

空间管桁架结构刚度等效研究

王康¹, 王秀丽^{1,2}, 王进洲³, 李燕燕³, 尹志萍¹

(1. 兰州理工大学土木工程学院, 甘肃 兰州 730050;

2. 兰州理工大学西部土木工程防灾减灾教育部工程研究中心, 甘肃 兰州 730050;

3. 甘肃省建设监理有限责任公司, 甘肃 兰州 730070)

摘要: 针对空间管桁架结构简化过程中缺乏理论指导的问题, 运用材料力学知识对空间管桁架结构等效抗弯惯性矩进行推导, 并提出相应计算公式。同时基于扭转应变能相等原理建立管桁架的腹杆以及上下平联的等效薄板厚度计算公式, 构造出连续化的等效截面, 运用薄壁杆件理论提出空间管桁架结构的等效抗扭惯性矩计算公式。利用悬臂法验证等效惯性矩计算公式的准确性。对兰州奥体中心网球馆进行等效分析。结果表明: 提出的等效惯性矩计算公式较为合理, 与悬臂法计算结果的误差在 4% 以内; 在自重作用下, 网球馆原结构与简化结构最大位移值和最大应力值误差不超过 9%; 网球馆原结构与简化结构前 5 阶的振型相似, 固有频率的误差不超过 4%, 简化结构具有较高精度。

关键词: 空间管桁架; 等效惯性矩; 扭转应变能; 模型简化; 等效分析

中图分类号: TU391; TU393 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2025)05-0931-10

DOI: 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2025.05.005

Equivalent study on stiffness of space truss structure

WANG Kang¹, WANG Xiuli^{1,2}, WANG Jinzhou³, LI Yanyan³, YIN Zhiping¹

(1. School of Civil Engineering, Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China;

2. Western Engineering Research Center of Disaster Mitigation in Civil Engineering of Ministry of Education,

Lanzhou University of Technology, Lanzhou 730050, China; 3. Gansu Construction Supervision Co., Ltd., Lanzhou 730070, China)

Abstract: To solve the problem of a lack of theoretical guidance in the simplification process of space pipe truss structure, the equivalent bending moment of inertia of space pipe truss structure was deduced by using the knowledge of material mechanics, and the corresponding calculation formula was put forward. Based on the principle of equal torsional strain energy, the formulas for calculating the equivalent thin plate thickness of the web members and the top and bottom lateral bracing of the pipe truss were derived, and the continuous equivalent section was constructed. The formula for calculating the equivalent torsional moment of inertia of the space pipe truss structure was proposed by using the thin-walled bar theory. The cantilever method was used to verify the accuracy of the calculation formula of equivalent moment of inertia. The equivalent analysis of the tennis court of Lanzhou Olympic Sports Center was carried out. The results show that the formula for calculating the equivalent moment of inertia is reasonable, and its error is within 4% compared with that of the cantilever method. Under the action of deadweight, the errors of the maximum displacement value and the maximum stress value between the original structure and the simplified structure of the tennis court are less than 9%. The vibration modes of the first five steps of the original structure are similar to those of the simplified structure, and their errors of the natural frequency are less than 4%, so the simplified structure has high accuracy.

Keywords: space pipe truss structure; equivalent moment of inertia; torsional strain energy; model simplification; equivalent analysis

空间结构因其独有的特点广泛地应用于大型公共建筑及体育场馆, 常见的结构形式有网架结构、网壳结构及管桁架结构等, 空间管桁架相比前者而言没有焊接球或者螺栓球结点, 各个杆件通过焊接方式连接在一起, 减少了管件材料的接头, 同时具

有较大的平面外刚度, 提高了其平面外稳定性。目前, 空间管桁架结构主要应用于大型体育场, 例如: 开封体育中心体育场^[1], 毕节体育场^[2]和天水体育中心体育场^[3]等。

近几年, 针对空间结构的研究逐渐由传统的精

收稿日期: 2023-03-23; **修订日期:** 2023-07-03

基金项目: 国家重点研发计划资助项目(2019YFD1101004); 甘肃省住房和城乡建设厅科技项目(JK2022-01); 甘肃省教育厅优秀研究生“创新之星”项目(2022CXZX-449)

细化分析向精细化分析和试验研究相结合的方向转变,通过两者的对比,更好地反映结构的真实响应,进一步推动空间结构的发展。然而,空间结构杆件众多,结构复杂,不但会影响精细化分析的效率,而且会对试验模型的制作造成困难,因此对空间结构进行简化分析是很有必要的,现如今常采用的简化方法是刚度等效^[4-6],即在相同荷载作用下,原结构模型和简化模型具有相同的响应。LIU等^[7]将桁架结构简化为连续体模型,推导了等效模型的运动方程,对比了等效模型和桁架结构的动力特性,验证了等效模型具有较高精度。GUO等^[8]基于能量等效原理将双层铰接环形桁架结构等效为连续体模型,并通过两者振动特性的对比,证明了等效模型的准确性。祝卫亮等^[9]基于桁架加劲梁的动力特性,推导出等效梁模型的等效抗弯、抗扭表达式,并通过实例,验证了该方法的精度。刘梅等^[10]将桁架结构等效为 Timoshenko 梁单元,并基于能量等效原理得到了等效梁模型的刚度矩阵和质量矩阵,结合实例,证明了利用该方法得到的等效模型具有较高的精度。周绪红等^[11]基于能量原理将板桁结合型加劲梁简化为连续化等效模型,并采用悬臂法验证了等效模型的合理性。文献[12-15]通过建立空间桁架有限元模型,利用悬臂法反算得到其等效刚度,并以实际工程为例,证明了等效模型的有效性。于永帅^[16]对钢桁梁模型施加了均匀附加扭转质量惯性矩,通过对比施加前后钢桁梁扭转频率的变化情况,来逆向推算出钢桁梁自身的扭转质量惯性矩。随后为了推广此方法,华旭刚等^[17]对其进行了详细的研究,给出了该方法的理论依据和使用条件,并结合工程案例,比较了简化前后模型的扭转振动频率,验证了该方法的有效性。陈常松等^[18]通过建立空间桁架模型、平面桁架模型和单梁模型,运用曲线拟合的方法,引入各种刚度修正系数将空间桁架模型简化为平面桁架模型和单梁模型,并通过实例证明等效模型具有较高的计算精度。虽然很多学者在模型简化方面做了大量的研究与分析,给出了很多适用性的建议,但是关于理论计算方面的研究较少。

本文在已有的研究基础上,提出了空间管桁架结构等效刚度理论计算公式,弥补了空间管桁架结构简化分析理论的缺失。首先,针对管桁架结构的等效抗弯惯性矩,运用材料力学知识进行了推导,提出了竖向抗弯惯性矩和侧向抗弯惯性矩的计算公式。然后,基于扭转应变能相等的原则将管桁架的腹杆以及上下平联等效为等厚薄板,构造出等效截面,并运用薄壁杆件理论建立了空间管桁架结构的等效抗扭惯性矩计算公式。接着,利用悬臂法对提

出的等效刚度计算公式进行了验证。最后,以兰州奥体中心网球馆为例,利用本文提出的刚度等效理论对原结构进行简化,并将原结构与简化结构的结果进行了对比分析。

1 等效抗弯刚度计算

管桁架的抗弯刚度包括竖向抗弯刚度和侧向抗弯刚度,在计算空间管桁架抗弯刚度时,当桁架总长度足够长时,假定腹杆对其抗弯刚度无贡献,管桁架的等效抗弯刚度由上、下弦杆提供^[5]。

1.1 两榀平面桁架形成的空间管桁架

如图 1 所示为一个由两榀平面桁架形成的空间管桁架截面布置图,截面高为 h ,宽为 b ,上弦杆表示为 S_i ,下弦杆表示为 X_i (i 表示弦杆所在的榀数,对于由两榀平面桁架形成的空间管桁架, $i=1,2$),设所有上弦杆的截面面积为 A_1 ,外径为 D_1 ,内径为 d_1 ,壁厚为 t_1 ,所有下弦杆的截面面积为 A_2 ,外径为 D_2 ,内径为 d_2 ,壁厚为 t_2 , $x-x$ 和 $y-y$ 为截面的形心轴,由截面对形心轴的静矩等于零的性质可计算 h_1 、 h_2 、 b_1 和 b_2 ,计算过程如下:

$$2A_1h_1 - 2A_2h_2 = 0 \quad (1)$$

$$h_1 + h_2 = h \quad (2)$$

联立式 (1) 和 (2) 可得:

$$h_1 = \frac{A_2}{A_1 + A_2}h, h_2 = h - h_1 \quad (3)$$

因所有上弦杆的截面面积相同,均为 A_1 ,所有下弦杆的截面面积相同,均为 A_2 ,则 $b_1=b_2=b/2$ 。

弦杆自身的截面惯性矩采用圆管截面惯性矩计算公式。

对于上弦杆:

$$I_1 = \frac{\pi(D_1^4 - d_1^4)}{64}$$

对于下弦杆:

$$I_2 = \frac{\pi(D_2^4 - d_2^4)}{64}$$

采用平行移轴定理,如图 1 所示,对于 $x-x$ 轴的惯性矩为:

$$I_x = 2I_1 + 2I_2 + 2h_1^2A_1 + 2h_2^2A_2 \quad (4)$$

将式 (3) 代入式 (4) 中,并进行简化得如图 1 所示的空间管桁架截面对 $x-x$ 轴的等效惯性矩为:

$$I_x = 2\left(I_1 + I_2 + \frac{A_1A_2}{A_1 + A_2}h^2\right)$$

同理可得,两榀平面桁架形成的空间管桁架截面对 $y-y$ 轴的等效惯性矩为:

$$I_y = 2\left(I_1 + I_2 + \frac{A_1 + A_2}{4}b^2\right)$$

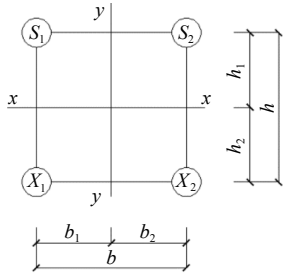


图 1 两榀平面桁架形成的空间管桁架截面布置图

Fig. 1 Section layout of space pipe truss formed by two plane trusses

1.2 n 榀平面桁架形成的空间管桁架

如图 2 所示为一个由 n 榀平面桁架形成的空间管桁架截面布置图, 其截面参数的定义与两榀平面桁架形成的空间管桁架截面参数的定义相同, 按照 1.1 节的计算方法可得 n 榀平面桁架形成的空间管桁架截面对 x-x 轴的等效惯性矩为:

$$I_x = i \left(I_1 + I_2 + \frac{A_1 A_2}{A_1 + A_2} h^2 \right); \quad i = 2, 3, \dots, n_0$$

n 榀平面桁架形成的空间管桁架截面对 y-y 轴的等效惯性矩为:

$$I_y = i(I_1 + I_2) + \frac{1}{12}(i-1)i(i+1)(A_1 + A_2)b^2; \quad i = 2, 3, \dots, n_0$$

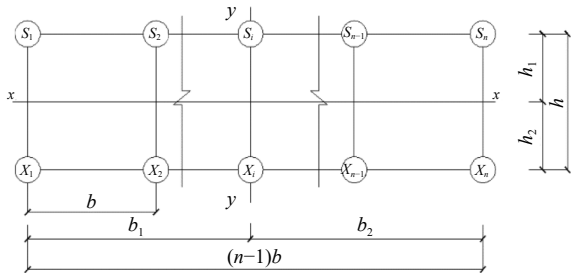


图 2 n 榀平面桁架形成的空间管桁架截面布置图

Fig. 2 Section layout of space pipe truss formed by n plane trusses

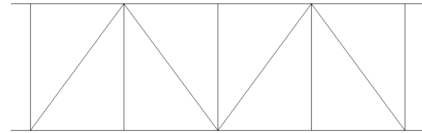
2 等效抗扭刚度计算

空间桁架受到扭矩时, 剪应力绕截面扭心连续分布, 此时整个截面均处于受扭状态, 所有杆件都参与受力, 基于扭转应变能相等原则将桁架的腹杆和平联等效成为相应厚度的薄板, 将整个空间桁架杆件等效成为闭合截面薄壁杆件, 按照薄壁杆件理论求解其扭转刚度。考虑到弦杆对于扭转刚度的贡献, 则整个截面的等效抗扭刚度是弦杆的抗扭刚度和等效闭合截面薄壁杆件抗扭刚度之和。

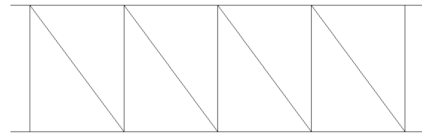
2.1 等效厚度计算

空间桁架的腹杆布置方式常见的有华伦式和普

拉特式, 如图 3 所示。上下平联主要有 K 形平联和交叉形平联, 如图 4 所示。将腹杆和平联等效成为薄壁板件, 假设作用于空间桁架截面的剪力流大小为 q。



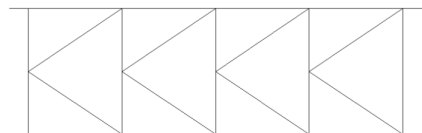
(a) 华伦式
(a) The Warren-style web



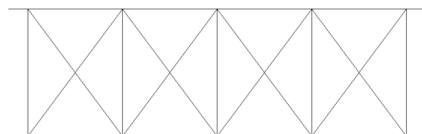
(b) 普拉特式
(b) The Pratt-style web

图 3 桁架腹杆布置方式

Fig. 3 The layout of truss web members



(a) K形平联
(a) The K-style lateral bracing



(b) 交叉形平联
(b) The crossed lateral bracing

图 4 桁架平联布置形式

Fig. 4 The layout of truss parallel connection

(1) 华伦式腹杆等效厚度

桁架的节间长度为 a, 高为 h, 斜腹杆长为 d, 取单节间进行分析, 当剪力流 q 作用于桁架平面内, 所产生的总剪力为 Q=qh。对于华伦式腹杆桁架, 在受剪状态下, 仅有斜腹杆产生内力, 为: $F_d=qd$ 。

桁架的应变能如下式所示:

$$U = \frac{q^2 d^3}{2EA_d} \quad (5)$$

式中, E 为材料的弹性模量; A_d 为斜腹杆的横截面积。

当剪力流 q 作用于一厚度为 t_c 的薄板, 薄板的长度和高度与桁架节间尺寸相同, 即长度为 a, 高度为 h, 则由扭转而产生的应变能为:

$$U = \frac{1}{2} \sum a \int_{A_i} \tau_i \gamma_i dA_i \quad (6)$$

因

$$\gamma_i = \frac{\tau_i}{G}, \quad \tau_i = \frac{q}{t_i}, \quad A_i = h_i t_i \quad (7)$$

式中, h_i 为第 i 微元的高度; t_i 为第 i 微元的厚度; A_i 为

第 i 微元的面积; τ_i 为第 i 微元的剪应力; γ_i 为第 i 微元的剪应变; G 为剪切模量。

将已知条件和式 (7) 代入式 (6) 得等效薄板的应变能为:

$$U_e = \frac{aq^2h}{2Gt_e} \quad (8)$$

根据应变能互等原则, 联立式 (5) 和 (8) 得桁架体系华伦式腹杆的等效板厚为:

$$t_e = \frac{E}{G} \cdot \frac{ah}{d^3/A_d}$$

(2) 普拉特式腹杆等效厚度

普拉特式腹杆桁架体系又可称为 N 形腹杆桁架体系, 在剪力流 q 作用下, 其斜腹杆和竖腹杆都会产生内力, 分别为: $F_d=qd$ 和 $F_v=qh$ 。

桁架的应变能为:

$$U = \frac{q^2d^3}{2EA_d} + \frac{q^2h^3}{2EA_v} \quad (9)$$

联立式 (8) 和 (9) 得桁架体系普拉特式腹杆的等效板厚为:

$$t_e = \frac{E}{G} \cdot \frac{ah}{d^3/A_d + h^3/A_v}$$

式中, A_v 为竖腹杆的横截面积。

(3) K 形平联等效厚度

取单节间平联进行分析研究, 平联长度为 a , 宽度为 b , 斜腹杆长为 d , 在剪力流 q 作用下, 其两个斜腹杆和竖腹杆都会产生内力, 根据节点的受力平衡得各杆的内力分别为:

$$F_{d1} = \frac{qd}{2}, \quad F_{d2} = -\frac{qd}{2}, \quad F_v = \frac{qb}{2}。$$

桁架的应变能为:

$$U = \frac{q^2d^3}{4EA_d} + \frac{q^2b^3}{8EA_v} \quad (10)$$

等效薄板的应变能为:

$$U_e = \frac{aq^2b}{2Gt_e} \quad (11)$$

联立式 (10) 和式 (11) 得桁架体系 K 形平联的等效板厚为:

$$t_e = \frac{E}{G} \cdot \frac{ab}{d^3/(2A_d) + b^3/(4A_v)}$$

(4) 交叉形平联等效厚度

交叉形平联在剪力流 q 的作用下, 仅斜腹杆产生内力, 根据受力平衡得斜腹杆的内力分别为:

$$F_{d1} = \frac{qd}{2}, \quad F_{d2} = -\frac{qd}{2}。$$

桁架的应变能为:

$$U = \frac{q^2d^3}{4EA_d} \quad (12)$$

联立式 (11) 和 (12) 得桁架体系交叉形平联的等效板厚为:

$$t_e = \frac{E}{G} \cdot \frac{ab}{d^3/(2A_d)}$$

2.2 两榀平面桁架形成的空间管桁架

将由两榀平面桁架组成的空间桁架截面等效为如图 5 所示截面, 先进行其抗扭惯性矩计算, 然后加上四个角点弦杆的抗扭惯性矩, 则为此空间桁架总的等效抗扭惯性矩。图中 t_s 、 t_x 和 t_f 分别代表桁架上平联、下平联和腹杆的等效薄板厚度。

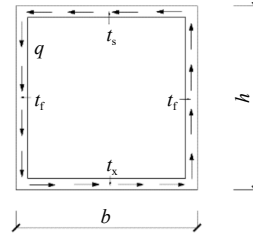


图 5 两榀平面桁架形成的空间管桁架等效截面

Fig. 5 The equivalent section of space pipe truss formed by two plane trusses

对于弦杆来说, 其截面的抗扭惯性矩可按下式计算:

$$I_{弦} = 2\pi r_m^3 t = 2\pi R^3 t$$

式中, r_m 表示圆管的平均半径; R 表示圆管的外径; 近似取 $r_m=R$ 。

由闭合截面薄壁杆件的扭转惯性矩公式可得图 5 所示截面的扭转惯性矩:

$$I_t = \oint \frac{ds}{t_i} = \frac{4b^2h^2}{\frac{b}{t_s} + \frac{b}{t_x} + 2\frac{h}{t_f}}$$

则:

$$I_{t总} = I_t + \sum I_{弦}$$

2.3 n 榀平面桁架形成的空间管桁架

在实际工程中, 有时会出现多榀平面桁架形成的空间桁架, 在计算多榀平面桁架形成的空间桁架扭转刚度时, 将其截面简化为如图 6 所示的多室闭合截面, 其总的等效抗扭惯性矩等于等效截面的抗扭惯性矩加所有弦杆的抗扭惯性矩。

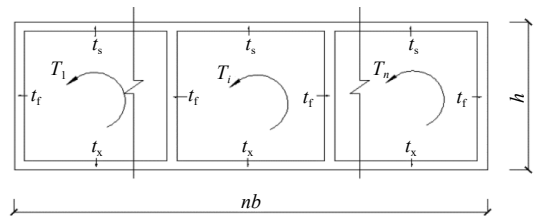


图 6 n 榀平面桁架形成的空间管桁架等效截面

Fig. 6 The equivalent section of space pipe truss formed by n plane trusses

表 1 截面属性

Tab. 1 Section properties

杆件类型		截面尺寸/mm×mm
弦杆		325×18
腹杆	JJ1	180×6
	JJ2	180×10
	JJ3	219×10
上平联	横杆	273×12
	斜腹杆	133×5
下平联	横杆	180×10
	斜腹杆	133×5

趋于稳定,此时的惯性矩就是空间桁架的等效惯性矩。对于空间桁架而言,当距约束端的距离为 60 m 时,其等效抗弯惯性矩和等效抗扭惯性矩开始趋于稳定,可知计算此类桁架等效惯性矩时,所取的计算长度至少应为高度的 20 倍。由图 8 和 9 可知,腹杆截面尺寸的变化虽然会引起杆件抗弯刚度的变化,但变化很小,所以腹杆对于抗弯刚度的贡献很小,这也印证了本文计算抗弯刚度时忽略腹杆作用的假定。对比等效竖向抗弯惯性矩和等效侧向抗弯惯性矩可知,由于截面的高宽比为 1:0.9,所以计算所得的等效惯性矩相近。由图 10 发现,腹杆的变化对杆件的抗扭刚度影响较大, JJ1 类腹杆与 JJ3 类腹杆的差值达到了 52%,所以改变腹杆截面尺寸是改变杆件扭转刚度的一种方法。

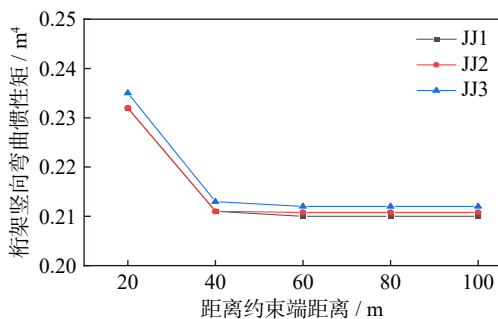


图 8 空间桁架等效竖向抗弯惯性矩

Fig. 8 The equivalent vertical bending moment of inertia of space truss

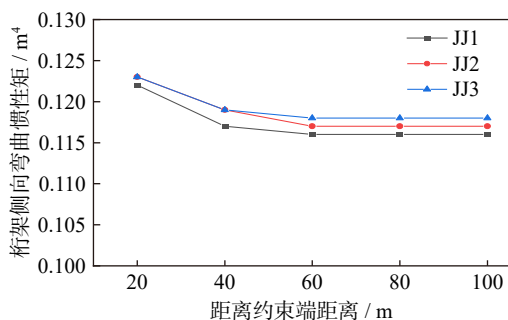


图 9 空间桁架等效侧向抗弯惯性矩

Fig. 9 The equivalent lateral bending moment of inertia of space truss

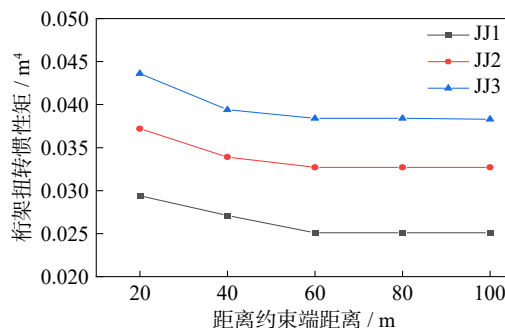


图 10 空间桁架等效抗扭惯性矩

Fig. 10 The equivalent torsional moment of inertia of space truss

以 JJ1 类腹杆组成的空间桁架模型为例,表 2 是空间桁架进行等效后计算所得的惯性矩与悬臂法所得的惯性矩的对比,由表可知,无论是竖向抗弯惯性矩还是侧向抗弯惯性矩,采用理论法计算的数值比悬臂法计算的数值小,这是由于在理论计算时,忽略了腹杆对于抗弯刚度的贡献,但两种方法计算的数值误差都在 2% 以内。分析空间桁架的抗扭惯性矩可知,理论计算结果大于悬臂法计算结果,这是由于理论计算时,按照弦杆全截面受扭计算总的扭转惯性矩,实际扭矩作用于空间桁架时,弦杆并非全截面受扭,但这两种方法计算的数值误差仅有 3.8%,可知采用薄壁杆件理论方法计算空间桁架的等效抗扭惯性矩是可行的,而且具有较高的精度。

表 2 理论法与悬臂法所得惯性矩对比

Tab. 2 The comparison of inertia moment between theoretical method and cantilever method

惯性矩类别	理论法/m ⁴	悬臂法/m ⁴	误差/%
竖向抗弯 I_x	0.209	0.210	0.5
侧向抗弯 I_y	0.115	0.117	1.7
抗扭 I_t	0.026	0.025	3.8

4 算 例

兰州奥体中心网球馆顶部为圆形钢结构罩棚,直径约 98 m,中心比赛场地顶部为可开合屋盖,可开合屋盖平面投影面积为 28 m×40 m,如图 11 所示。固定屋盖主受力体系采用格构柱与立体桁架组成的强框架体系,立体桁架作为活动屋面的轨道梁支撑构件,能够减小轨道梁的挠度,保证开合屋盖在使用阶段正常运行,如图 12 所示。

4.1 主桁架的简化

管桁架简化步骤:首先利用本文推导出的等效抗弯和等效抗扭惯性矩公式计算出原结构的截面特



图 11 兰州奥体中心网球馆

Fig. 11 The tennis court of Lanzhou Olympic Sports Center

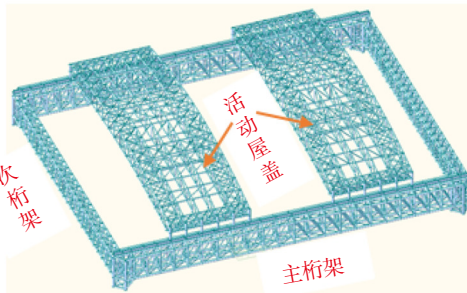


图 12 开合屋盖结构

Fig. 12 Retractable roof structure

性, 然后确定简化结构的截面形式, 包括截面整体尺寸大小, 通过抗弯惯性矩公式反算得到弦杆的截面大小, 最后, 确定简化结构的节间尺寸, 通过等效抗扭惯性矩公式反算得到腹杆的截面大小, 以此得到简化结构的截面参数。

对主桁架进行简化, 利用有限元软件 ANSYS 建立模型, 如图 13 所示, 杆件采用 BEAM188 单元, 钢材采用 Q355B, 弹性模量为 2.06×10^5 MPa, 泊松比为 0.3, 密度为 7850 kg/m^3 , 将由三榀平面桁架组成的空间桁架简化为两榀平面桁架形成的空间桁架, 采用上述步骤得到简化后构件截面的属性如表 3 所示, 主桁架的简化结构如图 14 所示。

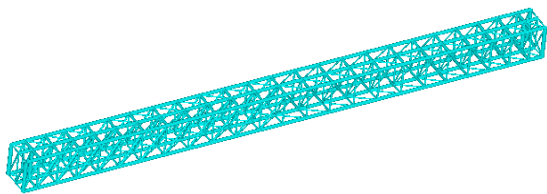


图 13 原结构

Fig. 13 The original structure

对原结构和简化结构在跨中施加相同的集中荷载, 将最大位移和最大应力值列于表 4 中。可知, 最大位移在相同荷载下相差很小, 误差只有 4.5%, 两者的最大应力的误差较大, 数值达到了 8.1%。

对比原结构和简化结构的动力特性, 将前 10 阶自振频率的对比列于表 5。可以看出, 二者第 6 阶频率误差最大, 为 8.1%, 这是因为结构的第 6 阶振型形状为二阶扭转, 结构简化后, 节间长度变大, 简化结

表 3 简化结构的截面属性

Tab. 3 Section properties of simplified structure

杆件类型		截面尺寸/mm×mm
弦杆		377×20
腹杆	其他节间	219×16
	两端节间	219×18
上平联	横杆	325×18
	斜腹杆	168×10
下平联	横杆	219×18
	斜腹杆	168×10

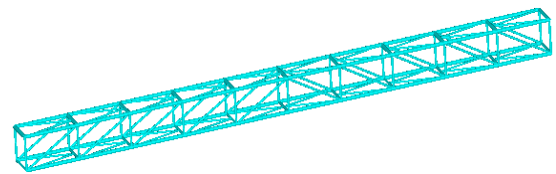


图 14 简化结构

Fig. 14 The simplified structure

表 4 主桁架原结构与简化结构静力响应对比

Tab. 4 The comparison of static response between the original structure and the simplified structure of the main truss

模型	最大位移/mm	最大应力/MPa
原结构	8.7	13.6
简化结构	9.1	14.7
误差/%	4.5	8.1

构个别腹杆因间距问题未参与工作, 所以导致误差变大。此外由于结构进行抗弯刚度等效简化时, 为了使简化后的弦杆截面尺寸是市面上常见的, 所以对其进行微调, 加之低阶振型又以弯曲变形为主, 所以低阶频率值误差值较大, 但不超过 10%, 本文提出的刚度等效理论适用于空间管桁架结构的简化。

表 5 主桁架原结构与简化结构自振频率对比

Tab. 5 The comparison of natural frequencies between the original structure and the simplified structure of the main truss

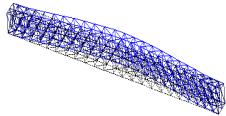
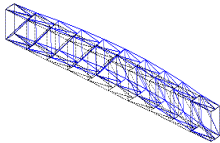
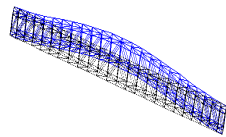
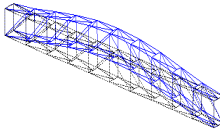
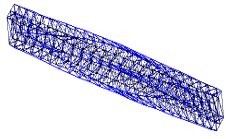
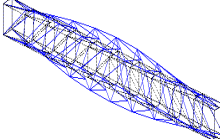
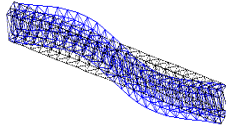
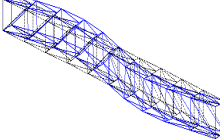
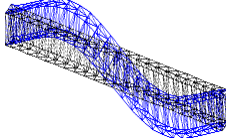
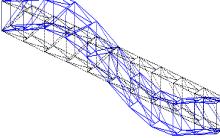
阶次	原结构/Hz	简化结构/Hz	误差/%
1	4.214	4.475	6.2
2	5.652	6.034	6.8
3	8.319	7.931	4.7
4	9.653	9.623	0.3
5	12.783	12.867	0.7
6	15.609	14.347	8.1
7	16.403	16.007	2.4
8	20.844	21.016	0.8
9	22.396	21.410	4.4
10	24.020	23.343	2.8

表 6 为原结构和简化结构的前 5 阶振型对比, 可知两者的振型相似, 第 1 阶振型形状均为对称侧弯, 第 2 阶振型形状均为对称竖弯, 第 3 阶振型形状均

为扭转,第4阶振型形状均为反对称侧弯,第5阶振型形状均为反对称竖弯。由两者自振频率和振型可知,简化模型具有一定的代表性,可以分析主桁架的动力特性。

表6 主桁架原结构与简化结构振型对比

Tab. 6 The comparison of vibration modes between the original structure and the simplified structure of the main truss

阶次	原结构	简化结构
1		
2		
3		
4		
5		

4.2 次桁架和活动屋盖的简化

次桁架也是空间桁架,所以按照主桁架的简化方式对其进行简化,这里不再进行详细介绍。对于活动屋盖的简化来说,由于考虑到屋盖主要承受屋面荷载,所以在进行简化时以竖向抗弯刚度相等为主要目的,利用抽杆的方法实现其等效。

4.3 整体结构的简化计算

对兰州奥体中心网球馆整体模型进行简化,以结构半开状态为例,得到如图15所示的简化结构。

表7为原结构和简化结构质量的对比,考虑到本文主要是针对开合屋盖部分进行简化,所以进行质量对比时,只进行开合屋盖部分简化前后质量的对比,原结构与简化结构质量误差只有0.06%。

表8为原结构和简化结构静力响应的对比,在自重作用下,简化结构由于被抽杆,所以整体的静力响应低于原结构,最大位移相差8.9%,最大应力相

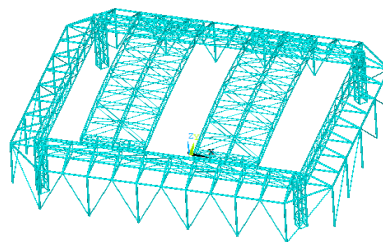


图15 兰州奥体中心网球馆简化结构

Fig. 15 The simplified structure of tennis court of Lanzhou Olympic Sports Center

表7 网球馆原结构与简化结构质量对比

Tab. 7 The comparison of mass between the original structure and the simplified structure of tennis court

模型	质量/kg
原结构	421264
简化结构	421005
误差/%	0.06

表8 网球馆原结构与简化结构静力响应对比

Tab. 8 The comparison of static response between the original structure and the simplified structure of tennis court

模型	最大位移/mm	最大应力/MPa
原结构	45	52
简化结构	41	50
误差/%	8.9	3.8

差3.8%。

利用ANSYS软件对网球馆原结构和简化结构的动力特性进行分析,将结果列于表9中,可以看出,原结构和简化结构前5阶自振频率分布比较密集,两者误差较小,不超过4%,而且第1阶、第2阶和第4阶振型形状比较相似,第3阶和第5阶振型频率虽然有所差异,但整体规律相似。通过原结构和简化结构动力特性的对比可以发现,两者在低阶模态表现出的特性较为一致,简化结构可以反映整体结构的动力特性。

5 结 论

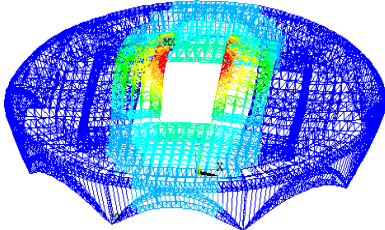
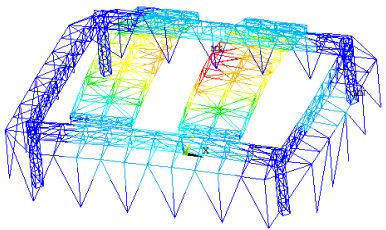
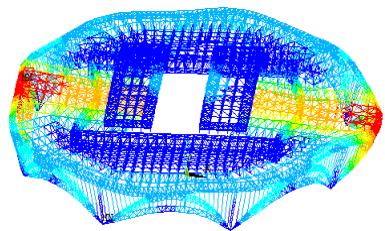
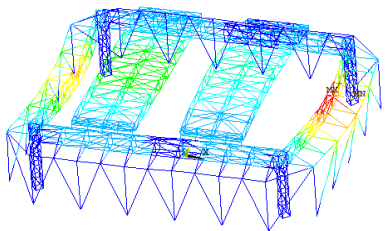
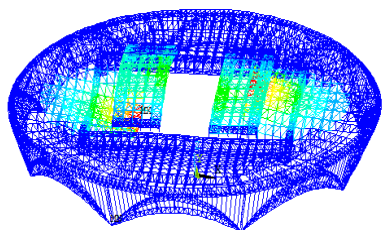
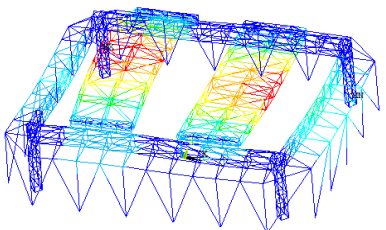
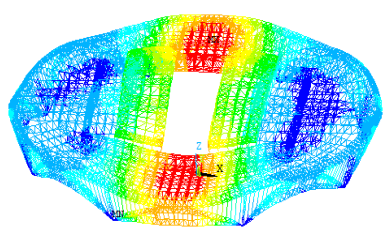
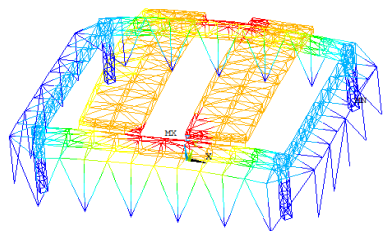
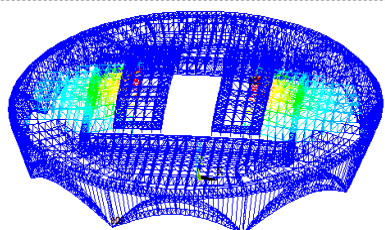
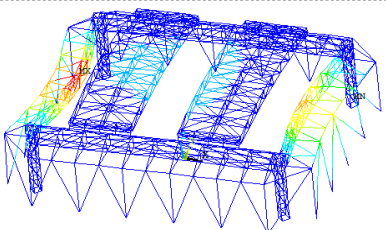
本文在对空间管桁架的研究与分析的基础上,提出了管桁架结构的等效抗弯惯性矩和抗扭惯性矩计算公式,通过实例进行了验证,得到了如下结论:

(1) 运用材料力学知识,提出了空间管桁架结构的等效抗弯惯性矩计算公式。基于扭转应变能相等原理提出了空间管桁架结构腹杆和上下平联的等效薄板厚度计算公式,建立了等效连续化模型,利用薄壁杆件理论推导了空间管桁架结构的等效抗扭惯性矩计算公式。

(2) 采用悬臂法对提出的等效截面惯性矩公式进

表 9 网球馆原结构与简化结构动力特性对比

Tab. 9 The comparison of dynamic characteristics between the original structure and the simplified structure of tennis court

阶次	原结构	简化结构	自振频率误差/%
1	 $f=3.0334$ Hz	 $f=3.1392$ Hz	3.49
2	 $f=3.7464$ Hz	 $f=3.6069$ Hz	3.72
3	 $f=3.8008$ Hz	 $f=3.7769$ Hz	0.62
4	 $f=3.8310$ Hz	 $f=3.8432$ Hz	0.32
5	 $f=3.8561$ Hz	 $f=3.9411$ Hz	2.21

行了验证, 结果表明: 本文推导的等效惯性矩计算公式具有较高的精度, 与悬臂法得到的惯性矩相差不超过 4%; 同时, 对比分析腹杆截面尺寸变化对等效惯性矩的影响, 可知: 腹杆截面尺寸的变化对抗弯惯性矩影响较小, 对抗扭惯性矩影响较大。

(3) 对比分析了兰州奥体中心网球馆结构主桁架简化前后的静力响应和动力特性, 通过分析简化前后主桁架在相同静荷载作用下的最大位移和最大应力发现, 两者相差不大, 误差不超过 9%; 通过对比简化前后主桁架的固有频率和振型发现, 两者的前 10 阶固有频率相近, 最大误差为 8.1%, 两者的前 5 阶

振型相似, 简化结构具有一定的代表性。

(4) 将兰州奥体中心网球馆整体结构进行简化, 对比原结构和简化结构的静力响应和动力特性发现, 简化结构与原结构在静载作用下最大位移值和最大应力值相近, 误差不超过 9%; 两者前 5 阶的振型相似, 固有频率的误差在 4% 以内, 简化结构具有较高精度。

参考文献:

[1] 车顺利, 张耀, 贾俊明, 等. 开封体育中心体育场结构设计 [J]. 建筑结构, 2021, 51(24): 57-61.

- CHE Shunli, ZHANG Yao, JIA Junming, et al. Structural design of Kaifeng sports center stadium[J]. *Building Structure*, 2021, 51(24): 57-61.
- [2] 高峰. 毕节体育场无内支撑钢屋盖体系设计 [J]. *建筑结构*, 2020, 50(23): 13-17.
GAO Feng. Design on steel roof with no inner support of Bijie Stadium[J]. *Building Structure*, 2020, 50(23): 13-17.
- [3] 王秀丽, 董浩森, 赵海燕. 基于贝叶斯理论的空间管桁架卸载过程安全预警分析 [J]. *空间结构*, 2020, 26(3): 59-65.
WANG Xiuli, DONG Haosen, ZHAO Haiyan. Safety early warning analysis of space tubular truss unloading process based on Bayesian theory[J]. *Spatial Structures*, 2020, 26(3): 59-65.
- [4] GILTNER B, KASSIMALI A. Equivalent beam method for trusses[J]. *Practice Periodical on Structural Design and Construction*, 2000, 5(2): 70-77.
- [5] 贺拥军, 周绪红, 董石麟. 交叉立体桁架系巨型网格结构的简化算法 [J]. *湖南大学学报(自然科学版)*, 2006, 33(2): 14-17.
HE Yongjun, ZHOU Xuhong, DONG Shilin. Simplified analysis method of latticed intersected three-dimensional beam system reticulated mega-structure[J]. *Journal of Hunan University (Natural Sciences)*, 2006, 33(2): 14-17.
- [6] LIU M, CAO D Q, WEI J. Survey on equivalent continuum modeling for truss structures and their nonlinear dynamics and vibration control[J]. *Journal of Vibration Engineering & Technologies*, 2022, 10(2): 667-687.
- [7] LIU F S, WANG L B, JIN D P, et al. Equivalent continuum modeling of beam-like truss structures with flexible joints[J]. *Acta Mechanica Sinica*, 2019, 35(5): 1067-1078.
- [8] GUO H W, SHI C, LI M, et al. Design and dynamic equivalent modeling of double-layer hoop deployable antenna[J]. *International Journal of Aerospace Engineering*, 2018, 2018(1): 2941981.
- [9] 祝卫亮, 葛耀君. 悬索桥桁架加劲梁动力等效成等截面欧拉梁方法 [J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2020, 52(9): 17-24.
ZHU Weiliang, GE Yaojun. Simplified method for dynamic equivalent Euler beam of truss girder in suspension bridge[J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2020, 52(9): 17-24.
- [10] 刘梅, 曹登庆, 黄庭轩, 等. 大型空间柔性桁架结构等效建模与动力学分析 [J]. *振动与冲击*, 2020, 39(3): 69-75.
LIU Mei, CAO Dengqing, HUANG Tingxuan, et al. Equivalent modeling and dynamic analysis for large flexible space truss structures[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2020, 39(3): 69-75.
- [11] 周绪红, 秦凤江, 狄谨, 等. 基于能量原理的板桁结合型加劲梁连续化分析方法 [J]. *中国公路学报*, 2014, 27(6): 34-43.
ZHOU Xuhong, QIN Fengjiang, DI Jin, et al. Continuous analysis method for deck-truss composite stiffening girder based on energy principle[J]. *China Journal of Highway and Transport*, 2014, 27(6): 34-43.
- [12] 戴学宇, 余果, 廖伟. 小格拉悬索桥钢桁加劲梁等效抗弯刚度研究 [J]. *云南水力发电*, 2018, 34(2): 96-100.
DAI Xueyu, YU Guo, LIAO Wei. The study on the steel truss reinforced girder equivalent bending stiffness of the Xiaogela suspension bridge[J]. *Yunnan Water Power*, 2018, 34(2): 96-100.
- [13] 胡峰强, 陈艾荣. 桁架悬索桥全桥气弹模型设计方法研究 [J]. *公路*, 2009, 54(4): 124-129.
HU Fengqiang, CHEN Airong. A study on design method of full bridge aeroelastic model of suspension bridge with truss[J]. *Highway*, 2009, 54(4): 124-129.
- [14] 李春光, 陈政清, 张志田. 大跨度桁式加劲梁悬索桥气弹模型等效设计 [J]. *振动与冲击*, 2009, 28(9): 171-174.
LI Chunguang, CHEN Zhengqing, ZHANG Zhitian. Equivalent design of aeroelastic model for a long-span suspension bridge with truss stiffening girder[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2009, 28(9): 171-174.
- [15] 吴新元, 马如进, 陈艾荣, 等. 加劲桁架悬索桥的主梁挠曲扭转刚度分析 [J]. *上海公路*, 2005(4): 27-30.
WU Xinyuan, MA Rujin, CHEN Airong, et al. Bending and torsional stiffness analysis on main girder of suspension bridge with stiffened truss[J]. *Shanghai Highways*, 2005(4): 27-30.
- [16] 于永帅. 钢桁架悬索桥抖振响应及其影响参数分析 [D]. 长沙: 湖南大学, 2011.
YU Yongshuai. Buffeting response of steel truss girder suspension bridge and influence parameters investigation[D]. Changsha: Hunan University, 2011.
- [17] 华旭刚, 杨坤, 温青, 等. 悬索桥钢桁梁断面质量惯性矩简化计算方法 [J]. *湖南大学学报(自然科学版)*, 2017, 44(3): 1-7.
HUA Xugang, YANG Kun, WEN Qing, et al. A simplified method for calculating mass moment of inertia of stiffening truss in suspension bridges[J]. *Journal of Hunan University (Natural Sciences)*, 2017, 44(3): 1-7.
- [18] 陈常松, 刘灿, 董道福. 钢桁梁公路斜拉桥主梁刚度等效研究 [J]. *中外公路*, 2015, 35(5): 163-166.
CHEN Changsong, LIU Can, DONG Daofu. Equivalent study on stiffness of main girder of highway cable-stayed bridge with steel truss girder[J]. *Journal of China & Foreign Highway*, 2015, 35(5): 163-166.

第一作者:王 康(1994—),男,博士研究生。

E-mail: 1271372091@qq.com

通信作者:王秀丽(1963—),女,博士,教授。

E-mail: 1135739056@qq.com