

径向非均质饱和土中楔形桩水平振动解析模型与解答

梁志孟¹, 崔春义¹, 许成顺², 辛宇¹, 王本龙¹

(1. 大连海事大学土木工程系, 辽宁大连 116026;

2. 北京工业大学城市与工程安全减灾省部共建教育部重点实验室, 北京 100124)

摘要: 基于 Biot 动力固结方程和 Novak 平面应变理论, 考虑桩周饱和土体施工扰动效应, 建立水平振动作用下径向非均质饱和土-楔形桩耦合力学模型。通过引入势函数法、Laplace 变换法和分离变量法推导出桩顶水平动力阻抗的解析解, 进而将推导所得解退化并与已有文献解进行对比分析, 以验证其合理性。在此基础上, 通过参数化分析探讨桩身参数和施工扰动效应对楔形桩水平振动特性的影响规律。研究结果表明: 当桩-土系统层数达到 100 后, 桩顶水平动力阻抗趋于稳定; 随着桩周饱和土体软化程度和范围的增大, 楔形桩桩顶水平动力阻抗均减小, 而楔形桩桩身水平位移和桩身弯矩均增大; 通过多方面退化对比分析, 验证了本文所提出分析模型及解析解答的合理性和可靠性。

关键词: 水平振动; 径向非均质; 动力阻抗; 饱和土; 楔形桩

中图分类号: TU473.1⁺² **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2025)05-0889-10

DOI: 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2025.05.001

Analytical model and solution for the horizontal vibration of wedge-shaped pile embedded in radially heterogeneous saturated soil

LIANG Zhimeng¹, CUI Chunyi¹, XU Chengshun², XIN Yu¹, WANG Benlong¹

(1. Department of Civil Engineering, Dalian Maritime University, Dalian 116026, China;

2. Key Laboratory of Urban Security and Disaster Engineering of Ministry of Education, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

Abstract: Based on the Biot's dynamic consolidation equation and Novak's plane strain theory, a coupled mechanical model of radially heterogeneous saturated soil and wedge-shaped pile was established under the horizontal vibration, by considering the construction disturbance effect of the surrounding saturated soil. Then, the analytical solution for the horizontal impedance of the pile head was obtained by using the potential function, Laplace transformation and variable separation methods, and the accuracy of the solution was verified by degenerating with the existing literature solutions. On this basis, the effects of the pile's parameters and construction disturbance effect on the horizontal vibration characteristics of wedge-shaped pile are further discussed by conducting an extensive parametric analysis. The results show that: The horizontal impedance of the pile head tends to be stable when the number of pile-soil system layers reaches 100. With the increase of softening degree and range of surrounding saturated soil, the horizontal impedance of the pile head decreases, while both the horizontal displacement and bending moment of pile shaft increase. The reasonableness and reliability of the analytical model and solution proposed in this paper are verified by comparative analysis in many aspects.

Keywords: horizontal vibration; radial heterogeneity; dynamic impedance; saturated soil; wedge-shaped pile

桩基础因其自身承载性能良好、适应性强等突出优点, 被广泛应用于诸多工程中。在桩基动力分析中如何更准确地建立桩-土相互作用模型, 一直是桩基动力学的重点和难点^[1-2]。近年来, 众多学者对径向均质或纵向成层土中实体桩、管桩以及楔形桩水平振动特性开展了相关研究, 并取得了丰硕成果。NOGAMI 等^[3]和胡安峰等^[4-5]基于 Winkler 模

型, 通过采用与频率相关的刚度系数和阻尼系数对地基土进行模拟, 分别建立了均匀和层状土中实体桩水平振动解析模型。随后, LIU 等^[6]进一步考虑饱和土体的纵向成层性, 并采用传递矩阵法推导了群桩水平动力阻抗解析解答。上述采用的 Winkler 模型忽略了桩周土体的连续性, 并不能准确模拟桩-土间的相互作用。

收稿日期: 2023-07-08; **修订日期:** 2023-09-03

基金项目: 国家重点研发计划项目(2021YFB2601102); 国家自然科学基金资助项目(51878109, 52178315); 中央高校基本科研业务费专项资金资助项目(3132023504); 大连科技创新基金资助项目(2022JJ12GX031)

为此,尚守平等^[7]基于 Biot 多孔介质理论和 Novak 平面应变理论,并借助势函数法和分离变量法,探究了饱和土中端承桩的水平振动特性。进一步地,秦世伟等^[8]和余俊等^[9]考虑液化土层的影响,建立了液化土中实体桩水平振动解析模型。然而,前述采用的 Novak 平面应变模型忽略了土体位移分量和应力沿纵向变化。此外,NOGAMI 等^[10]、JIN 等^[11]和陆建飞^[12]采用积分变换和逆变换方法推导出了对应桩基水平振动时域响应解析表达式。以上均是针对实心桩的理论研究,而对于管桩,桩芯土的存在会使其水平振动特性与实心桩存在显著差异。为此,栾鲁宝等^[13]、ZHENG 等^[14]和 DING 等^[15]考虑了轴向荷载以及桩身剪切变形的影响,建立了均质单相土和饱和土中多种桩-土相互作用的解析模型。而沈纪莘等^[16]则进一步考虑了地基土层状特性,并推导出了层状地基中管桩水平动力阻抗解析解。

特别地,对于楔形桩的相关研究,主要集中于纵向和扭转振动两个方面^[17-19],而少见涉及楔形桩水平振动的研究。DEHGHANPOOR^[20]将桩体沿纵向划分为一系列竖直圆柱体,通过解析法探究了桩-土各参数对楔形桩水平振动特性的影响规律。此外,杨紫健等^[21]考虑桩身剪切变形效应,建立了均质黏弹性地基中楔形桩水平振动解析模型。

不难发现,上述研究无论是针对实体桩、管桩还是楔形桩,均基于径向均匀土或层状土展开。而实际工程中,桩基施工过程会对桩周土体产生扰动,产生径向非均质效应^[22-23]。截至目前,大多数学者研究

此种效应对桩基的影响主要集中在纵向和扭转振动方面^[24-25],而涉及桩基水平振动方面的研究较少^[26-27]。鉴于此,本文将基于 Biot 动力固结方程和 Novak 平面应变理论,建立径向多圈层饱和土-楔形桩水平振动分析模型,并利用势函数法和分离变量法推导径向非均质饱和土中楔形桩桩顶水平动力阻抗解析解。在此基础上,通过参数化分析探究桩身参数和施工扰动效应对楔形桩水平振动特性的影响规律。

1 力学模型及定解问题

1.1 计算力学模型及基本假定

基于 Biot 动力固结方程和 Novak 平面应变理论,建立径向非均质饱和土中楔形桩水平振动力学模型如图 1 所示。为了考虑楔形桩桩身变截面特性,将桩-土耦合振动系统沿纵向划分成 m 个层段,并定义层段从桩身底部自下而上的编号为 $1, 2, \dots, m$,各层段厚度分别为 $l_1, l_2, \dots, l_i, \dots, l_m$ 。第 i 层段桩的半径 $r_{i1} = r_{11} + \frac{L}{m}(i-1)\tan\theta$,其中, L 、 θ 和 r_{11} 分别为楔形桩的桩长、楔角和桩底截面半径。第 i 层段中桩周饱和土体内部扰动区域 ($r_{i1} < r < r_{i(n+1)}$) 的径向厚度为 b ,并将内部扰动区域沿径向划分为 n 个圈层,外部区域 ($r_{i(n+1)} < \infty$) 则为径向无限均匀介质。当层段数 m 划分足够大时,桩身各个层段可近似为圆柱体,且能够满足计算精度的要求。

基本假定如下:

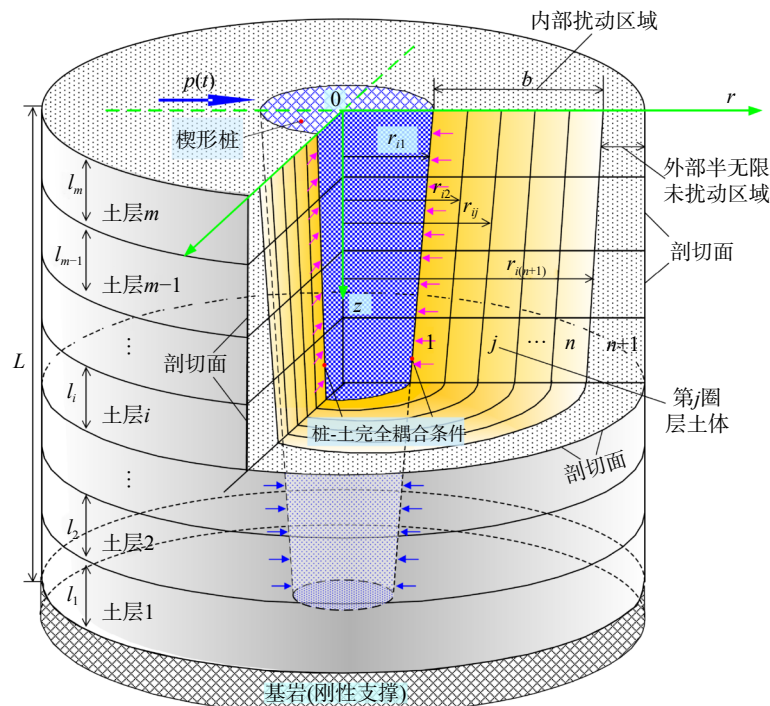


图 1 桩-土耦合系统力学模型

Fig. 1 Mechanical model of pile-soil coupling system

(1) 楔形桩为完全弹性、均匀圆形变截面锥体,且桩身截面直径随深度均匀变小,桩端处采用固定支承;

(2) 内部扰动区域各圈层土界面两侧满足位移连续、应力平衡条件,且各圈层土体为均质、各向同性的两相饱和弹性介质;

(3) 桩-土耦合振动系统中桩-土界面无滑移、脱开现象^[14-15],桩-土接触面不透水;

(4) 内部区域土体剪切模量沿着径向连续改变,内外两区域土体剪切模量表达式如下:

$$G_i(r) = \begin{cases} G_{i1}, & r = r_{i1} \\ G_{i(n+1)}f(r), & r_{i1} < r < r_{i(n+1)} \\ G_{i(n+1)}, & r \geq r_{i(n+1)} \end{cases} \quad (1)$$

$$f(r) = 1 - \left(\frac{r_{i1} + b - r}{b} \right)^q (1 - GR_i)$$

式中, $GR_i = G_{i1}/G_{i(n+1)}$ 表示饱和土体模量比,用以描述第 i 层段中桩周饱和土体施工扰动程度,其中, $GR_i < 1$ 为饱和土体软化, $GR_i > 1$ 为饱和土体硬化, $GR_i = 1$ 为均质饱和土; q 为正指数; $f(r)$ 为参考文献 [25] 提出的剪切模量变化模式。

1.2 单桩水平振动模型的建立与求解

基于 Biot 动力固结理论,建立 Novak 平面应变条件下第 i 层段中桩周第 j 圈层饱和土体的控制方程为:

$$(\lambda_{ij} + G_{ij} + \alpha_{ij}^2 M_{ij}) \frac{\partial e_{ij}}{\partial r} + G_{ij} \nabla^2 u_{ij}^r - \alpha_{ij} M_{ij} \frac{\partial \zeta_{ij}}{\partial r} - \frac{G_{ij} u_{ij}^r}{r^2} - \frac{2G_{ij}}{r^2} \frac{\partial u_{ij}^0}{\partial \theta} = \rho_{ij} \ddot{u}_{ij}^r + \rho_{ij}^f \ddot{w}_{ij}^r \quad (2a)$$

$$(\lambda_{ij} + G_{ij} + \alpha_{ij}^2 M_{ij}) \frac{\partial e_{ij}}{\partial \theta} - \alpha_{ij} M_{ij} \frac{\partial \zeta_{ij}}{\partial \theta} + G_{ij} \nabla^2 u_{ij}^0 + \frac{G_{ij}}{r^2} u_{ij}^0 - \frac{2G_{ij}}{r^2} \frac{\partial u_{ij}^r}{\partial \theta} = \rho_{ij} \ddot{u}_{ij}^0 + \rho_{ij}^f \ddot{w}_{ij}^0 \quad (2b)$$

$$M_{ij} (\alpha_{ij} \frac{\partial e_{ij}}{\partial r} - \frac{\partial \zeta_{ij}}{\partial r}) = \rho_{ij}^f \ddot{u}_{ij}^r + m_{ij} \ddot{w}_{ij}^r + b_{ij} \dot{w}_{ij}^r \quad (2c)$$

$$M_{ij} (\alpha_{ij} \frac{\partial e_{ij}}{\partial \theta} - \frac{\partial \zeta_{ij}}{\partial \theta}) = \rho_{ij}^f \ddot{u}_{ij}^0 + m_{ij} \ddot{w}_{ij}^0 + b_{ij} \dot{w}_{ij}^0 \quad (2d)$$

式 (2a)~(2d) 中各参数的关系如下:

$$\nabla^2 = \frac{\partial^2}{\partial r^2} + \frac{\partial}{r \partial r} + \frac{\partial^2}{r \partial \theta^2}, \quad e_{ij} = \frac{\partial u_{ij}^r}{\partial r} + \frac{u_{ij}^r}{r} + \frac{\partial u_{ij}^0}{r \partial \theta},$$

$$\zeta_{ij} = \frac{\partial w_{ij}^r}{\partial r} + \frac{w_{ij}^r}{r} + \frac{\partial w_{ij}^0}{r \partial \theta}, \quad \rho_{ij} = (1 - n_{ij}) \rho_{ij}^s + n_{ij} \rho,$$

$$m_{ij} = \rho_{ij} / n_{ij}, \quad b_{ij} = \rho_{ij}^f g / k_{ij}^d,$$

$$\lambda_{ij} = 2\nu_s G_j / (1 - 2\nu_s), \quad \alpha_{ij} = 1 - K_{ij}^b / K_{ij}^s,$$

$$K_{ij}^b = \lambda_{ij} + \frac{2}{3} G_{ij}, \quad M_{ij} = (K_{ij}^s)^2 / (K_{ij}^d - K_{ij}^b),$$

$$K_{ij}^d = K_{ij}^s [1 + n_{ij} (K_{ij}^f / K_{ij}^s - 1)] \quad (3)$$

式中, u_{ij}^r 和 u_{ij}^0 分别为第 i 层段中桩周第 j 圈层饱和土体土骨架径向和环向位移; w_{ij}^r 和 w_{ij}^0 分别为第 i 层段中桩周第 j 圈层饱和土体流体相对于土骨架的径向

和环向位移; g 为重力加速度; ρ_{ij} 、 ρ_{ij}^f 、 ρ_{ij}^s 、 n_{ij} 、 λ_{ij} 、 G_{ij} 、 k_{ij}^d 和 ν_s 分别为第 i 层段中桩周第 j 圈层饱和土体的密度、流体密度、土颗粒密度、孔隙率、拉梅常数、剪切模量、达西渗透系数和泊松比; K_{ij}^s 、 K_{ij}^f 和 K_{ij}^d 分别为第 i 层段中桩周第 j 圈层饱和土体土颗粒、流体和土骨架的体积模量; $i = 1, 2, \dots, m$; $j = 1, 2, \dots, n, n+1$ 。

在局部坐标系下,建立楔形桩第 i 层段桩身水平振动的控制方程为:

$$E_i^p I_i^p \frac{\partial^4 u_i^p}{\partial z^4} + \rho_i^p A_i^p \frac{\partial^2 u_i^p}{\partial t^2} + F_i = 0 \quad (4)$$

式中, u_i^p 、 ρ_i^p 、 E_i^p 、 A_i^p 和 I_i^p 分别为第 i 层段桩身的水平位移、密度、弹性模量、横截面积和惯性矩; F_i 为第 i 层段中桩周饱和土体对桩身的水平作用力; $I_i^p = \pi r_{i1}^4 / 4$, $A_i^p = \pi r_{i1}^2$ 。

1.3 桩-土系统边界条件

(1) 楔形桩

桩顶为自由边界条件,其弯矩为零,受水平外荷载 $p(t)$ 作用:

$$\begin{cases} \frac{\partial^2 u_1^p}{\partial z^2} \Big|_{z=0} = 0 \\ E_1^p I_1^p \frac{\partial^3 u_1^p}{\partial z^3} \Big|_{z=0} = p(t) \end{cases} \quad (5)$$

桩底为固定支承边界条件,其位移和转角均为零:

$$\begin{cases} u_m^p \Big|_{z=L} = 0 \\ \frac{\partial u_m^p}{\partial z} \Big|_{z=L} = 0 \end{cases} \quad (6)$$

第 i 段和第 $i+1$ 段桩身界面连续条件:

$$\begin{cases} u_i^p \Big|_{z=l_i} = u_{i+1}^p \Big|_{z=0}, \\ \frac{\partial u_i^p}{\partial z} \Big|_{z=l_i} = \frac{\partial u_{i+1}^p}{\partial z} \Big|_{z=0}, \\ -E_i^p I_i^p \frac{\partial^2 u_i^p}{\partial z^2} \Big|_{z=l_i} = -E_{i+1}^p I_{i+1}^p \frac{\partial^2 u_{i+1}^p}{\partial z^2} \Big|_{z=0}, \\ -E_i^p I_i^p \frac{\partial^3 u_i^p}{\partial z^3} \Big|_{z=l_i} = -E_{i+1}^p I_{i+1}^p \frac{\partial^3 u_{i+1}^p}{\partial z^3} \Big|_{z=0} \end{cases} \quad (7)$$

(2) 桩-土耦合系统

桩-土接触界面:

$$\begin{cases} u_{i1}^r \Big|_{r=r_{i1}} = u_{i1}^p \Big|_{r=r_{i1}} \cos \theta \\ u_{i1}^0 \Big|_{r=r_{i1}} = -u_{i1}^p \Big|_{r=r_{i1}} \sin \theta \\ w_{i1}^r \Big|_{r=r_{i1}} = 0 \end{cases} \quad (8)$$

式中, u_{i1}^r 和 u_{i1}^0 分别表示第 i 层段中桩周第 1 圈层饱和土体土骨架径向和环向位移; w_{i1}^r 表示第 i 层段中桩周第 1 圈层饱和土体流体相对于土骨架的径向位移; r_{i1} 表示第 i 层段中桩周第 1 圈层饱和土体径向长度。

第 i 层段中第 j 圈层和第 $j+1$ 圈层饱和土体完全接触,则有:

$$\begin{aligned} u_{ij}^r &= u_{i(j+1)}^r, u_{ij}^0 = u_{i(j+1)}^0, \\ w_{ij}^r &= w_{i(j+1)}^r, w_{ij}^0 = w_{i(j+1)}^0, \\ \sigma_{ij}^r &= \sigma_{i(j+1)}^r, \tau_{ij}^0 = \tau_{i(j+1)}^0 \end{aligned} \quad (9)$$

式中, σ_{ij}^r 和 τ_{ij}^0 分别表示第 i 层段中桩周第 j 圈层饱和和土体的正应力和剪切应力。

2 定解问题求解

2.1 桩周饱和和土体振动方程的求解

分别对土骨架与流体引入势函数:

$$\begin{aligned} u_{ij}^r &= \frac{\partial \phi_{ij}^s}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi_{ij}^s}{\partial \theta}, u_{ij}^0 = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_{ij}^s}{\partial \theta} - \frac{\partial \psi_{ij}^s}{\partial r}, \\ w_{ij}^r &= \frac{\partial \phi_{ij}^f}{\partial r} + \frac{1}{r} \frac{\partial \psi_{ij}^f}{\partial \theta}, w_{ij}^0 = \frac{1}{r} \frac{\partial \phi_{ij}^f}{\partial \theta} - \frac{\partial \psi_{ij}^f}{\partial r} \end{aligned} \quad (10)$$

式中, ϕ_{ij}^s 、 ψ_{ij}^s 和 ϕ_{ij}^f 、 ψ_{ij}^f 分别表示土骨架和流体位移势函数; θ 表示力的方向与位移方向的夹角; r 表示径向位移。

将势函数式 (10) 代入式 (2a)~(2d) 中, 并借助 Laplace 变换法求解可得:

$$\nabla^2[(\lambda_{ij} + G_{ij} + \alpha_{ij}^2 M_{ij})\Phi_{ij}^s + \alpha_{ij} M_{ij} \Phi_{ij}^f] = \rho_{ij} s^2 \Phi_{ij}^s + \rho_{ij}^f s^2 \Phi_{ij}^f \quad (11a)$$

$$G_{ij} \nabla^2 \Psi_{ij}^s = (\rho_{ij} + \rho_{ij}^f s^2) \Psi_{ij}^s \quad (11b)$$

$$M_{ij} \nabla^2 (\alpha_{ij} \Phi_{ij}^s + \Phi_{ij}^f) = \rho_{ij}^f s^2 \Phi_{ij}^s + (m_{ij} s^2 + b_{ij} s) \Phi_{ij}^f \quad (11c)$$

$$\rho_{ij}^f s^2 \Psi_{ij}^s + (m_{ij} s^2 + b_{ij} s) \Psi_{ij}^f = 0 \quad (11d)$$

式中, Φ_{ij}^s 、 Φ_{ij}^f 、 Ψ_{ij}^s 和 Ψ_{ij}^f 分别为 φ_{ij}^s 、 φ_{ij}^f 、 ψ_{ij}^s 和 ψ_{ij}^f 的 Laplace 变换形式; $s = i\omega$, 其中, ω 为圆频率, $i = \sqrt{-1}$ 。

进一步地, 将式 (11a)~(11d) 整理为矩阵形式:

$$\begin{bmatrix} (\lambda_{ij} + G_{ij} + \alpha_{ij}^2 M_{ij}) \nabla^2 & \alpha_{ij} M_{ij} \nabla^2 - \rho_{ij}^f s^2 \\ \alpha_{ij} M_{ij} \nabla^2 - \rho_{ij}^f s^2 & M_{ij} \nabla^2 - m_{ij} s^2 - b_{ij} s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Phi_{ij}^s \\ \Phi_{ij}^f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (12a)$$

$$\begin{bmatrix} G_{ij} \nabla^2 - \rho_{ij}^f s^2 & -\rho_{ij}^f s^2 \\ \rho_{ij}^f s^2 & m_{ij} s^2 + b_{ij} s \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Psi_{ij}^s \\ \Psi_{ij}^f \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad (12b)$$

要使得微分算子方程有非零解, 必须使微分算子行列式为零, 由此可得:

$$(\nabla^4 - \Upsilon_{ij1} \nabla^2 + \Upsilon_{ij2}) \Phi_{ij}^s = 0 \quad (13a)$$

$$(\nabla^4 - \Upsilon_{ij1} \nabla^2 + \Upsilon_{ij2}) \Phi_{ij}^f = 0 \quad (13b)$$

$$\begin{aligned} \text{式中, } \Upsilon_{ij1} &= \frac{\rho_{ij} s^2 - 2\rho_{ij}^f \alpha_{ij} s^2}{\lambda_{ij} + 2G_{ij}} + \frac{(\lambda_{ij} + G_{ij} + \alpha_{ij}^2 M_{ij})(m_{ij} s^2 - b_{ij} s)}{M_{ij}(\lambda_{ij} + 2G_{ij})}, \\ \Upsilon_{ij2} &= \frac{\rho_{ij} s^2 (m_{ij} s^2 + b_{ij} s) - (\rho_{ij}^f)^2 s^4}{M_{ij}(\lambda_{ij} + 2G_{ij})}. \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} U_{ij}^r &= [A_{ij1}[-\beta_{ij1} K_0(\beta_{ij1} r) - K_1(\beta_{ij1} r)/r] + A_{ij2}[-\beta_{ij2} K_0(\beta_{ij2} r) - K_1(\beta_{ij2} r)/r] + A_{ij3} K_1(\beta_{ij3} r)/r + \\ & B_{ij1}[\beta_{ij1} I_0(\beta_{ij1} r) - I_1(\beta_{ij1} r)/r] + B_{ij2}[-\beta_{ij2} I_0(\beta_{ij2} r) - I_1(\beta_{ij2} r)/r] + B_{ij3} I_1(\beta_{ij3} r)/r] \cos \theta \end{aligned} \quad (20a)$$

$$\begin{aligned} U_{ij}^0 &= [-A_{ij1} K_1(\beta_{ij1} r)/r - A_{ij2} K_1(\beta_{ij2} r)/r - A_{ij3}[-\beta_{ij3} K_0(\beta_{ij3} r) - K_1(\beta_{ij3} r)/r] - \\ & B_{ij1} I_1(\beta_{ij1} r) - B_{ij2} I_1(\beta_{ij2} r)/r - B_{ij3}[\beta_{ij3} I_0(\beta_{ij3} r) - I_1(\beta_{ij3} r)/r]] \sin \theta \end{aligned} \quad (20b)$$

$$\begin{aligned} W_{ij}^r &= [C_{ij1}[-\beta_{ij1} K_0(\beta_{ij1} r) - K_1(\beta_{ij1} r)/r] + C_{ij2}[-\beta_{ij2} K_0(\beta_{ij2} r) - K_1(\beta_{ij2} r)/r] + C_{ij3} K_1(\beta_{ij3} r)/r + \\ & D_{ij1}[\beta_{ij1} I_0(\beta_{ij1} r) - I_1(\beta_{ij1} r)/r] + D_{ij2}[-\beta_{ij2} I_0(\beta_{ij2} r) - I_1(\beta_{ij2} r)/r] + D_{ij3} I_1(\beta_{ij3} r)/r] \cos \theta \end{aligned} \quad (20c)$$

对式 (13a) 进行简化, 可得:

$$(\nabla^2 - \beta_{ij1}^2)(\nabla^2 - \beta_{ij2}^2) \Phi_{ij}^s = 0 \quad (14)$$

$$\text{式中, } \beta_{ij1}^2 = \frac{\Upsilon_{ij1} + \sqrt{\Upsilon_{ij1}^2 - 4\Upsilon_{ij2}}}{2}, \beta_{ij2}^2 = \frac{\Upsilon_{ij1} - \sqrt{\Upsilon_{ij1}^2 - 4\Upsilon_{ij2}}}{2}.$$

根据算子分解理论, 有: $\Phi_{ij}^s = \Phi_{ij1}^s + \Phi_{ij2}^s$, 其中 Φ_{ij1}^s 和 Φ_{ij2}^s 分别满足下式:

$$\begin{cases} (\nabla^2 - \beta_{ij1}^2) \Phi_{ij1}^s = 0 \\ (\nabla^2 - \beta_{ij2}^2) \Phi_{ij2}^s = 0 \end{cases} \quad (15)$$

利用分离变量法对式 (15) 进行求解可得:

$$\begin{aligned} \Phi_{ij1}^s &= [A_{ij1} K_{h_1}(\beta_{ij1} r) + B_{ij1} I_{h_1}(\beta_{ij1} r)] [C_{ij1} \sin(h_1 \theta) + \\ & D_{ij1} \cos(h_1 \theta)] \end{aligned} \quad (16a)$$

$$\begin{aligned} \Phi_{ij2}^s &= [A_{ij2} K_{h_1}(\beta_{ij2} r) + B_{ij2} I_{h_1}(\beta_{ij2} r)] [C_{ij2} \sin(h_1 \theta) + \\ & D_{ij2} \cos(h_1 \theta)] \end{aligned} \quad (16b)$$

式中, $K_{h_1}(\cdot)$ 和 $I_{h_1}(\cdot)$ 分别为 h_1 阶第一类和第二类变形贝塞尔函数; A_{ij1} 、 A_{ij2} 、 B_{ij1} 、 B_{ij2} 、 C_{ij1} 、 C_{ij2} 、 D_{ij1} 、 D_{ij2} 均为待定系数。

而因桩周土体无穷远处位移为零, 且 u_{ij}^r 为 θ 的偶函数, u_{ij}^0 为 θ 的奇函数, 故有: $B_{ij1} = B_{ij2} = 0$, $C_{ij1} = C_{ij2} = 0$, $h_1 = 1$ 。

由此, 势函数 Φ_{ij}^s 可解得:

$$\begin{aligned} \Phi_{ij}^s &= [A_{ij1} K_1(\beta_{ij1} r) + B_{ij1} I_1(\beta_{ij1} r) + \\ & A_{ij2} K_1(\beta_{ij2} r) + B_{ij2} I_1(\beta_{ij2} r)] \cos \theta \end{aligned} \quad (17)$$

同理可有:

$$\begin{aligned} \Phi_{ij}^f &= [C_{ij1} K_1(\beta_{ij1} r) + D_{ij1} I_1(\beta_{ij1} r) + \\ & C_{ij2} K_1(\beta_{ij2} r) + D_{ij2} I_1(\beta_{ij2} r)] \cos \theta \end{aligned} \quad (18a)$$

$$\Psi_{ij}^s = [A_{ij3} K_1(\beta_{ij3} r) + B_{ij3} I_1(\beta_{ij3} r)] \sin \theta \quad (18b)$$

$$\Psi_{ij}^f = [C_{ij3} K_1(\beta_{ij3} r) + D_{ij3} I_1(\beta_{ij3} r)] \sin \theta \quad (18c)$$

$$\text{式中, } \beta_{ij3} = \sqrt{\frac{\rho_{ij} s^2 (m_{ij} s^2 + b_{ij} s) - (\rho_{ij}^f)^2 s^4}{G_{ij} (m_{ij} s^2 + b_{ij} s)}}.$$

将式 (17)~(18c) 代入式 (12a) 和 (12b) 中, 求解可得如下关系式:

$$\begin{aligned} C_{ij1} &= \chi_{ij1} A_{ij1}, C_{ij2} = \chi_{ij2} A_{ij2}, C_{ij3} = \chi_{ij3} A_{ij3}, \\ D_{ij1} &= \chi_{ij1} B_{ij1}, D_{ij2} = \chi_{ij2} B_{ij2}, D_{ij3} = \chi_{ij3} B_{ij3} \end{aligned} \quad (19)$$

$$\begin{aligned} \text{式中, } \chi_{ij1} &= \frac{-\alpha_{ij} M_{ij} \beta_{ij1}^2 + \rho_{ij}^f s^2}{M_{ij} \beta_{ij1}^2 - (m_{ij} s^2 + b_{ij} s)}, \chi_{ij2} = \frac{-\alpha_{ij} M_{ij} \beta_{ij2}^2 + \rho_{ij}^f s^2}{M_{ij} \beta_{ij2}^2 - (m_{ij} s^2 + b_{ij} s)}, \\ \chi_{ij3} &= \frac{-\rho_{ij}^f s^2}{m_{ij} s^2 + b_{ij} s}. \end{aligned}$$

将式 (17)~(18c) 代入式 (10) 中, 求解可得:

$$W_{ij}^0 = \{-C_{ij1}K_1(\beta_{ij1}r)/r - C_{ij2}K_1(\beta_{ij2}r)/r - C_{ij3}[-\beta_{ij3}K_0(\beta_{ij3}r) - K_1(\beta_{ij3}r)/r] - D_{ij1}I_1(\beta_{ij1}r) - D_{ij2}I_1(\beta_{ij2}r)/r - D_{ij3}[\beta_{ij3}I_0(\beta_{ij3}r) - I_1(\beta_{ij3}r)/r]\} \sin \theta \quad (20d)$$

可求得径向应力 σ_{ij}^r 和切向应力 τ_{ij}^{θ} 分别为:

$$\begin{aligned} \sigma_{ij}^r = & A_{ij1}\{(\lambda_{ij} + \alpha_{ij}M_{ij} + \chi_{ij}M_{ij})\beta_{ij1}^2 K_1(\beta_{ij1}r) + 2G_{ij}[K_1(\beta_{ij1}r)]''\} \cos \theta + A_{ij2}\{(\lambda_{ij} + \alpha_{ij}M_{ij} + \chi_{ij}M_{ij})\beta_{ij2}^2 K_1(\beta_{ij2}r) + \\ & G_{ij}[K_1(\beta_{ij2}r)]''\} \cos \theta + 2G_{ij}A_{ij3}\{-K_1(\beta_{ij3}r)/r^2 + [K_1(\beta_{ij1}r)]'/r\} \cos \theta + B_{ij1}\{(\lambda_{ij} + \alpha_{ij}M_{ij} + \chi_{ij}M_{ij})\beta_{ij1}^2 I_1(\beta_{ij1}r) + \\ & 2G_{ij}[I_1(\beta_{ij1}r)]''\} \cos \theta + B_{ij2}\{(\lambda_{ij} + \alpha_{ij}M_{ij} + \chi_{ij}M_{ij})\beta_{ij2}^2 I_1(\beta_{ij2}r) + G_{ij}[I_1(\beta_{ij2}r)]''\} \cos \theta + 2G_{ij}B_{ij3}\{-I_1(\beta_{ij3}r)/r^2 + \\ & [I_1(\beta_{ij1}r)]'/r\} \cos \theta \end{aligned} \quad (21a)$$

$$\begin{aligned} \tau_{ij}^{\theta} = & A_{ij1}G_{ij}\{-2[K_1(\beta_{ij1}r)]'/r + 2K_1(\beta_{ij1}r)/r^2\} \sin \theta + A_{ij2}G_{ij}\{-2[K_1(\beta_{ij2}r)]'/r + 2K_1(\beta_{ij2}r)/r^2\} \sin \theta + \\ & A_{ij3}G_{ij}\{[K_1(\beta_{ij3}r)]'/r - 2K_1(\beta_{ij3}r)/r^2 - [K_1(\beta_{ij3}r)]''\} \sin \theta + B_{ij1}G_{ij}\{-2[I_1(\beta_{ij1}r)]'/r + 2I_1(\beta_{ij1}r)/r^2\} \sin \theta + \\ & B_{ij2}G_{ij}\{-2[I_1(\beta_{ij2}r)]'/r + 2I_1(\beta_{ij2}r)/r^2\} \sin \theta + B_{ij3}G_{ij}\{[I_1(\beta_{ij3}r)]'/r - 2I_1(\beta_{ij3}r)/r^2 - [I_1(\beta_{ij3}r)]''\} \sin \theta \end{aligned} \quad (21b)$$

因桩周土饱和和土体径向无穷远处 $u_{i(n+1)}|_{r \rightarrow \infty} = 0$, 则有: $B_{(n+1) \times 1} = B_{(n+1) \times 2} = B_{(n+1) \times 3} = 0$, $D_{(n+1) \times 1} = D_{(n+1) \times 2} = D_{(n+1) \times 3} = 0$ 。

将式 (20a)~(21b) 代入式 (8) 和 (9) 中求解可得:

$$RA = U \quad (22)$$

式中, $U = U_{ij}[1 \ -1 \ 0 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0 \ 0]_{1 \times (6n+3)}^T$, $j = 1, 2, \dots, n$, 其中, U_{ij} 为 u_{ij} 的 Laplace 形式, $A = [A_{i11} \ A_{i12} \ A_{i13} \ B_{i11} \ B_{i12} \ B_{i13} \ \dots \ A_{i21} \ A_{i22} \ A_{i23} \ B_{i21} \ B_{i22} \ B_{i23} \ \dots \ A_{ij1} \ A_{ij2} \ A_{ij3} \ B_{ij1} \ B_{ij2} \ B_{ij3} \ \dots \ A_{in1} \ A_{in2} \ A_{in3} \ B_{in1} \ B_{in2} \ B_{in3} \ A_{i \times (n+1) \times 1} \ A_{i \times (n+2) \times 2} \ A_{i \times (n+3) \times 3}]_{1 \times (6n+3)}^T$; $R = [R_{ij}]_{(6n+3) \times (6n+3)}$, R 为 $(6n+3) \times (6n+3)$ 矩阵。

综上, 可求得第 i 层段桩周径向非均质饱和土体对楔形桩桩身的水平作用力为:

$$\begin{aligned} F_i = & - \int_0^{2\pi} (\sigma_{i1}^r \cos \theta - \tau_{i1}^{\theta} \sin \theta) \Big|_{r=r_{i1}} r_{i1} \, d\theta = -\pi r_{i1} [A_{i11}\beta_{i11}^2 \cdot \\ & (\lambda_{i1} + 2G_{i1} + \alpha_{i1}M_{i1} + \chi_{i11}M_{i1})K_1(\beta_{i11}r_{i1}) + \\ & A_{i12}\beta_{i12}^2 (\lambda_{i1} + 2G_{i1} + \alpha_{i1}M_{i1} + \chi_{i12}M_{i1})K_1(\beta_{i12}r_{i1}) + \\ & A_{i13}G_{i1}\beta_{i13}^2 K_1(\beta_{i13}r_{i1}) + B_{i11}\beta_{i11}^2 (\lambda_{i1} + 2G_{i1} + \alpha_{i1}M_{i1} + \\ & \chi_{i11}M_{i1})I_1(\beta_{i11}r_{i1}) + B_{i12}\beta_{i12}^2 (\lambda_{i1} + 2G_{i1} + \alpha_{i1}M_{i1} + \\ & \chi_{i12}M_{i1})I_1(\beta_{i12}r_{i1}) + A_{i13}G_{i1}\beta_{i13}^2 K_1(\beta_{i13}r_{i1})] = f_{i1} U_i^p \end{aligned} \quad (23)$$

2.2 楔形桩振动方程的求解

将式 (23) 代入式 (4) 中, 并利用 Laplace 变换法求解可得:

$$\frac{\partial^4 U_i^p}{\partial z^4} + \kappa_i^4 U_i^p = 0 \quad (24)$$

式中, $\kappa_i^4 = (\rho_i^p A_i^p s^2 + f_{i1}) / (E_i^p I_i^p)$ 。

因此, 式 (24) 四阶常微分方程的通解为:

$$\begin{aligned} U_i^p(z') = & \gamma_{i1} \cos(\kappa_i z') + \gamma_{i2} \sin(\kappa_i z') + \\ & \gamma_{i3} \cosh(\kappa_i z') + \gamma_{i4} \sinh(\kappa_i z') \end{aligned} \quad (25)$$

由式 (25) 可求解楔形桩转角、弯矩和剪力的表达式分别为:

$$\begin{aligned} \theta_i^p(z') = & \kappa_i [-\gamma_{i1} \sin(\kappa_i z') + \gamma_{i2} \cos(\kappa_i z') + \\ & \gamma_{i3} \sinh(\kappa_i z') + \gamma_{i4} \cosh(\kappa_i z')] \end{aligned} \quad (26a)$$

$$\begin{aligned} M_i^p(z') = & -E_i^p I_i^p \kappa_i^2 [-\gamma_{i1} \cos(\kappa_i z') - \gamma_{i2} \sin(\kappa_i z') + \\ & \gamma_{i3} \cosh(\kappa_i z') + \gamma_{i4} \sinh(\kappa_i z')] \end{aligned} \quad (26b)$$

$$\begin{aligned} Q_i^p(z') = & -E_i^p I_i^p \kappa_i^3 [\gamma_{i1} \sin(\kappa_i z') - \gamma_{i2} \cos(\kappa_i z') + \\ & \gamma_{i3} \sinh(\kappa_i z') + \gamma_{i4} \cosh(\kappa_i z')] \end{aligned} \quad (26c)$$

将式 (25)~(26c) 代入式 (5)~(7) 中, 可得:

$$\mathfrak{R} \Psi = \Pi \quad (27)$$

式中, $\Psi = [\gamma_{11} \ \gamma_{12} \ \gamma_{13} \ \gamma_{14} \ \dots \ \gamma_{21} \ \gamma_{22} \ \gamma_{23} \ \gamma_{24} \ \dots \ \gamma_{i1} \ \gamma_{i2} \ \gamma_{i3} \ \gamma_{i4} \ \dots \ \gamma_{(m-1)1} \ \gamma_{(m-1)2} \ \gamma_{(m-1)3} \ \gamma_{(m-1)4} \ \dots \ \gamma_{m1} \ \gamma_{m2} \ \gamma_{m3} \ \gamma_{m4}]_{1 \times 4m}^T$; $\Pi = [0 \ P/(E_i^p I_i^p) \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0 \ 0 \ 0 \ \dots \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]_{1 \times 4m}^T$; $\mathfrak{R} = [\mathfrak{R}_{ij}]_{4m \times 4m}$, 其矩阵中各元素具体表达式如下:

$$\mathfrak{R}_{12} = \kappa_1, \ \mathfrak{R}_{14} = \kappa_1, \ \mathfrak{R}_{22} = -\kappa_1^3, \ \mathfrak{R}_{24} = \kappa_1^3。$$

当 $i = 1, 2, \dots, m-1$ 时, $\mathfrak{R}_{(4i-1) \times (4i-3)} = \cos(\kappa_i l_i)$,

$$\begin{aligned} \mathfrak{R}_{(4i-1) \times (4i-2)} = & \sin(\kappa_i l_i), \mathfrak{R}_{(4i-1) \times (4i-1)} = \cosh(\kappa_i l_i), \mathfrak{R}_{(4i-1) \times (4i)} = \\ & \cosh(\kappa_i l_i), \mathfrak{R}_{(4i-1) \times (4i+1)} = -1, \mathfrak{R}_{(4i-1) \times (4i+3)} = -1, \mathfrak{R}_{(4i) \times (4i-3)} = \\ & -\kappa_i \sin(\kappa_i l_i), \mathfrak{R}_{(4i) \times (4i-2)} = \kappa_i \cos(\kappa_i l_i), \mathfrak{R}_{(4i) \times (4i-1)} = \kappa_i \sinh(\kappa_i l_i), \\ & \mathfrak{R}_{(4i) \times (4i)} = \kappa_i \cosh(\kappa_i l_i), \mathfrak{R}_{(4i) \times (4i+2)} = -\kappa_i, \mathfrak{R}_{(4i) \times (4i+4)} = -\kappa_i, \\ & \mathfrak{R}_{(4i+1) \times (4i-3)} = -\kappa_i^2 \cos(\kappa_i l_i), \mathfrak{R}_{(4i+1) \times (4i-2)} = -\kappa_i^2 \sin(\kappa_i l_i), \\ & \mathfrak{R}_{(4i+1) \times (4i-1)} = \kappa_i^2 \cos(\kappa_i l_i), \mathfrak{R}_{(4i+1) \times (4i)} = \kappa_i^2 \sinh(\kappa_i l_i), \mathfrak{R}_{(4i+1) \times (4i+1)} = \\ & \kappa_i^2, \mathfrak{R}_{(4i+1) \times (4i+3)} = -\kappa_i^2, \mathfrak{R}_{(4i+2) \times (4i-3)} = -\kappa_i^3 \sin(\kappa_i l_i), \mathfrak{R}_{(4i+2) \times (4i-2)} = \\ & -\kappa_i^3 \cos(\kappa_i l_i), \mathfrak{R}_{(4i+2) \times (4i-1)} = \kappa_i^3 \sinh(\kappa_i l_i), \mathfrak{R}_{(4i+2) \times (4i)} = \kappa_i^3 \cdot \\ & \cosh(\kappa_i l_i), \mathfrak{R}_{(4i+2) \times (4i+2)} = \kappa_i^3, \mathfrak{R}_{(4i+2) \times (4i+4)} = -\kappa_i^3; \end{aligned}$$

当 $i = m$ 时, $\mathfrak{R}_{(4m-1) \times (4m-3)} = \cos(\kappa_m l_m)$, $\mathfrak{R}_{(4m-1) \times (4m-2)} =$

$$\begin{aligned} \mathfrak{R}_{(4m-1) \times (4m-1)} = & \cosh(\kappa_m l_m), \mathfrak{R}_{(4m-1) \times (4m)} = \sinh(\kappa_m l_m), \\ & \mathfrak{R}_{(4m) \times (4m-3)} = -\kappa_m \sin(\kappa_m l_m), \mathfrak{R}_{(4m) \times (4m-2)} = \kappa_m \cos(\kappa_m l_m), \\ & \mathfrak{R}_{(4m) \times (4m-1)} = \kappa_m \sinh(\kappa_m l_m), \mathfrak{R}_{(4m) \times (4m)} = \kappa_m \cosh(\kappa_m l_m); \end{aligned}$$

矩阵 $\mathfrak{R} = [\mathfrak{R}_{ij}]_{4m \times 4m}$ 中未说明的部分元素均为 0。

综上, 可求得楔形桩桩顶水平动力阻抗为:

$$K_{QU} = \frac{Q_m^p(0)}{U_m^p(0)} \quad (28)$$

楔形桩桩顶水平动力阻抗可表示为实部和虚部的无量纲形式:

$$\begin{cases} K_r = \frac{\text{Re}(K_{QU})r_{m1}^3}{E_m^p I_m^p} \\ K_i = \frac{\text{Im}(K_{QU})r_{m1}^3}{E_m^p I_m^p} \end{cases} \quad (29)$$

式中, K_r 表示桩顶动刚度; K_i 表示桩顶动阻尼。

上述推导的径向非均质饱和土中楔形桩桩顶水平动力阻抗求解流程如图 2 所示。

3 算例分析

本节算例分析基于径向非均质饱和土-楔形桩耦合水平振动简化模型,通过 MATLAB 软件对式 (29) 所得解进行计算。如无特殊说明,桩-土系统所采用各参数的取值如下:

$L=10\text{ m}$, $r_{m1}=0.5\text{ m}$, $\vartheta=1^\circ$, $\rho_i^p=2500\text{ kg/m}^3$, $E_i^p=25.5\text{ GPa}$, $K_{ij}^s=36\text{ GPa}$, $K_{ij}^f=2\text{ GPa}$, $\rho_{ij}^s=2700\text{ kg/m}^3$, $\rho_{ij}^f=1000\text{ kg/m}^3$, $\nu_s=0.4$, $n_{ij}=0.375$, $k_{ij}^d=10^{-6}\text{ m}\cdot\text{s}^{-1}$, $b=1.0r_{m1}$, $G_{i(n+1)}=10\text{ MPa}$, $GR_i=2$, $q=2$, $a_0=\omega d/V_s$ 。

图 3 所示为桩-土系统层段数 m 对楔形桩桩顶水平动力阻抗的影响情况。可见,楔形桩桩顶水平动刚度和动阻尼曲线均随层段数 m 的增加而增大,而当桩-土系统层段划分达到一定数值后(本文 $m=100$),桩顶水平动力阻抗曲线趋于稳定,计算结果满足精度要求。因此,在后续的分析中,将桩-土系

统沿纵向等长度划分为 100 个层段。

3.1 解析解答合理性验证

为了验证本文推导径向非均质饱和土体模型解以及楔形桩桩顶水平动力阻抗解析解的精度和合理性,将径向非均质饱和土体模型退化至径向非均质单相土体情况(即 $\rho_{ij}^f \rightarrow 0$ 、 $M_{ij} \rightarrow 0$)^[22],与文献 [22] 中不同扰动程度 ($GR_i=1, 2, 4$ 三种情况)的已有解进行对比,如图 4 所示。将径向非均质饱和土中楔形桩退化至均质饱和土中等截面桩 ($m=1$ 、 $GR_i=1$ 、 $\vartheta=0^\circ$),与文献 [7] 中不同桩长 ($L=4, 8, 12\text{ m}$) 的已有解进行对比,如图 5 所示。对比分析可知,本文推导所得楔形桩桩-土系统相关模型解经退化后与已有文献解吻合良好。

为进一步说明本文采用的 Novak 平面应变理论在楔形桩中的适用性,令桩-土系统基本参数的取值与文献 [21] 相同,如表 1 所示。将本文基于 Novak 平面应变模型推导所得解与文献 [21] 基于 Winkler 地基模型推导所得解进行对比,如图 6 所示。不同楔角 ($\vartheta=0^\circ, 0.8^\circ, 1.6^\circ$) 下应用两种模型所得楔形桩

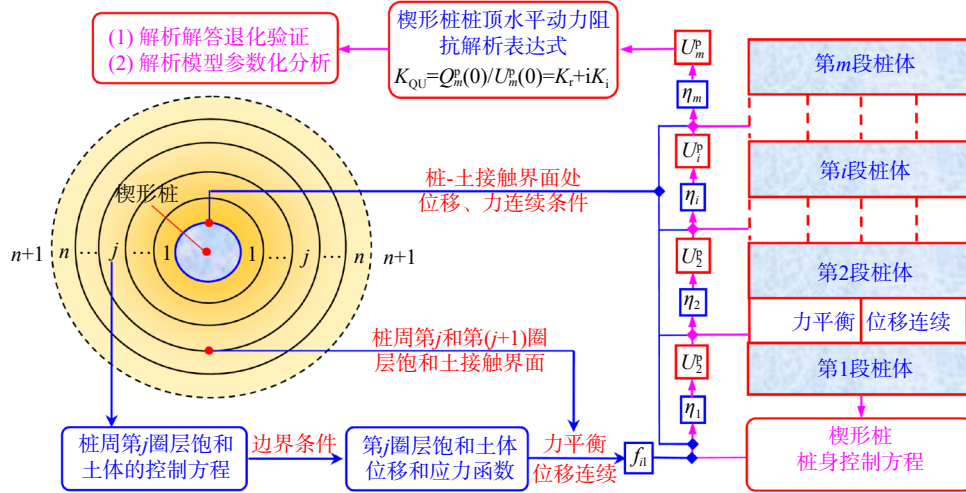


图 2 桩顶水平动力阻抗求解流程图

Fig. 2 Flow chart for solving the horizontal dynamic impedance of pile top

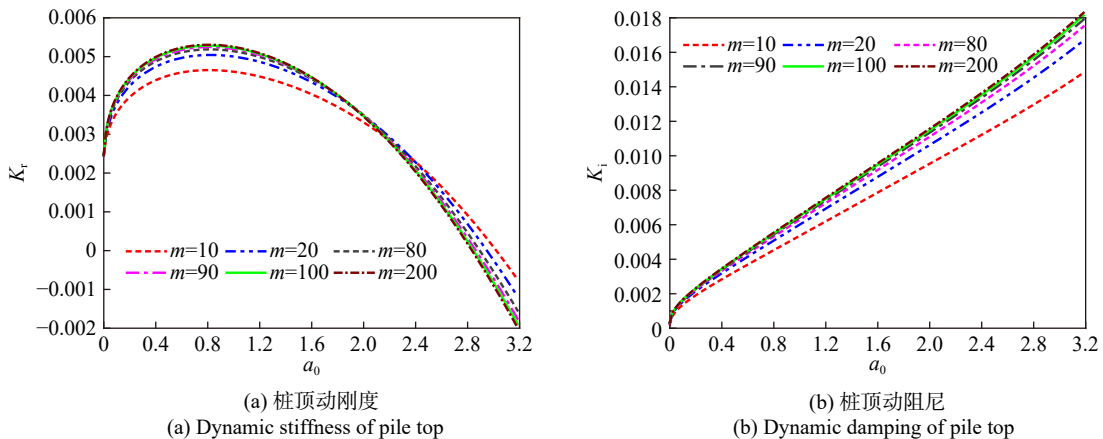


图 3 桩-土系统层段数对桩顶水平动力阻抗的影响

Fig. 3 Effect of the number of pile-soil system layers on the horizontal dynamic impedance of pile top

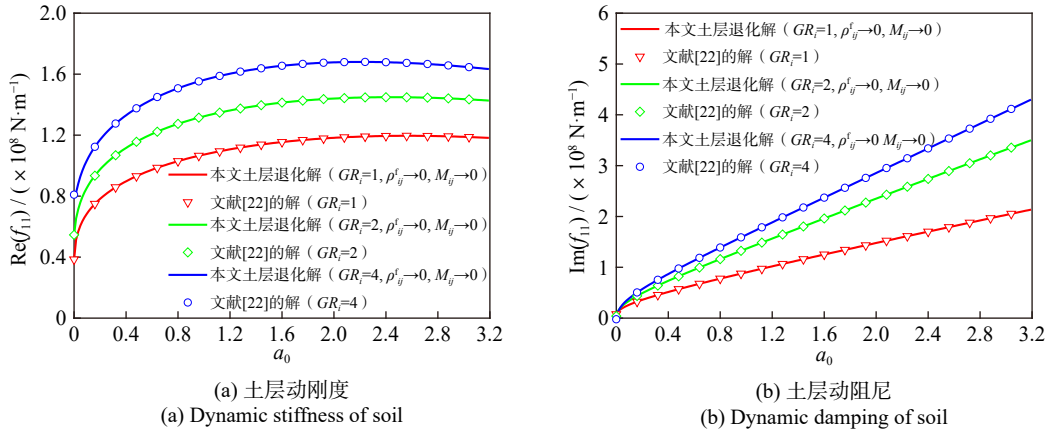


图 4 本文饱和土层水平动力阻抗退化解与文献 [22] 的解的对比

Fig. 4 Comparison of degenerate solution for the horizontal dynamic impedance of saturated soil with solution in Ref. [22]

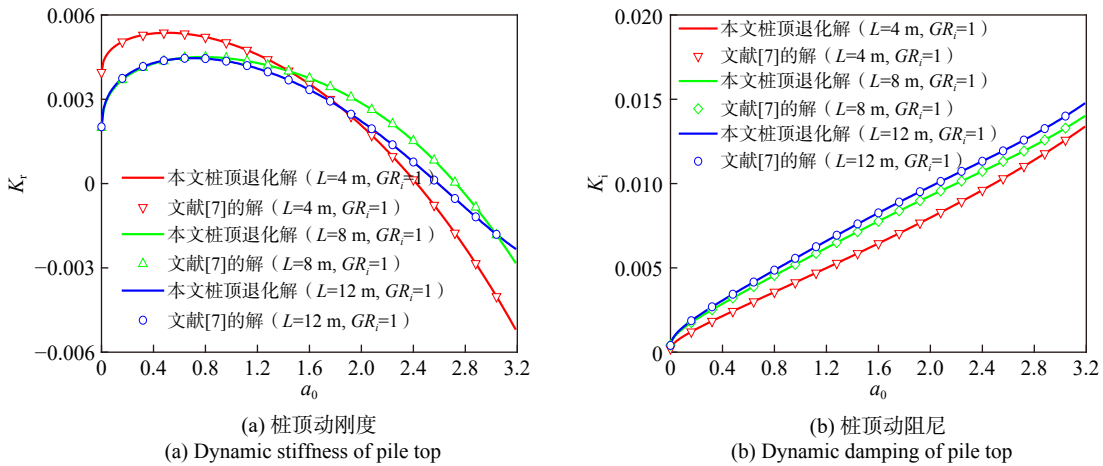


图 5 本文桩顶水平动力阻抗退化解与文献 [7] 的解的对比

Fig. 5 Comparison of degenerate solution for the horizontal dynamic impedance of pile top with solution in Ref. [7]

表 1 桩-土系统基本参数

Tab. 1 Basic parameters of pile-soil system

桩身参数					土体参数				
桩长 L/m	弹性模量 $E_i^p /$ GPa	密度 $\rho_i^p /$ ($kg \cdot m^{-3}$)	泊松比 ν_i^p	水平荷载 幅值 Q_0/kN	桩半径 r_m/m	厚度 l/m	弹性模量 $E_i^s /$ MPa	密度 $\rho_i^s /$ ($kg \cdot m^{-3}$)	泊松比 ν_i^s
10	20	2500	0.17	100	0.5	10	4	2000	0.4

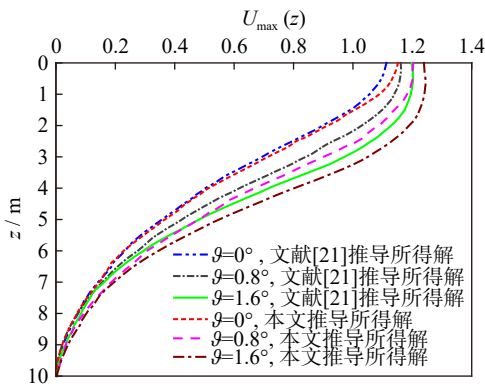


图 6 本文与文献 [21] 推导所得解的对比

Fig. 6 Comparison of the present solution with the solution of Ref. [21]

桩身水平位移的变化规律基本一致, 两者最大误差在 3.5% 以内。

3.2 楔形桩桩顶水平动力阻抗的影响因素分析

图 7 所示为桩周饱和土体扰动程度对楔形桩桩顶水平动力阻抗的影响情况。不难看出, 桩周土扰动程度对楔形桩桩顶水平动力阻抗影响显著。在桩周饱和土体从软化状态 ($GR_i < 1$) 向硬化状态 ($GR_i > 1$) 变化的过程中, 楔形桩桩顶水平动力阻抗振幅显著增大。

图 8 所示为桩周饱和土体扰动范围对楔形桩桩顶水平动力阻抗的影响情况。当桩周饱和土体处于软化状态时, 楔形桩桩顶水平动刚度和动阻尼振幅均随桩周土软化范围的增大而减小。当桩周饱和土体处于硬化状态时, 硬化范围越大, 桩顶水平动阻尼振幅越高。不同地, 楔形桩桩顶水平动刚度在低频段内振幅随硬化范围增大而增高, 在高频段内则随硬化范围增大而降低。

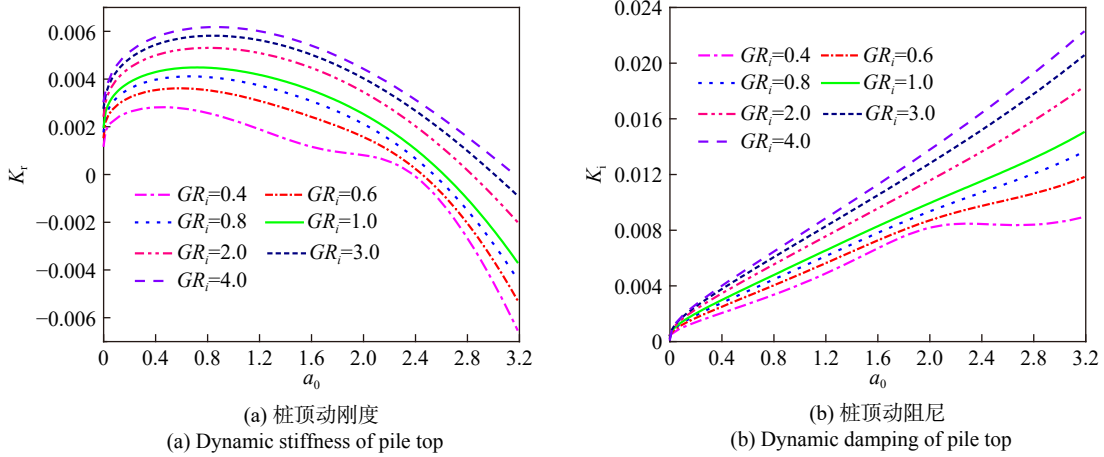


图 7 扰动程度对桩顶水平动力阻抗的影响

Fig. 7 Effect of disturbing degree on horizontal dynamic impedance of pile top

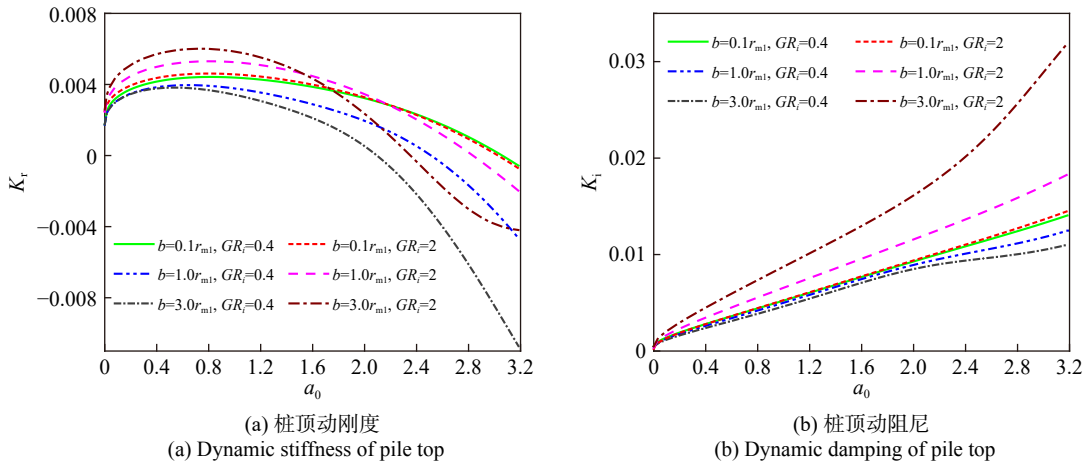


图 8 扰动范围对桩顶水平动力阻抗的影响

Fig. 8 Effect of disturbing range on horizontal dynamic impedance of pile top

3.3 楔形桩桩身水平位移和弯矩的影响因素分析

为便于说明, 在给定频率($a_0=1.6$)情况下, 桩周饱和土体扰动程度对楔形桩桩身水平位移和弯矩分布的影响情况分别如图 9 和 10 所示。对于既定桩身

深度而言, 在桩周饱和土体从软化状态 ($GR_i < 1$) 向硬化状态 ($GR_i > 1$) 变化的过程中, 楔形桩桩身水平位移和弯矩幅值水平平均明显减小。

图 11 和 12 所示分别为桩周饱和土体扰动范围

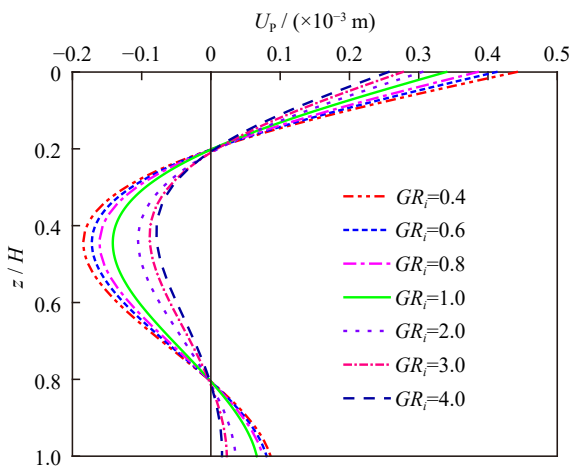


图 9 扰动程度对桩身水平位移分布的影响($a_0=1.6$)

Fig. 9 Effect of disturbing degree on horizontal displacement distribution of pile shaft ($a_0=1.6$)

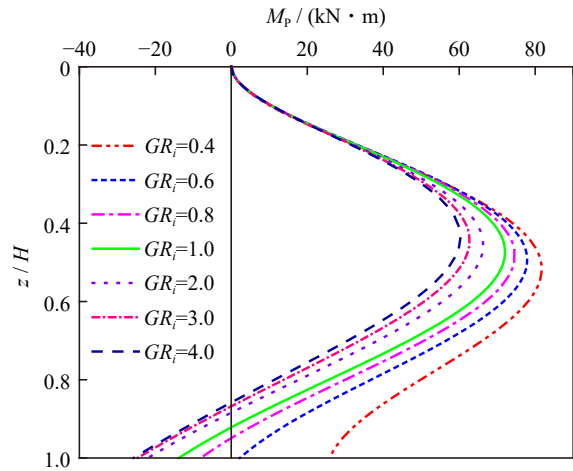


图 10 扰动程度对桩身弯矩分布的影响($a_0=1.6$)

Fig. 10 Effect of disturbing degree on bending moment distribution of pile shaft ($a_0=1.6$)

对楔形桩桩身水平位移和弯矩分布的影响情况($a_0=1.6$)。不难看出,桩周土的软(硬)化范围对桩身水平位移和弯矩分布的影响显著。对于既定桩身深度而言,随着桩周土体软(硬)化范围的增大,楔形桩桩身水平位移和桩身弯矩幅值水平平均明显增大(减小)。

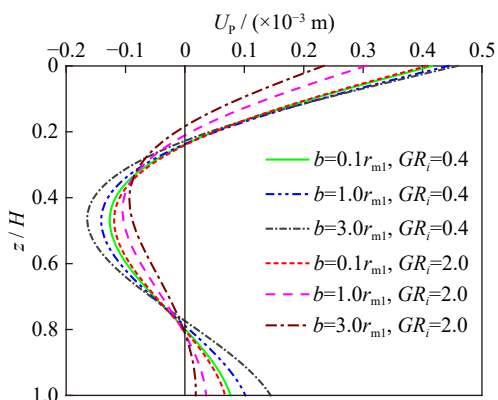


图 11 扰动范围对桩身水平位移分布的影响($a_0=1.6$)

Fig. 11 Effect of disturbing range on horizontal displacement distribution of pile shaft ($a_0=1.6$)

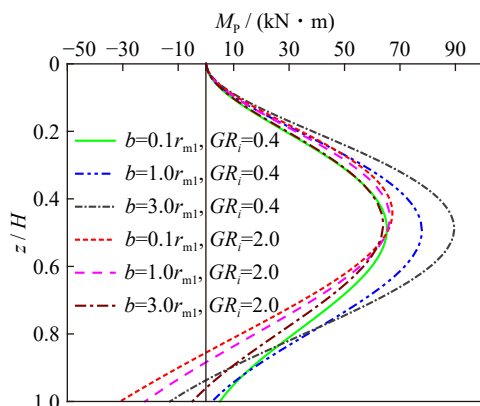


图 12 扰动范围对桩身弯矩分布的影响($a_0=1.6$)

Fig. 12 Effect of disturbing range on bending moment distribution of pile shaft ($a_0=1.6$)

4 结 论

本文建立了径向非均质饱和土-楔形桩耦合水平振动简化分析模型,并通过解析手段推导出了楔形桩桩顶水平动力阻抗解析解。在此基础上,分别探讨了桩身参数和径向非均质效应对楔形桩水平振动特性的影响规律,计算分析结果表明:

(1)在桩周饱和土体从软化状态($GR_i < 1$)向硬化状态($GR_i > 1$)变化的过程中,楔形桩桩顶水平动力阻抗幅显著增加,桩身水平位移和弯矩幅值水平明显变小。

(2)桩周饱和土体扰动范围对楔形桩动力阻抗影响显著。此外,随着楔形桩桩周土体软化范围的增大,桩身水平位移和弯矩幅值水平平均明显增大。

(3)通过退化手段验证了本文径向非均质饱和

土-楔形桩耦合水平振动简化分析模型及推导所得对应解析解的精度与合理性,研究成果可为复杂饱和地基中楔形桩减振相关工程设计提供理论与实践参考,亦可推广应用于其他纵向变截面异形桩的水平振动分析与设计中。

参考文献:

- [1] 吴文兵,王奎华,窦斌.任意层地基中粘弹性楔形桩纵向振动响应研究[J].*振动与冲击*,2013,32(8):120-127.
WU Wenbing, WANG Kuihua, DOU Bin. Vertical dynamic response of a viscoelastic tapered pile embedded in layered foundation[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2013, 32(8): 120-127.
- [2] 崔春义,孟坤,武亚军,等.考虑竖向波动效应的径向非均质黏性阻尼土中管桩纵向振动响应研究[J].*岩土工程学报*,2018,40(8):1433-1443.
CUI Chunyi, MENG Kun, WU Yajun, et al. Dynamic response of vertical vibration of pipe piles in soils with radial inhomogeneity and viscous damping considering vertical wave effect[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2018, 40(8): 1433-1443.
- [3] NOGAMI T, OTANI J, KONAGAI K, et al. Nonlinear soil-pile interaction model for dynamic lateral motion[J]. *Journal of Geotechnical Engineering*, 1992, 118(1): 89-106.
- [4] 胡安峰,谢康和,应宏伟,等.粘弹性地基中考虑桩体剪切变形的单桩水平振动解析理论[J].*岩石力学与工程学报*,2004,23(9):1515-1520.
HU Anpeng, XIE Kanghe, YING Hongwei, et al. Analytical theory of lateral vibration of single pile in visco-elastic subgrade considering shear deformation[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2004, 23(9): 1515-1520.
- [5] 胡安峰,谢康和.双层地基中考虑桩体剪切变形的单桩水平振动解析解[J].*岩石力学与工程学报*,2004,23(13):2298-2304.
HU Anpeng, XIE Kanghe. Analytical solution of horizontal vibration for single pile in double-layer soils considering shear deformation[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2004, 23(13): 2298-2304.
- [6] LIU Y Y, WANG X H, ZHANG M. Lateral vibration of pile groups partially embedded in layered saturated soils[J]. *International Journal of Geomechanics*, 2015, 15(4): 04014063.
- [7] 尚守平,余俊,王海东,等.饱和土中桩水平振动分析[J].*岩土工程学报*,2007,29(11):1696-1702.
SHANG Shouping, YU Jun, WANG Haidong, et al. Horizontal vibration of piles in saturated soil[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2007, 29(11): 1696-1702.
- [8] 秦世伟,莫泷,史蕙质.轴力作用下液化土中端承桩的水平振动特性[J].*岩土力学*,2013,34(4):987-995.
QIN Shiwei, MO Long, SHI Huizhi. Characteristics of hori-

- zontal vibration of end-bearing piles in liquefied soils under axial force[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2013, 34(4): 987-995.
- [9] 余俊, 何月, 张立, 等. 液化土中桩水平振动响应分析[J]. *岩土工程学报*, 2017, 39(3): 573-580.
YU Jun, HE Yue, ZHANG Li, et al. Dynamical characteristics of piles in liquefied soil under horizontal vibration[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2017, 39(3): 573-580.
- [10] NOGAMI T, NOVAK M. Resistance of soil to a horizontally vibrating pile[J]. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1977, 5(3): 249-261.
- [11] JIN B, LIU H. Horizontal vibrations of a disk on a poroelastic half-space[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2000, 19(4): 269-275.
- [12] 陆建飞. 频域内半空间饱和土中水平受荷桩的动力分析[J]. *岩石力学与工程学报*, 2002, 21(4): 577-581.
LU Jianfei. Dynamic frequency domain analysis on laterally loaded pile in saturated soil[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2002, 21(4): 577-581.
- [13] 栾鲁宝, 丁选明, 刘汉龙, 等. 考虑剪切变形的 PCC 桩水平振动响应解析解[J]. *岩石力学与工程学报*, 2016, 35(11): 2345-2358.
LUAN Lubao, DING Xuanming, LIU Hanlong, et al. Analytical solutions to lateral dynamic response of PCC piles considering shear deformation[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2016, 35(11): 2345-2358.
- [14] ZHENG C J, LIU H L, DING X M. Lateral dynamic response of a pipe pile in saturated soil layer[J]. *International Journal for Numerical and Analytical Methods in Geomechanics*, 2016, 40(2): 159-184.
- [15] DING X M, LUAN L B, ZHENG C J, et al. Influence of the second-order effect of axial load on lateral dynamic response of a pipe pile in saturated soil layer[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2017, 103: 86-94.
- [16] 沈纪苹, 陈蕾. 基于传递矩阵法的层状土中管桩水平动力阻抗分析[J]. *岩土力学*, 2016, 37(10): 2810-2816.
SHEN Jiping, CHEN Lei. Analysis of horizontal dynamic impedance of pipe pile in layered soils based on transfer-matrix formulation[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2016, 37(10): 2810-2816.
- [17] 吴文兵, 王奎华, 武登辉, 等. 考虑横向惯性效应时楔形桩纵向振动阻抗研究[J]. *岩石力学与工程学报*, 2011, 30(增刊 2): 3618-3625.
WU Wenbing, WANG Kuihua, WU Denghui, et al. Study of dynamic longitudinal impedance of tapered pile considering lateral inertial effect[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2011, 30(Sup2): 3618-3625.
- [18] 王奎华, 高柳, 肖恩, 等. 考虑桩周土竖向作用大直径楔形桩纵向振动特性[J]. *岩土力学*, 2016, 37(增刊 2): 223-231.
WANG Kuihua, GAO Liu, XIAO Si, et al. Dynamic characteristic of large diameter tapered pile considering vertical reaction of pile surrounding soil[J]. *Rock and Soil Mechanics*, 2016, 37(Sup2): 223-231.
- [19] 谢帮华. 成层土中楔形桩的竖向和扭转振动理论及应用研究[D]. 武汉: 中国地质大学, 2014.
XIE Banghua. Vertical and torsional vibration theory of tapered pile embedded in layered soil and its application[D]. Wuhan: China University of Geosciences, 2014.
- [20] DEGHANPOOR A. Response of tapered piles under lateral harmonic vibrations[J]. *International Journal of Geomechanics*, 2012, 2(2): 261-265.
- [21] 杨紫健, 吴文兵, 陆洪智, 等. 黏弹性地基中楔形桩水平振动特性研究[J]. *哈尔滨工业大学学报*, 2021, 53(11): 74-83.
YANG Zijian, WU Wenbing, LU Hongzhi, et al. Horizontal vibration characteristics of tapered pile embedded in viscoelastic foundation[J]. *Journal of Harbin Institute of Technology*, 2021, 53(11): 74-83.
- [22] VELETOS A S, DOTSON K W. Horizontal impedances for radially inhomogeneous viscoelastic soil layers[J]. *Earthquake Engineering and Structural Dynamics*, 1988, 16(7): 947-966.
- [23] HU A F, FU P, XIA C Q, et al. Horizontal impedances of saturated soil layer with radially inhomogeneous boundary zone[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2018, 111: 184-192.
- [24] 梁志孟, 崔春义, 许成顺, 等. 双向非均质土中大直径管桩纵向振动动力阻抗解析模型与解答[J]. *岩石力学与工程学报*, 2021, 40(9): 1933-1944.
LIANG Zhimeng, CUI Chunyi, XU Chengshun, et al. Analytical model and solution for the longitudinal impedance of large-diameter pipe piles in radial inhomogeneous layered soils[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2021, 40(9): 1933-1944.
- [25] ZHANG Z Q, PAN E N. Dynamic torsional response of an elastic pile in a radially inhomogeneous soil[J]. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering*, 2017, 99: 35-43.
- [26] 邹智明. 非均质土中单桩动力阻抗分析[D]. 长沙: 中南大学, 2013.
ZOU Zhiming. Dynamic impedance analysis of single inhomogeneous pile-soil interaction system[D]. Changsha: Central South University, 2013.
- [27] 付鹏. 复杂条件下桩-土-水耦合体系水平振动理论研究[D]. 杭州: 浙江大学, 2019.
FU Peng. Theoretical study on horizontal vibration of pile-soil-water coupling system under complex condition[D]. Hangzhou: Zhejiang University, 2019.

第一作者: 梁志孟(1992—), 男, 博士研究生。

E-mail: liangzhimeng207@163.com

通信作者: 崔春义(1978—), 男, 博士, 教授。

E-mail: cuichunyi@dlmu.edu.cn