

# 一类双层高静低动刚度隔振系统试验研究

邵敏强<sup>1</sup>, 利云云<sup>1,3</sup>, 周徐斌<sup>1,2</sup>, 陈卫东<sup>1</sup>, 刘兴天<sup>2</sup>

(1.南京航空航天大学航空航天结构力学及控制全国重点实验室,江苏南京 210016;

2.上海卫星工程研究所空间机热一体化技术实验室,上海 201109; 3.上海航天精密机械研究所,上海 201600)

**摘要:**对一种由欧拉屈曲梁负刚度调节器与双层线性隔振系统并联构成的双层高静低动刚度隔振系统进行了试验研究。描述了高静低动刚度的力学原理,对欧拉屈曲梁负刚度调节器样机进行了压缩试验,验证了其负刚度机理。根据负刚度调节器并联形式的不同,设计了约束型和无约束型两类隔振系统,求解系统的消极隔振模型动力学方程,分析了两类隔振系统在不同上、下层刚度组合下的隔振性能。搭建两种高静低动刚度的隔振试验系统,通过扫频和定频试验验证了其隔振性能,并对结果偏差进行了分析。

**关键词:** 双层隔振; 欧拉屈曲梁; 高静低动刚度; 隔振试验; 力传递率

**中图分类号:** O328; TB535 **文献标志码:** A **文章编号:** 1004-4523(2025)01-0047-07

**DOI:** 10.16385/j.cnki.issn.1004-4523.2025.01.006

## Experimental investigation on a two-stage high-static-low-dynamic stiffness vibration isolation system

SHAO Minqiang<sup>1</sup>, LI Yunyun<sup>1,3</sup>, ZHOU Xubin<sup>1,2</sup>, CHEN Weidong<sup>1</sup>, LIU Xingtian<sup>2</sup>

(1.State Key Laboratory of Mechanics and Control for Aerospace Structures, Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, Nanjing 210016, China; 2.Laboratory of Space Mechanical and Thermal Integrative Technology, Shanghai Institute of Satellite Engineering, Shanghai 201109, China; 3.Shanghai Spaceflight Precision Machinery Institute, Shanghai 201600, China)

**Abstract:** A two-stage high-static-low-dynamic stiffness vibration isolation system composed of Euler buckling beam negative stiffness regulator and two-stage linear vibration isolation system in parallel is tested and studied. The mechanical principle of high-static-low-dynamic stiffness is described, and the compression test of the Euler buckling beam negative stiffness regulator prototype is carried out to verify its negative stiffness mechanism. According to the different parallel forms of the negative stiffness regulators, two vibration isolation systems, constrained and unconstrained, are proposed. The dynamic equations of the negative vibration isolation model of the system are solved, and vibration isolation performance of the two types of vibration isolation systems with the different upper and lower stiffness are analyzed in combination. Two vibration isolation test systems of high-static-low-dynamic stiffness vibration isolation systems are built, and their vibration isolation performance is verified by sweep frequency and fixed frequency tests, and the reasons for the deviation of the results are analyzed.

**Keywords:** two-stage vibration isolation; Euler buckling beam; high-static-low-dynamic stiffness; vibration isolation test; force transmissibility

在被动隔振技术领域,传统的单层两参数线性隔振系统能够有效抑制大于系统固有频率 $\sqrt{2}$ 倍频段的振动干扰,对应的振动衰减速率约为 $-20$  dB/dec<sup>[1]</sup>。在工程中,通常被隔振对象的质量是一定的,因而此类隔振系统的性能需要通过牺牲静承载能力来获得提升。针对这一矛盾点,具有高静低动刚度特性的非线性隔振系统被提出,其原理是在线性隔振系统中引入负刚度弹性元件,从而使系统获得较低的动

刚度甚至准零刚度<sup>[2-3]</sup>,从而降低系统的固有频率,同时保持较小的静态变形。近年来国内外学者对高静低动刚度隔振系统进行了一系列的研究。MO-LYNEUX<sup>[4]</sup>、CARRELLA等<sup>[5]</sup>、文献[6-8]以三弹簧准零刚度模型为研究对象,求解、优化该模型,并总结了模型周期、混沌等复杂的动力学现象。基于磁性弹簧,LI等<sup>[9]</sup>提出了一种由磁性弹簧和橡胶记忆膜组成的负刚度磁悬浮隔振系统。ZHENG等<sup>[10]</sup>利

收稿日期: 2022-12-08; 修订日期: 2023-04-25

基金项目: 国家自然科学基金资助项目(51875363,51505294)

用由两个同轴环形磁铁排斥性排列组成的扭转磁簧产生负扭转刚度来抵消橡胶弹簧的正刚度。上述这些研究大多集中于电流变或磁流变在半主动或主动液阻悬置中的应用<sup>[11-13]</sup>。张威等<sup>[14]</sup>将两端刚性固定的余弦梁负刚度元件与垂向正刚度线性弹簧并联构成双稳态余弦梁非线性隔振系统,通过改变余弦梁的高厚比来改变系统的刚度以实现低频隔振。

针对单层被动隔振系统振动衰减速率的局限性,为寻求更快的高频衰减速率,出现了双层隔振<sup>[15]</sup>,近年来国内外学者也开始关注双层准零刚度的隔振系统。GATTI等<sup>[16]</sup>研究了一种由三弹簧准零刚度隔振系统和线性隔振系统串联组成的二自由度系统。LU等<sup>[17-18]</sup>在双层线性隔振系统中引入非线性刚度来提高其隔振性能,并利用双稳定复合材料层合板和弹簧板搭建了紧凑型的双层高静低动刚度隔振系统试验样机,测试了其隔振性能。LI等<sup>[19]</sup>研究了基于双层准零刚度结构的浮筏隔振系统的力传递率。综上所述,目前对于高静低动双层隔振系统的研究,主要还是集中在高静低动刚度结构的设计、动力学建模和分析,以及基础的性能验证试验。

作者在前期研究中提出了基于欧拉屈曲梁负刚度调节器的一类双层高静低动刚度隔振系统,获得了这类系统的动力学特性及适用范围理论研究结果<sup>[20]</sup>。在此基础上进一步开展试验研究,本文将欧拉屈曲梁负刚度调节器引入线性弹簧双层隔振系统中,采用不同的并联形式,设计并制备了两类非线性隔振系统样机,通过隔振试验验证了理论分析结果和隔振性能,并对结果偏差进行了分析。

## 1 高静低动刚度隔振系统样机制备

### 1.1 高静低动刚度原理

根据前期的研究<sup>[20]</sup>,在单层线性隔振系统中并联欧拉屈曲梁负刚度调节器可以构建高静低动刚度隔振系统。如图 1 所示,负刚度调节器由关于被隔振质量对称铰支布置的两组欧拉屈曲梁(每组两片)构成,假设受压的欧拉梁仅在水平方向上产生变形,当对被隔振质量施加垂向力  $F$  使系统产生垂向( $x$

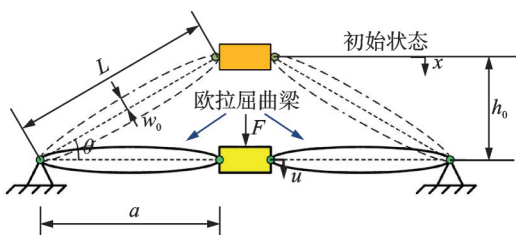


图 1 负刚度调节器结构简图

Fig. 1 Diagram of negative stiffness regulator structure

方向)运动时,变形后的欧拉梁所提供的垂向回复力可以近似为:

$$F_n = -\frac{P_e k_1}{L} x + P_e k_3 \left(\frac{x}{L}\right)^3 \quad (1)$$

式中, $L$ 为欧拉梁未变形时的长度; $P_e = EI(\pi/L)^2$ 为两端铰支,且初始挠度  $w_0$  为零时的欧拉梁所对应的临界失稳载荷, $EI$ 为欧拉梁的弯曲刚度; $k_1$ 和  $k_3$ 为与初始倾角  $\theta$  和初始挠度  $w_0$  相关的系数,具体表达式详见参考文献<sup>[21]</sup>。

选取不锈钢弹簧片作为欧拉梁的制备材料,将欧拉梁的参数  $L=0.054$  m, 截面宽度  $b=8 \times 10^{-3}$  m, 截面高度  $h=3 \times 10^{-4}$  m,  $E=206$  GPa,  $I=bh^3/12=1.8 \times 10^{-14}$  m<sup>4</sup>,  $w_0=1 \times 10^{-3}$  m,  $\theta=25^\circ$  代入式(1),得到负刚度调节器的力-位移曲线和刚度-位移曲线,如图 2 和 3 所示。可以看出,欧拉梁从初始稳定位置运动到关于水平位置对称的另一稳定位置的过程中,会出现负刚度位移区间。

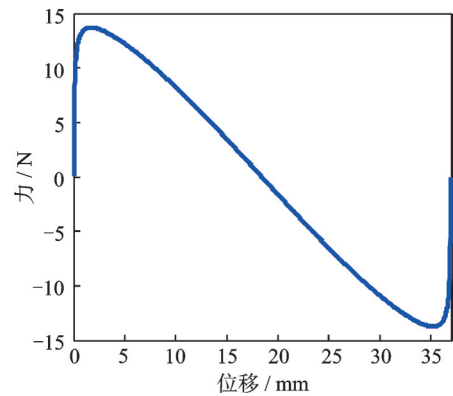


图 2 负刚度调节器力-位移曲线

Fig. 2 Force-displacement curve of negative stiffness regulator

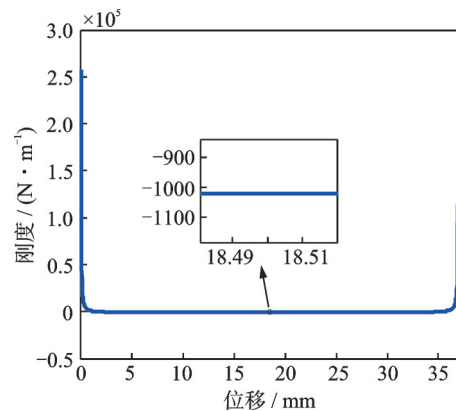


图 3 负刚度调节器刚度-位移曲线

Fig. 3 Negative stiffness regulator stiffness-displacement curve

利用这样的负刚度调节器与线性弹簧并联后,可以得到如图 4 所示的单层高静低动刚度隔振系统。

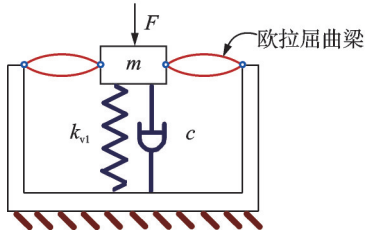


图 4 单层高静低动刚度隔振模型简图

Fig. 4 Schematic diagram of a single-layer high-static-low-dynamic stiffness vibration isolation model

假设线性弹簧的刚度为  $k_{v1}$ ,那么整个系统的回复力表达式可写为:

$$F_n = \left( k_{v1} - \frac{P_e k_1}{L} \right) x + P_e k_3 \left( \frac{x}{L} \right)^3 \quad (2)$$

式中,关于位移  $x$  的一次项系数为系统的线性刚度,三次项系数表示系统的非线性刚度。当系统的线性刚度为零时,会出现一种特殊的高静低动刚度状态——准零刚度。

### 1.2 负刚度调节器静力试验

为验证负刚度调节器的刚度特性理论分析结果,采用拉压试验机对负刚度调节器样机进行压缩测试,过程采用位移控制。如图 5 所示为制备的负刚度调节器,将弹簧片两端固定在转轴上,利用滚珠轴承来实现铰支边界条件,弹簧片采用的材料参数与 1.1 节中欧拉梁的材料参数一致。当调节器上平台受压移动时,弹簧片逐渐发生屈曲,当移动至水平位置时,系统发生跳变现象,上平台迅速脱离加载工况,移动至关于水平位置对称的另一稳定点。

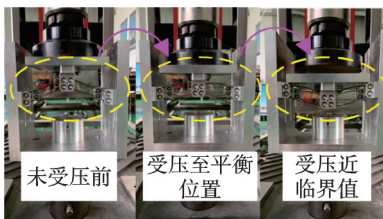


图 5 欧拉梁负刚度调节器受压状态图

Fig. 5 Compression state diagram of Euler beam negative stiffness regulator

图 6 为欧拉梁负刚度调节器的理论力-位移曲线和试验结果对比,可以看出,随着压缩位移增大,欧拉梁负刚度调节器先表现为正刚度,力随位移增大而增大;当压缩到一定量时(约 2 mm)施加的力反而逐渐变小(方向不变),此时系统表现出负刚度;直到到达水平位置,外力大小变为零,系统的负刚度达到极值。可以看出理论曲线和试验曲线吻合较好,负刚度极值约为  $-1.1 \text{ N/mm}$ 。

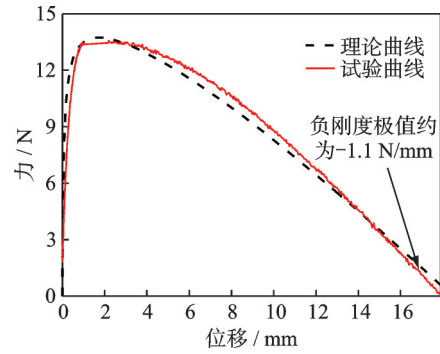


图 6 负刚度调节器力-位移曲线

Fig. 6 Force-displacement curve of negative stiffness regulator

## 2 双层隔振系统理论模型

### 2.1 动力学方程

将欧拉屈曲梁负刚度调节器引入双层线性隔振系统中,能够构造出双层高静低动刚度隔振系统,根据负刚度调节器并联形式的不同,可以衍生出两种构型:约束型和无约束型<sup>[22]</sup>。前者模型如图 7(a)所示,负刚度调节器并联于双层线性隔振系统的上层和下层质量与基础之间;后者模型如图 7(b)所示,上层的负刚度调节器并联于上层和下层质量之间。图中  $m_1$ 、 $m_2$  为上、下层质量; $k_{v1}$ 、 $k_{v2}$  为线性刚度; $c_1$ 、 $c_2$  为黏性阻尼系数。

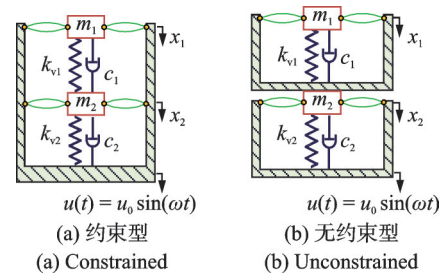


图 7 双层高静低动刚度隔振模型示意图

Fig. 7 Schematic diagram of two-stage high-static-low-dynamic stiffness vibration isolation model

针对消极隔振的情况,对隔振系统引入幅值为  $u_0$  的基础正弦激励  $u(t) = u_0 \sin(\omega t)$ ,推导得到两种构型的无量纲化动力学方程如下式所示:

$$\ddot{\tilde{x}}_1 + 2\zeta_1(\dot{\tilde{x}}_1 - \dot{\delta}) + \kappa_{11}\tilde{x}_1 + \kappa_{31}(\tilde{x}_1)^3 - \delta = 2\zeta_1\dot{\tilde{u}} + \tilde{u} \quad (3a)$$

$$\mu\ddot{\delta} - 2\zeta_1(\dot{\tilde{x}}_1 - \dot{\delta}) + 2\mu\zeta_2\dot{\delta} + \kappa_{12}\delta - (\tilde{x}_1 - \delta) + \kappa_{32}\delta^3 = -\mu\ddot{\tilde{u}} - 2\zeta_1\dot{\tilde{u}} - \tilde{u} \quad (3b)$$

$$\ddot{\delta}_1 + \ddot{\delta}_2 + \ddot{\tilde{u}} + 2\zeta_1\dot{\delta}_1 + \kappa_{11}\delta_1 + \kappa_{31}\delta_1^3 = 0 \quad (4a)$$

$$\mu(\ddot{\delta}_2 + \ddot{u}) - 2\zeta_1\dot{\delta}_1 + 2\mu\zeta_2\dot{\delta}_2 - (\kappa_{11}\delta_1 + \kappa_{31}\delta_1^3) + \kappa_{12}\delta_2 + \kappa_{32}\delta_2^3 = 0 \quad (4b)$$

式中,  $\mu = m_2/m_1$ ;  $\tilde{x}_1 = x_1/L$ ;  $\tilde{x}_2 = x_2/L$ ;  $\delta_1 = x_1 - x_2$ ;  $\delta_2 = \tilde{x}_2 - \tilde{u}$ ;  $\delta = \tilde{x}_2 - \tilde{u}$ ;  $\tilde{u} = u/L$ ;  $\zeta_1$ 、 $\zeta_2$  分别代表上、下层的阻尼比;  $\kappa_{11}$  和  $\kappa_{12}$  分别代表上、下层的线性刚度项, 由线性弹簧和欧拉梁在垂直方向的线性部分组成;  $\kappa_{31}$  和  $\kappa_{32}$  分别代表上、下层的非线性刚度项, 具体表达式见文献[22]。系数  $\kappa_{11}$  和  $\kappa_{12}$  的取值决定了双层高静低动隔振系统的刚度特性, 对系统隔振性能具有较大影响, 通过选取不同的参数对系统进行动力学仿真研究。

## 2.2 仿真分析

定义系统的位移传递率  $T_r$  为上层质量无量纲位移响应幅值与激励幅值之比:  $X_1/U$ , 其中  $X_1$  和  $U$  分别对应无量纲变量  $\tilde{x}_1$  和  $\tilde{u}$  的幅值。系统阻尼比  $\zeta_1$ 、 $\zeta_2$  均取 0.015, 利用谐波平衡法求解式(3)和(4), 得到边界值情况下的刚度线性项系数为  $\kappa_{11}=1$ ,  $\kappa_{12}=1$ ;  $\kappa_{11}=0.5$ ,  $\kappa_{12}=1$  和  $\kappa_{11}=1$ ,  $\kappa_{12}=0$  三种情况<sup>[20]</sup>, 对应的系统位移传递率如图 8 所示。

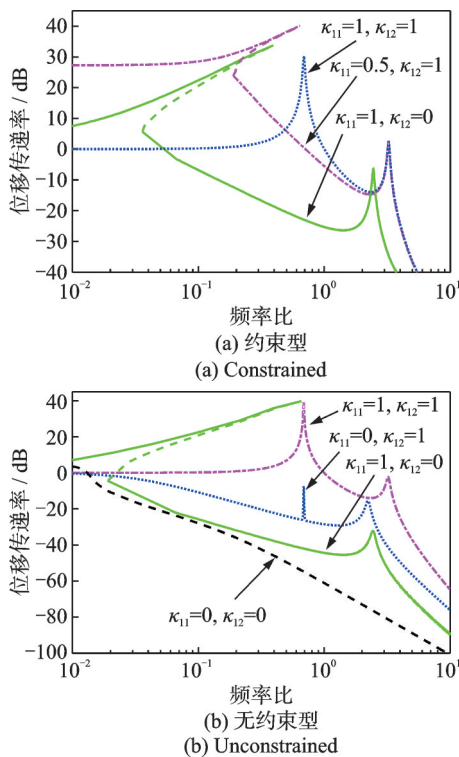


图 8 消极隔振模型不同刚度组合下的位移传递率

Fig. 8 Displacement transmissibility of passive vibration isolation model with different stiffness combinations

可以看出, 对于约束型模型, 在下层引入非线性刚度能够获取较好的隔振效果。与上、下层刚度同为线性的情况(图中蓝虚线)相比, 上层引入非线性刚度, 下层维持线性刚度(图中红虚线), 没有明显拓

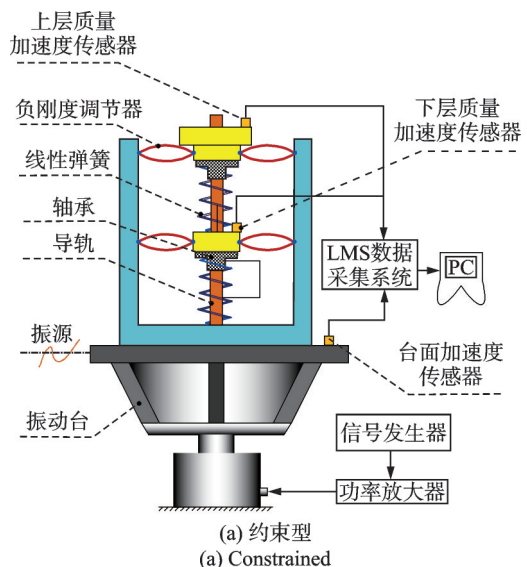
宽隔振频带, 且第二个峰值无变化; 保持上层线性, 下层准零刚度的情况(图中绿实线), 两个共振峰均明显向低频移动, 系统非线性增强, 隔振频带大幅度拓宽。对于无约束型模型, 与上、下层同为刚度线性(图中红虚线)的情况相比, 上层准零刚度, 下层刚度线性(图中蓝虚线)这种情况下, 第一个共振峰没有移动, 第二个共振峰向低频移动, 幅值均明显减小; 上层刚度线性、下层准零刚度(图中绿实线)的情况下, 第一个共振峰向低频移动, 非线性增强, 第二个共振峰略向低频移动, 幅值明显减小; 上、下层同为准零刚度(图中黑虚线)的情况下, 两个共振峰几乎消失, 近似全频段隔振, 隔振效果最好。

## 3 试验研究

### 3.1 试验方法

根据 2.2 节分析结果, 参照约束型和无约束型双层高静低动隔振系统中隔振效果最好的两种刚度搭配形式制备了两套试验样机, 并对样机进行隔振试验。试验原理如图 9 所示, 整套试验系统大致分为三个部分: 振动台、隔振系统和信号采集、处理设备。激励装置的输入信号由 LMS 测试设备自带的信号源产生, 驱动振动台进行扫频或定频振动, 振动的幅值可以通过振动传感器的反馈信号进行控制。信号采集、处理设备采集的信号分为两路, 分别采集振动台面的加速度值和质量块上的加速度值。对于隔振系统而言, 这两路信号分别为加速度的输入和经过隔振系统后的加速度输出。

扫频隔振试验的现场如图 10 所示, 采用 2 点平均控制法, 在振动台上设置 2 个控制传感器, 另外 2 个加速度传感器用于采集台面输入的加速度信号, 1 个置于上层质量, 采集输出的加速度信号。隔振系



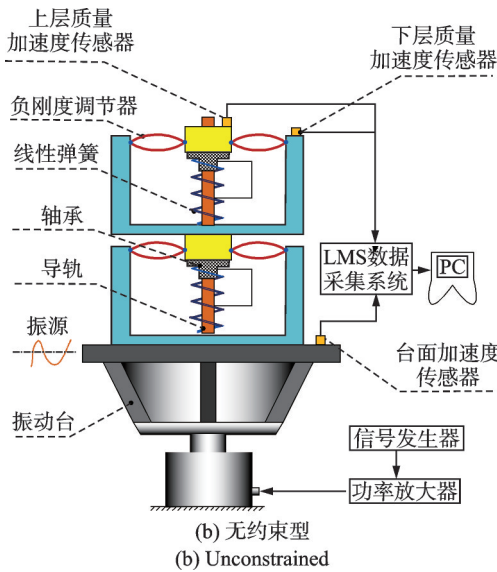
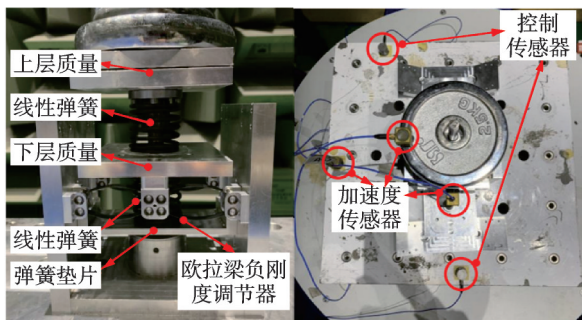


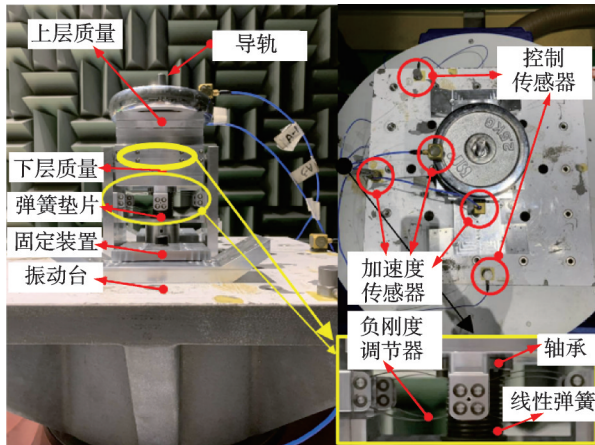
图 9 双层高静低动刚度隔振系统试验原理图

Fig. 9 Experimental schematic diagram of two-stage high-static-low-dynamic stiffness vibration isolation system



(a) 约束型(上层线性、下层准零刚度)

(a) Constrained (linear upper layer, quasi-zero stiffness lower layer)



(b) 无约束型(上、下层准零刚度)

(b) Unconstrained (quasi-zero stiffness upper and lower layers)

图 10 双层高静低动刚度隔振系统试验现场图

Fig. 10 Experimental site diagram of two-stage high-static-low-dynamic stiffness vibration isolation system

统的参数如表 1 所示,试验工况如表 2 所示。作为对照,还将进行无约束型系统上、下层结构均为线性时的隔振试验,具体实施方式为拆除上、下层的负刚度调节器。

表 1 双层高静低动刚度隔振系统参数

Tab. 1 Parameters of two-stage high-static-low-dynamic stiffness vibration isolation system

隔振模型	系统参数
约束型(上层线性、下层准零刚度)	$m_1=4.05\text{ kg}, m_2=0.93\text{ kg},$ $k_{v1}=k_{v2}=4.15\times 10^3\text{ N/m}$
无约束型(上、下层同为准零刚度)	$m_1=3.90\text{ kg}, m_2=0.90\text{ kg},$ $k_{v1}=k_{v2}=1.68\times 10^3\text{ N/m}$

表 2 隔振试验工况

Tab. 2 Vibration isolation test conditions

隔振模型	扫频频率	定频频率	幅值
约束型(上层线性、下层准零刚度)	2~23 Hz (2 oct/min)	—	0.02g
无约束型(上、下层同为准零刚度)	2~15 Hz (2 oct/min)	2~8 Hz (间隔 0.5 Hz) 9~15 Hz (间隔 1 Hz)	0.02g
无约束型(上、下层同为线性刚度)	2~15 Hz (2 oct/min)	2~8 Hz (间隔 0.5 Hz) 9~15 Hz (间隔 1 Hz)	0.02g

### 3.2 结果对比与分析

对于简谐信号,加速度和位移之间为 $\omega^2$ 倍关系,加速度响应幅值和加速度输入的比值与位移响应和位移输入的比值一致,因此可以将试验的加速度传递率和位移传递率进行比较。两种构型的双层高静低动隔振系统试验结果和理论对比如图 11 所示。其中图 11(a)给出了约束型系统的对比结果。可以看出,试验曲线与理论仿真曲线基本趋势一致,验证了理论模型的正确性。然而从结果来看,系统的非线性现象不明显,造成这种现象的原因是用于构建下层准零刚度的线性弹簧刚度过大,导致下层结构刚度不匹配,接近线性系统,而理论模型可以实现理想的准零刚度。此外,制造和安装误差也会使系统的刚度特性不满足水平位置的对称条件,导致系统真实平衡位置偏离刚度极小值位置。另一方面,对于约束型系统,由于双层高静低动刚度隔振系统具有非线性,其响应通常包含多阶谐波成分,在对定频试验的响应信号进行处理时只保留占比最大的一阶谐波。比较高频段的加速度传递率,试验传递率的衰减速度小于理论结果。经分析由于试验系统采用轴承导轨机构使隔振器沿特定方向运动,弹簧安装误差导致滑动部件在运动过程中产生侧向力,从而引起摩擦,使系统产生摩擦阻尼增大的现象。图 11(b)是无约束型系统的理论加速度传递率与实测加速度传递率曲线的对比。受振动台工作频段限制,试验起始频率为 2 Hz,在 2~5 Hz 频段内,理论和试验值基本一致,5 Hz 以上的系统隔振效果试验值基本维

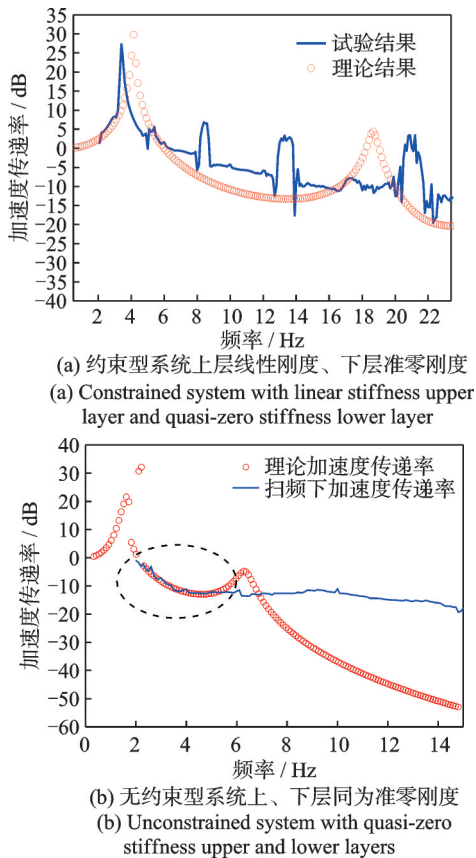


图11 双层隔振系统加速度传递率理论和试验对比

Fig. 11 Theoretical and experimental comparison of acceleration transmissibility of double-layer vibration isolation system

持在 $-15\sim-20$  dB之间,与理论结果存在一定差别。考虑试验系统受到结构装配误差及摩擦阻尼等因素的影响,隔振效果与理论结果相比会有所减弱。

从图12给出的结果可知,定频试验和扫频试验的结果一致,针对不同的激励形式,隔振系统具有较好的一致性和稳定性;对比上、下层均为线性的刚度组合形式,上、下层均为准零刚度的系统将隔振频带明显拓宽,基本实现全频段隔振(起始频率小于2 Hz);相比线性隔振系统,在传递率峰值位置,文中采用的双层准零刚度隔振系统加速度传递率下降35 dB以上,效果明显优于线性隔振系统;在较高的

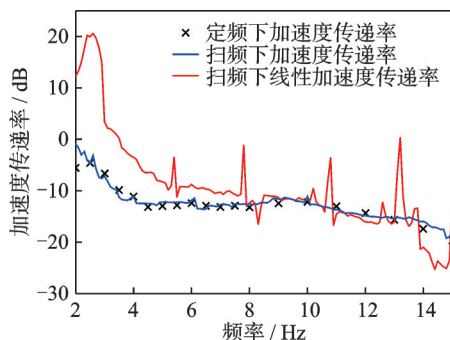


图12 不同激励作用下双层无约束型系统隔振效果

Fig. 12 Vibration isolation effect of double-layer unconstrained system with different excitations

频率范围内,双层准零刚度隔振系统的传递率较为平缓,反映综合隔振性能优于纯线性隔振系统。

## 4 结论

本文对一种由欧拉屈曲梁负刚度调节器与双层线性隔振系统并联构成的双层高静低动刚度隔振系统进行试验研究。对高静低动刚度的力学原理进行了描述,制备了欧拉屈曲梁负刚度调节器样机,对其进行了压缩试验,对比了理论和测试的结果。根据负刚度调节器的并联形式的不同,提出了约束型和无约束型两种隔振系统,求解了系统的消极隔振模型动力学方程,分析了两类隔振系统在不同上、下层刚度组合下的隔振性能。最后,搭建了两种高静低动刚度隔振系统的隔振试验系统,通过扫频和定频试验验证了其隔振性能,并对结果偏差进行了分析。总结全文可以得到以下结论:

(1)经静力学试验验证,基于欧拉屈曲梁的负刚度调节器在从一个稳定位置变形到关于水平位置对称的另一个稳定位置的过程中,能够在水平位置附近表现出负刚度特性。

(2)经仿真分析可知,对于约束型系统,上层线性,下层准零刚度时,系统的隔振性能最优;对于无约束型系统,上、下层同为准零刚度时,系统的隔振性能最优,在一定条件下能实现全频段隔振。

(3)理论分析所得加速度传递率与隔振试验结果吻合度较高,验证了理论模型的正确性。对于无约束型系统,在上、下层均接近准零刚度的状态下,起始隔振频率小于2 Hz,相较上、下层均为线性的情况综合隔振性能有大幅度改善。

(4)综合比较三种情况下的试验结果和理论分析结果,对造成隔振性能下降的原因进行分析,可归结于三点:①安装和制造误差,系统的真实平衡位置偏离刚度极小值位置;②刚度匹配误差,样机中构建下层准零刚度的线性弹簧刚度过大,接近线性系统;③阻尼过大,线性弹簧安装误差导致摩擦增大。

欧拉屈曲梁双层高静低动刚度隔振系统试验研究有效验证了理论结果的正确性,同时也对此类隔振器的工程应用提供了有价值的试验依据和指导。

## 参考文献:

- [1] 刘海平,申大山,赵鹏鹏.非线性三参数隔振器动力学特性研究[J].振动工程学报,2021,34(3):490-498.  
LIU Haiping, SHEN Dashan, ZHAO Pengpeng. Dynamic performance of a three-parameter isolator with nonlinear characteristic[J]. Journal of Vibration Engi-

- neering, 2021, 34(3): 490-498.
- [2] IBRAHIM R A. Recent advances in nonlinear passive vibration isolators[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2008, 314(3-5): 371-452.
- [3] 彭献, 黎大志, 陈树年. 准零刚度隔振器及其弹性特性设计[J]. *振动、测试与诊断*, 1997, 17(4): 44-46.  
PENG Xian, LI Dazhi, CHEN Shunian. Quasi-zero stiffness vibration isolators and design for their elastic characteristics[J]. *Journal of Vibration, Measurement & Diagnosis*, 1997, 17(4): 44-46.
- [4] MOLYNEUX W. Supports for vibration isolation[R]. UK: Aeronautical Research Council, 1957.
- [5] CARRELLA A, BRENNAN M J, WATERS T P, et al. Force transmissibility of a nonlinear vibration isolator with high-static-low-dynamic-stiffness[J]. *International Journal of Mechanical Sciences*, 2012, 55(1): 22-29.
- [6] CAO Q J, WIERCIGROCH M, PAVLOVSKAIA E E, et al. Archetypal oscillator for smooth and discontinuous dynamics[J]. *Physical Review E*, 2006, 74(4): 046218.
- [7] CAO Q J, WIERCIGROCH M, PAVLOVSKAIA E E, et al. The limit case response of the archetypal oscillator for smooth and discontinuous dynamics[J]. *International Journal of Non-Linear Mechanics*, 2008, 43(6): 462-473.
- [8] HAO Z F, CAO Q J. The isolation characteristics of an archetypal dynamical model with stable-quasi-zero-stiffness[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2015, 340: 61-79.
- [9] LI Q, ZHU Y, XU D, et al. A negative stiffness vibration isolator using magnetic spring combined with rubber membrane[J]. *Journal of Mechanical Science and Technology*, 2013, 27(3): 813-824.
- [10] ZHENG Y S, ZHANG X N, LUO Y J, et al. Analytical study of a quasi-zero stiffness coupling using a torsion magnetic spring with negative stiffness[J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2018, 100: 135-151.
- [11] CHOI S B, HONG S R. Dynamic modeling and vibration control of electrorheological mounts[J]. *Journal of Vibration and Acoustics*, 2004, 126(4): 537-541.
- [12] LEE B H, LEE C W. Optimal design of electromagnetic type active control engine mount in consideration of actuator efficiency[C]//*Proceedings of the Korean Society for Noise and Vibration Engineering Conference*, 2007.
- [13] CIOCANEL C, NGUYEN T, SCHROEDER C, et al. Performance evaluation of a semi active magnetorheological mount[C]//*SAE World Congress & Exhibition*, 2008.
- [14] 张威, 王文波, 李双宝. 双稳态余弦梁非线性隔振器的动力学与隔振特性研究[J]. *振动与冲击*, 2022, 41(2): 113-122.  
ZHANG Wei, WANG Wenbo, LI Shuangbao. Dynamics and isolation performance of a nonlinear vibration isolator with a bistable cosine-shaped beam[J]. *Journal of Vibration and Shock*, 2022, 41(2): 113-122.
- [15] MEAD D J. *Passive Vibration Control*[M]. New York: Wiley, 1998.
- [16] GATTIA G, KOVACIC I, BRENNAN M J. On the response of a harmonically excited two degree-of-freedom system consisting of a linear and a nonlinear quasi-zero stiffness oscillator[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2010, 329(10): 1823-1835.
- [17] LU Z Q, BRENNAN M J, YANG T J, et al. An investigation of a two-stage nonlinear vibration isolation system[J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2013, 332(6): 1456-1464.
- [18] LU Z Q, YANG T J, MICHAEL J B, et al. Experimental investigation of a two-stage nonlinear vibration isolation system with high-static-low-dynamic stiffness[J]. *Journal of Applied Mechanics*, 2017, 84(2): 021001.
- [19] LI Yingli, XU Daolin. Force transmissibility of floating raft systems with quasi-zero-stiffness isolators[J]. *Journal of Vibration and Control*, 2018, 24(16): 3608-3616.
- [20] 利云云, 周徐斌, 陈卫东, 等. 一类双层高静低动刚度隔振系统动力学特性和应用局限性研究[J]. *振动工程学报*, 2021, 34(2): 364-371.  
LI Yunyun, ZHOU Xubin, CHEN Weidong, et al. Dynamic characteristics and application restrictions of a two-stage vibration isolation system with high-static-low-dynamic stiffness[J]. *Journal of Vibration Engineering*, 2021, 34(2): 364-371.
- [21] 刘兴天. 基于欧拉屈曲梁负刚度调节器的高静低动刚度隔振器研究[D]. 上海: 上海交通大学, 2013.  
LIU Xingtian. Research on high-static-low-dynamic stiffness isolator with Euler buckled beam negative stiffness corrector[D]. Shanghai: Shanghai Jiao Tong University, 2013.
- [22] 利云云. 基于欧拉屈曲梁的双层准零刚度隔振器行为和实验研究[D]. 南京: 南京航空航天大学, 2020.  
LI Yunyun. Dynamic behavior and experimental study of a two-stage vibration isolation system with quasi-zero stiffness based on Euler buckled beam[D]. Nanjing: Nanjing University of Aeronautics and Astronautics, 2020.

第一作者: 邵敏强(1979—),男,博士,副教授。

E-mail: m.q.shao@nuaa.edu.cn

通信作者: 陈卫东(1962—),男,博士,教授。

E-mail: chenwd@nuaa.edu.cn