

基于贝叶斯网络的隧道围岩变形动态预测模型

汪洪星¹, 李珂瑶¹, 张超^{2*}, 阮俊浩¹, 王丽萍¹, 刘伟³, 巫尚蔚¹

(1. 重庆科技大学 安全科学与工程学院, 重庆 400041; 2. 中国科学院武汉岩土力学研究所 岩土力学与工程安全全国重点实验室, 湖北 武汉 430071; 3. 重庆大学 资源与安全学院, 重庆 400044)

摘要: 基于现场监测位移数据驱动的隧道围岩变形动态预测方法, 存在着较大的局限性和滞后性。综合利用隧道工程建设资料蕴含的物理信息和位移时序曲线蕴含的数学信息, 通过物理信息机器学习的思想推导动态贝叶斯网络 (dynamic Bayesian network, DBN) 模型的构建方法, 实现围岩变形的动态预测。通过离散化处理、位移时序曲线重构等方式, 构建包含物理信息数据和极限位移数据的静态样本库, 及包含物理信息数据和位移时序曲线数据的动态样本库。基于静态样本特征, 改进 K2-score 算法建立极限位移预测的静态 BN 模型。基于静态 BN 模型和动态样本特征, 融合平稳随机过程约束和 Markov 过程约束等先验信息, 推导 Markov-DBN 的物理数据双驱动建模方法。融合约束增强优化的先验信息, 构建优化 Markov-DBN 模型。5 折交叉验证试验表明: Markov-DBN 模型的预测能力随时间增加而快速降低, 网络转移方向对其影响很大; 优化 Markov-DBN 模型建立了所有时刻目标节点与变形影响因素节点的增强约束联系, 其预测能力不随时间发生明显弱化, 不受网络转移方向的影响, 远高于 Markov-DBN 模型。案例分析表明: 隧道工程施工前和施工初期, 优化 Markov-DBN 模型即可实现位移时序曲线的有效预测, 克服了传统方法的局限性和滞后性; 隧道施工过程中, 实时输入现场监测位移数据, 可实现优化 Markov-DBN 模型的自我更新和围岩变形的动态预测。

关键词: 隧道工程; 围岩变形动态预测; 多源信息融合; 动态贝叶斯网络; 物理数据混合建模; 模型自我更新

中图分类号: U 45

文献标识码: A

文章编号: 1000-6915(2026)02-0553-25

第一作者: 汪洪星 (1983 -), 现任副教授, 主要从事基于机器学习算法的工程灾害预测和防控方面的研究工作。E-mail: 2021078@cqust.edu.cn

***通信作者:** 张超 (1978 -), 现任研究员, 主要从事岩土工程灾害防控方面的研究工作。E-mail: czhang@whrsm.ac.cn

Dynamic prediction model of tunnel surrounding rock deformation based on Bayesian network

WANG Hongxing¹, LI Keyao¹, ZHANG Chao^{2*}, RUAN Junhao¹, WANG Liping¹, LIU Wei³, WU Shangwei¹

(1. School of Safety Science and Engineering, Chongqing University of Science and Technology, Chongqing 400041, China;

2. State Key Laboratory of Geomechanics and Geotechnical Engineering Safety, Institute of Rock and Soil Mechanics, Chinese Academy of Sciences, Wuhan, Hubei 430071, China; 3. School of Resource and Safety Engineering,

Chongqing University, Chongqing 400044, China)

Abstract: Significant limitations and hysteresis are presented in dynamic prediction methods driven by on-site

收稿日期: 2025-07-03; **修回日期:** 2025-09-27

基金项目: 重庆市教育委员会科学技术研究项目 (KJQN202301530); 国家自然科学基金青年基金资助项目 (52304125); 重庆市自然科学基金面上项目 (CSTB2023NSCQ-MSX0828)

Supported by the Science and Technology Research Program of Chongqing Municipal Education Commission (Grant No. KJQN202301530), National Natural Science Foundation for Young Scholars of China (Grant No. 52304125) and Chongqing Natural Science Foundation Project (Grant No. CSTB2023NSCQ-MSX0828)

monitored displacement data for tunnel surrounding rock deformation. By comprehensively utilizing the physical information contained in tunnel construction project documents and the mathematical information from displacement time-series curves, a modelling method based on the dynamic Bayesian network (DBN) was developed using the concept of physical information machine learning (PIML) to achieve dynamic predictions of surrounding rock deformation. Through discretization processing and reconstruction of displacement time-series curves, a static sample database was established by combining physical information data with ultimate displacement data, while a dynamic sample database was created by integrating physical information data with displacement time-series curve data. Based on the characteristics of the static samples, the K2-score algorithm was improved to construct a static Bayesian network (BN) model for ultimate displacement prediction. Utilizing the static BN model and the characteristics of the dynamic samples, physical-data dual-drive modelling methods for the Markov DBN were derived by incorporating prior information, including the constraints of steady-state random processes and Markov process constraints. By integrating prior information for constraint-enhanced optimization, the optimized Markov DBN model was established. Five-fold cross-validation tests revealed that the prediction capability of the Markov DBN model decreased rapidly over time and that the network transition direction significantly affected this capability. In contrast, the prediction ability of the optimized Markov DBN model remained robust over time, was unaffected by the network transition direction, and significantly exceeded that of the Markov DBN model, as the optimized model enhanced constraint connections between target nodes and influencing factor nodes throughout the entire timeframe. Through engineering case analysis, it was concluded that before and during the early stages of tunnel construction, the optimized Markov DBN model could effectively predict displacement time-series curves, overcoming the limitations and hysteresis inherent in traditional methods. Furthermore, during construction, self-updating of the optimized Markov DBN model and dynamic predictions of surrounding rock deformation could be achieved by inputting the on-site monitored displacement data.

Key words: tunnel engineering; dynamic prediction of surrounding rock deformation; multi-source information fusion; dynamic Bayesian network; physical-data hybrid modelling; model self-update

First author: WANG Hongxing (1983 -), associate professor, is engaged in engineering disaster prediction and prevention based on machine learning algorithms. E-mail: 2021078@cqust.edu.cn

***Corresponding author:** ZHANG Chao (1978 -), research fellow, is engaged in geotechnical engineering disaster prevention and control. E-mail: czhang@whrsm.ac.cn

1 引言

隧道工程施工时常发生主体结构开裂、围岩垮塌等工程灾害,造成人员伤亡和工期延误。隧道工程灾害具有影响因素多、不确定性强等特点,其发生都伴随着围岩的持续变形^[1]。根据国际岩石力学学会的定义^[2]：“围岩变形是地质环境因素和施工因素共同作用下的动态非线性演化过程,是一种与时间相关的变形行为,……,具有复杂性、不确定性、多样性和时变性等特征”。进行围岩变形的精准预测,以变形速率、累计变形量、变形发展模式等动态特征指标对隧道施工安全进行预判,是防止隧道工程灾害发生的有效途径^[3]。目前,围岩变形预测方法大致可以分为2类:以围岩的物理力学指

标为基础的力学分析方法,和以围岩工程资料或现场位移监测为基础的数据驱动预测方法^[4-6]。

力学分析方法通过经验理论公式或弹黏塑性本构方程进行解析计算或数值计算,分析围岩变形的演化特征,实现围岩变形的预测,如:O. Aydan等^[7]提出运用切向相对应变来预测围岩挤压变形潜在趋势;K. Bian等^[8]开展了一系列的地应力试验和水-力耦合模拟试验,获取了卸荷条件下的围岩变形水-力耦合本构模型,提出了隧道工程开挖过程中岩体膨胀变形的数值分析法。由于计算公式的简化和围岩物理力学参数的不确定性,当越来越多的隧道工程面临超长、深埋、高地应力等复杂地质环境时,力学分析方法已不能准确指导隧道工程施工^[9]。基于围岩工程资料的数据驱动预测方法,运用机器学习算法探求围岩变形的内在规律从而实现围岩变形的

预测, 在工程中得到越来越广泛的应用^[10-11]。

基于工程资料的数据驱动预测方法, 以地质勘察报告和工程设计资料为基础, 根据围岩级别、隧道埋深、施工方法等样本数据, 探索围岩变形趋势与影响因素之间的内在关系, 构建变形预测模型, 如: X. D. Feng 和 R. Jimenez^[12]使用贝叶斯网络(Bayesian network, BN)模型预测隧道挤压大变形的发生概率; X. G. Wu 等^[13]建立了基于 BN 的地铁隧道施工风险模型, 能够在施工前实现隧道坍塌变形风险的预测。上述方法计算隧道围岩达到极限变形状态(大变形、坍塌变形等)的概率, 为隧道工程的选址、开挖支护工法的选择等提供指导^[14]。但是, 上述方法无法给出围岩变形的动态变化过程, 无法提取变形速率、变形发展模式等动态特征指标, 无法实现围岩稳定性的动态预测。

根据新奥法的施工理念, 采用监控量测的方法对隧道施工过程中的围岩变形进行监测、预测和分析, 是保障隧道施工安全的最有效措施^[15]。基于监测位移的数据驱动预测方法, 应用机器学习算法探索变形与时间之间的数学关系, 构建围岩变形预测模型, 可实现围岩稳定性的动态预测。该类方法的重点在数据的获取和算法模型的构建, 如: T. G. Feng 等^[16]提出了一种人工蜂群算法搜索策略改进随机森林(random forest, RF)模型, 通过现场监测位移数据对该模型进行训练, 实现了隧道围岩变形的高精度预测; S. Chen 等^[17]通过围岩变形实测数据构建混沌时间序列, 建立混沌时间序列-模糊神经网络模型进行隧道围岩变形预测, 预测的精度较高且稳定性较强。但是, 该类预测方法具有一定的滞后性和局限性^[2]: 一方面, 需要较长监测时间后, 才可采集大量数据进行模型训练和预测计算, 无法对隧道施作初期变形做出及时的预测, 更无法在隧道施作之前的设计阶段进行围岩变形的预测^[18]; 另一方面, 仅凭监测数据的数学信息进行围岩变形的预测, 没有合理利用隧道的地质环境条件、隧道结构、施工方法等物理信息, 导致预测效果具有一定的片面性, 无法根据现场物理信息的变化进行预测结果的及时更新, 且无法应对现场位移监测经常出现的的数据缺失问题^[19]。

基于工程资料的数据驱动预测方法, 有效地利用了围岩变形影响因素的物理信息; 基于现场监测位移的数据驱动预测方法, 有效地利用了监测位移时序数据的数学信息; 但是, 二者没有实现互补。

如果融合上述 2 种方法, 综合利用隧道工程资料的物理信息和监测位移时序曲线的数学信息, 构建围岩变形的动态预测模型, 将有效克服上述 2 种预测方法的不足, 实现围岩变形的全过程动态预测。融合多源信息的机器学习(machine learning, ML)动态模型已有相关的研究, 为变形动态预测模型的构建提供了探索的方向, 如: 张 振等^[20]通过融合雷诺平均(Reynolds-averaged Navier-Stokes equations, RANS)流场物理控制方程与大涡模拟(large eddy simulation, LES)温度场数据, 构建湍流普朗特数的物理信息神经网络(physic information neural network, PINN), 可动态调整湍流热扩散强度以实现温度场的精准预测; 卢鑫月等^[21]提出了基于动态贝叶斯网络(dynamic Bayesian network, DBN)和模糊综合评价的地铁隧道施工动态风险评估方法, 该方法综合应用风险因素指标和现场监测位移指标来计算施工风险, 可根据实时位移监测数据实现风险概率的动态更新; 但是, 该方法无法实现位移时序曲线的预测。

DBN 模型可结合物理先验信息设置约束条件, 融合样本数据统计相关性进行混合建模, 以克服稀疏/受限样本数据环境带来的模型训练挑战, 是一种高效的物理信息机器学习(physic information machine learning, PIML)模型, 可提升模型预测准确率、计算效率和物理一致性^[13]。相较于 PINN^[20]等融合物理控制方程和样本数据构建 ML 模型的方法, 应用 DBN 方法构建隧道围岩变形动态预测模型更具优势: (1) 现有物理控制方程(本构模型)无法准确地描述隧道围岩变形的发生规律; 而根据隧道围岩变形的物理信息数据和历史监测位移的数学信息数据, 即可构建变形动态预测的 DBN 模型, 且将显著提高计算效率; (2) DBN 模型没有严格的输入项和输出项^[11]——在 DBN 模型训练和测试时, 历史监测位移数据是输出项; 在 DBN 模型应用时, 早期监测位移数据可以是输出项或者输入项, 而未来监测位移数据则是输出项, 从而实现变形的动态预测和更新。由此可见, DBN 非常契合融合隧道工程资料、历史监测位移数据、现场监测位移数据等多源信息数据的变形动态预测模型的构建和应用。

因此, 本研究致力于探寻适用于隧道围岩变形动态预测的 DBN 模型构建和应用方法。采集隧道工程案例, 融合工程资料物理信息数据和历史监测

位移时序曲线的数学信息数据构造样本库；基于 PIML 的思想，融合样本数据和物理先验信息约束，推导 DBN 建模方法；设置对比试验，评价和筛选最优的 DBN 模型；通过案例分析和讨论，验证 DBN 模型的工程有效性，展示其动态预测和实时更新的方法。期望构建的围岩变形动态预测 DBN 模型，能够有效克服现有预测方法的滞后性和局限性等不足，实现隧道围岩变形的全过程高精度动态预测。

2 贝叶斯网络理论分析

2.1 贝叶斯网络的结构与参数

贝叶斯网络也称为贝叶斯信念网络(Bayesian confidence network, BCN)，由有向无环图(directed acyclic graph, DAG)和条件概率表(conditional probability table, CPT)组成，可以用于隧道围岩变形动态预测模型的构建，如图 1 所示。图 1(a)中，变量 X_1, X_2, \dots, X_n 为自变量(因素节点)，表示围岩变形的影响因素； Y 为因变量(目标节点)，表示围岩变形量。有向边由父节点指向子节点；自变量指向因变量的有向边，表示影响因素对围岩变形的直接影响；自变量之间的有向边，表示影响因素之间的指向性作用关系。图 1(a)中的 DAG，称为 BN 结构，表示节点间的指向性逻辑关系；图 1(b)中的 CPT，称为 BN 参数，表示不同父节点组合状

态下，子节点任一取值状态的取值概率。BN 模型表征所有节点之间的量化逻辑关系，不存在绝对的输入项(自变量)或输出项(因变量)——本文的研究将证明，BN 模型可以输入因素节点计算目标节点，也可以输入目标节点计算因素节点。图 1(a), (b)所示的 BN 模型没有考虑目标系统随时间的动态变化过程，称为静态贝叶斯网络模型(static Bayesian network model, SBN)，只能用来构建表征隧道围岩极限变形量与影响因素之间预测关系的静态预测模型。

动态贝叶斯网络是 SBN 在时间上的扩展，由初始网络 B_0 和转移网络 B_t 组成，如图 1(c)所示。初始网络即 SBN，表示节点之间的初始逻辑关系；转移网络是后续时间节点上的 BN 模型。图 1(c)中， t 时刻的转移网络 B_t 包含了 (x'_1, \dots, x'_n, y') 等节点构成的 SBN，还包含了 t 时刻之前的初始网络 B_0 和转移网络 B_1, B_2, \dots, B_{t-1} 对 t 时刻网络节点的影响。与初始网络 B_0 类似，转移网络 B_t 也包含了转移网络结构(DAG)和转移网络参数(CPT)。可见，可以基于隧道围岩极限变形预测的 SBN 模型，构建位移时序曲线预测的 DBN 模型，实现围岩变形的动态预测。由于受到 t 时刻之前系统状态的影响，转移网络 B_t 的结构和参数都是非常复杂且庞大的，需要加以一定的约束使其简化，以增加其适用性。

2.2 BN 的求解

对于图 1(a), (b)所示的 SBN 模型，应用贝叶斯公式进行围岩变形量的计算，贝叶斯公式^[13]为

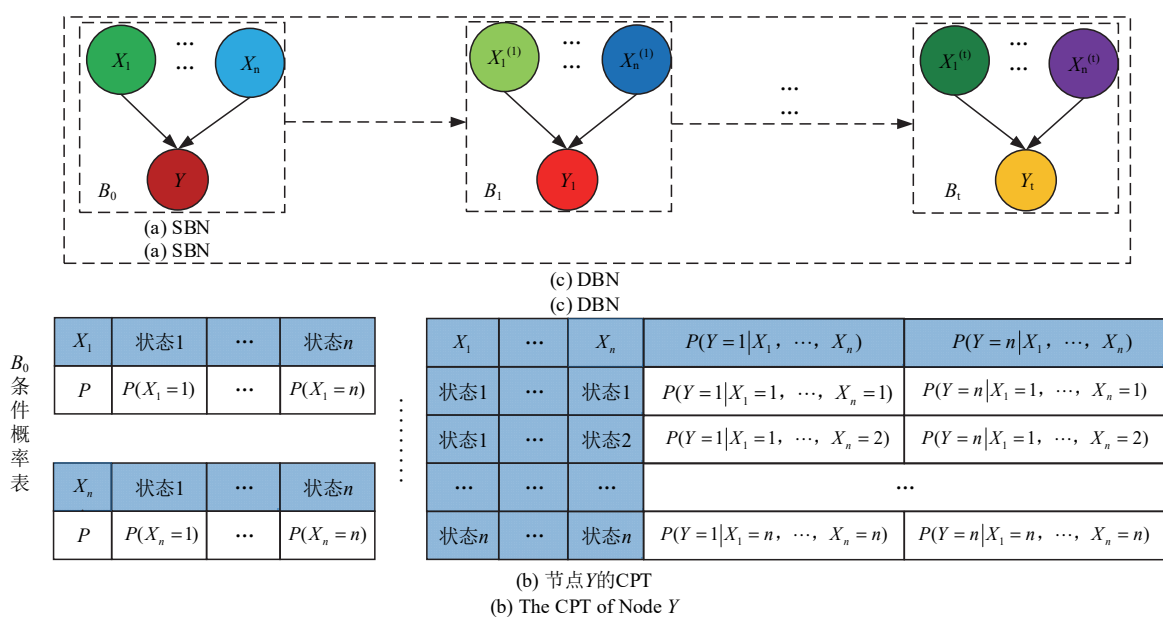


图 1 围岩变形动态预测的 BN 模型示意图

Fig.1 BN model diagram of surrounding rock deformation dynamic prediction

$$P(Y|X=e) = P(Y) \frac{P(X=e|Y)}{P(X=e)} = \frac{P(X=e|Y)P(Y)}{P(X=e)} = \frac{P(X=e, Y)}{P(X=e)} \quad (1)$$

式中： $X=(x_1, \dots, x_n)$ 为证据项(自变量)，表示围岩变形的影响因素； Y 为目标项(因变量)，表示围岩变形量； $P(Y|X=e)$ 为后验概率，即已知 X 的某个新证据 e 情况下， Y 为某个取值状态的概率； $P(Y)$ 为先验概率，是考虑 X 的新证据 e 之前变量 Y 为某个取值状态的概率，可以根据历史数据学习获得； $P(X=e|Y)$ 为 X 的似然度，也是一个条件概率，也可以基于历史数据计算得到； $P(X=e)$ 为 X 的新证据发生的概率； $P(X=e, Y)$ 为 (x_1, \dots, x_n, y) 的联合概率分布。

不同于朴素贝叶斯和半朴素贝叶斯直接根据式(1)的似然度 $P(X=e|Y)$ 进行计算，BN模型的网络结构极其复杂，需要结合Markov链规则和条件独立性规则对式(1)最右端的联合概率分布 $P(X=e, Y)$ 进行分解，通过CPT中的条件概率来进行联合概率的计算，计算式^[22-23]为

$$P(x_1, \dots, x_n, y) = P(x_1)P(x_2|x_1) \dots P(x_n|x_1, x_2, \dots, x_{n-1})P(y|x_1, x_2, \dots, x_n) = \prod_{i=1}^n P[x_i|\pi(x_i)]P[y|\pi(y)] \quad (2)$$

式中： $\pi(x_i)$ 为变量 x_i 的父节点集合； $\pi(y)$ 为 y 的父节点集合； $P[x_i|\pi(x_i)]$ 和 $P[y|\pi(y)]$ 为 x_i 和 y 的条件概率，可以从BN模型的CPT中获取。

同理，应用Markov链规则和条件独立性规则对式(1)最右端的概率分布 $P(X=e)$ 进行分解，将分解后的结果与式(2)一起代入式(1)，得到用条件概率表示的计算式^[13]：

$$P(Y|X=e) = \frac{P(X=e, Y)}{P(X=e)} = \frac{\prod_{i=1}^n P[x_i|\pi(x_i)]P[y|\pi(y)]}{\sum_y \prod_{i=1}^n P[x_i|\pi(x_i)]P[y|\pi(y)]} \quad (3)$$

根据式(3)，即可在获取证据项 $X=e$ 的情况下，从BN模型的CPT中提取条件概率计算目标项 Y 的取值概率。

对于如图1(c)所示的DBN模型，将DBN模型等价多个SBN模型组合而成的复合BN模型，针对所有时刻节点 $M=[X^T, Y^T]=(x_1^1, x_2^1, \dots, x_n^1, y_1; x_1^2, x_2^2, \dots, x_n^2, y_2; \dots; x_1^T, x_2^T, \dots, x_n^T, y_T)$ 构建

DBN的DAG和CPT后，应用与式(3)同样的方式，构建下式^[21]实现不同时刻围岩变形量 Y^t 的计算：

$$P(Y^T|X^T=e) = \frac{P(X^T=e, Y^T)}{P(X^T=e)} = \frac{\prod_{t=0}^T \prod_{i=1}^n P[X_{it}|\pi(X_{it})] \prod_{t=0}^T P[y_t|\pi(y_t)]}{\sum_y \prod_{t=0}^T \prod_{i=1}^n P[X_{it}|\pi(x_{it})] \prod_{t=0}^T P[y_t|\pi(y_t)]} \quad (4)$$

式中： Y^T 为作为目标项在 $t=(0, 1, \dots, T)$ 时刻的围岩位移值， $X^T=e$ 为作为证据项的影响因素在 $t=(0, 1, \dots, T)$ 时刻的取值， $P(X^T=e, Y^T)$ 为 Y^T 与 X^T 的联合分布概率， $P(X^T=e)$ 为 X^T 的边缘分布概率， $P[x_{it}|\pi(x_{it})]$ 为任一 t 时刻第 i 个因素节点的条件概率， $P[y_t|\pi(y_t)]$ 为任一 t 时刻目标节点的条件概率。

式(4)和(3)的构建方法，是完全相同的，其区别仅在于：式(3)描述的是某一个时刻，隧道围岩位移值与其影响因素之间的关系；而式(4)描述了动态系统中，在给定所有时刻影响因素取值的情况下，目标变量在各时刻取值的联合概率分布。

当BN结构和参数不是很复杂的时候，可以从BN模型最顶层的根节点(没有父节点的节点)开始向下逐层计算实现式(3)，(4)的精确求解，也可以使用变量消元法对其进行精确求解。当模型比较复杂的时候，可使用团树法(joint tree method)对式(3)，(4)进行精确求解；当模型过于复杂的时候，需要使用吉布斯采样法、Markov链蒙特卡罗法(Markov chain Monte Carlo method, MCMC)、变分法等近似求解法^[24]。本研究的模型复杂度适中，将采用团树法对其进行求解，求解速度较快。

2.3 BN模型的更新

一般的情况下，围岩变形影响因素 $X^T=(x^0; x^1; x^2; \dots; x^i; \dots; x^T)$ ，可在隧道施工前的设计阶段通过地质勘查资料和工程设计资料确定下来的，并且大部分情况下不同时刻的 x_i^t 是保持一致的。因此，基于式(4)，在隧道工程的设计阶段，就可输入围岩影响因素取值，计算得到任一时刻 $t=(0, 1, \dots, T)$ 的变形量取值，获取位移 Y^T 的时序曲线，用做隧道工程稳定性判断、二次衬砌施作时机选择和监测预警值设置的依据。

在隧道工程的施工阶段，从获取第1个时刻的监测位移数据 Y_{real}^0 开始，将每一个时刻 t_m 的监测位移数据 $Y_{real}=(Y_{real}^0, Y_{real}^1, Y_{real}^2, \dots, Y_{real}^{t_m})$ 作为新的证据项代入DBN模型中，可对位移时序曲线上后续的 $Y_{pred}=(Y_{pred}^{t_m+1}, Y_{pred}^{t_m+2}, \dots, Y_{pred}^{t_m+m})$ 进行更新，如下

所示:

$$P[Y_{\text{pred}} | (X^T, Y_{\text{real}}) = e] = \frac{P[(X^T, Y_{\text{real}}) = e, Y_{\text{pred}}]}{P[(X^T, Y_{\text{real}}) = e]} = \left\{ \prod_{t=0}^T \prod_{i=1}^n P[x_{ti} | \pi(x_{ti})] \right\} \left\{ \prod_{t=0}^{t_m} P[y'_{\text{real}} | \pi(y'_{\text{real}})] \right\} \cdot \left\{ \prod_{t=t_m}^T P[y'_{\text{pred}} | \pi(y'_{\text{pred}})] \right\} / \left\{ \sum_{y'_{\text{pred}}} \left\{ \prod_{t=0}^T \prod_{i=1}^n P[x_{ti} | \pi(x_{ti})] \right\} \cdot \left\{ \prod_{t=0}^{t_m} P[y'_{\text{real}} | \pi(y'_{\text{real}})] \right\} \cdot \left\{ \prod_{t=t_m}^T P[y'_{\text{pred}} | \pi(y'_{\text{pred}})] \right\} \right\} \quad (5)$$

在施工阶段, 如果现场补充勘探或者超前钻探得到的地质环境条件, 与前期工程地质勘察中提供的地质环境条件不同; 或者隧道施作现场的工程结构或开挖支护方法发生了改变, 可将上述更新后的工程地质条件、工程结构特征或开挖支护方法等, 与监测位移数据 Y_{real} 一起形成新的证据项 $(X_{\text{new}}, Y_{\text{real}}) = e$ 代入式(5)中, 对原始的证据项 $(X, Y_{\text{real}}) = e$ 进行替换, 计算得出更新后的 $P[Y_{\text{pred}} | (X_{\text{new}}, Y_{\text{real}}) = e]$, 从而实现对现场新发现证据项的有效利用。

综上所述, 通过采集隧道工程的工程资料数据和历史监测位移数据构造融合围岩动态变形的物理信息和数学信息的样本库, 可以建立隧道围岩变形动态预测的 DBN 模型。基于构建的 DBN 模型, 在隧道工程施工之前或者施作早期, 仅输入工程资料数据或者辅以少量的早期监测数据, 可实现施工期间位移时序曲线的预测; 施工期间, 当获取了更多的现场监测位移数据, 或现场的工程地质数据或施工方法发生变化时, 可以及时输入新增的监测位移值或变更的工程资料数据, 实现位移时序曲线的动态更新。构建的隧道围岩变形动态 DBN 模型, 将有效克服现有方法的动态预测能力不足、滞后性和局限性等问题。

3 样本数据的采集与分析

3.1 数据采集

通过知网数据库, 设置包括影响因素和时序位移数据等关键词的检索策略, 采集文献; 结合工程资料搜集, 获取近几十年来隧道工程案例数据共 400 组。每组案例数据中包含了围岩变形影响因素取值和历史监测位移时序曲线。基于重要性和易获取性原则, 通过理论分析和文献计量分析等方法,

计算影响因素的重要程度系数, 筛选了包括地质环境条件、隧道结构特征、施工条件等多方面共 14 个影响因素, 作为围岩变形预测 BN 模型的因素变量。为满足 BN 模型构建的需要, 从 400 组案例数据中筛选出数据较为完备的 130 组案例数据, 用于模型训练样本库的构建, 部分案例数据如表 1 所示。

3.2 影响因素的离散化取值

影响因素变量既有离散型变量也有连续型变量和描述型变量。但是, SBN 和 DBN 更加青睐于对离散型变量进行计算。因此, 参照张广泽等^[25-36]的研究成果, 对所有变量进行离散化, 通过一个离散取值表征一个取值区间(见表 2), 如: 采用规范^[26]中对围岩级别的定义, 对“围岩级别”这个变量进行离散化; 基于规范^[27]对隧道埋深、隧道开挖跨度的分类, 分别对“隧道埋深”、“隧道开挖跨度”等变量进行离散化。离散化的区间划分越小, 对变量的信息挖掘更准确; 但是, 过小的区间划分将导致变量取值状态的样本数量过少, 影响机器学习模型训练的效果。因此, 本研究在进行变量离散化时, 尽量遵从现有规范标准或研究成果对上述变量的区间划分方式, 既可保障 BN 模型训练的合理性, 也更符合工程技术人员的技术习惯。变量离散化后可契合 BN 模型的计算, 同时可克服影响因素取值的随机性和不确定性对计算结果的影响。

由表 2 可知, 14 个影响因素均被划分 3~4 个取值状态(仅 X_{11} 被划分为 5 个取值状态)。每个变量的离散化基本上覆盖了所有可能的取值状态。取值状态 L_1, L_2, L_3, L_4 和 L_5 表征了影响因素导致隧道围岩发生变形的难易程度, L_1 表示最不易导致围岩变形, L_5 表示最容易导致围岩发生变形。每一个取值状态, 都可从隧道工程的地勘报告、设计资料或评价资料等工程资料中获取。总体而言, 影响因素的离散化符合工程应用习惯, 易于进行针对性的取值。同时, SBN 和 DBN 基于概率理论对表征取值区间的离散型变量进行概率计算, 符合隧道工程全概率可靠性分析的要求^[37]。根据表 2 所示的离散化处理方法, 得到每个案例中每个影响因素的取值, 据以构建影响因素样本库, 代表了构建隧道围岩变形动态预测模型的物理信息数据。

3.3 位移时序曲线重构

根据隧道工程围岩变形的特征和变形监测的习

表 1 隧道围岩变形预测模型构建的案例数据(部分案例)

Table 1 Case data for prediction model construction of tunnel surrounding rock deformation (partial cases)

隧道名称 (tunnel name)	地质环境条件和隧道结构特征 (geological environment condition and tunnel structure characteristic)							施工条件 (construction condition)		
	围岩级别 (surrounding rock classification)	围岩岩性 (surrounding rock lithology)	围岩结构 (surrounding rock structure)	初始地应力 (initial in-situ stress state)	主要结构面倾角(dip angles of dominant discontinuities)/(°)	隧道埋深 (tunnel burial depth)/m	隧道开挖跨度 (tunnel excavation span)	地层含水状况 (groundwater condition)	地下水控制 (groundwater control)	超前支护工法 (advanced support activation)
祥和隧道 D1K153+340 ^[38]	IV	花岗岩、砂岩、板岩	破碎	高应力	- *	最大 705	12~14	富水	合理	超前锚杆
祥和隧道 D1K150+455 ^[38]	IV	灰岩、白云岩	破碎	高应力	40	最大 705	12~14	富水	合理	超前锚杆
堡镇隧道 DK73+300 ^[38]	IV	粉砂质页岩	较破碎	极高应力	-	400+	>14	富水	合理	超前锚杆
化马隧道 DK302+177 ^[39]	IV	灰岩、夹板岩	破碎	一般地应力	80	最大 1 300+	14.600	较富水	合理	超前锚杆
白炭坞隧道 ZK7+815 ^[40]	IV	风化流纹斑岩夹泥质粉砂岩	破碎	一般地应力	-	52~121	12~14	地下水活动多、丰富	合理	超前小导管

隧道名称 (tunnel name)	施工条件(construction conditions)				变形量(deformation)/mm						
	开挖工法 (excavation method)	围岩扰动程度 (surrounding rock disturbance intensity)	支护时机 (support time)	支护强度 (support strength)	变形观测对象 (deformation monitoring object)	观测时长 (monitoring duration)/d	观测 1 d (observed 1 d)	观测 2 d (observed 2 d)	观测 3 d (observed 3 d)	观测 4 d (observed 4 d)	...
祥和隧道 D1K153+340 ^[38]	短台阶开挖法	中等扰动	合理	中等强度	拱顶下沉	26	16.240	23.830	32.760	40.430	...
祥和隧道 D1K150+455 ^[38]	短台阶开挖法	中等扰动	合理	中等强度	拱顶下沉	26	18.760	29.300	37.320	44.580	...
堡镇隧道 DK73+300 ^[38]	三台阶开挖法	中等扰动	合理	中等强度	水平收敛	18	19.020	35.890	50.570	63.300	...
化马隧道 DK302+177 ^[39]	三台阶开挖法	中等扰动	不合理	中等强度**	水平收敛	32	21.000	46.000	58.000	65.000	...
白炭坞隧道 ZK7+815 ^[40]	超短台阶法	中等扰动	不合理	低强度	拱顶下沉	56	30.700	45.100	53.300	60.600	...

注：*表示数据缺失；**代表性支护方式：曲墙带仰拱复合式衬砌，初支采用喷锚支护，强度等级 C35 混凝土 25 cm 厚，锚杆 3.5 m，1.2 m×1.2 m，钢筋网间距 20 cm×20 cm。

惯，分别采集拱顶下沉和水平收敛 2 个变形量的时序曲线数据，如图 2 所示。对拱顶下沉和水平收敛的取值分布进行统计分析发现，拱顶下沉的取值分布状态与水平收敛区别较大，不具有同步性。同一个案例中，拱顶下沉和水平收敛不同步的情况也很多——同一隧道的拱顶下沉取值状态与水平收敛取值状态的差异很大，如图 2 所示。如果将拱顶下沉和水平收敛 2 个位移值放在同 1 个预测模型里面，各个影响因素的取值相同而 2 个位移值不同步，将导致数据学习的学习逻辑出现混乱，构建出的模型无法反映影响因素之间、影响因素与位移值之间的真实关系^[41]。因此，本研究分别构建拱顶下沉的样本库和水平收敛的样本库，继而分别构建各自的

BN 预测模型。

如图 1(c)所示，DBN 模型表达的是动态系统中 SBN 模型随时间的变化过程。理论上来说，时间是连续型的变量，DBN 模型应该是无数个 SBN 模型的动态变化过程——其实现难度很大。如前所述，BN 模型更加青睐于离散型变量的计算。因此，DBN 中将连续性的时间也进行离散化，将 DBN 表达为有限个时间节点上 SBN 的集合：初始时间节点上的 BN 为初始网络 B_0 ，后续时间节点 t 上的 BN 为转移网络 B_t ；任何 1 个时间节点上的 B_t 包含了该时刻因素节点和目标节点之间的指向性连接，也包含了该时刻以前的 BN 与该时刻所有节点之间的指向性连接网络。

表 2 围岩变形影响因素变量及其离散化
Table 2 Influencing factor variables of surrounding rock deformation and their discretization

取值状态 (variable state)	因素节点(factor node)						
	围岩级别 X_1 (surrounding rock classification)	围岩岩性 X_2 (surrounding rock lithology)	围岩结构 X_3 (surrounding rock structure)	初始地应力状态 X_4 (initial in-situ stress state)	主要结构面倾角 X_5 (dip angles of dominant discontinuities)/(°)	隧道埋深 X_6 (tunnel burial depth)/m	隧道开挖跨度 X_7 (tunnel excavation span)/m
L_1	I、II	石灰岩、白云岩等	完整、较完整	一般地应力	>75	<50	小(5~8.5)
L_2	III	砂砾岩、玄武岩等	较破碎	高地应力	30~75	50~300	中(8.5~12)
L_3	IV	黏土岩、页岩等	破碎、极破碎	极高地应力	<30	>300	大(12~14)
L_4	V	砂岩、泥岩等	破碎、极破碎	-	-	-	特大(>14)

取值状态 (variable state)	因素节点(factor node)						
	地层含水状况 X_8 (groundwater condition)	地下水控制 X_9 (groundwater control)	超前支护工法 X_{10} (advanced support activation)	开挖工法 X_{11} (excavation method)	围岩扰动程度 X_{12} (surrounding rock disturbance intensity)	支护时机 X_{13} (support time)	支护强度 X_{14} (support strength)
L_1	不发育	好	注浆加固堵水	CRD	扰动较小	合理	较高
L_2	弱发育	中等	超前小导管、管棚	侧壁导坑法	中等扰动	偏晚	中等
L_3	发育	不好	组合支护	留核心土法	大扰动	过晚	较低
L_4	发育	不好	无超前支护	台阶法(L_4): 全断面开挖(L_5)	大扰动	过晚	较低

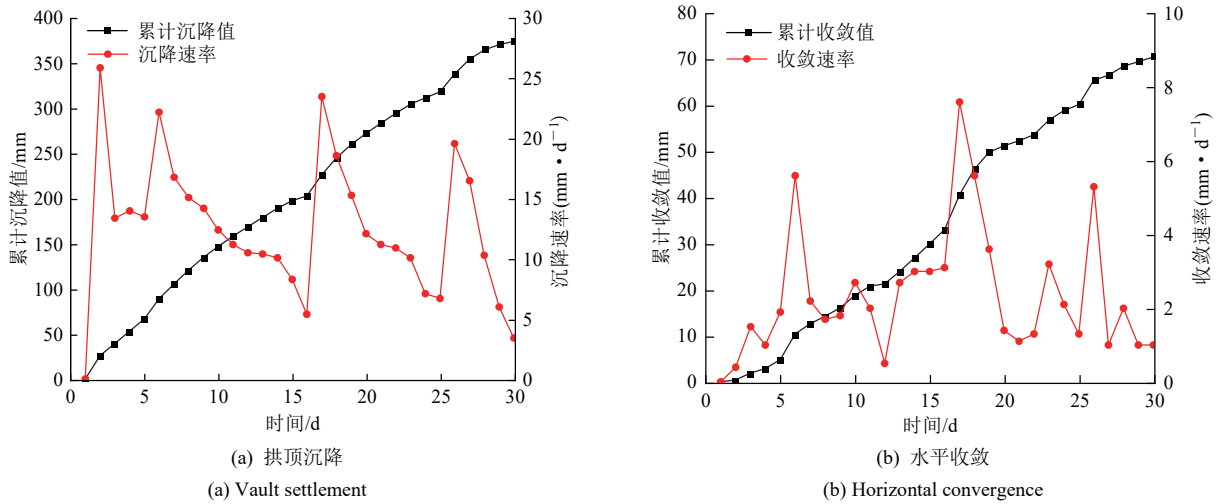


图 2 案例库中的典型位移时序曲线

Fig.2 Typical displacement time-series curves in the case database

本文中，围岩位移时序曲线数据是以 1 d 为单位进行采集的(见图 2)，相当于是已经以 1 d 为时间变量进行了离散。为了降低时间节点的数量，以降低 DBN 模型的复杂度，根据案例库中历史位移监测数据的特点，提出以下 4 种时间节点划分方法以实现位移时序曲线的重构：TNP(time node partition) 1，所有的历史位移监测数据以 3 d 为一个时间节点进行划分；TNP 2，以 5 d 为一个时间节点进行划分；TNP 3，根据真实监测时间长度，将其等分为 10 个时间节点；TNP 4，将所有原

始历史位移监测数据补充至最大天数 70 d 再以 5 d 为一个时间节点进行划分——对于稳定型位移时序曲线，可以直接将最终的稳定位移值(极限位移值)向后补充至 70 d；对于其他类型的位移时序曲线，根据其线型特征分别选用线性插值函数、拉格朗日插值函数、样条插值函数(三次样条插值、自然插值、B 样条插值等)等插值方法，对其进行外推插值，且通过均方根误差、平均绝对误差、相关系数等多个指标对插值误差和插值合理性进行综合评价分析，为每一个位移时

序曲线确定最优的插值外推方法。

因为不同隧道有不同的工程要求，采集的时序曲线时长是不一致的——案例库中最短的监测时间为 18 d，最长的监测时间为 70 d。由于不同案例监测时长的不同，TNP 1 和 TNP 2 构造的时序曲线存在着较多的缺省数据，将一定程度上影响模型的构建效果。TNP 3 构造的时序曲线与真实时间不对应，导致时间节点的物理意义不明确。TNP 4 有效地利用了历史监测位移数据的变化趋势，弥补了部分案例数据采集不充分的缺陷，但是其合理性仍然有待验证。

3.4 位移值的离散与样本库的构建

基于上述 4 种时间节点划分方式构造的位移时序曲线，取时序曲线最右端的累计值(极限变形量)作为隧道围岩变形量的静态表征，形成极限位移样本库进行 SBN 预测模型的构建；取时序曲线上不同时间节点的累计值作为变形量的动态表征，形成时序位移样本库进行 DBN 预测模型的构建。基于 TNP1~3 方法构造时序曲线形成的极限位移样本库是相同的，基于 TNP4 方法构造时序曲线的极限位移样本库是不同的。TNP1~4 构造时序曲线的时序位移样本库都不同。

针对每一个时间节点处的位移值(包括拱顶下沉和水平收敛值)，参照国内外相关规范和张广泽等^[25]的研究成果，将位移值离散为 8 个取值区间，如表 3 所示。由表 3 可知，即使经过筛选，部分样本数据仍然存在空缺值。好在相对于其他的机器学习模型，BN 模型对于存在空缺值的样本具有更好的处理能力；后续，还将融入隧道围岩变形的物理信息，结合数据信息进行混合建模，以保证模型的有效性。离散后的位移值，更加有利于 BN 模型的

表 3 围岩位移值的离散化

Table 3 Discretization of displacement values of surrounding rock

取值状态 (variable state)	位移值 (displacement)/ mm	拱顶下沉样本量 (sample size of crown settlement) N_1	水平收敛样本量(sample size of horizontal convergence) N_2
L_1	≤ 50	41	28
L_2	50~100	20	57
L_3	100~150	19	26
L_4	150~200	26	5
L_5	200~250	10	4
L_6	250~300	7	5
L_7	300~350	6	3
L_8	350~400	1	2

构建；据以构建的 BN 预测模型，可以根据现场工程资料和前期监测数据，正向推理得到离散型位移值，直接用于隧道变形的监测预警。表 3 所示的离散化操作符合工程应用习惯，且比大部分规范中的区间划分更为精细，可以提升变形预测模型在险情预警时的精度。但同时，也导致表 3 中的位移值样本分布不均衡——这是基于大量实测数据统计得到的客观结果，真实反映了隧道围岩变形的实际分布规律，不存在取样偏差问题。真实分布的样本数据，反映了隧道围岩位移值的真实分布规律，据以构建的 BN 模型更为符合真实情况。因此，本研究没有采取措施对样本数据进行调控，而是保持真实样本进行模型的构建和训练。

基于上述位移时序曲线重构和位移值离散的方法，可完成极限位移样本库和时序位移样本库的构建，构建的 TNP 4 拱顶下沉的部分时序位移样本如表 4 所示。时序位移样本库代表了构建隧道围岩变形动态预测模型的数学信息数据。融合上述影响因

表 4 TNP 4 拱顶下沉的部分时序位移样本

Table 4 Partial time-series displacement sample data of TNP 4 vault settlement

观测断面 (monitored section)	时间节点(time node)															实际观测时间(actual monitoring time)/d
	y_0^*	y_1	y_2	y_3	y_4	y_5	y_6	y_7	y_8	y_9	y_{10}	y_{11}	y_{12}	y_{13}	y_{14}^{**}	
祥和隧道 D1K153+340 ^[38]	L_1	L_1	L_2	L_2	L_2	L_2	L_2	L_2	L_2	L_2	L_2	L_2	L_2	L_2	L_2	26
祥和隧道 D1K150+455 ^[38]	L_1	L_2	L_2	L_3	L_3	L_3	L_3	L_3	L_3	L_3	L_3	L_3	L_3	L_3	L_3	26
堡镇隧道 YDK79+117 ^[38]	L_1	L_3	L_3	L_3	L_3	L_3	L_3	L_3	L_3	L_3	L_3	L_3	L_3	L_3	L_3	40
化马隧道 DK302+177 ^[39]	L_1	L_2	L_4	L_4	L_5	L_5	L_5	L_5	L_5	L_5	L_5	L_5	L_5	L_5	L_5	32
白炭垵隧道 ZK7+815 ^[40]	L_1	L_2	L_3	L_3	L_3	L_3	L_3	L_3	L_3	L_3	L_3	L_3	L_3	L_3	L_3	56

注：*表示对应于图 1(c)中的 Y_i ，**表示对应于图 1(a)中的 Y_i 。

素样本库和极限位移样本库，得到据以构建极限位移预测 SBN 模型的静态样本库；融合影响因素样本库和时序位移样本库，得到据以构建时序位移预测 DBN 模型的动态样本库。

由此可见，构建的动态预测 BN 模型本质上是关于位移取值状态的分类预测模型，不是传统意义上的回归预测模型。工程上进行隧道变形监测预警时，基于变形预警值对监测位移数据进行分析——很多时候，变形预警值也是取值区间，即离散型变量。因此，基于构建的分类预测模型，根据现场工程资料和前期监测数据进行正向推理得到的离散型位移值，可以直接用于隧道变形监测预警。

为了克服小样本量给模型训练和测试带来的不确定性，引入 K(5)折交叉验证试验^[42-43]对 BN 模型进行训练和测试：把 130 组样本数据随机划分成 5 等份，轮流将每份数据都做一次测试集，其余的 4 份作为训练集，进行模型的训练和验证；交叉验证进行 5 次，取 5 次验证指标的平均值来评价模型的性能。需要注意的是，本研究所有 DBN 模型的网络结构都是根据 130 组样本构建的；5 折交叉验证试验是针对各个模型的参数(条件概率表)进行的。

4 变形动态预测模型的构建

4.1 SBN 模型的构建

4.1.1 SBN 结构

K2-score 算法是常用的 BN 结构构建方法，其通过爬山法对可能存在的指向边进行搜索，通过下式^[28]所示的评分函数对网络结构进行评价：

$$\begin{aligned} \operatorname{argmax}_{B_S} [P(B_S, \mathbf{D})] = \\ P(B_S) \operatorname{argmax}_{B_S} \prod_{i=1}^n \left[\prod_{j=1}^{q_i} \frac{(r_i - 1)!}{(N_{ij} + r_i - 1)!} N_{ij} \prod_{k=1}^{r_i} N_{ijk} \right] = \\ P(B_S) \operatorname{argmax}_{B_S} \left[\prod_{i=1}^n g(x_i, \boldsymbol{\pi}_i) \right] \end{aligned} \quad (6)$$

式中： $P(B_S, \mathbf{D})$ 为模型的评分值，评分值越高，模型性能越优， B_S 为 BN 结构， \mathbf{D} 为样本数据； $P(B_S)$ 为模型的先验概率，可以通过历史数据获取，本研究中该先验概率取为定值； n 为变量个数； q_i 为父节点集的状态等级个数； r_i 为变量的状态等级个数； N_{ijk} 为样本数据中变量 x_i 的父节点集 $\boldsymbol{\pi}_i$ 的状态为 j 时，该变量状态为 k 的数据量； N_{ij} 为样本数据中变量 x_i 的父节点集 $\boldsymbol{\pi}_i$ 的状态为 j

时，该变量所有状态的数据量。

K2-score 算法构建 SBN 模型结构的主要流程为(见图 3)：首先，构建一个空网络或简易网络作为初始网络；接着，根据节点排序和节点的最大父节点数量，给每个节点添加(删除)父节点(默认为通过爬山法进行父节点的增减)，观察网络结构的评分函数值变化——若添加或删除一个父节点后评分函数值增加，则保留该操作，否则复原并继续下一个父节点的添加或删除，直到遍历所有的父节点或者达到最大父节点数量，完成该节点的父节点增减操作；然后，继续下一个子节点的父节点添加(删除)操作。通过对每一个节点进行类似的操作直到遍历所有的节点，结束爬山法的搜索，完成 SBN 模型网络结构的构建。

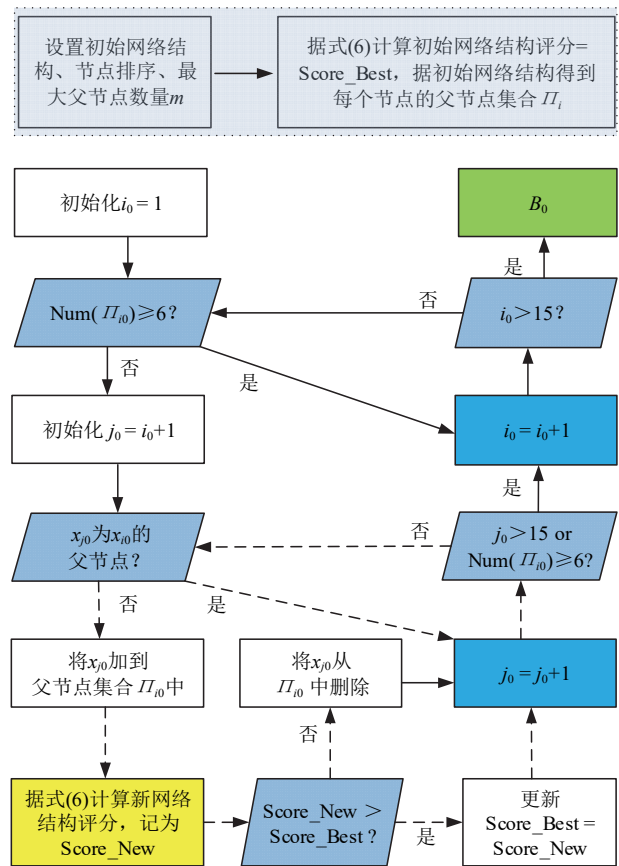


图 3 K2-score 算法(爬山法)构建 BN 结构的流程图

Fig.3 BN structure construction flow chart by K2-score algorithm(mountain climbing method)

常规的 K2-score 算法中，初始网络、节点排序和最大父节点数量通常是通过专家经验的方法进行确定，具有较大的主观性，存在计算量太大、计算效率低、随机性大等问题，最终导致计算结果不可靠。鉴于此，本研究通过样本数据进行影响因素的

解释结构模型(interpretive structure model, ISM)分析, 对初始网络、节点排序和最大父节点数量进行约束设置, 实现 K2-score 算法的优化: (1) 将影响因素的 ISM 作为 K2-score 算法的初始网络; (2) 节点排序为 $[X_2, X_3, X_1, X_4, X_6, X_{11}, X_7, X_{10},$

$X_8, X_{12}, X_{13}, X_5, X_9, X_{14}, Y]$; (3) 最大父节点数量为 6。应用优化的 K2-score 算法, 分别基于拱顶下沉静态样本库和水平收敛静态样本库——取 TNP1~3 方法构造时序曲线形成的极限位移, 构建隧道围岩变形的 SBN 结构, 如图 4 所示。

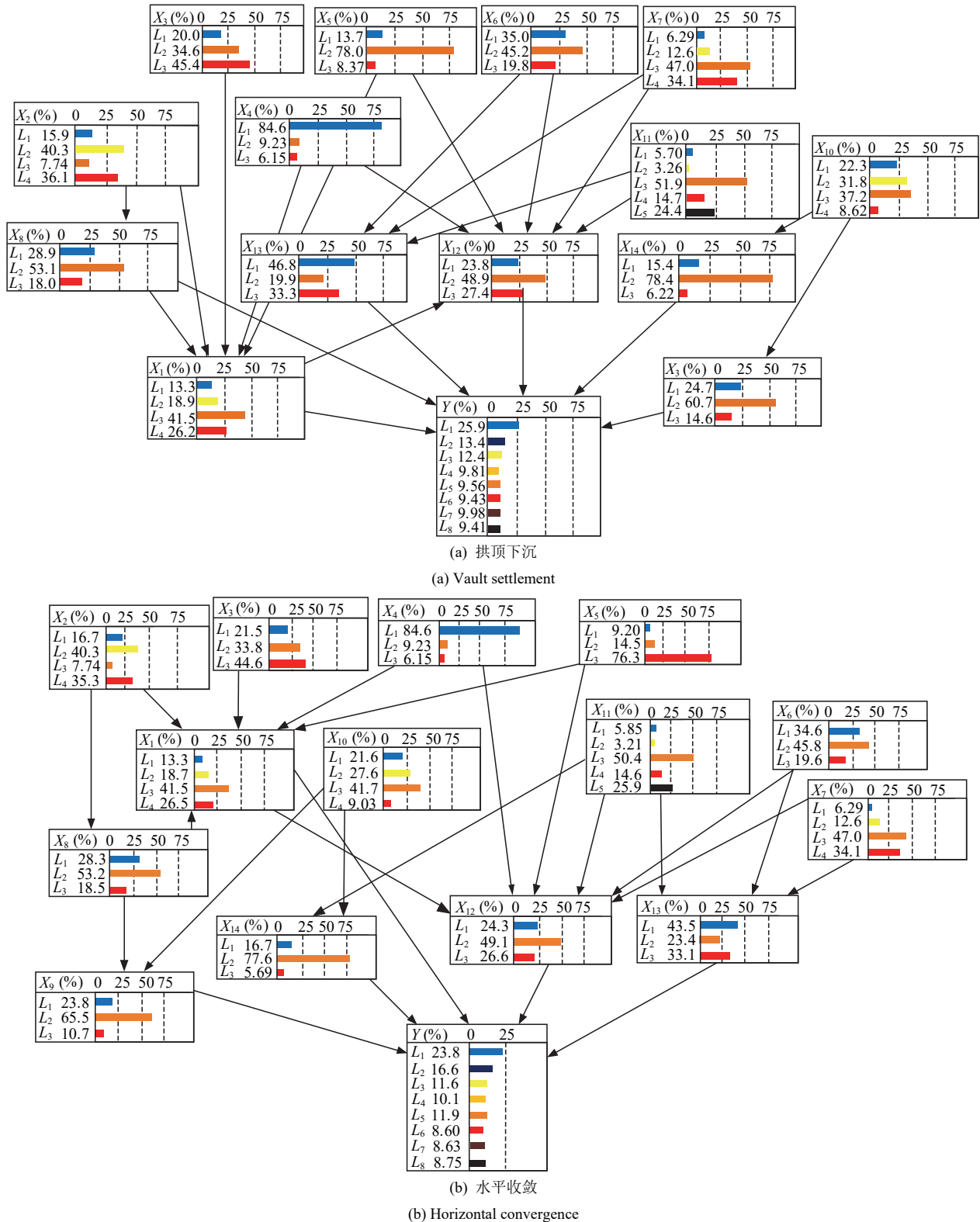


图 4 围岩变形预测的 SBN 模型

Fig.4 SBN model of surrounding rock deformation prediction

图 4 中，2 个 SBN 结构都符合工程逻辑，如：岩性、围岩结构、初始地应力、主要结构面倾角和地层含水状况等因素，对围岩级别产生直接影响作用；开挖工法、开挖跨度及各工程地质因素造成围岩扰动，通过围岩扰动程度间接影响围岩变形；支护强度、支护时机、围岩扰动程度、围岩级别作为重要的关键因素，直接影响围岩变形等，都由 SBN 结构清楚地展示出来。但是，图 4 中的 2 个 SBN 模型结构也存在着部分不同的连接关系，如水平收敛 SBN 结构中，地层含水状况节点通过地下水控制节点间接影响围岩变形，而拱顶下沉 SBN 结构中两者均直接指向围岩变形节点；水平收敛 SBN 结构中，开挖工法与支护强度之间存在直接连接，而拱顶下沉 SBN 结构中则不存在此连接。上述差异是拱顶下沉和水平收敛样本数据深层次差异的直观体现，证明了应用优化 K2-score 算法深度挖掘历史数据进行 SBN 模型构建的必要性，同时证明了分别针对拱顶下沉和水平收敛构建预测模型的合理性。

4.1.2 SBN 参数

尽管已经进行了初步筛选，样本库中仍然存在着较多的缺省值。此时，常规的精确计算方法如最大似然估计法(maximum likelihood estimation, MLE)和贝叶斯估计法等无法在样本存在缺省值时完成 BN 参数的计算，只能使用期望最大化法(expectation-maximization, EM)、MC 法和 Gaussian 法等近似算法计算条件概率表。其中，EM 法是最常用的方法，其算法思想是：(1) 随机设置 1 个初始参数 θ^0 ；(2) 根据 θ^0 对样本中的缺省值进行填充形成完整的样本，通过 MLE 算法计算参数 θ 的期望对数似然函数，计算式^[37]为

$$\lg L(\theta | D_i) = \sum_{i=1}^N \sum_{x_j} p(x_j | D_i, \theta) \lg p(D_i, x_j | \theta) \quad (7)$$

式中： N 为样本量； x_j 为样本 D_i 中缺省变量的集合； θ' 为当前迭代步骤得到的参数； $p(x_j | D_i, \theta')$ 为 BN 参数为 θ' 时，根据样本 D_i 计算得到的缺省值取值为 x_j 的概率，当 x_j 为空集时， $p(x_j | D_i, \theta')=1$ ； $\lg p(D_i, x_j | \theta)$ 为添加修补样本 x_j 后形成完整样本 (D_i, x_j) 时参数 θ 的似然度，可以根据下式^[19]进行计算：

$$\begin{aligned} \lg p(D_i, x_j | \theta) &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{q_i} \sum_{k=1}^{r_j} \lg p(D_i, x_j | \theta_{ijk}) = \\ &= \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^{q_i} \sum_{k=1}^{r_j} N_{ijk} \lg \theta_{ijk} \end{aligned} \quad (8)$$

式中： θ_{ijk} 为根据添加修补样本 x_j 后形成的完整样本 (D_i, x_j) 计算得到的，父节点集 $\pi(x_j)$ 为第 j 个取值组合时，节点 x_j 取第 k 个状态的条件概率，

$$\sum_{k=1}^{r_j} \theta_{ijk} = 1。$$

(3) 对数似然函数对 θ 求导，得到期望最大时的参数 θ^1 ；(4) 根据 θ^1 对原始样本中的缺省值进行更新，重复步骤(2)和(3)的操作，对 θ 进行迭代更新，得到 $\theta^2, \theta^3, \theta^4, \dots, \theta^n$ ；(5) 直到对数似然函数(见式(7))的极值达到稳定，算法收敛完成。本质上，EM 算法是 MLE 算法的迭代优化过程。

针对如图 4 所示的 SBN 的结构，基于静态样本库的 130 组样本，应用 EM 法进行数据学习得到的 BN 模型参数，如图 4 中每个节点下的概率值所示。图 4 中每个根节点的边缘概率即为条件概率；中间节点和叶节点等子节点的条件概率表非常大，无法直观地展示，因此通过下式^[13]将条件概率转化为边缘概率进行展示：

$$\begin{aligned} P(x_m) &= \sum_{\substack{x_1=x_1, \dots, x_n, y \\ x_i \neq x_m}} P(x_1, \dots, x_n, y) = \\ &= \sum_{\substack{x_1=x_1, \dots, x_n, y \\ x_i \neq x_m}} \left\{ \prod_{j=1}^n P[x_j | \pi(x_j)] P[y | \pi(y)] \right\} \end{aligned} \quad (9)$$

4.2 Markov DBN 模型的构建

对于完全动态的 DBN，不同时间节点上的因素节点和目标节点的取值都会发生变化，不同时间节点上 BN 的结构和参数都不同。同时，对应图 1 中任一时间节点上的 B_t ，都可能受到前面时刻所有 BN 的影响，如图 5(a)所示。对于完全动态的 DBN 模型，其构建难度和计算量是非常大的，不利于 DBN 的工程应用。

鉴于此，在应用 DBN 进行动态系统的分析和预测时，需要应用物理信息机器学习(PIML)的方法，对动态系统附加一定的约束条件，以降低 DBN 构建难度和计算量^[44]。对于本研究中的 PIML 模型，有个几个概念需要明确：(1) 融合物理信息和数学信息的变形动态预测模型中，“物理信息”和“数学信息”指的是样本中，工程资料数据蕴含的隧道围岩变形影响因素信息和位移时序曲线数据中蕴含的位移变化规律信息；(2) 通过物理信息机器学习——物理数据双驱动的方法构建 DBN 模型时，“数据信息”指的是构建 DBN 模型时通过机器学习(machine learning, ML)算法挖掘的，样本数

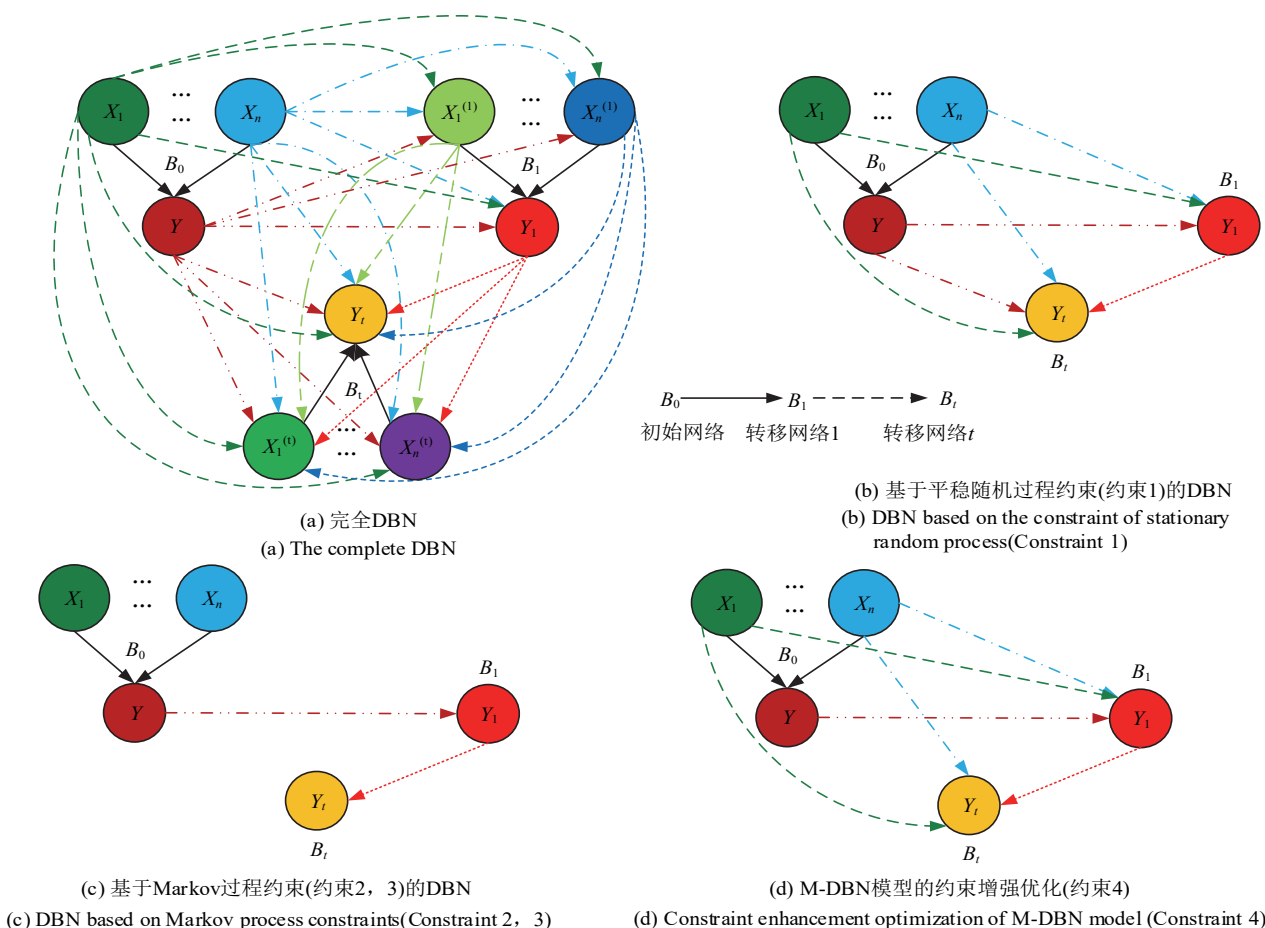


图 5 DBN 模型的构建方法示意图

Fig.5 Schematic diagram of the construction methods of DBN model

据中影响因素变量和位移时序曲线变量等所有变量的统计相关性信息；而“物理先验信息”指的是构建 DBN 模型时，为了弥补稀疏/受限的样本数据环境给 ML 带来的不足，引入对模型构建过程进行约束的专业领域内公认的物理先验信息，以提升模型的预测准确率、计算效率和物理一致性。本研究中，利用物理数据信息进行双驱动混合建模时，物理先验信息主要为服务于 DBN 结构、参数的训练和优化的相关约束信息。

4.2.1 基于条件约束的 Markov DBN 结构

对于隧道围岩变形这一动态系统，刘次华^[45]的研究成果认为：影响因素 $X^T = (x^0, x^1, x^2, \dots, x^t, \dots, x^T)$ 如地质环境条件、施工方法和隧道结构特征等，在 $t = (0, 1, \dots, T)$ 的有限时间范围内是不会发生明显变化的，即该系统的变化过程可以近似为 1 个平稳随机过程——平稳随机过程约束 1：

在有限的时间段内，任一时刻 t 的系统状态是一致平稳的。即：不考虑 t 时刻以前系统作用的情况下，DBN 模型中任一 t 时刻 BN 的网络结构与初始网络 B_0 中完全相同。

因此，式(4)中各时刻影响因素的条件概率乘积项可以被简化，即：可将式(4)中除初始时刻外的 $\prod_{i=1}^n P[x_{ti} | \pi(x_{ti})]$ 都将设置为 1，从而得到表征不同时刻围岩变形量 Y^t 计算的条件约束式：

$$P(Y^T | X = e) = \frac{P(X = e, Y^T)}{P(X = e)} = \frac{\prod_{i=1}^n P[x_i | \pi(x_i)] \prod_{t=0}^T P[y_t | \pi(y_t)]}{\sum_y \prod_{i=1}^n P[x_i | \pi(x_i)] \prod_{t=0}^T P[y_t | \pi(y_t)]} \quad (10)$$

类似地，基于式(5)，也可以得到表征根据现场监测位移值进行位移时序曲线更新的条件约束式：

$$P[Y_{\text{pred}} | (X, Y_{\text{real}}) = e] = \frac{P[(X, Y_{\text{real}}) = e, Y^T]}{P[(X, Y_{\text{real}}) = e]} = \left\{ \prod_{i=1}^n P[x_i | \pi(x_i)] \prod_{t=0}^{t_m} P[y_{\text{real}}^t | \pi(y_{\text{real}}^t)] \cdot \prod_{t=t_m}^T P[y_{\text{pred}}^t | \pi(y_{\text{pred}}^t)] \right\} / \left\{ \sum_{Y_{\text{pred}}} \prod_{i=1}^n P[x_i | \pi(x_i)] \cdot \prod_{t=0}^{t_m} P[y_{\text{real}}^t | \pi(y_{\text{real}}^t)] \prod_{t=t_m}^T P[y_{\text{pred}}^t | \pi(y_{\text{pred}}^t)] \right\} \quad (11)$$

此时，将 DBN 结构中时刻 t (不包括初始时刻) 的 $\pi(y_t)$ 、 $\pi(y_{real}^t)$ 和 $\pi(y_{pred}^t)$ 中除 $\pi(y_0)$ 外的因素节点剔除，不会影响该时刻节点 y 的 CPT 计算。从而可得， $\mathbf{X}^T = \mathbf{X} = (x_1^0, x_2^0, \dots, x_n^0)$ ，式(10)，(11) 中 $\pi(x_i)$ 即为初始网络 B_0 中的 $\pi(x_i)$ ，任一时刻 t (不包括初始时刻) 的 $\pi(y_t)$ 、 $\pi(y_{real}^t)$ 和 $\pi(y_{pred}^t)$ 仅包含了前面所有时刻的节点 y 和初始网络 B_0 中节点 y 的父节点，如图 5(b)所示。

根据上述约束 1 确定的 DBN，时刻 t 的目标节点 y 与前面所有时刻的目标节点 y 相关。当围岩变形监测的时间较长时，将导致 DBN 的结构异常复杂，目标节点的条件概率表过大。因此，进一步对 DBN 动态系统进行约束，假设其为 Markov 过程：事物经 n 次变动，其第 n 次结果仅与第 $(n-1)$ 次结果有关，与之前的结果无关；事物这种变化过程只与近期状态相关、与过去状态无关的性质被称为无后效性； n 个具有无后效性的连续变动事物在变化过程中构成的集合即为 Markov 链，事物这种变化演绎的过程称为 Markov 过程。

因此，如果将目标节点 $y = (y_1, y_2, \dots, y_T)$ 的变化过程当成 Markov 过程，则可以得到以下的 Markov 过程约束 2：

假设概率的动态变化过程满足 Markov 性，即系统在 t 时刻的状态只与其在 $t-1$ 时刻的状态相关，而与 $t-1$ 时刻之前的状态无关，计算式为

$$P(y_t | y_1, y_2, \dots, y_{t-1}) = P(y_t | y_{t-1}) \quad (12)$$

此时，式(10)，(11)中，任一时刻 t (不包括初始

时刻) 的 $\pi(y_t)$ 、 $\pi(y_{real}^t)$ 和 $\pi(y_{pred}^t)$ 仅包含了最临近前一时刻的节点 y ，从而实现 DBN 结构的进一步简化：DBN 结构只剩下初始网络结构 B_0 和不同时刻围岩变形节点 y_t 依次连接形成的转移网络结构(见图 5(c)和 6)。图 6 为基于 TNP 3 重构时序曲线的 130 个动态样本，应用如图 5(c)所示方法构建的拱顶下沉动态预测 DBN 模型；图中的条件概率表为 5 折交叉试验的第 1 组训练样本集通过 EM 算法进行计算得到的。将上述简化方法构建的 DBN 称为 M-DBN。

4.2.2 M-DBN 参数

基于上述方法构建的 M-DBN 结构，由 B_0 和不同时刻目标节点间的连线——转移网络构成。 B_0 的条件概率表是已知的，只剩下转移概率 $P(y_t | y_{t-1})$ 需要确定。如前所述，围岩变形动态变化系统满足平稳随机过程和 Markov 过程约束，则可以得到以下的约束 3：

假设任意 2 个相邻时刻的条件概率转移过程是平稳的，即转移概率 $P(y_t | y_{t-1})$ 在整个 DBN 中保持不变。

Markov 过程中，由于更新的信息不总是准确的，有可能会产生概率漂移。因此，转移概率的计算需要充分挖掘位移时序曲线的概率转移信息：将 Markov 链特征 y 的数列划分为 N 个状态， $E_{i(j)}$ 为数列的第 $i(j)$ 种状态；数列中从 $t-1$ 时刻状态 E_i 转移到 t 时刻状态 E_j 的转移频数记为 m_{ij} ， E_i 所处状态的频数为 M_i (总转移频数)，则转移概率 $P(y_t |$

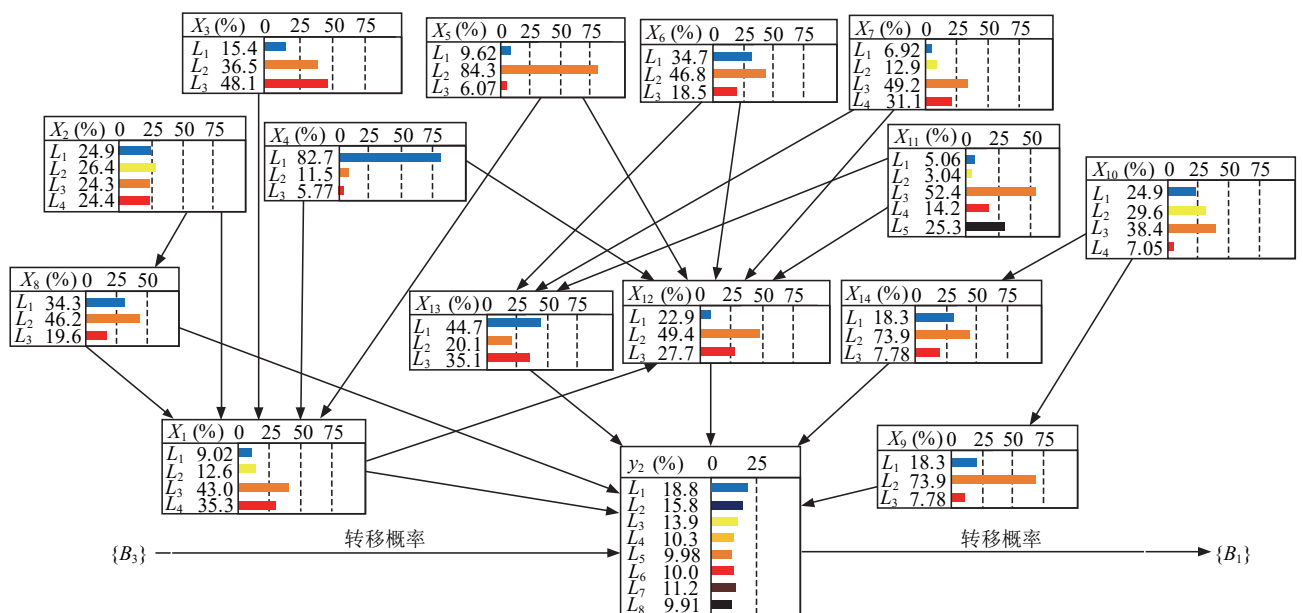


图 6 基于 TNP 3 重构时序曲线的拱顶下沉 M-DBN 模型(模型 10)

Fig.6 Vault settlement M-DBN model constructed based on time-series curve reconstructed by TNP 3 (Model 10)

y_{t-1}) 由所有样本中所有时间节点的位移状态转移数据计算得到, 由下式^[43]所示:

$$P(y_t | y_{t-1}) = \frac{m_{ij}}{M_i} \quad (13)$$

$$(i=1, 2, \dots, N, j=1, 2, \dots, N)$$

算例 1: 时序曲线重构方式为 TNP 3, 根据划分好的 10 个时间节点, 由第 1 个时间节点至最后一个时间节点计算围岩变形节点的转移概率。应用拱顶下沉动态预测的 5 折交叉试验第 1 组训练样本集进行转移概率的计算, 以 L_1 等级为例: 统计所有样本数据中 L_1 等级在 $t-1$ 时刻的总转移频数, 分别统计出在 t 时刻转移至 $L_1, L_2, L_3, L_4, L_5, L_6, L_7$ 和 L_8 等级的转移频数, 各转移频数在总转移频数中的占比即为对应的转移概率, 如表 5 所示。

表 5 M-DBN 的转移概率表
Table 5 Transition probability table of M-DBN

$t-1$ 时刻的等级(level at time $t-1$)	t 时刻的转移概率(transition probability at time t)							
	L_1	L_2	L_3	L_4	L_5	L_6	L_7	L_8
L_1	1.00	0	0	0	0	0	0	0
L_2	0.333	0.667	0	0	0	0	0	0
L_3	0	0.326	0.674	0	0	0	0	0
L_4	0	0	0.571	0.429	0	0	0	0
L_5	0	0	0	0.248	0.752	0	0	0
L_6	0	0	0	0.013	0.486	0.501	0	0
L_7	0	0	0	0	0	0.376	0.624	0
L_8	0	0	0	0	0	0	0.457	0.543

B_0 加上不同时间节点间的转移网络和转移概率, 即构成了 M-DBN 模型。但是, 如果时间节点划分的方式发生变化, 表 5 中的数据都会发生变化, 从而导致 M-DBN 模型发生变化。

4.3 M-DBN 模型的约束增强优化

上述 M-DBN 的构建方法, 极大地降低了复杂动态系统 DBN 模型的构建难度和计算量, 具有很强的适用性。但是, 因为任一时刻的 y_t 只与前一时刻的 y_{t-1} 有关, 而与围岩变形的影响因素 (x_1, \dots, x_{14}) 无关, 容易陷入“数字游戏”的陷阱: (1) B_0 中的目标节点 y_0 与 (x_1, \dots, x_{14}) 产生了联系, 对围岩变形的物理信息(影响因素取值)有一定程度的有效利用; 当围岩变形监测时间较长时, 后期变形节点对物理信息的利用有限, 仅依靠前一个时刻的变形数据可能无法对后期变形进行有效预测——即发生如前所述的“概率漂移”现象; (2) M-DBN 模

型中, 任意相邻时刻的转移概率相等, 与工程实际情况不符合; 实际工程中, 位移时序曲线的类型很多, 而 M-DBN 转移概率描述的只是其中的一种情况。

鉴于此, 本研究提出改变上述 M-DBN 构建过程中的约束条件, 对 M-DBN 模型进行约束增强优化: (1) 保留上述约束 1, 即 DBN 模型结构中仅包含了初始网络结构和不同时刻的目标节点; (2) 删除上述约束 3, 即认为任何相邻时刻转移网络的转移概率是不同的, 该转移概率将基于围岩变形的动态样本库进行数据学习而获得, 最大程度地保证转移概率与动态样本数据的契合度; (3) 保留上述约束 2 的部分约束, 即仍然认为 t 时刻的目标节点 y_t 只与 $t-1$ 时刻的目标节点 y_{t-1} 相关, 而与其他时刻的目标节点不相关; (4) 增加优化增强约束 4: 保留任意时刻的目标节点 y_t 与初始网络 B_0 中目标节点 y_0 的父节点的指向性连接, 从而强化任意时刻的目标节点与围岩变形物理信息的联系。

基于约束 4, 式(10), (11)中, 任一时刻 t (不包括初始时刻)的 $\pi(y_t), \pi(y_{t_{real}})$ 和 $\pi(y_{t_{pred}})$ 除包含最临近前一时刻节点 y_{t-1} 外, 还包含初始网络 B_0 中节点 y_0 的父节点, 如图 5(d)所示。将上述约束增强优化后的 M-DBN 模型称为优化 M-DBN(optimized M-DBN, OM-DBN)模型。相对于 M-DBN, OM-DBN 的模型结构和参数更加复杂一些, 但是更加符合工程实际情况。

算例 2: 位移时序曲线重构方式为 TNP 4, 构造拱顶下沉的动态样本数据集, 采用如图 5(d)所示的 OM-DBN 方法构建转移网络结构。应用 5 折交叉试验的第 2 组训练样本集, 采用式(7), (8)所示 EM 方法构建 DBN 的网络参数, 得到拱顶下沉的 OM-DBN 模型如图 7 所示。

图 7 中, 节点 y_1, y_2, \dots, y_{15} 对应不同时刻的目标节点 y 。从图 7 可以看出, OM-DBN 模型由初始网络和不同时间节点的转移网络构成: (1) OM-DBN 模型的初始 SBN 模型与图 4(a)中所示的 SBN 是完全相同的; (2) 从第 1 个时间节点以后, 任一时刻的 BN 得到了极大的简化——除了目标节点及其父节点, 其他的节点都已经删除——如上所述, 这种处理是合理的。因此, 任一时刻 t 的转移网络由该时刻目标节点 y_t 、初始网络 B_0 中节点 y_0 的父节点和前一时刻的目标节点 y_{t-1} 构成, 转移概率由转移网络节点的样本数据通过 EM 方法计算获得,

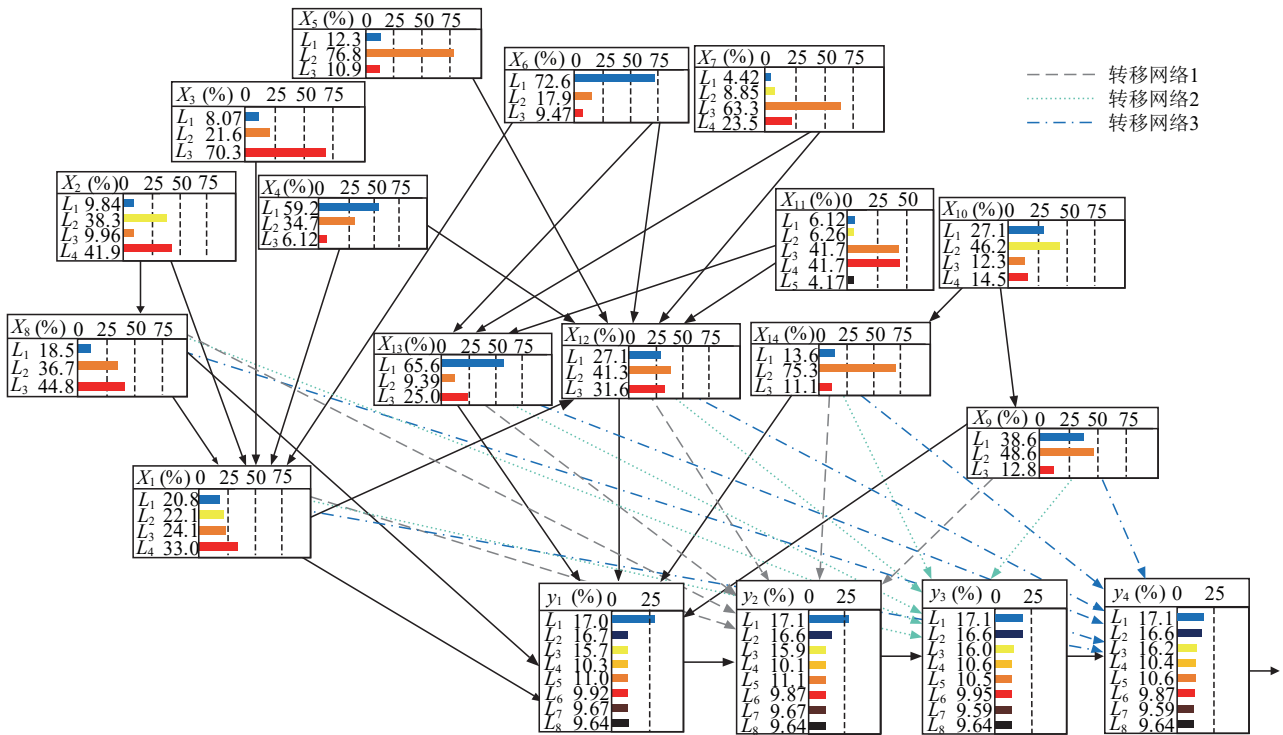


图 7 基于 TNP 4 重构时序曲线的拱顶下沉 OM-DBN 模型(模型 16)

Fig.7 Vault settlement OM-DBN model constructed based on time-series curve reconstructed by TNP 4 (Model 16)

完全避免了约束 2 可能会导致的“概率漂移”问题。如果将转移网络中目标节点与网络中的指向性连线去掉(见图 7 中的点划线箭头),则 OM-DBN 模型结构退化为 M-DBN 模型结构——任一时刻 t 的转移网络退化为该时刻目标节点 y_t 与 $t-1$ 时刻目标节点 y_{t-1} 的连线,转移概率退化为 $P(y_t | y_{t-1})$ 。但是,该转移概率是根据不同时刻目标节点的样本数据通过 EM 法计算得到的,与 M-DBN 中的转移概率不同。

4.4 DBN 模型中不同网络转移方向的实现

如图 1 所示,当时间节点确定以后,DBN 表达的就是 SBN 在不同时刻的转移。按照实际工程中的逻辑,DBN 中初始网络应该是隧道开挖支护完成初期、变形监测最初始的 SBN,即 DBN 中转移网络的转移方向,与物理意义上时间进行的方向是一致的。但是,由表 3 可知,监测初期的围岩变形量普遍很小,无法体现不同影响因素作用下围岩变形的差异性,可能导致据以构建的 BN 模型不尽合理。因此,前面以变形监测最后时刻的极限位移值(包括外插值)构建的 SBN(见图 4)作为 DBN 的初始网络,相对物理时间进行逆向转移得到 DBN 模型,如图 6, 7 所示。逆向转移方式构建的 DBN 模型与围岩变形过程的物理意义不一致,但是,从数

学模型的角度来讲,DBN 模型中的指向性连线并不代表真实的因果关系,其表征的是变量之间的一种概率计算路径;逆向转移方式同样表达的是动态系统在不同时刻的量化逻辑关系,能够表征动态系统的动态演化特征。

为验证逆向转移方式构建 DBN 模型的合理性,并探索正向转移方式构建 DBN 模型的可行性,基于“约束 1”和图 4 所示的 SBN,构建正向转移方式的 DBN。“约束 1”认为隧道围岩动态变形是一个随机平稳过程,即:DBN 模型在初始时刻的网络结构,与其在最后时刻的网络结构应该保持一致。因此,可以利用图 4 的 SBN 作为正向转移 DBN 的初始网络,初始网络的结构和参数都与图 4 中所示的 SBN 相同;但是,其目标节点 y_0 表示的是最小时间节点处的位移值,该节点的条件概率表与图 4 中的 SBN 不同,需要通过初始时刻样本数据进行学习而获得。随着时间的增加,SBN 逐步转移形成 DBN;不同时刻的目标节点取值也随之发生变化,形成转移网络。转移网络参数将通过正向转移样本进行学习获得,且与逆向转移 DBN 的参数不同。

算例 3:假设时序曲线重构方式为 TNP 4,采用正向转移方式构建拱顶下沉的动态样本库,基于

数据集中所有的 130 组动态样本数据，采用图 5(d) 所示的 OM-DBN 方式构建转移网络结构；应用 5 折交叉试验的第 2 组训练样本集，采用式(7)，(8) 所示 EM 方法计算 OM-DBN 的网络参数，得到 DBN 模型如图 8 所示。

与图 7 相比，图 8 中正向转移的 OM-DBN 模型与逆向转移 OM-DBN 模型的网络结构(包括初始网络结构和转移网络结构)是一样的，初始网络中因素节点 (x_1, \dots, x_{14}) 的条件概率是相同的。但由于样本中目标节点 y_0 的取值不同，导致该节点的条件概率也不同。因为转移方向的不同，不同时间节点处目标节点 $y=(y_1, y_2, \dots, y_T)$ 的样本取值不同，所以转移网络的条件概率也都不同。不同网络转移方向构建的 DBN 模型的合理性和有效性，将在下文中进行评价。

5 动态预测模型的评价与优选

由上述分析可知，根据采集的样本数据构建 DBN 模型，时序曲线重构方式(TNP 1, TNP 2, TNP 3 和 TNP 4)、转移网络构建方法(M-DBN, OM-DBN)和网络转移方向等不同的模型构建方法，决定了不同的 DBN 模型结构和参数。针对拱顶下沉和水平收敛的动态预测，采用多因素完全方

案设计对比试验，对每一种模型构建方法进行考察，如表 6 所示。由表 6 可知，针对拱顶下沉和水平收敛的动态预测各构建了 16 个 DBN 模型，共 32 个。其中，模型 10 对应于图 6 所示的 DBN 模型，模型 16 对应于图 7 所示的 DBN 模型，模型 15 对应于图 8 所示的 DBN 模型。应用 5 折交叉验证试验的方法，对该 32 个 DBN 模型的优劣进行评价，筛选最优的 DBN 模型。

分类预测模型的评价指标较多，除了最常用的总体精度(overall accuracy, ACC)以外，还有准确率(accuracy, P)、召回率(recall rate, R)和 F_1 值等更为全面的评价指标。ACC 表示测试样本中测试结果正确的样本数量所占的比例；准确率 P 也称为查准率，表示正确预测为某一类的样本数量，占有预测为该类的样本数量的比例，代表了 ML 算法对某一类样本进行准确预测的能力；召回率 R 也称为查全率，表示正确预测为某一类的样本数量，占真实为该类的样本数量的比例，代表了 ML 算法将某类样本正确识别出来的能力。精确度 P 和召回率 R 相互制约，通常 P 较高时，R 就较低；反之亦然。因此，引入 F_1 值来综合反映模型的预测能力； F_1 值越高，表明模型的预测能力较好^[11, 46-47]。本研究将综合应用 ACC, P, R 和 F_1 对 DBN 模型进行评价。

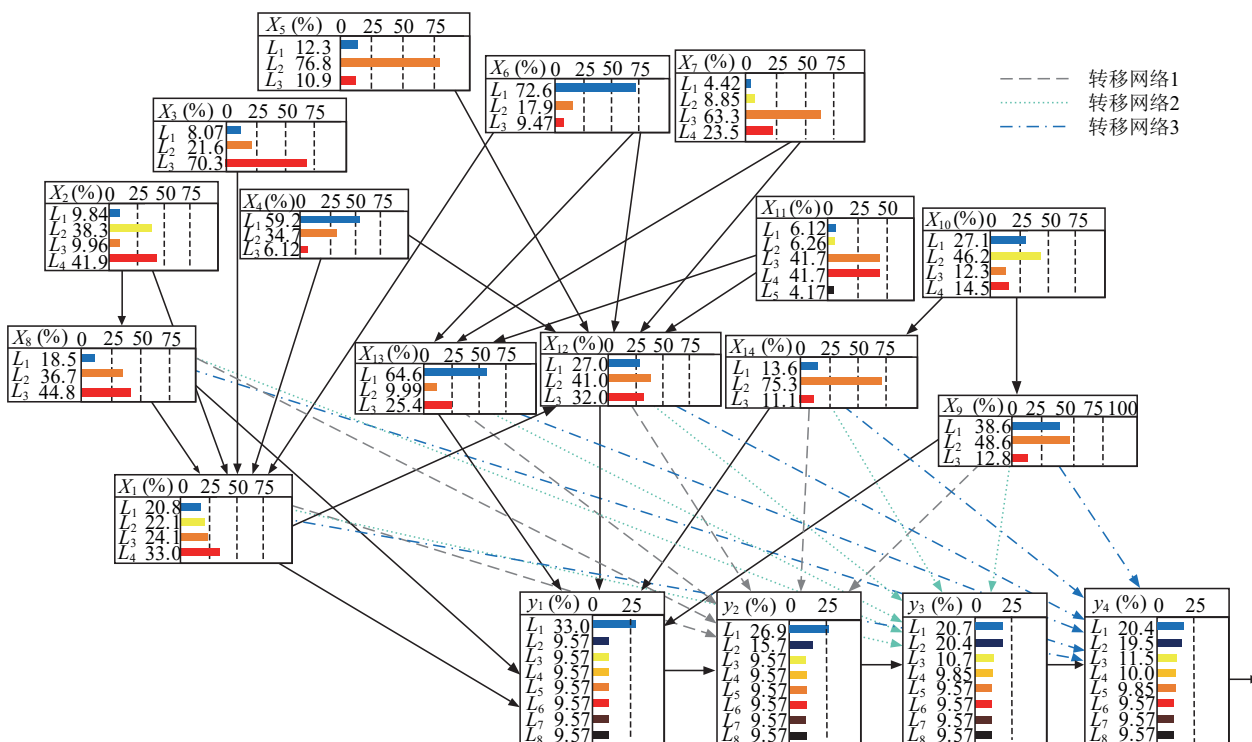


图 8 基于 TNP 4 重构时序曲线的正向转移拱顶下沉 OM-DBN 模型(模型 15)

Fig.8 Forward transfer vault subsidence OM-DBN model based on time-series curve reconstructed by TNP 4(Model 15)

表 6 DBN 模型构建方法评价的试验方案
Table 6 Test program for valuation of DBN model construction methods

模型编号 (model No.)	时序曲线重构方法 (reconstruction method of time-series curve)	转移网络构建方法 (construction method of transition network)	网络转移方向 (transition direction of the network)
1	TNP 1	M-DBN	正向转移
2	TNP 1	M-DBN	逆向转移
3	TNP 1	OM-DBN	正向转移
4	TNP 1	OM-DBN	逆向转移
5	TNP 2	M-DBN	正向转移
6	TNP 2	M-DBN	逆向转移
7	TNP 2	OM-DBN	正向转移
8	TNP 2	OM-DBN	逆向转移
9	TNP 3	M-DBN	正向转移
10	TNP 3	M-DBN	逆向转移
11	TNP 3	OM-DBN	正向转移
12	TNP 3	OM-DBN	逆向转移
13	TNP 4	M-DBN	正向转移
14	TNP 4	M-DBN	逆向转移
15	TNP 4	OM-DBN	正向转移
16	TNP 4	OM-DBN	逆向转移

应用上述分类评价指标对 DBN 模型进行评价, 实际上是针对位移时序曲线上每一个时间节点处的位移值预测效果进行评价。尽管未使用回归模型中常用的方根误差、平均绝对误差或相关系数等指标进行评价, 上述多个分类评价指标在每一个时间节点处的应用, 从多个维度反映了位移时序曲线中预测位移值与实测位移值的拟合程度, 实现了时序曲线拟合质量的评估。

5.1 基于 ACC 指标的时序曲线重构评价

表 6 中 DBN 模型的 ACC 如表 7 所示。此处 ACC 指每个位移时序曲线上时间节点处 ACC 的平

均值。由表 7 可知, 对于拱顶下沉和水平收敛, 将变形数据补充至 70 d 再划分时间节点(TNP 4)构建模型的 ACC 均为最高, TNP3 构建的模型预测正确率最低。因此, TPN4 是最合理的时间节点划分方式, 后续的分析都将基于 TNP4 的时序曲线重构方法展开。

对于拱顶下沉, OM-DBN 的效果优于 M-DBN; 逆向转移的 ACC 更高。对于水平收敛, 与拱顶下沉的结果有所不同: 相对于 OM-DBN 模型, M-DBN 模型的 ACC 更高; 正向转移的 ACC 更高。可见, 本研究针对拱顶下沉和水平收敛发生机制的不同而分别进行 DBN 构建, 是合理的。但是, 上述评价只是模型预测能力的整体表达, 接下来将结合 P, R 和 F₁ 值等指标对 DBN 模型的预测能力做更深层次的分析。

5.2 基于 P 和 R 指标的 DBN 模型预测能力评价

选取 TNP4 构建的 8 个 DBN 模型, 对其在 15 个时间节点的预测能力做进一步的深入分析, 如图 9 所示。图中, 图例中的 F 表示转移网络为正向转移(forward), B 表示逆向转移(backward)。由图 9 所示, 拱顶下沉 DBN 模型与水平收敛 DBN 模型的预测性能是非常相似的: OM-DBN 模型的 P(R)值始终大于 M-DBN 模型的; 对于 M-DBN 模型, 逆向转移网络的 P(R)值始终大于正向转移网络的; 对于 OM-DBN 模型, 正向转移网络的 P(R)值与逆向转移网络的相差不大, 且随着观测时间的增长而此消彼长。由于任一样本初始观测时间点的位移值都是 L₁(见表 4), 所以 8 个模型在初始观测时间点的 P(R)值都是 1.0; 随着观测时间的增长, 同一时间节点处不同样本的取值差异逐渐变大, 预测的难度增大, 所以 8 个模型的 P(R)值都是随着观测时间的增大而逐步减小的。

表 7 DBN 模型中每个位移时序曲线上时间节点处 ACC 的平均值

Table 7 Average values of the ACC at time nodes on each displacement time-series curve in the DBN model %

时序曲线 重构方法 (reconstruction method of time-series curve)	拱顶下沉(vault settlement)				水平收敛(horizontal convergence)			
	M-DBN		OM-DBN		M-DBN		OM-DBN	
	正向转移 (forward transition)	逆向转移 (backward transition)	正向转移 (forward transition)	逆向转移 (backward transition)	正向转移 (forward transition)	逆向转移 (backward transition)	正向转移 (forward transition)	逆向转移 (backward transition)
TNP 1	61.26	69.13	60.37	67.96	71.15	71.08	73.16	73.52
TNP 2	57.63	64.37	59.41	63.34	64.73	65.11	65.43	65.27
TNP 3	54.08	58.26	58.07	62.74	65.06	65.27	61.13	61.58
TNP 4	67.65	72.58	68.31	74.12	86.82	86.59	85.93	85.19

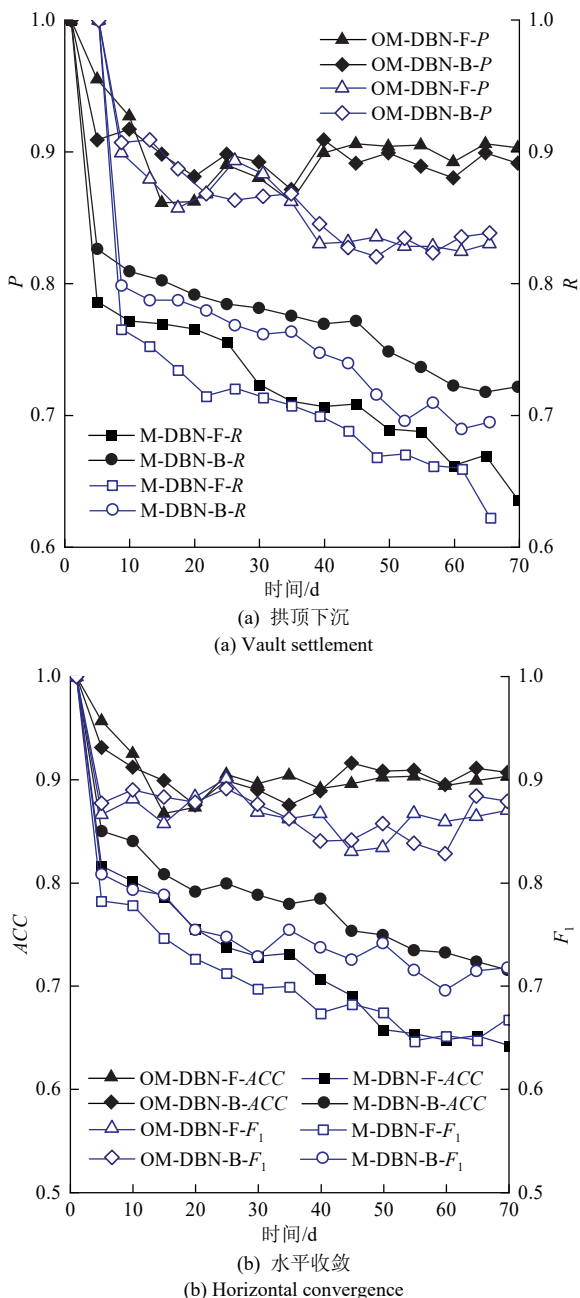


图 9 DBN 模型的 P 值和 R 值随观测时间的变化规律

Fig.9 The change law of P and R values with observation time in the DBN model

对于 M-DBN 模型， P 值和 R 值的变化规律是相似的，都是随着观测时间增加持续减小。对于 OM-DBN 模型， P 值和 R 值的变化规律有所不同：在第 40 d 以前，二者的变化规律相似；在第 40 d 以后， P 值有一定的回升后保持稳定， R 值则是持续下降后保持稳定。可见，由于 OM-DBN 模型在各个时间节点都可以有效利用隧道围岩变形的物理信息，其预测性能更好。

对于拱顶下沉和水平收敛的 DBN 模型，其 P 值和 R 值的变化规律总体是相似的，但是仍然存在

着一定的区别，如对于拱顶下沉的 OM-DBN 模型，在观测时间的后半段， P 值和 R 值的差异保持不变的；而对于水平收敛的 OM-DBN 模型，在观测时间的后半段， P 值和 R 值的差异是逐渐减小的。因此，需要通过 F_1 值来综合评价 DBN 模型的预测性能。

5.3 基于 ACC 和 F_1 指标的 DBN 模型综合评价

拱顶下沉和水平收敛 DBN 模型的 F_1 值和 ACC 值随观测时间的变化规律，如图 10 所示。由图 10 可知，任何 1 个 DBN 模型的 F_1 值和 ACC 值具有较

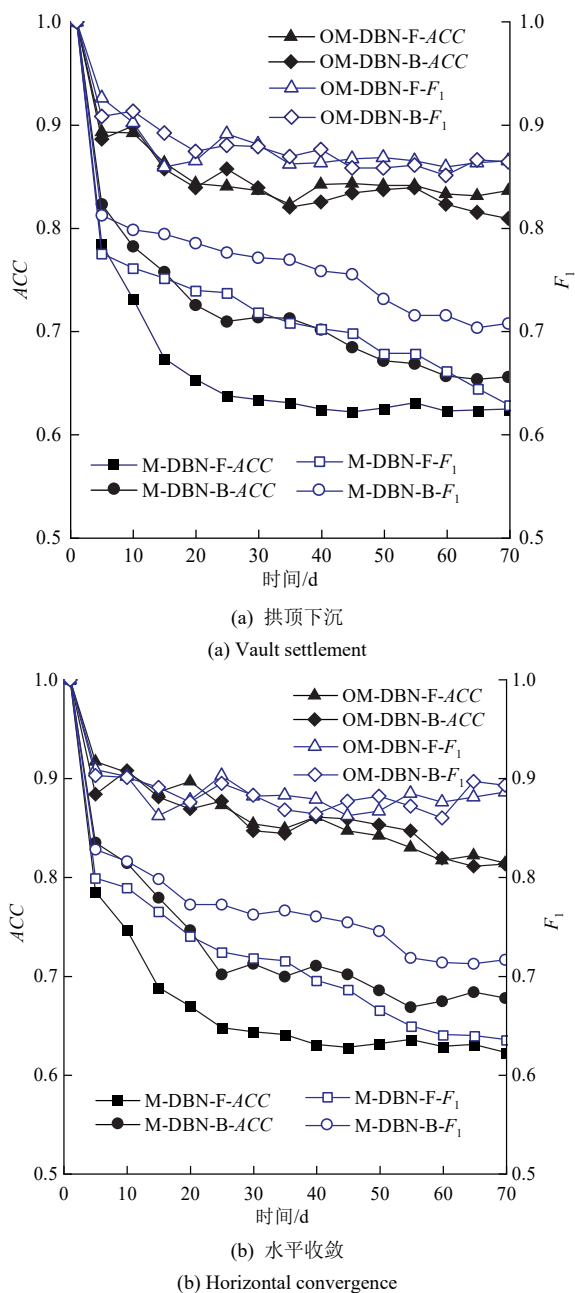


图 10 DBN 模型的 F_1 值和 ACC 值随观测时间的变化规律

Fig.10 The change law of F_1 values and ACC values with observation time in the DBN model

表 8 围岩变形影响因素的取值
Table 8 Values of influencing factors of surrounding rock deformation

案例(case No.)	因素节点值(factor node value)													
	X_1	X_2	X_3	X_4	X_5	X_6	X_7	X_8	X_9	X_{10}	X_{11}	X_{12}	X_{13}	X_{14}
1	L_3	L_1	L_3	-*	L_3	L_1	L_4	L_3	L_2	L_4	L_4	L_2	-	L_2
2	L_3	L_2	L_3	L_1	L_2	L_2	L_3	L_1	L_2	L_2	L_4	L_2	L_1	L_2

注：*表示相关资料中未获取到该指标的取值。

实施了持续 70 d 的现场变形监测，如图 12 所示。由图 12 可知，由于监测设备或环境扰动等原因，有 20 d 的监测数据丢失。

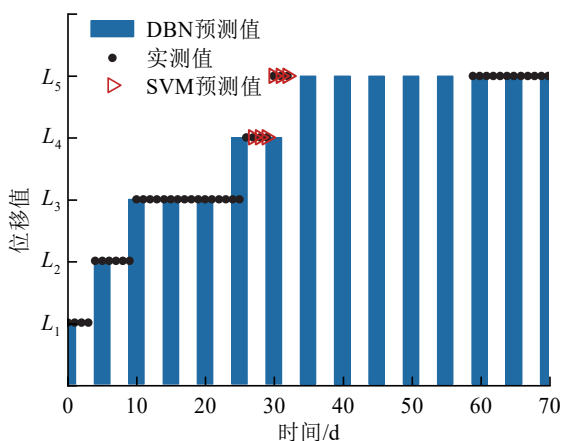


图 12 现场监测位移实测值与预测值对比

Fig.12 Comparison between in-site monitored displacement values and predicted displacement values

分别采用本研究所构建的 DBN 模型和支持向量机(support vector machine, SVM)2 种方法对该隧道的位移时序曲线进行预测：(1) 将表 8 中的 14 个影响因素取值输入图 8 的 DBN 模型，通过式(10)进行推理计算，得到 15 个时间节点的拱顶下沉值，以实现基于 DBN 的位移时序曲线预测，如图 12 所示；(2) 采集前 26 d 的现场监测位移数据构造出 21 个样本进行 SVM 模型训练(SVM 模型训练的超参数取常规默认值)，应用得到的 SVM 模型对第 26 d 以后的位移值进行预测，如图 12 所示。

图 12 中，DBN 模型预测结果为离散型数值的位移等级。现场监测位移和 SVM 模型预测结果本来是连续型的数值，为了便于与 DBN 模型的预测结果进行对比分析，也将其按照表 4 所示的规则转化成离散型的位移等级。如前所述，通过离散型变量对隧道围岩变形量进行表达，是具有工程意义的。

由图 12 可知，SVM 模型的预测结果与现场监测位移的吻合度非常好，每一个预测位移值都与实

测值保持了一致，其 ACC, P, R 和 F_1 值 4 个评价指标的值都为 1.00。但是，如图 12 所示，由于位移监测设备或环境扰动等原因，现场监测位移数据经常会出现数据丢失的情况；此时，SVM 等“基于现场监测位移的数据驱动预测方法”将失效。

DBN 模型的预测结果与现场监测位移值保持了很好的一致性，仅有第 30 d 的预测位移等级与实测位移等级不同(预测值高 1 个等级)。DBN 模型的 ACC, P, R 和 F_1 值 4 个评价指标的值分别为 0.977, 0.900, 1.000 和 0.950。此处评价指标的计算与上一节中的计算不同，是把每一个时间节点的位移值作为一个测试样本进行统计计算的。可见，DBN 模型的预测效果也是非常好的。同时，如图 12 所示，现场监测位移数据的部分缺失，并没有对 DBN 模型的预测结果产生太大的影响，DBN 模型仍然可以实现完整位移时序曲线的预测，直到第 70 d。

由此可见：(1) SVM 模型需要根据大量的早期监测位移数据才可以实现后续位移的预测；DBN 模型有效利用隧道围岩变形影响因素数据等物理信息，即可在隧道施工前实现全过程位移时序曲线的预测，显著克服了“基于现场监测位移的数据驱动预测方法”的滞后性，且预测准确率非常高。(2) 当现场监测位移存在数据缺失时，SVM 模型将无法对后续位移数据进行预测；DBN 模型在不输入现场监测位移数据的情况下，实现位移时序曲线的预测，具有非常好的工程适用性。(3) 隧道开始施作获取监测数据后，将监测位移值输入 DBN 模型，DBN 模型将能够根据现场监测位移数据提供的数学信息，对位移时序曲线进行及时的更新，这个工作将在下节案例二中进行展示。

6.2 案例二：基于监测数据及时更新的能力

节 6.1 的案例分析主要是依据式(10)进行的：在输入围岩变形影响因素取值的情况下评价输出的围岩变形计算值与样本值的差异或契合度。上述评

价分析展示了 DBN 模型在完全不依赖现场监测数据的情况下，利用围岩变形物理信息对位移值进行动态预测的过程，这是本研究构建 DBN 模型相对于传统“基于现场监测位移的数据驱动预测方法”的最大优势之一。接下来，展示如何应用式(11)，有效利用现场监测数据进行 DBN 模型的更新。文笔山隧道为分离式隧道，其左线的起止桩号为 ZK149+885~ZK152+630，全长 2 745 m，最大埋深约为 254 m，如图 13 所示。ZK152+120 断面处埋深为 85 m，围岩等级为 IV 级，围岩岩性为玄武岩夹凝灰岩，地下水不发育，岩体富水性弱，岩体自稳能力较差，侧壁稳定性差。各个影响因素的取值如表 8 所示。将表 8 所示的影响因素取值输入图 8 所示的 DBN 模型，通过式(10)进行推理计算，得到 15 个时间节点的拱顶下沉值如图 14 所示。

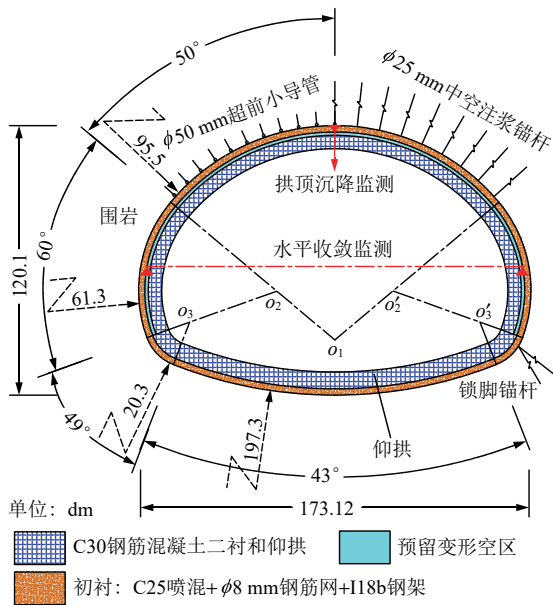


图 13 案例二隧道主体结构设计

Fig.13 Major structure design of the tunnel in case 2

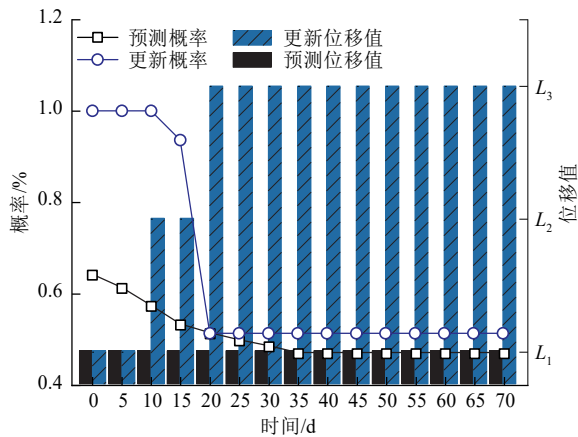


图 14 基于 DBN 模型的拱顶下沉预测与更新

Fig 14 Prediction and updating of vault subsidence based on DBN model

由图 14 可知，此隧道的围岩状态不是很好，围岩级别较高、围岩的岩性水稳性差、围岩结构破碎，隧道的埋深较大、跨度也较大；但是，好在初始地应力不高、主要结构面的倾角较小、地层含水状态较好。重要的是，隧道的施工条件因素(开挖工法、超前支护工法、支护强度、支护时机、地下水控制、围岩扰动程度等)是通过基于本研究构建的 SBN 和 DBN 进行反向推理计算获取的能够保证隧道围岩稳定的取值，保证了施工方法的合理性。因此，由图 14 可知，隧道施作后 15 个时间节点的拱顶下沉值都是处于 L_1 等级(0~50 mm)，表现出了较好的变形稳定性。同时，由图 14 可知，虽然每个时间节点的位移值都处于 L_1 等级，表示每一时刻 y_t 的 8 个取值状态中， L_1 等级的取值概率最大；但是，随着时间的推移， y_t 处于 L_1 等级的取值概率是逐渐变小的。说明随着时间的推移，该隧道的拱顶下沉有可能会逐步增长到 L_2 等级。

隧道开挖支护后，第一时间在围岩初期支护结构上布设监测点，获取围岩的拱顶下沉和水平收敛等位移值。将监测到的位移值按照相应时间节点输入图 8 所示的 DBN 模型中，通过式(11)进行推理计算，对后续的位移值进行更新预测，如图 14 所示。第 1 d 和第 5 d 的拱顶下沉监测值与预测值是一致的，将第 1 d 和第 5 d y_t 的 L_1 等级取值概率设置为 100%，完成对模型的更新；模型更新后，后续的变形预测值没有发生变化。第 10 d 的拱顶下沉监测值(L_2 等级)与预测值不同，将第 10 d 的 y_3 取值改为 L_2 等级(将其取值概率设置为 100%)，完成模型的更新。模型更新后发现，后续的变形预测值发生了较大的变化——随着时间的推移，变形预测值将逐步增加到 L_3 等级。将后续各个时间节点的现场监测位移值持续代入 DBN 模型，通过式(11)进行推理计算，将能够完成隧道围岩拱顶下沉预测值的持续更新。DBN 模型充分挖掘了隧道围岩变形影响因素的物理信息，不仅能在完全不依赖现场监测数据的情况下进行位移时序曲线的预测，还可提供充分的数据信息以保障隧道施工初期位移时序曲线动态更新的有效性。

由上述案例分析可知，围岩变形的 DBN 预测模型不仅可以在隧道工程的设计阶段和施工阶段前期依据式(10)完成围岩变形的预测，为隧道工程选址、二次衬砌施作时机选择和监测预警值设置等提供依据，也可以在隧道施工的过程中，根据现场位移监测值和式(11)对围岩变形预测进行持续的更

新, 为隧道围岩稳定状态的判断、二次衬砌施作时机的调整、预警状态的确定等提供依据。除此之外, 基于构建完成的围岩变形 DBN 预测模型, 还可以进行隧道施工参数的优化、施工过程中的工程病害诊断等工作, 将在其他的研究成果中进行展示。

7 结 论

针对隧道围岩变形的动态预测问题, 通过文献资料采集, 获取了 130 组包含隧道围岩变形影响因素物理信息和位移时序曲线数学信息的案例数据; 通过离散化处理 and 位移时序曲线重构, 构建了融合变形影响因素数据、极限位移数据和位移时序曲线数据等多源信息的样本库。基于 BN 理论框架, 综合利用样本数据的物理信息和数学信息, 推导了融合物理先验信息和样本数据的 PIML 建模方法, 建立了围岩变形动态预测的 DBN 模型, 得到以下研究成果:

(1) 提出了基于 ISM 优化 K2-score 算法的 BN 模型构建方法, 建立了符合工程逻辑的极限变形预测 SBN 模型。

(2) 提出了符合围岩变形动态过程物理特征的平稳随机过程约束和 Markov 过程约束等物理先验信息, 融合多源样本数据驱动, 构建了围岩变形动态预测 M-DBN 模型。

(3) 融合约束增强优化先验信息, 实现任一时刻变形量与物理信息的深度融合, 建立了优化 M-DBN(OM-DBN)模型。

(4) 综合考虑位移时序曲线的重构方法、DBN 模型的构建方法和网络转移方向, 分别针对拱顶下沉和水平收敛构建了共 32 个 DBN 模型。通过 5 折交叉试验进行评价, 得出: ① TNP4 是最优的时序曲线重构方法; ② M-DBN 模型的预测能力随时间增加而快速降低, 网络转移方向对其影响很大; ③ OM-DBN 模型的预测能力不随时间变化而明显降低, 不受网络转移方向的显著影响, 且远高于 M-DBN 模型。

(5) 采用 TNP4 时序曲线重构方法+OM-DBN 建模技术+正向网络转移方向等关键技术构建的 OM-DBN 模型, 是最优的围岩变形动态预测 DBN 模型。

案例分析结果表明, 在隧道施工前或初期, 输

入隧道工程建设资料提供的因素取值, OM-DBN 模型能够实现位移时序曲线的有效预测, 弥补了传统“基于现场监测位移数据驱动”预测方法的局限性和滞后性; 在施工过程中, 增加输入监测位移数据, OM-DBN 模型能够进行自我更新, 实现位移时序曲线的动态更新。

参考文献(References):

- [1] 郑艾辰, 黄 锋, 林 志, 等. 2008 年至 2016 年我国隧道工程施工安全事故统计与分析[J]. 施工技术, 2017, 46(增 1): 833 - 836.(ZHENG Aichen, HUANG Feng, LIN Zhi, et al. The statistics and analysis of safety accident during tunnel engineering construction in China from 2008 to 2016[J]. Construction Technology, 2017, 46(Supp.1): 833 - 836.(in Chinese))
- [2] 吕擎峰, 李 钰, 牛 荣, 等. 基于深度学习的特殊岩土隧道围岩变形预测研究[J]. 应用基础与工程科学学报, 2023, 31(6): 1 590 - 1 600.(LÜ Qingfeng, LI Yu, NIU Rong, et al. Research on deformation prediction of surrounding rock in special geotechnical tunnels based on deep learning[J]. Journal of Fundamental and Engineering Science, 2023, 31(6): 1 590 - 1 600.(in Chinese))
- [3] 孙振宇, 张顶立, 侯艳娟, 等. 基于现场实测数据统计的隧道围岩全过程变形规律及稳定性判据确定[J]. 岩土工程学报, 2021, 43(7): 12 - 20.(SUN Zhenyu, ZHANG Dingli, HOU Yanjuan, et al. Whole-process deformation laws and determination of stability criterion of surrounding rock of tunnels based on statistics of field measured data[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2021, 43(7): 12 - 20.(in Chinese))
- [4] 王述红, 董福瑞. 基于变形预测和参数反演的山岭隧道围岩稳定性分析[J]. 岩土工程学报, 2023, 45(5): 1 024 - 1 035.(WANG Shuhong, DONG Furui. Stability analysis of surrounding rock of mountain tunnels based on deformation prediction and parameter inversion[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2023, 45(5): 1 024 - 1 035.(in Chinese))
- [5] WANG Y, LIU Y, WANG Z F, et al. Investigation on progressive failure process of tunnel lining induced by creep effect of surrounding rock: A case study[J]. Engineering Failure Analysis, 2023, 144: 106946.
- [6] SHI S, ZHAO R, LI S, et al. Intelligent prediction of surrounding rock deformation of shallow buried highway tunnel and its engineering application[J]. Tunnelling and Underground Space Technology, 2019, 90: 1 - 11.
- [7] AYDAN O, AKAGI T, KAWAMOTO T. The squeezing potential of rocks around tunnels: Theory and prediction[J]. Rock Mechanics and Rock Engineering, 1993, 26(2): 137 - 163.
- [8] BIAN K, LIU J, LIU Z, et al. Mechanisms of large deformation in

- soft rock tunnels a case study of Huangjiazhai Tunnel[J]. *Bulletin of Engineering Geology and the Environment*, 2019, 78(1): 431 - 444.
- [9] 王明年, 王志龙, 张 霄, 等. 深埋隧道围岩形变压力计算方法研究[J]. *岩土工程学报*, 2020, 42(1): 81 - 90.(WANG Mingnian, WANG Zhilong, ZHANG Xiao, et al. Method for calculating deformation pressure of surrounding rock of deep-buried tunnels[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2020, 42(1): 81 - 90.(in Chinese))
- [10] 马鑫民, 陈 攀, 陈 晨, 等. 基于机器学习的煤巷围岩稳定性预测与应用[J]. *矿业科学学报*, 2023, 8(2): 156 - 165.(MA Xinmin, CHEN Pan, CHEN Chen, et al. Prediction of surrounding rock stability of coal roadway based on machine learning and its application[J]. *Journal of Mining Science and Technology*, 2023, 8(2): 156 - 165.(in Chinese))
- [11] WANG L, PAN Q, WANG S. Data-driven predictions of shield attitudes using Bayesian machine learning[J]. *Computers and Geotechnics*, 2024, 166: 106002.
- [12] FENG X D, JIMENEZ R. Predicting tunnel squeezing with incomplete data using Bayesian networks[J]. *Engineering Geology*, 2015, 195: 214 - 224.
- [13] WU X G, JIANG Z, ZHANG L M, et al. Dynamic risk analysis for adjacent buildings in tunneling environments: a Bayesian network based approach[J]. *Stochastic Environmental Research and Risk Assessment*, 2015, 29(5): 1 447 - 1 461.
- [14] ZHOU J, ZHU S L, QIU Y G, et al. Predicting tunnel squeezing using support vector machine optimized by whale optimization algorithm[J]. *Acta Geotechnica*, 2022, 17(4): 1 343 - 1 366.
- [15] 梁文添, 陈劲慧. 新奥法在三连拱特大断面隧道施工中的应用[J]. *岩石力学与工程学报*, 2017, 36(11): 2 763 - 2 770.(LIANG Wentian, CHEN Jinhui. Application of new Austrian tunnelling method to a large span trinocular cross section tunnel[J]. *Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering*, 2017, 36(11): 2 763 - 2 770.(in Chinese))
- [16] FENG T G, WANG C R, ZHANG J, et al. An improved artificial bee colony-random forest(IABC-RF) model for predicting the tunnel deformation due to an adjacent foundation pit excavation[J]. *Underground Space*, 2022, 7(4): 514 - 527.
- [17] CHEN S, ZHU Y, HUANG L. Application of chaotic time series analysis to the prediction of tunnel surrounding rock displacement[J]. *Modern Tunnelling Technology*, 2015, 52(3): 75 - 81.
- [18] LI Z H, MA E L, LAI J X, et al. Tunnel deformation prediction during construction: An explainable hybrid model considering temporal and static factors[J]. *Computers and Structures*, 2024, 294: 107276.
- [19] BAI C H, XUE Y G, QIU D H, et al. Analysis of factors affecting the deformation of soft rock tunnels by data envelopment analysis and a risk assessment model[J]. *Tunnelling and Underground Space Technology*, 2021, 116: 104111.
- [20] 张 振, 苏欣荣, 袁 新. 基于物理信息神经网络的气膜冷却湍流模型反演学习[J]. *动力工程学报*, 2024, 44(9): 1 459 - 1 465.(ZHANG Zhen, SU Xinrong, YUAN Xin. PINN-based inversion learning of turbulence model for film cooling[J]. *Journal of Chinese Society of Power Engineering*, 2024, 44(9): 1 459 - 1 465.(in Chinese))
- [21] 卢鑫月, 许成顺, 侯本伟, 等. 基于动态贝叶斯网络的地铁隧道施工风险评估[J]. *岩土工程学报*, 2022, 44(3): 492 - 501.(LU Xinyue, XU Chengshun, HOU Benwei, et al. Risk assessment of metro construction based on dynamic Bayesian network[J]. *Chinese Journal of Geotechnical Engineering*, 2022, 44(3): 492 - 501.(in Chinese))
- [22] CHING W K, 程伟琪, 黄曦敏, 等. 马尔可夫链: 模型、算法与应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2015: 13 - 27.(CHING W K, CHENG Weiqi, HUANG Ximin, et al. *Markov Chains: models, algorithms and applications second edition*[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2015: 13 - 27.(in Chinese))
- [23] SMITH J Q, ANDERSON P E. Conditional independence and chain event graphs[J]. *Artificial Intelligence*, 2008, 172(1): 42 - 68.
- [24] 杨 悦, 陈孝国, 高 霞, 等. 基于神经网络-蒙特卡罗法的隧道初衬可靠度研究[J]. *齐齐哈尔大学学报: 自然科学版*, 2017, 33(1): 5 - 9.(YANG Yue, CHEN Xiaoguo, GAO Xia, et al. Study on reliability of tunneling initial lining based on radial basis function neural network-Monte Carlo method[J]. *Journal of Qiqihar University: Natural Science*, 2017, 33(1): 5 - 9.(in Chinese))
- [25] 张广泽, 邓建辉, 王 栋, 等. 隧道围岩构造软岩大变形发生机理及分级方法[J]. *工程科学与技术*, 2021, 53(1): 1 - 12.(ZHANG Guangze, DENG Jianhui, WANG Dong, et al. Mechanism and classification of tectonic-induced large deformation of soft rock tunnels[J]. *Engineering Science and Technology*, 2021, 53(1): 1 - 12.(in Chinese))
- [26] 中华人民共和国国家标准编写组. GB/T 10003—2016 铁路隧道设计规范[S]. 北京: 中国铁道出版社, 2016.(The National Standards Compilation Group of People's Republic of China. GB/T 10003—2016 Code for design of railway tunnel[S]. Beijing: China Railway Publishing House, 2016.(in Chinese))
- [27] 中华人民共和国行业标准编写组. JTG 3370.1—2018 公路隧道设计规范[S]. 北京: 人民交通出版社, 2018.(The Professional Standards Compilation Group of People's Republic of China. JTG 3370.1—2018 Specification for design of highway tunnel[S]. Beijing: China Communications Press, 2018.(in Chinese))
- [28] COOPER G, HERSKOVITS E. A Bayesian method for the induction of probabilistic networks from data[J]. *Machine Learning*, 1992, 9(4): 309 - 347.
- [29] 朱永全, 宋玉香. 隧道工程[M]. 北京: 中国铁道出版社, 2018: 21 - 30.(ZHU Yongquan, SONG Yuxiang. *Tunnel engineering*[M]. Beijing: China Railway Publishing House, 2018: 21 - 30.(in Chinese))
- [30] 孙景来, 刘保国, 储昭飞, 等. 隧道坍塌事故类型划分及其主要

- 特征[J]. 中国铁道科学, 2018, 39(6): 44 - 51.(SUN Jinglai, LIU Baoguo, CHU Zhaofei, et al. Type classification and main characteristics of tunnel collapses[J]. China Railway Science, 2018, 39(6): 44 - 51.(in Chinese))
- [31] 陈子全, 何川, 吴迪, 等. 高地应力层状软岩隧道大变形预测分级研究[J]. 西南交通大学学报, 2018, 53(6): 1 237 - 1 244. (CHEN Ziquan, HE Chuan, WU Di, et al. Study of large deformation classification criterion for layered soft rock tunnels under high geostress[J]. Journal of Southwest Jiaotong University, 2018, 53(6): 1 237 - 1 244.(in Chinese))
- [32] 任德惠, 张平. 不同倾角结构面对巷道稳定性的影响[J]. 煤炭学报, 1988, 13(3): 13 - 19.(REN Dehui, ZHANG Ping. Influence of structural planes with different dip angles on roadway stability[J]. Journal of China Coal Society, 1988, 13(3): 13 - 19.(in Chinese))
- [33] 吴秋军. 铁路隧道围岩变形机理与分级方法研究[博士学位论文][D]. 成都: 西南交通大学, 2017.(WU Qiujun. Deformation mechanism and classification methods for surrounding rock of railway tunnels[Ph. D. Thesis][D]. Chengdu: Southwest Jiaotong University, 2017.(in Chinese))
- [34] 王冠勇. 分析影响隧道围岩稳定性因素[J]. 交通世界(建养·机械), 2012, (13): 234 - 235.(WANG Guanyong. Analysis of factors affecting the stability of tunnel surrounding rock[J]. Traffic World (Construction and Maintenance · Machinery), 2012, (13): 234 - 235.(in Chinese))
- [35] 吉小明. 隧道开挖的围岩损伤扰动带分析[J]. 岩石力学与工程学报, 2005, 24(10): 1 697 - 1 702.(JI Xiaoming. Study on mechanical and hydraulic behavior of tunnel surrounding rock masses in excavation-disturbed zone[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2005, 24(10): 1 697 - 1 702.(in Chinese))
- [36] 来弘鹏, 林永贵, 谢永利, 等. 支护时机对软弱围岩公路隧道力学特征影响的试验研究[J]. 岩土工程学报, 2009, 31(3): 390 - 395.(LAI Hongpeng, LIN Yonggui, XIE Yongli, et al. Influence of supporting opportunity on stress characteristics of soft-weak surrounding rocks in highway tunnels[J]. Chinese Journal of Geotechnical Engineering, 2009, 31(3): 390 - 395.(in Chinese))
- [37] ŠPAČKOVÁ O, STRAUB D. Dynamic Bayesian network for probabilistic modeling of tunnel excavation processes[J]. Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering, 2013, 28(1): 1 - 21.
- [38] 李海斌, 翟秋柱, 张优, 等. PSO-BP 神经网络在隧道围岩变形预测中的应用[J]. 路基工程, 2017, (5): 164 - 169.(LI Haibin, ZHAI Qiuzhu, ZHANG You, et al. Application of PSO-BP neural network in prediction of tunnel rock deformation[J]. Subgrade Engineering, 2017, (5): 164 - 169.(in Chinese))
- [39] 王树栋, 刘开云. 长大隧道软弱围岩施工大变形智能预测方法[J]. 中国铁道科学, 2008, 29(2): 82 - 87.(WANG Shudong, LIU Kaiyun. Intelligence method for large deformation prediction of weak surrounding rock construction in long and large tunnel[J]. China Railway Science, 2008, 29(2): 82 - 87.(in Chinese))
- [40] 解志刚. 隧道围岩变形预测及其在工程中的应用[硕士学位论文][D]. 兰州: 兰州交通大学, 2012.(XIE Zhigang. Tunnel surrounding rock deformation and prediction and its application in engineering[M. S. Thesis][D]. Lanzhou: Lanzhou Jiaotong University, 2012.(in Chinese))
- [41] NIU Z L, WANG Y Q, FAN S Y. Research on the deformation control of surrounding rock about large-section tunnel in strong-medium weathered slate[J]. Frontiers in Earth Science, 2023, 10: 1 - 15.
- [42] 汪学清, 刘爽, 李秋燕, 等. 基于 K 折交叉验证的 SVM 隧道围岩分级判别[J]. 矿冶工程, 2021, 41(6): 126 - 128.(WANG Xueqing, LIU Shuang, LI Qiuyan, et al. Classification and discrimination of surrounding rock of tunnel based on SVM of K-Fold cross validation[J]. Mining and Metallurgical Engineering, 2021, 41(6): 126 - 128.(in Chinese))
- [43] 毛奕喆, 龚国芳, 周星海, 等. 基于马尔可夫过程和深度神经网络的 TBM 围岩识别[J]. 浙江大学学报: 工学版, 2021, 55(3): 458 - 466.(MAO Yizhe, GONG Guofang, ZHOU Xinghai, et al. Identification of TBM surrounding rock based on Markov process and deep neural network[J]. Journal of Zhejiang University: Engineering Science, 2021, 55(3): 458 - 466.(in Chinese))
- [44] GHAHRAMANI Z. An introduction to hidden Markov models and Bayesian Networks[J]. International Journal of Pattern Recognition and Artificial Intelligence, 2001, 15(1): 9 - 42.
- [45] 刘次华. 随机过程及其应用[M]. 北京: 清华大学出版社, 2004: 1 - 2.(LIU Cihua. Stochastic processes and their applications[M]. Beijing: Tsinghua University Press, 2004: 1 - 2.(in Chinese))
- [46] YE X W, ZHANG X L, ZHANG H Q, et al. Prediction of lining upward movement during shield tunneling using machine learning algorithms and field monitoring data[J]. Transportation Geotechnics, 2023, 41: 101002.
- [47] 杨背背, 殷坤龙, 杜娟. 基于时间序列与长短时记忆网络的滑坡位移动态预测模型[J]. 岩石力学与工程学报, 2018, 37(10): 2 010 - 2 018.(YANG Beibei, YIN Kunlong, DU Juan. A model for predicting landslide displacement based on time series and long and short term memory neural network[J]. Chinese Journal of Rock Mechanics and Engineering, 2018, 37(10): 2 010 - 2 018.(in Chinese))