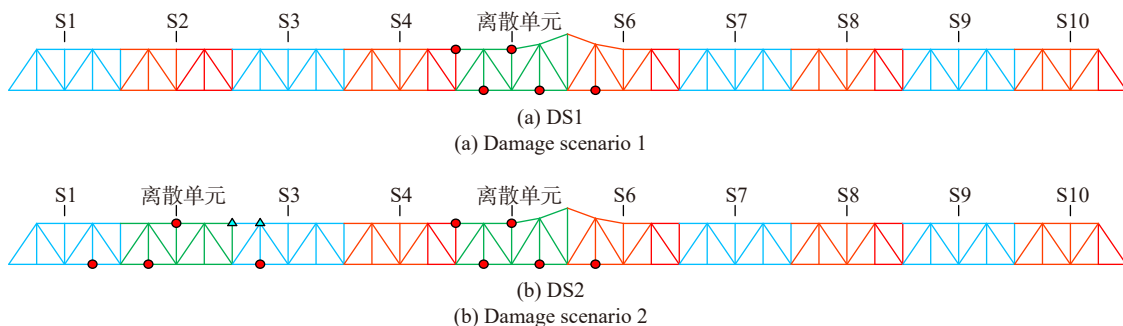
言, 单元层面的损伤识别结果均令人满意。

相较传统的基于模态应变能的方法, 本文所提出的方法不仅扩展了损伤识别在密集模态下的适用性, 而且能在保证精度的前提下大幅提升计算效率。接下来将通过多级识别策略和模型缩聚说明该方法在识别效率上的优越性。

首先, 对 DS1 和 DS2 考虑不划分子结构分级识别而直接根据式 (9) 搜索桁架左跨的所有单元 (搜索结构一半的单元足以突出对比性)。设定与 2.3 节相同的初始条件, 损伤识别结果如图 11 所示。从图中可以看出, 尽管预设损伤的单元仍然有明显的负值, 但两种损伤场景下的其他单元被识别出多处不可忽略的错误, 这会导致损伤的误判, 并且整体识别结果的稀疏性也明显下降了。此外, 无分级和无模型缩聚下的损伤识别耗时如表 5 所示。为了增强对比性, 无分级识别中使用了缩聚模型, 无缩聚模型的情况下则考虑了多级识别。显然, 多级识别的应用对效率有明显的提升, 通过分层次的识别减小搜索维度可以避免在大多数单元上做无用功。模型缩聚方法本身虽然进一步减少了迭代的时间消耗, 但由于本案例所选用的桁架结构的矩阵维度仅从 236×236 缩减至 90×90 , 因此模型缩聚带来的性能提升有限。

3 试验案例

通过一个栏杆-平板结构进一步验证损伤识别方法的可行性, 试验装置如图 12 所示。其中, 下部的板部件有效长度为 1 m, 宽度为 0.32 m; 上部的栏杆部件的立柱高度为 0.32 m, 并在立柱高度 0.1、0.2 和 0.3 m 处各设置一根长 0.6 m 的横梁, 其中 0.1 m 处的横梁截面尺寸为 $2 \text{ cm} \times 2 \text{ cm}$, 其余两根横梁的截面尺寸均为 $1 \text{ cm} \times 1 \text{ cm}$, 这么设置是为了让栏杆横梁的局部振型出现密集模态, 而在本案例中, 仅考虑对栏杆横梁的损伤识别。响应信息通过 HD-YD-232 三轴加速度计 (产自无锡市厚德自动化仪表有限公司) 采集, 并通过 DH8303 动态测试分析系统 (产自江苏东华测试技术股份有限公司) 处理和传输至计算机中, 采样频率选为 2 kHz。每个加速度计的重量 (55 g) 都被考虑到有限元模型的建立中。



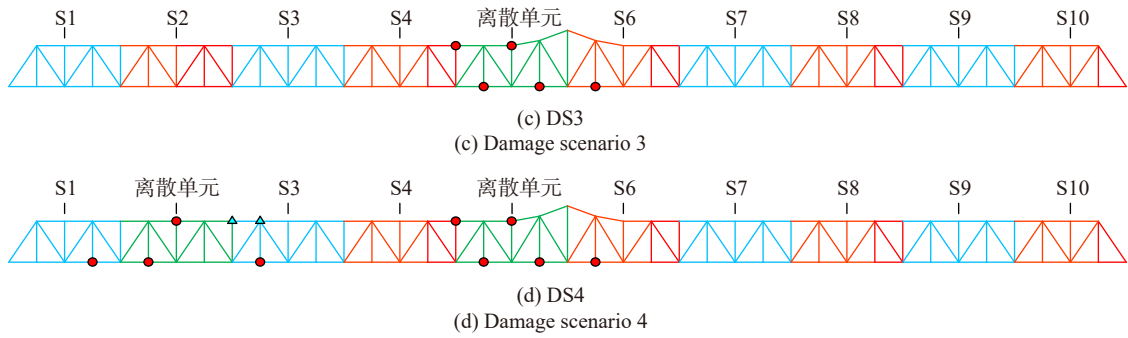


图 9 各损伤场景下重建的超单元模型示意图

Fig. 9 Schematic diagram of reconstructed super element models for each damage scenario

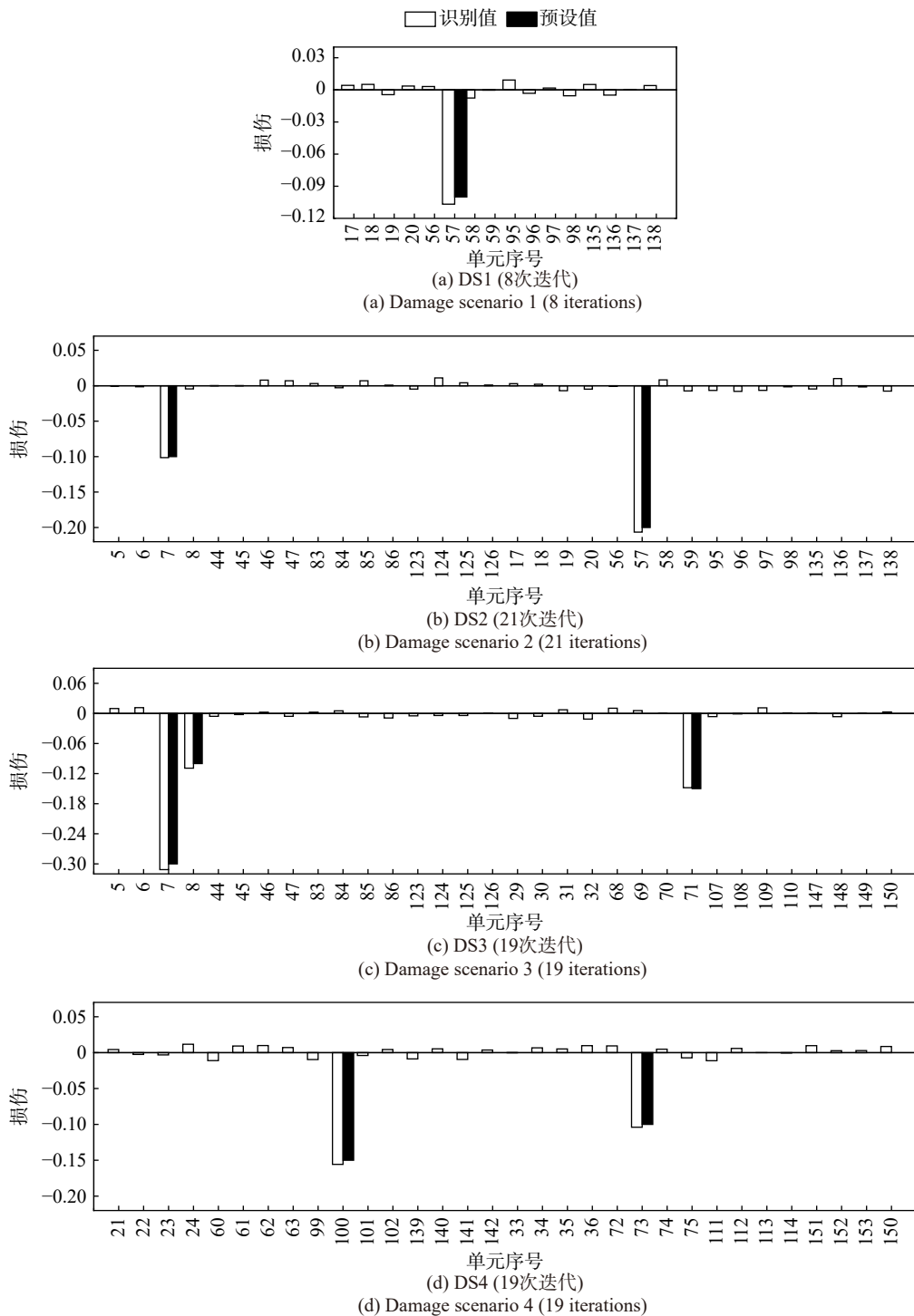


图 10 各损伤场景下重建的超单元模型示意图

Fig. 10 Schematic diagram of reconstructed super element models for each damage scenario

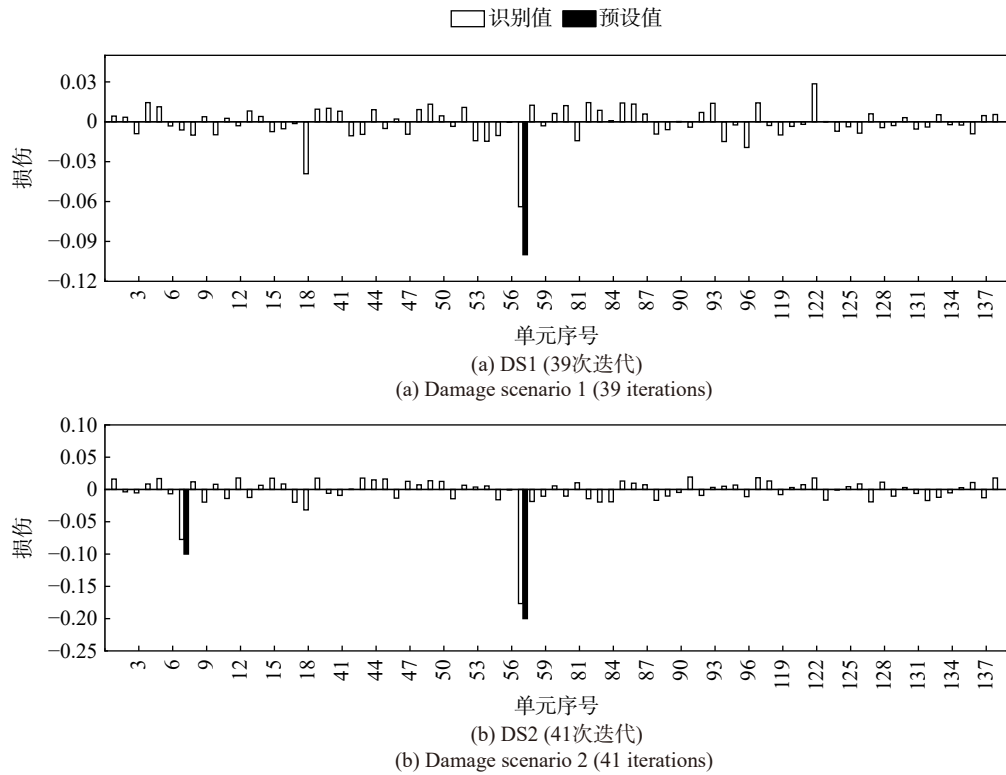


图 11 直接搜索左跨单元的损伤识别结果

Fig. 11 Damage identification results of direct searching for left-span elements

表 5 无分级和无缩聚模型下损伤识别的耗时

Tab. 5 Time consuming of damage identification without multiple level and reduced model

识别方法	损伤场景	超单元级/s	单元级/s	总耗时/s
多级识别, 缩聚模型	DS1	1.1	5.1	6.2
	DS2	1.0	57.7	58.7
无分级识别	DS1	—	2229.5	2229.5
	DS2	—	2343.7	2343.7
无模型识别	DS1	5.2	23.6	28.8
	DS2	5.0	220.7	225.7

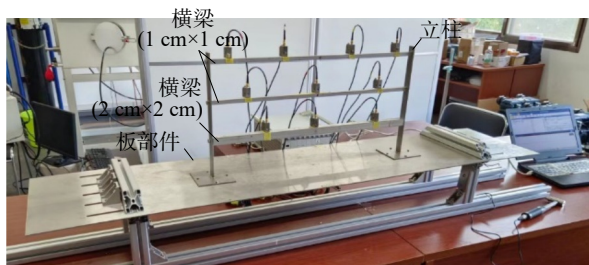


图 12 试验装置

Fig. 12 Experimental setup

3.1 有限元模型修正

板部件通过限位梁固定, 但限位梁沿梁长方向对板的限制可能并不均匀, 此外, 该处的下部竖向支撑的振动也会在一定程度上削弱板边界的刚度。因此, 为了建立准确的有限元模型, 需要对试验结构开展模型修正, 修正对象为图 13 中用灰色标出的 10 个区域 ($k_1 \sim k_{10}$), 每个区域内的边界节点均考虑为板提供等值的绕 y 方向的转动约束刚度 (y 方向已在图 13

中标出), 同时其他 5 个边界约束均考虑为刚性。在安装栏杆前, 从图 13 的传感器中提取板的单频模态信息, 然后使用前文提到的贝叶斯学习框架修正边界刚度, 结果如表 6 所示。

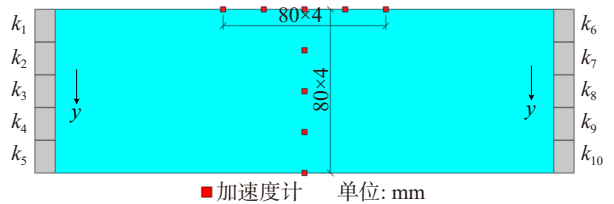


图 13 板参数修正模型

Fig. 13 The model for modification of plate parameters

表 6 板参数修正结果

Tab. 6 Modification results of plate parameters

修正参数	初始值/(N·m ⁻¹)	修正值/(N·m ⁻¹)
k_1	3000.00	2891.52
k_2	3500.00	3501.16
k_3	4000.00	3868.46
k_4	3500.00	3615.69
k_5	3000.00	3073.22
k_6	3000.00	2955.18
k_7	3500.00	3639.62
k_8	4000.00	3916.80
k_9	3500.00	3581.05
k_{10}	3000.00	2896.40

3.2 模型缩聚与损伤场景

试验结构的原模型采用 1 cm 的边长划分单元网

格, 结构矩阵维度为 23256×23256。为了开展超单元级的损伤定位, 将有限元模型划分 7 个子结构(S1~S7), 通过矩阵变换生成了矩阵维度为 314×314 的超单元模型, 如图 14 所示。其中, S1 由板部件和栏杆立柱构成, S2~S7 则是需要开展损伤识别的栏杆横梁部件。表 7 给出了从测量响应的提取频率与超单元模型的解析频率的对比, 此外再综合振型信息对比, 可以说明该超单元模型精度较高, 可用作试验结构损伤识别的基础模型。



图 14 超单元模型示意图

Fig. 14 Schematic diagram of the super-element model

表 7 实际频率和解析频率对比

Tab. 7 Comparison between actual and analytical frequencies

模态	超单元模型频率/Hz	实际频率/Hz	相对误差/%
1	28.812	28.728	0.2924
6	51.491	51.546	0.1067
10	84.216	84.309	0.1103
11	87.148	86.921	0.2616

考虑到将损伤定位至 1 cm 的网格单元存在困难, 且实际工程通常不要求如此精细的损伤信息, 在原有限元模型中划分了等长的 30 个潜在损伤区域 (BS1~BS30), 在同一区域内均考虑为刚度的均匀下降, 如图 15 所示。在本案例中, 损伤识别的最终目标是定位和量化潜在区域的损伤。为了给损伤识别结果提供明确对照, 在实际结构中采用如图 16 所示的截面等效切割的形式设置损伤。在此基础上, 对试验结构设置 3 组损伤场景, 如表 8 所示。

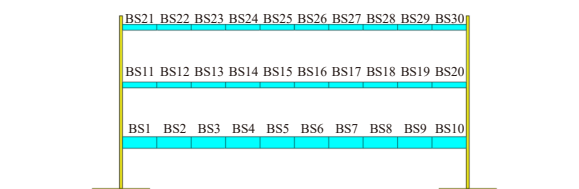


图 15 潜在损伤区域示意图

Fig. 15 Schematic diagram of potential damaged regions

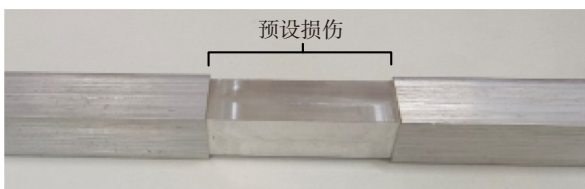


图 16 实际损伤设置

Fig. 16 Setting of actual damage

表 8 栏杆横梁的损伤场景

Tab. 8 Damage scenarios of beams in the railing

损伤场景	单元序号	刚度折减	所属超单元
DS1	BS3	20%	S2
	BS15	20%	S4
DS2	BS16	20%	S5
	BS22	20%	S6
DS3	BS25	20%	S6

3.3 多级损伤识别

用于损伤识别的加速度计(A1~A10)布置如图 17 所示。此外, 图 18 展示了加速度计 A10 记录的结构在锤击下的竖向响应。通过分析试验模型的频率和局部振动特性, 考虑 3 个难以被分离的模态组: (1) 30.156 Hz、30.619 Hz; (2) 46.055 Hz、46.410 Hz; (3) 53.915 Hz、54.838 Hz、55.337 Hz。

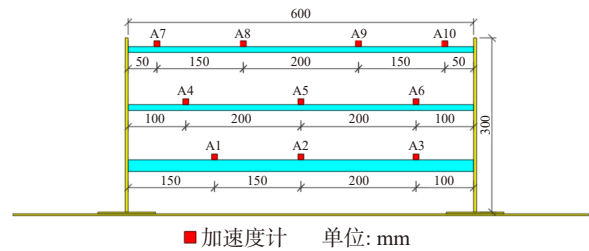
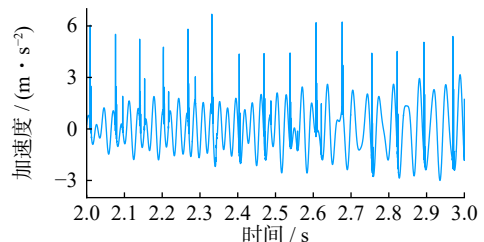
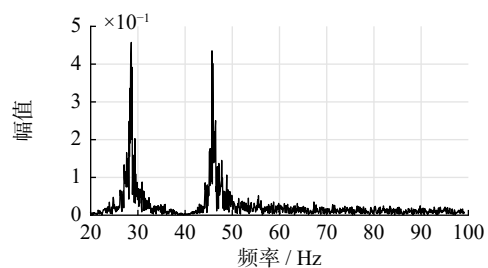


图 17 加速度计布置示意图

Fig. 17 Schematic diagram of accelerometer layout



(a) 时程曲线
(a) Time-history curve



(b) 傅里叶谱
(b) Fourier spectrum

图 18 A10 处竖向加速度

Fig. 18 Horizontal acceleration at A10

在第一级损伤识别中, 每个测量自由度的重构响应均由其余 9 个响应计算, 而栏杆横梁上的非测量自由度的响应由全部 10 个传感器重构, 以构建模态组响应应变能。贝叶斯学习框架的相关参数设置参照数值模拟案例, 超单元级的损伤定位结果如图 19 所示。识别结果反映的可疑损伤超单元与预设损伤

相对应, 且非损伤超单元具备较好的稀疏性, 一些错误的负识别值可被忽略。接下来, 将在超单元级损伤定位的基础上进一步开展第二级损伤识别。

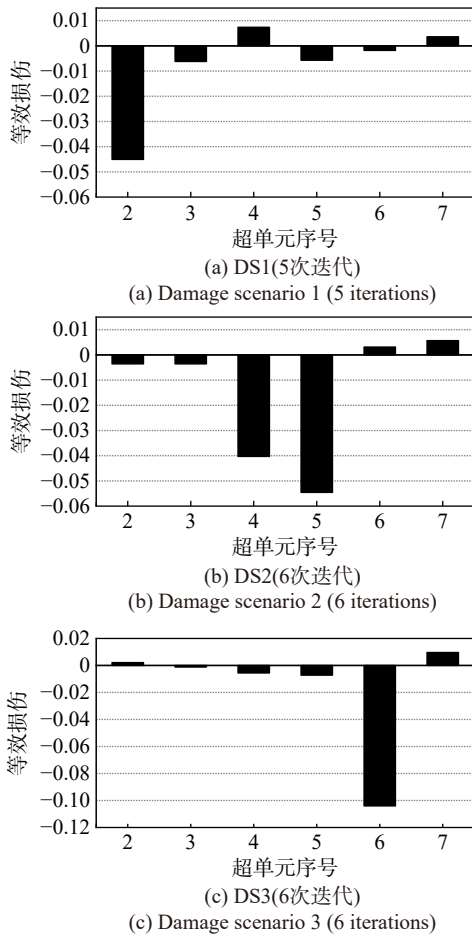


图 19 第一级损伤定位结果

Fig. 19 Damage location results at the first level

参照 2.3 节介绍的超单元重建方法和贝叶斯学习框架的初始参数设置, 第二级损伤识别结果如图 20 所示。此外还提供了如表 9 所示的有无缩聚模型下的损伤识别耗时。从表中可以看出, 对于该试验案例由初始矩阵维度 23256×23256 缩减至 314×314 的情况, 模型缩聚所带来的识别效率提升非常明显。模型缩聚方法通过大幅缩减非测量自由度的资源占用从而到降低数据冗余的效果, 而且由于 Craig-Bampton 方法的准确性, 本案例中缩聚结构的模态振型计算误差不超过 0.1%, 重构精度几乎不受影响。

图 19 的识别结果还表明, 在计算效率大幅提升同时, 预测损伤能很好地吻合预设值, 其中非损伤单元的最大负识别值为 -0.0343 , 损伤单元的绝对误差不超过 0.035, 这在本案例的损伤场景中是可以接受的。误差水平主要受到测量噪声和模型误差的直接影响。此外, 由于所提出的方法本质上是基于模态参数的, 因此结构本身的阻尼和外荷载形式等因素也会通过模态提取精度间接影响损伤识别结果。对于本案例而言, 潜在损伤区域内小于 5% 的损伤可能难以通过所提方法准确识别。

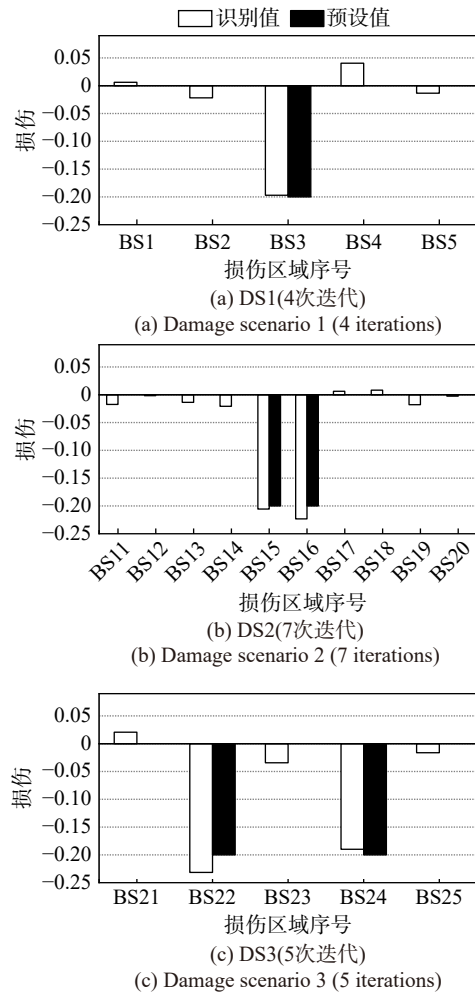


图 20 第二级损伤识别结果

Fig. 20 Damage identification results at the second level

表 9 有缩聚模型和无缩聚模型的耗时对比

Tab.9 Time consuming comparison between identification with and without reduced model

识别方法	损伤场景	超单元级/s	单元级/s	总耗时/s
有模型缩聚	DS1	2.2	1.7	3.9
	DS2	2.7	8.6	11.3
无模型缩聚	DS1	15307.5	8188.8	23496.3
	DS2	13300.6	35817.6	49118.2

4 结 论

本文提出了一种采用多级模态组响应重构的密集模态损伤识别方法, 以双跨桁架和板-栏杆耦合结构为例分别开展了损伤识别数值计算和试验验证, 通过与传统方法对比, 得到主要结论如下:

(1) 鉴于密集模态阻碍模态分析的有效进行, 本文提出分离整个模态组响应作为损伤敏感特性, 并定义了模态组响应应变能和模态组重构响应以构造用于模型更新的最小化求解。该方法拓展了基于模态分析的损伤识别方法的适用性, 适用于应力、应变、位移、加速度等各种动力响应的重构。

(2) 该方法引入了多级损伤识别策略和模型缩

聚。一方面,该方法采用分级的损伤定位和识别减少了每一次迭代搜索的单元数,同时提高了识别精度和效率;另一方面,通过模型缩聚减少了每次迭代中的结构矩阵维数,降低矩阵数据的冗余,从而提高了效率并节省了计算资源。

(3)大型结构的损伤识别难以全局开展,而通常仅在关键位置布置较密集的传感器阵列。在这种情况下,该方法应将未监测部分考虑为冗余自由度并划分为维度更大的冗余超单元,在监测部分则划分为维度更小的参与模型更新的超单元。对比数值案例和试验案例的有无模型缩聚耗时,可以看出,随着自由度数目的增加,模型缩聚的作用会愈发明显,而多级识别策略的精度和效率提升仅仅与识别的维度相关(传感器的数量和布置范围)。

参考文献:

- [1] NORDEN E HUANG Z S. The empirical mode decomposition and the Hilbert spectrum for nonlinear and non-stationary time series analysis[J]. *Proceedings: Mathematical, Physical and Engineering Sciences*, 1998, 454(1971): 903-995.
- [2] HE J J, ZHOU Y B. A novel mode shape reconstruction method for damage diagnosis of cracked beam[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2019, 122: 433-447.
- [3] 吴宗臻,刘维宁,马龙祥,等.基于实测频响函数列的地铁环境振动响应预测方法[J]. *工程力学*, 2015, 32(6): 155-161.
WU Zongzhen, LIU Weining, MA Longxiang, et al. Prediction method for metro environmental vibrations based on measured frequency response functions[J]. *Engineering Mechanics*, 2015, 32(6): 155-161.
- [4] LI J, LAW S S. Substructural response reconstruction in wavelet domain[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 2011, 78(4): 041010.
- [5] LAW S S, LI X Y, ZHU X Q, et al. Structural damage detection from wavelet packet sensitivity[J]. *Engineering Structures*, 2005, 27(9): 1339-1348.
- [6] WANG L, CHEN R, DAI L Z, et al. A detection method integrating modal deflection curvature difference and natural frequency for structural stiffness degradation[J]. *Engineering Failure Analysis*, 2022, 141: 106637.
- [7] HOU R R, XIA Y, ZHOU X Q. Structural damage detection based on L1 regularization using natural frequencies and mode shapes[J]. *Structural Control and Health Monitoring*, 2018, 25(3): e2107.
- [8] LIU G J, ZHAI Y Z, LENG D X, et al. Research on structural damage detection of offshore platforms based on grouping modal strain energy[J]. *Ocean Engineering*, 2017, 140: 43-49.
- [9] ZHANG Y J, LUO Y F, GUO X N, et al. A new damage detection method of single-layer latticed shells based on combined modal strain energy index[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2022, 172: 109011.
- [10] 邹云峰,卢玄东,阳劲松,等.基于应变模态响应重构的损伤识别方法[J]. *工程力学*, 2022, 39(9): 225-233.
ZOU Yunfeng, LU Xuandong, YANG Jinsong, et al. A damage identification method based on strain modal response reconstruction[J]. *Engineering Mechanics*, 2022, 39(9): 225-233.
- [11] WANG X Y, HOU R R, XIA Y, et al. Laplace approximation in sparse Bayesian learning for structural damage detection[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2020, 140: 106701.
- [12] 缪炳荣,张盈,黄仲,等.利用模态应变能变化率的结构损伤识别优化方法[J]. *振动工程学报*, 2023, 36(2): 477-486.
MIAO Bingrong, ZHANG Ying, HUANG Zhong, et al. Structural damage identification optimization method using change rate of modal strain energy[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2023, 36(2): 477-486.
- [13] GUO J, WANG L, TAKEWAKI I. Frequency response-based damage identification in frames by minimum constitutive relation error and sparse regularization[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2019, 443: 270-292.
- [14] LEE E T, EUN H C. An optimal sensor layout using the frequency response function data within a wide range of frequencies[J]. *Sensors*, 2022, 22(10): 3778.
- [15] 张永宏,邵凡,赵晓平,等.基于多标签零样本学习的滚动轴承故障诊断[J]. *振动与冲击*, 2022, 41(11): 55-64.
ZHANG Yonghong, SHAO Fan, ZHAO Xiaoping, et al. Rolling bearing fault diagnosis based on multi-label zero-shot learning[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2022, 41(11): 55-64.
- [16] 邹云峰,卢玄东,阳劲松,等.基于模态综合法和模态叠加法的密集模态结构响应重构[J]. *工程力学*, 2023, 40(3): 54-64.
ZOU Yunfeng, LU Xuandong, YANG Jinsong, et al. Structural response reconstruction based on mode synthesis method and modal superposition method in the presence of closely spaced modes[J]. *Engineering Mechanics*, 2023, 40(3): 54-64.
- [17] 邹云峰,付正亿,何旭辉,等.基于经验模态分解和模型缩聚的动力响应重构方法研究[J]. *工程力学*, 2022, 39(2): 67-75.
ZOU Yunfeng, FU Zhengyi, HE Xuhui, et al. Dynamic response reconstruction method based on empirical mode decomposition and model condensation[J]. *Engineering Mechanics*, 2022, 39(2): 67-75.
- [18] BRANDON J A. Derivation and significance of second-order modal design sensitivities[J]. *AIAA Journal*, 1984, 22(5): 723-724.
- [19] CHOI K M, CHO S W, KO M G, et al. Higher order eigensensitivity analysis of damped systems with repeated eigenvalues[J]. *Computers & Structures*, 2004, 82(1): 63-69.
- [20] ZHANG C D, XU Y L. Multi-level damage identification with response reconstruction[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2017, 95: 42-57.

第一作者:邹云峰(1984—),男,博士,教授。

E-mail: yunfengzou@csu.edu.cn

通信作者:卢玄东(1997—),男,硕士。

E-mail: xuandonglu@csu.edu.cn