doi:10.3969/j.issn.1001-4837.2025.07.005

设计计算

管板设计统一理论
——非中面对称因素的系统分析

朱红松[1],郑逸翔[2],缪春生[2],寿比南[3]
(1.巴斯夫(中国)有限公司,上海 200137;2.江苏省特种设备安全监督检验研究院,南京 210036;
3.中国特种设备检测研究院,北京 100029)

摘　要:为分析各类非中面对称因素对管板设计的影响,采用管板设计统一理论,从系统上梳理了30个非中面对称因素,并与现有理论做对比分析,同时澄清了因现有理论缺陷导致的诸多含糊不清的观点。计算对比分析表明,统一理论对"非中面对称"换热器(含重力、压降载荷)的预测结果与有限元分析结果符合良好。相较现有理论,统一理论极大扩展了其适用范围,为承受复杂载荷的固定管板式、浮头式、U型管式换热器的设计提供了坚实的理论基础。

关键词:统一理论;管板;非中面对称;中面对称;两管板不等厚;重力;压降
中图分类号:TH49;TK172;TE965　　**文献标志码:**A

The unified theory of tubesheet design
—Systematic analysis of non-midplane symmetry factors

ZHU Hongsong[1],ZHENG Yixiang[2],MIAO Chunsheng[2],SHOU Binan[3]
(1.BASF(China) Co.,Ltd.,Shanghai 200137,China;
2.Special Equipment Safety Supervision Inspection Institute of Jiangsu Province,Nanjing 210036,China;
3.China Special Equipment Inspection and Research Institute,Beijing 100029,China)

Abstract: To analyze the influence of various non-midplane symmetry factors on tubesheet design,the unified theory of tubesheet design was adopted to systematically sort out 30 non-midplane symmetry factors and conduct comparative analysis with existing theories. At the same time, numerous ambiguous viewpoints caused by deficiencies in existing theories were clarified. Computational comparison and analysis show that the predictions of the unified theory for "non-midplane symmetric" heat exchangers(including gravity and pressure drop loads) are in good agreement with the results of finite element analysis.Compared with existing theories,the unified theory greatly expands its scope of application and provides a solid theoretical foundation for the design of fixed-tubesheet,floating-head,and U-tube heat exchangers subjected to complex loadings.

Key words:the unified theory;tubesheet;non-midplane symmetry;midplane symmetry;two tubesheets with different thickness;gravitation;pressure drop

符号说明:

$ber(x)$——以x为自变量的Kelvin ber函数;
$ber'(x)$——以x为自变量的Kelvin ber函数的导函数;
$bei(x)$——以x为自变量的Kelvin bei函数;
$bei'(x)$——以x为自变量的Kelvin bei函数的导函数;
h_{wi}——螺栓力臂参数,mm;
I_0,I_1——零阶及一阶第一类修正Bessel函数;
U_0,V_0——零阶Schleicher函数;
χ_i——系数,$\chi_i=(-1)^{i+1}$。
下标i——相关部件的位置,i=1为换热器下部或左侧相关参数,i=2为换热器上部或右侧相关参数;
下标Ai——环板i;
下标ci——管箱i;
下标fi——管板法兰环i;

收稿日期:2025-04-16　修回日期:2025-07-05

下标*Ji*——膨胀节*i*；
下标*si*——壳体*i*；
下标*t*——换热管；
下标*ti*——换热管端*i*；
下标*Ti*——管板*i*。

0 引言

当前，各国压力容器规范[1-6]关于固定管板式换热器中管板的设计方法都基于“中面对称”假设，即假定在两管板中间存在一个与换热管轴线垂直的假想平面，两管板厚度、直径、载荷及周边约束等与该假想平面镜面对称，故仅需分析模型的一半。因此，现有规范明确要求两管板本身必须完全相同且周边约束条件相同，且不考虑重力及压降的影响。

例如，常见的卧式换热器，如图1(c)所示，若换热器两端管板材料、几何满足“中面对称”时，通常会认为此换热器能满足“中面对称”要求。但稍作进一步分析，即可发现实际并非如此，主要原因如下。

(1)膨胀节通常并不置于两管板间中央位置，因而不符合“中面对称”假设；

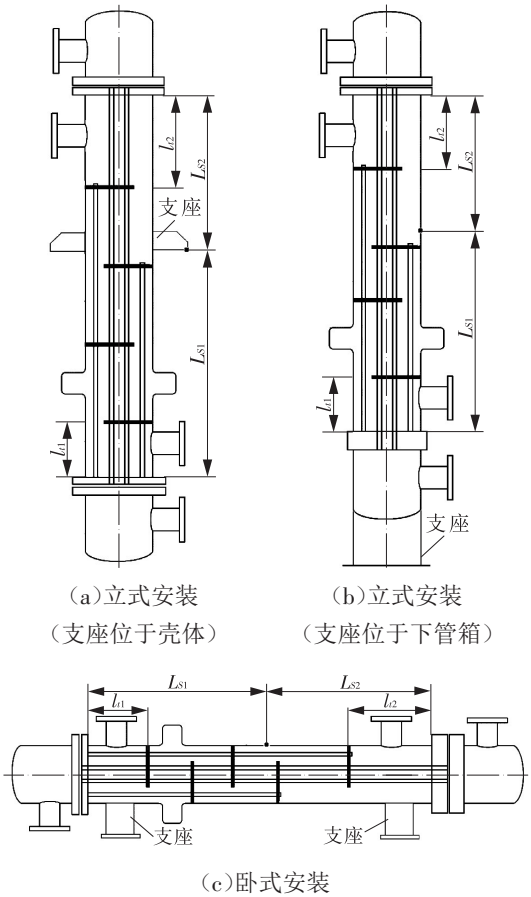
(2)考虑一种常见的情形，即所有换热管温度分布相同，但温度沿轴线方向单调变化，以中面为基准，其两侧换热管相对中面的轴热膨胀不同，导致其无法满足“中面对称”；

(3)当管板与管箱以图2(a)所示结构连接，操作工况下，通常两管板的温度不同，且管箱、壳体的温度也不同，这导致径向热膨胀也不同；

(4)当管板与管箱以图2(b)~(d)所示结构连接，若两侧的垫片不同，会导致两管板螺栓载荷存在差异，因而不满足“中面对称”要求；

(5)管程流体通过换热管时，必然有压降损失，这导致两管箱操作压力不同，同时也导致两管板有效压力不同，因而不满足“中面对称”要求。

上述分析表明，“中面对称”要求极其严苛，实际换热器很难满足“中面对称”要求。此外，“中面对称”适用范围极其有限：首先，它无法处理两管板材料、厚度不同的情况；其次，它要求两管板周边约束必须相同，使得结构设计的灵活性大大降低，例如，其无法处理如图1(b)所示的管式反应器，即上部管板为法兰连接结构，下部管板为焊接结构；最后，它无法考虑重力及压降的影响，这会导致大型换热器设计存在不安全的问题，例如，其无法处理如图1(b)所示的管式反应器的换热管自重、催化重量及管程流体压降等载荷。



注：“•”为计算参照点。

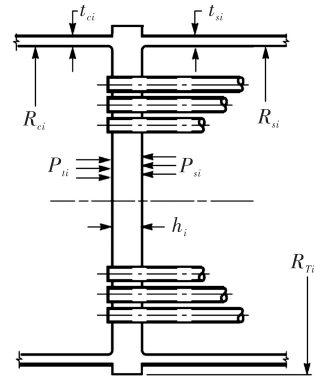
图1 固定管板式换热器的安装形式

Fig.1 Installation form of fixed-tubesheet heat exchanger

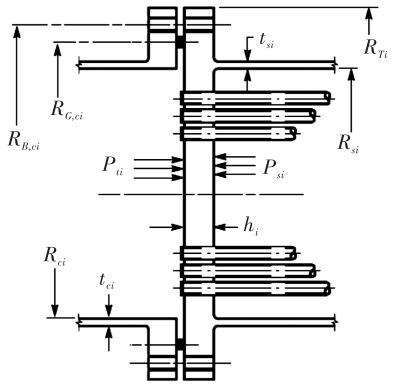
综上所述，“非中面对称”问题在理论和实践上都无法回避。因“非中面对称”理论分析难度大，目前仅少数文献涉及此问题，例如薛明德等[7]试图采用变通的方法解决NEN型换热器在重力这种“非中面对称”载荷作用下的影响。研究人员一般都讨论“中面对称”条件下的管板设计问题，参见文献[8-9]。本文将系统考察管板设计中的“非中面对称”因素，并分析其影响。

1 非中面对称因素的系统分析

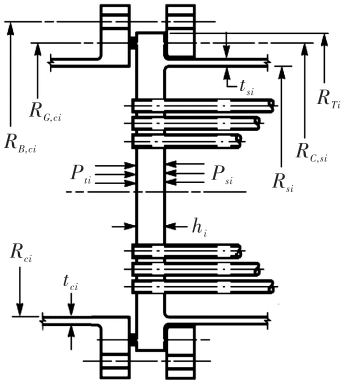
将换热器部件的材料、几何归为结构问题，将换热器部件的温度(含管板沿厚度方向的温度梯度、径向温差、换热管及壳体轴向温度分布等)、压力、部件及物料的重力、螺栓载荷等系统地归为载荷问题。据此，换热器是否“中面对称”可归结为3大类问题：结构是否对称、载荷是否对称，以及结构与载荷的组合是否对称。



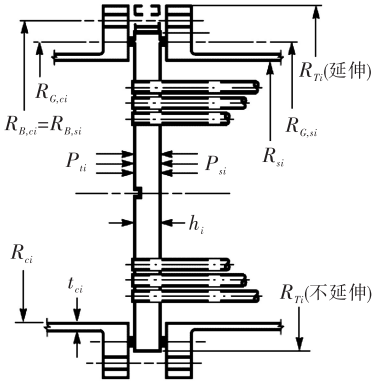
(a)管板与管箱、壳体为整体连接



(b)管板与壳体整体连接、与管箱垫片连接，管板延伸部分兼作法兰



(c)管板与壳体整体连接、与管箱垫片连接，管板不兼作法兰



(d)管板与管箱、壳体皆为垫片连接

注：图2(a)中，$h_{wi}=0$；图2(b)中，$h_{wi}=R_{G,ci}-R_{B,ci}$；图2(c)中，$h_{wi}=R_{G,ci}-R_{C,si}$；图2(d)中，$h_{wi}=R_{G,ci}-R_{G,si}$。

图2 常用固定端管板结构

Fig.2 Tubesheet structure for commonly fixed-end

对换热器结构及载荷进行逐一分析，见表1，可梳理出至少30个“非中面对称”因素。按排列组合原理，这些因素可导致超过2^{30}种“非中面对称”组合情形，而“中面对称”只是其中的一种特殊情形。

表1 “非中面对称”因素概要

Tab.1 Summary of “non-midplane symmetry” factors

部件	材料	厚度	直径	管孔直径	管板结构	设计温度	管板厚度方向温度梯度	径向温度分布	轴向温度分布	管板管孔内有效压力	压力	螺栓载荷
两管板	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y	Y
两管箱	Y	Y	Y	—	—	Y	—	Y	—	—	Y	—
与两管板连接壳体	Y	Y	—	—	—	Y	—	Y	Y	—	Y	—
换热管	—	—	—	—	—	—	—	—	Y	—	—	—
折流板	支撑间距l_{t1}和l_{t2}不同，如图1所示，引起换热管弯曲对管板的约束不同，可导致“非中面对称”。											
支座	如图1(a)(b)所示，支座位置不同，可导致“非中面对称”。											
膨胀节	如图1(a)(b)所示，膨胀节相对支座的位置不同，可导致“非中面对称”。											
物料	对立式换热器，管壳程物料重力，可导致“非中面对称”。											

注：(1)管板结构，如图2所示；(2)Y表示该因素可导致“非中面对称”；对于立式换热器，部件重力可导致“非中面对称”。

基于“中面对称”假设，通过添加额外假设，来解决或部分解决“非中面对称”问题是一种值得尝试的办法。例如，针对NEN型立式固定管板式换热器，薛明德等[7]在这个方面做了尝试，为考虑重力影响，添加了如下假设。

(1)当结构对称(两管板等厚且结构相同)，仅重力作用下，假设换热管重量平均分配给两管板支承，换热管对管板挠度不起支承作用。

（2）将换热管内催化剂重量均匀当量到换热管上。

现对假设（1）做简要定性分析：对于带膨胀节的立式换热器，如图1（b）所示，支座布置于下管箱。与壳体相比，膨胀节轴向刚度小、易变形，故下管板将承受绝大部分换热管重量，且换热管总体上受压。故此假设不具有广泛应用的基础，难以作为理论分析的基础。

再对假设（2）做简要定性分析：尽管催化剂与管内壁之间有相互摩擦作用，但催化剂重量大部分是由附着于下管板的支撑孔板承担。此外，沿管长方向通常会布置不同种类的催化剂，即催化剂密度沿管长方向是变化的。故假设（2）也不具有广泛的基础，若用作理论分析的基础同样值得商榷。

此外，既然考虑了重力的影响，那么壳程流体重力也应考虑。壳程流体重力全部由下管板承担，将壳程流体质量均匀当量到换热管上显然是不适宜的。该文献中的假设无法解决此问题，故回避了此重要因素。

若考虑换热管内催化剂的重量，那么还需考虑另一关联问题，即流体通过管内催化剂时，必然有较大的压降。例如，反应气体从图1（b）上管箱通过管内催化剂时会产生较大压降，此压降部分以摩擦力的形式损失于管内壁及催化剂之上。此压降效应与重力类似，但通常强度更大。前述两假设无法解决此问题，故文献[7]无法考虑此重要因素。

以上分析表明，即使只考虑重力这一因素，添加额外假设会带来新问题，并导致理论上的不自洽。若需要考虑更多“非中面对称”因素，对于现有理论则是无法想象的。如前所述，“非中面对称”因素可导致超过2^{30}种情形的组合，显然只有发展强有力的理论方可解决这类问题。

基于“非中面对称”的理论架构，统一理论[10-12]系统地考虑了“非中面对称”因素——无论其是属于结构或载荷或是二者组合。因此，本文以统一理论为工具，系统分析各因素的影响，为管板设计提供理论依据。

2 统一理论对“非中面对称”因素的处理

统一理论的基本假设详见文献[10]，与现有方法的显著差别在于，其承认载荷及结构的“非中面对称”在换热器中的普遍性。统一理论的优越性在于，各种“非中面对称”因素只是其理论架构下的常见情形，因此，统一理论可系统处理这类问题。本节讨论统一理论对各种“非中面对称”因素的处理并分析其影响。

2.1 基本力学模型

统一理论基本力学模型详见文献[10]，如图3所示，此典型立式换热器考虑了管束、管内催化剂、壳程流体重力及管、壳程压降等因素的影响。而现有理论则基于“中面对称”假设。

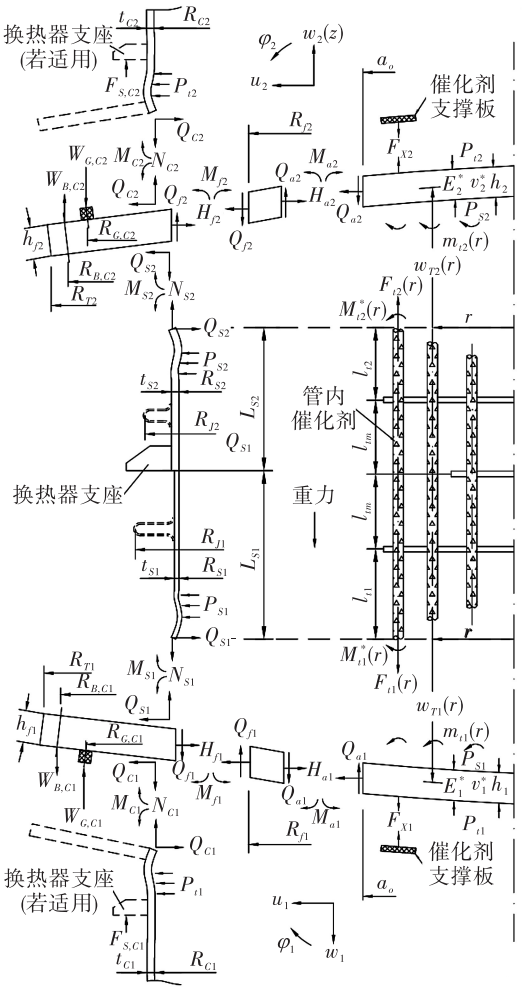


图3 立式换热器

Fig.3 Vertical heat exchanger

2.2 管板布管区的挠曲微分方程的分析

统一理论布管区挠曲微分方程组（i=1，2）[10]如下所示：

$$\nabla^4 w_{Ti}-\left[\frac{k_{ai}}{D_i^*}\nabla^2 w_{Ti}+\chi_i\frac{k_{bi}}{D_i^*}\nabla^2\left(w_{T1}-w_{T2}\right)\right]+\frac{k_w}{D_i^*}\left(w_{T1}+w_{T2}\right)=\frac{P_{ai}}{D_i^*}-\frac{\nabla^2 M_{\Delta T,Ti}}{\left(1-\nu_i^*\right)D_i^*} \tag{1}$$

现有理论布管区挠曲微分方程则简化为：

$$\nabla^4 w_{T1} + \frac{k_w}{D_1^*} w_{T1} = \frac{P_{a1}}{D_1^*} \tag{2}$$

各种“非中面对称”因素可导致两管板的耦合效应，故统一理论给出两管板挠曲微分方程组成的方程组（i=1，2可获得方程组）。现有理论只考虑一块管板，故只有一个微分方程。

对比式（1）和式（2），统一理论与现有理论的重大差别显而易见。方程中不同项的影响分析如下。

式（1）中，D_i^*为管板布管区的抗弯刚度（i=1，2），其计算式如下：

$$D_i^* = \frac{E_i^* h_i^3}{12(1-v_i^{*2})} \tag{3}$$

式（3）表明，两管板材料、厚度、管孔孔带效率及温度的不同，可导致D_i^*的差异，并导致“非中面对称”。

式（1）中，$\left[\left(k_{ai}/D_i^*\right)\nabla^2 w_{Ti} + \chi_i\left(k_{bi}/D_i^*\right)\nabla^2\left(w_{T1} - w_{T2}\right)\right]$反映了换热管弯曲刚度对两管板的耦合效应。

k_{ai}，k_{bi}计算式如下：

$$\begin{cases} k_{ai} = k_{ti} + H_{ai} \\ k_{bi} = f_{Nb} k_{ti} \end{cases} \tag{4}$$

其中，

$$k_{ti} = \frac{F_{ni} N_t I_t E_t}{\left(\pi a_o^2 l_{ti}\right)} \tag{5}$$

$$f_{Nb} = \begin{cases} 1, & \text{管板间无折流板} \\ 0, & \text{管板间折流板数量足够多} \end{cases} \tag{6}$$

对于k_{ai}，通常可忽略H_{ai}的影响，则：

$$k_{ai} = k_{ti} \tag{7}$$

其中，k_{ti}和管板到与其相邻的第一块折流板间距l_{ti}有关。即两管板对应的k_{ti}的值可不同，故此因素可导致“非中面对称”。

式（1）中，$\left(k_w/D_i^*\right)\left(w_{T1} + w_{T2}\right)$反映了两管板的轴向耦合效应，而现有理论无法体现。

式（1）中，P_{ai}的表达式如下（i=1，2）：

$$\begin{aligned} P_{ai} = {} & \frac{1}{2}\left[\chi_s\left(P_{s1} + P_{s2}\right) - \chi_t\left(P_{t1} + P_{t2}\right)\right] \\ & + \frac{1}{2}\left(P_{g,T1} - P_{g,T2}\right) - k_w\left(\delta_s - \delta_{\gamma,t} - \delta_{v,t}\right) \\ & + \frac{\chi_i}{2}\left[P_{g,t} + P_{g,fs} + P_{g,ft} + \left(P_{g,T1} + P_{g,T2}\right)\right. \\ & \left. + \left(P_{t2} - P_{t1}\right)\right] \end{aligned} \tag{8}$$

式中，$k_w\left(\delta_s - \delta_{\gamma,t} - \delta_{v,t}\right)$包含了壳体和换热管的轴向热膨胀差；系数$\chi_i = (-1)^i$所作用的项，表明相关载荷的反对称性；$P_{g,t}$为因换热管自重导致的项，$P_{g,t} = \left(\chi_t - \chi_s\right)\omega_{g,t} L$；$P_{g,fs}$为因壳程流体自重导致的项，$P_{g,fs} = \chi_s \omega_{f,s} L_s$；$P_{g,ft}$为因换热管内催化剂自重导致的项，$P_{g,ft} = N_t W_{g,ft}/\left(\pi a_o^2\right)$；$\left(P_{g,T1} + P_{g,T2}\right)$为因管板自重导致的项，$P_{g,Ti} = \omega_{g,Ti} h_i \chi_s$；$\left(P_{t2} - P_{t1}\right)$为因管程侧两管板间的压差（含流体压降）导致的项。

式（8）可分解如下：

$$P_{ai} = \overline{P_a} + \chi_i \frac{\Delta P_a}{2} \tag{9}$$

其中：

$$\begin{aligned} \overline{P_a} = {} & \frac{1}{2}\left\{\left[\chi_s\left(P_{s1} + P_{s2}\right) - \chi_t\left(P_{t1} + P_{t2}\right)\right]\right. \\ & \left. + \left(P_{g,T1} - P_{g,T2}\right) - k_w\left(\delta_s - \delta_{\gamma,t} - \delta_{v,t}\right)\right\} \end{aligned} \tag{10}$$

$$\begin{aligned} \Delta P_a = {} & P_{g,t} + P_{g,fs} + P_{g,ft} + \left(P_{g,T1} + P_{g,T2}\right) \\ & + \left(P_{t2} - P_{t1}\right) \end{aligned} \tag{11}$$

若仅考虑重力的影响，且假定两管板相同，则式（10）可简化：

$$\overline{P_a} = -\frac{1}{2} k_w \delta_s \tag{12}$$

式中，δ_s为壳体（含膨胀节）总轴向伸长。

借助统一理论可证明，立式换热器膨胀节安装位置的影响不可忽略。例如，立式换热器支座安装位置如图1（b）所示，仅在重力作用下，膨胀节处于轴向压缩态，壳体的总轴向变形δ_s由膨胀节变形$\delta_{e,si}$主导，且$\delta_s < 0$。这表明重力可导致作用于管板上的当量对称压力$\overline{P_a}$，而这种效应文献[7]无法预见。若设备支座位于壳程壳体，膨胀节布置于支座下方，如图1（a）所示，仅考虑重力时$\delta_s > 0$。这表明，膨胀节与设备支座的相对位置不同，$-k_w\delta_s$导致的$\overline{P_a}$有正负之分。换言之，膨胀节与设备支座的相对位置不同，会影响两管板应力分布。本文算例（见5.3，5.4节）清楚表明了这一点。

式（11）表明，反对称当量压力ΔP_a可归结为两类因素：重力和压降的影响。对于水平卧式换热器，虽不用考虑重力的影响，但压降的影响仍存在，并可对管板应力产生较大影响。

式（2）中，现有理论P_{a1}表达式如下：

$$P_{a1} = \chi_s P_{s1} - \chi_t P_{t1} - k_w\left(\delta_s - \delta_{\gamma,t} - \delta_{v,t}\right) \tag{13}$$

式（13）不包含反对称部分，故无法考虑重力、压降等反对称载荷。

此外，统一理论计算$(\delta_s-\delta_{\gamma,t}-\delta_{v,t})$时，若所有换热管的轴向温度分布相同，则无须进一步假定壳体和换热管温度分布满足“中面对称”，即温度分布是否满足“中面对称”对分析结果没有影响。

当所有换热管的轴向温度分布相同，但壳体和换热管的温度分布不满足“中面对称”时，现有方法原则上不允许处理这类情形。但目前各规范在处理轴向热膨胀差时，又可违背这个原则，这清晰显示了此类理论的局限性。

式(1)中，$M_{\Delta T,Ti}$反映了管板厚度方向温度梯度的影响，若两管板对应的$M_{\Delta T,Ti}$不同，也可导致“非中面对称”。

2.3 管板布管区挠曲微分方程解的分析

统一理论方程(1)的解[10]如下(i=1，2)：

$$\begin{aligned}w_{Ti}(r)=\frac{1}{2}\{&\left[C_1U_0(\alpha_k r,\theta)+C_2V_0(\alpha_k r,\theta)+B_w\right]\\&+\chi_i\left[F_1U_0(\alpha_k r,\theta)+F_2V_0(\alpha_k r,\theta)+C_3\right.\\&\left.+C_4I_0(\beta_k r)-B_t\Delta P_a r^2\right]\}\end{aligned}\tag{14}$$

式中，C_1~C_4为待定积分常数。

现有理论方程(2)的解如下：

$$w_{T1}(r)=\frac{1}{2}\left[C_1Ber(\alpha r)+C_2Bei(\alpha r)+\frac{P_{a1}}{k_w}\right]\tag{15}$$

参数θ需使得$x=\alpha_k^2\cdot e^{\pm 2\theta i}$满足下式：

$$x^3+bx^2+cx+d=0\tag{16}$$

其中，

$$\begin{cases}b=-2(K_1+K_3)\\c=\alpha^4+(K_1^2-K_2^2)+2(K_1K_3-K_2K_4)\\d=(K_2+2K_4)(\alpha_1^4-\alpha_2^4)-(K_1+2K_3)\alpha^4\end{cases}\tag{17}$$

$$\begin{cases}K_1=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{k_{t1}}{D_1^*}+\dfrac{k_{t2}}{D_2^*}\right)\\K_2=\dfrac{1}{2}\left(\dfrac{k_{t1}}{D_1^*}-\dfrac{k_{t2}}{D_2^*}\right)\\K_3=\dfrac{1}{2}f_{Nb}\left(\dfrac{k_{t1}}{D_1^*}+\dfrac{k_{t2}}{D_2^*}\right)\\K_4=\dfrac{1}{2}f_{Nb}\left(\dfrac{k_{t1}}{D_1^*}-\dfrac{k_{t2}}{D_2^*}\right)\end{cases}\tag{18}$$

上述公式中，参数α_k，θ，α，F_1，F_2，β_k，B_w，B_t等可参照文献[10]确定或参见如下表达式：

$$\begin{cases}\alpha_k=\sqrt[4]{\dfrac{k_w}{D_1^*}+\dfrac{k_w}{D_2^*}}\\\alpha=\sqrt[4]{\dfrac{2k_w}{D_1^*}}\end{cases}\tag{19}$$

$$\begin{cases}F_1=\dfrac{\left[\begin{array}{l}-\lambda_2\cdot(C_1\cos 2\theta-C_2\sin 2\theta+C_1\lambda_1)\\+\lambda_1\cdot(\zeta_2-\zeta_1)(C_1\cos 2\theta-C_2\sin 2\theta)\\+(\zeta_2-\zeta_1)(C_1\cos 4\theta-C_2\sin 4\theta)\end{array}\right]}{1+2\lambda_1\cos 2\theta+\lambda_1^2}\\F_2=\dfrac{\left[\begin{array}{l}-\lambda_2\cdot(C_1\sin 2\theta+C_2\cos 2\theta+C_2\lambda_1)\\+\lambda_1\cdot(\zeta_2-\zeta_1)(C_1\sin 2\theta+C_2\cos 2\theta)\\+(\zeta_2-\zeta_1)(C_1\sin 4\theta+C_2\cos 4\theta)\end{array}\right]}{1+2\lambda_1\cos 2\theta+\lambda_1^2}\end{cases}\tag{20}$$

$$\beta_k=\sqrt{\left(\frac{1}{2}+f_{Nb}\right)\left(\frac{k_{t1}}{D_1^*}+\frac{k_{t2}}{D_2^*}\right)}\tag{21}$$

$$B_w=\frac{1}{k_w}\left[\frac{P_{a2}k_{t1}+P_{a1}k_{t2}}{2(k_{t1}+k_{t2})}\right]\tag{22}$$

$$B_t=\frac{1}{(2+4f_{Nb})(k_{t1}+k_{t2})}\tag{23}$$

$$\begin{cases}\lambda_1=\dfrac{K_1}{\alpha_k^2}+\dfrac{2K_3}{\alpha_k^2}\\\lambda_2=\dfrac{K_2}{\alpha_k^2}\end{cases}\tag{24}$$

$$\begin{cases}\zeta_1=\dfrac{D_2^*}{D_1^*+D_2^*}\\\zeta_2=\dfrac{D_1^*}{D_1^*+D_2^*}\end{cases}\tag{25}$$

对比式(14)(15)，可以看出统一理论解与现有理论解的重大差别。式(14)中含系数χ_i的项，反映了“非中面对称”因素所导致的反对称效应。

参数θ反映了换热管弯曲刚度对方程解的对称分量的扰动。由于$U_0(\alpha_k r,\pi/4)=Ber(\alpha_k r)$，$V_0(\alpha_k r,\pi/4)=-Bei(\alpha_k r)$，因此，$\theta$与$\pi/4$的差异反映了扰动程度。通常对换热器而言，$|\theta-\pi/4|<0.04$，此时可忽略参数$\theta$的影响。

式(19)表明，参数α_k体现了两管板的耦合效应在统一理论解中得到了反馈。而现有理论参数α只能体现一块管板的行为。

通常情况下，式(24)中$\lambda_1\to 0$，$\lambda_2\to 0$，故式(20)中的系数F_1，F_2主要体现了两管板刚度不同所导致的反对称效应。

含有参数β_k的项，体现了换热管弯曲刚度对重力和压降的抗力，这非常有利于降低重力和压降导致的管板应力。

式(14)中$B_t\Delta P_a r^2$项表明，对于大直径管板，ΔP_a将产生非常显著的影响。

2.4 管板布管区径向位移、转角、弯矩及剪力的分析

统一理论管板布管区的径向位移、转角、弯矩如下（i=1,2）：

$$u_{Ti}(r)=\frac{1-v_i}{h_iE_i}\cdot\frac{1}{\eta_i'}\left[H_{ai}+\left(1-\eta_i'\right)P_{hi}h_i\right]\cdot r+\alpha_{r,Ti}\left(T_{r,Ti}-T_a\right) \tag{26}$$

$$\varphi_{Ti}(r)=-\frac{\mathrm{d}w_{Ti}}{\mathrm{d}r} \tag{27}$$

$$M_{Ti}(r)=D_i^*\left(\frac{\mathrm{d}^2w_{Ti}}{\mathrm{d}r^2}+\frac{v_i^*}{r}\frac{\mathrm{d}w_{Ti}}{\mathrm{d}r}\right)+\frac{M_{\Delta T,Ti}}{1-v_i^*} \tag{28}$$

$$Q_{Ti}(r)=D_i^*\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(\nabla^2w_{Ti}\right)-\left[k_{ai}\frac{\mathrm{d}w_{Ti}}{\mathrm{d}r}+\chi_ik_{bi}\frac{\mathrm{d}\left(w_{T1}-w_{T2}\right)}{\mathrm{d}r}\right]+\frac{1}{1-v_i^*}\cdot\frac{\mathrm{d}M_{\Delta T,Ti}}{\mathrm{d}r} \tag{29}$$

现有理论管板布管区的径向位移、转角、弯矩计算式如下：

$$u_{T1}(r)=\frac{1-v_1}{h_1E_1}\cdot\frac{1}{\eta_1'}H_{a1}\cdot r+\alpha_{r,T1}\cdot\left(T_{r,T1}-T_a\right)\cdot r \tag{30}$$

$$\varphi_{T1}(r)=-\frac{\mathrm{d}w_{T1}}{\mathrm{d}r} \tag{31}$$

$$M_{T1}(r)=D_1^*\left(\frac{\mathrm{d}^2w_{T1}}{\mathrm{d}r^2}+\frac{v_1^*}{r}\frac{\mathrm{d}w_{T1}}{\mathrm{d}r}\right) \tag{32}$$

$$Q_{T1}(r)=D_1^*\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(\nabla^2w_{T1}\right) \tag{33}$$

对比式（26）（30），可看出统一理论考虑了管孔内有效压力P_{hi}对管板径向位移的影响。管板与管子的连接结构不同，可导致P_{hi}的差别，故此因素可导致“非中面对称”。此外，若两管板温度不同，也可导致径向热位移不同。

对比式（28）（32），式（28）中多了含$M_{\Delta T,Ti}$（管板厚度方向温度梯度导致的热弯矩）的项。可以看出，统一理论考虑了管板厚度方向温度梯度的影响，此因素也可导致“非中面对称”。

对比式（29）（33）关于剪力的表达式，可以看出，统一理论考虑了换热管弯曲对两管板的约束。

2.5 管箱端部转角及位移的分析

以图2（a）所示管板结构为例，统一理论中，管箱端部的位移、转角（i=1,2）计算式如下：

$$u_{ci}=\frac{\beta_{ci}M_{ci}-Q_{ci}}{2\beta_{ci}^2k_{ci}}+\frac{R_{m,ci}^2P_{ti}}{E_{ci}t_{ci}}-\left(v_{ci}+\frac{R_{m,ci}}{R_{m,ci}''}\right)\times\frac{R_{m,ci}N_{ci}}{E_{ci}t_{ci}}+\alpha_{r,ci}\left(T_{r,ci}-T_a\right)R_{m,ci} \tag{34}$$

$$\varphi_{ci}=-\frac{2\beta_{ci}M_{ci}-Q_{ci}}{2\beta_{ci}k_{ci}} \tag{35}$$

其中，N_{ci}可由管箱轴向平衡条件求得：

$$N_{ci}=\frac{a_{ci}^2P_{ti}}{2a_{m,ci}}+\chi_i\frac{W_{g,ci}-F_{s,ci}}{2\pi a_{m,ci}} \tag{36}$$

现有理论管板管箱端部的位移、转角计算式如下：

$$u_{c1}=\frac{\beta_{c1}M_{c1}-Q_{c1}}{2\beta_{c1}^2k_{c1}}+\frac{R_{m,c1}^2P_{t1}}{E_{c1}t_{c1}}-\left(v_{c1}+\frac{R_{m,c1}}{R_{m,c1}''}\right)\times\frac{R_{m,c1}N_{c1}}{E_{c1}t_{c1}}+\alpha_{r,c1}\left(T_{r,c1}-T_a\right)R_{m,c1} \tag{37}$$

$$\varphi_{c1}=-\frac{2\beta_{c1}M_{c1}-Q_{c1}}{2\beta_{c1}k_{c1}} \tag{38}$$

不考虑管箱重力及设备支座的作用力，N_{c1}计算式如下：

$$N_{c1}=\frac{a_{c1}^2P_{t1}}{2a_{m,c1}} \tag{39}$$

因统一理论允许两管箱的材料、直径、厚度、温度、压力，以及是否有支座作用力（支座的安装位置不同所导致）等可不同，故两管箱端部的位移、转角不同，这些因素都可导致“非中面对称”。

倘若两管板边缘结构不同，那么两管箱端部的位移、转角也可不同，并导致“非中面对称”，而现有理论无法考虑这类情形。

2.6 壳体转角及位移的分析

以图2（a）所示管板结构为例，统一理论壳体端部的位移、转角（i=1,2）计算式如下：

$$u_{si}=\frac{\beta_{si}M_{si}-Q_{si}}{2\beta_{si}^2k_{si}}+\frac{R_{m,si}^2P_{si}}{E_{si}t_{si}}-\frac{v_{si}R_{m,si}N_{si}}{E_{si}t_{si}}+\alpha_{r,si}\cdot\left(T_{r,si}-T_a\right)R_{m,si} \tag{40}$$

$$\varphi_{si}=\frac{2\beta_{si}M_{si}-Q_{si}}{2\beta_{si}k_{si}} \tag{41}$$

因统一理论允许两端壳体的材料、厚度、温度、压力等可不同，故两端壳体的位移、转角不同，这些因素都可导致“非中面对称”。倘若两管板边缘结构不同，那么两端壳体的位移、转角也会不同。但现有理论无法考虑这类情形。

2.7 管板环板区的位移及弯曲变形的分析

对于统一理论，中间环板径向位移（i=1,2）计算式如下：

$$u_{Ai}(r)=\frac{(1-v_i)\left(H_{fi}-H_{ai}\rho_i^2\right)}{h_iE_i\left(1-\rho_i^2\right)}r+\frac{(1+v_i)\left(H_{fi}-H_{ai}\right)a_o^2}{h_iE_i\left(1-\rho_i^2\right)}\cdot\frac{1}{r}+\alpha_{r,Ai}\cdot\left(T_{r,Ai}-T_a\right)r \tag{42}$$

对于统一理论，中间环板挠曲微分方程及其解（i=1，2）如下：

$$\nabla^4 w_{Ai}=\frac{P_{si}-P_{ti}+\chi_i P_{g,Ai}}{D_i}-\frac{\nabla^2 M_{\Delta T,Ai}}{(1-v_i)D_i} \tag{43}$$

$$w_{Ai}(r)=A_{0i}+A_{1i}r^2+A_{2i}\ln r+A_{3i}r^2\ln r+\frac{P_{si}-P_{ti}+\chi_i P_{g,Ai}}{64D_i}r^4 \tag{44}$$

对于统一理论，中间环板转角、弯矩及横向剪力（i=1，2）计算式如下：

$$\varphi_{Ai}(r)=-\frac{\mathrm{d}w_{Ai}}{\mathrm{d}r} \tag{45}$$

$$M_{Ai}(r)=D_i\left(\frac{\mathrm{d}^2 w_{Ai}}{\mathrm{d}r^2}+\frac{v_i}{r}\frac{\mathrm{d}w_{Ai}}{\mathrm{d}r}\right)+\frac{M_{\Delta T,Ai}}{1-v_i} \tag{46}$$

$$Q_{Ai}(r)=D_i\frac{\mathrm{d}}{\mathrm{d}r}\left(\nabla^2 w_{Ai}\right)+\frac{1}{1-v_i}\frac{\mathrm{d}M_{\Delta T,Ai}}{\mathrm{d}r} \tag{47}$$

因两管板材料、厚度、温度、管板厚度方向温度梯度（导致$M_{\Delta T,Ai}$）、压力等不同，这些均可导致中间环板的径向位移、挠度、转角、弯矩、剪力等不同，这些因素都可导致“非中面对称”。

现有规范对中间环板的处理方法有所不同，例如ASME BPVC.VIII.2–2025将中间环板合并到管板法兰环之中，只考虑其旋转变形而不考虑其弯曲变形，同时也不考虑其径向位移。

2.8 管板法兰环位移及转角的分析

对于统一理论，管板法兰环截面形心的径向位移及转角（i=1，2）计算式如下：

$$u_{fi}(r)=\frac{Q_{si}a_{m,si}+Q_{ci}a_{m,ci}-H_{fi}R_{fi}}{\left(R_{Ti}-R_{fi}\right)h_{fi}E_{fi}}r+\alpha_{r,fi}\left(T_{r,fi}-T_a\right)r \tag{48}$$

$$\varphi_{fi}=\frac{12}{h_{fi}^3 E_{fi}\ln\frac{R_{Ti}}{R_{fi}}}\left(M_{M,ci}^*+M_{Q,ci}^*-M_{N,ci}^*-M_{M,si}^*-M_{Q,si}^*+M_{N,si}^*+M_{P,ti}^*-M_{P,si}^*+M_{M,fi}^*+M_{Wi}^*\right) \tag{49}$$

其中：

$$\begin{cases}M_{M,ci}^*=a_{m,ci}M_{ci}\\M_{M,si}^*=a_{m,si}M_{si}\\M_{M,fi}^*=R_{fi}M_{fi}\end{cases} \tag{50}$$

$$M_{N,si}^*=\left[R_{m,si}N_{si}+0.5(a_{si}^2-R_{si}^2)P_{si}\right](a_{m,si}-R_{fi}) \tag{51}$$

$$M_{N,ci}^*=a_{m,ci}N_{ci}(a_{m,ci}-R_{fi}) \tag{52}$$

$$\begin{cases}M_{Q,ci}^*=0.5a_{m,ci}Q_{ci}h_i\\M_{Q,si}^*=0.5a_{m,si}Q_{si}h_i\end{cases} \tag{53}$$

$$M_{P,si}^*=0.25\left(a_{si}-R_{fi}\right)\left(a_{si}^2-R_{fi}^2\right)P_{si} \tag{54}$$

$$M_{P,ti}^*=0.25\left(a_{ci}-R_{fi}\right)\left(a_{ci}^2-R_{fi}^2\right)P_{ti} \tag{55}$$

$$M_{Wi}^*=\frac{W_i^* h_{wi}}{2\pi} \tag{56}$$

因两管板法兰环、管板边缘结构、材料、厚度、温度、压力、有效螺栓载荷（W_i^*）等不同，均可导致管板法兰环截面形心的径向位移、转角等不同，这些因素都可导致“非中面对称”。

ASME规范要求两管板法兰环边缘结构、材料、厚度、温度、压力、螺栓载荷等相同，且只考虑其旋转变形而不考虑径向位移。

3 统一理论待定积分常数及未知内力的求解分析

3.1 待定积分常数及广义内力

对于统一理论，总计30个未知量，可用下列向量表示：

$$\left[X_j\right]=\begin{bmatrix}A_{01},A_{11},A_{21},A_{31}\\A_{02},A_{12},A_{22},A_{32}\\C_1,C_2,C_3,C_4\\M_{c1},Q_{c1},M_{s1},Q_{s1},N_{s1},M_{f1},Q_{f1},H_{f1},H_{a1}\\M_{c2},Q_{c2},M_{s2},Q_{s2},N_{s2},M_{f2},Q_{f2},H_{f2},H_{a2}\end{bmatrix} \tag{57}$$

现有理论只考虑一块管板，未知量减少到15个，可用下列向量表示：

$$\left[X_j\right]=\begin{bmatrix}A_{01},A_{11},A_{21},A_{31}\\C_1,C_2\\M_{c1},Q_{c1},M_{s1},Q_{s1},N_{s1},M_{f1},Q_{f1},H_{f1},H_{a1}\end{bmatrix} \tag{58}$$

对比式（57）（58），表明现有理论是统一理论下的一个特殊简化情形。

3.2 各元件在连接点处的协调条件

载荷作用下，各元件在连接点处须保持连续，则应满足以下协调条件。

$$u_{ci}=u_{fi}\left(a_{m,ci}\right)+\varphi_{fi}\frac{h_{fi}}{2} \tag{59}$$

$$\varphi_{ci}=\varphi_{fi} \tag{60}$$

$$u_{si}=u_{fi}\left(a_{m,si}\right)-\varphi_{fi}\frac{h_{fi}}{2} \tag{61}$$

$$\varphi_{si}=\varphi_{fi} \tag{62}$$

$$u_{Ai}(R_{fi})=u_{fi}\left(R_{fi}\right) \tag{63}$$

$$\varphi_{Ai}\left(R_{fi}\right)=\varphi_{fi} \tag{64}$$

$$M_{Ai}\left(R_{fi}\right)=M_{fi} \tag{65}$$

$$Q_{r,Ai}\left(R_{fi}\right)=Q_{fi} \tag{66}$$

$$w_{Ai}\left(R_{fi}\right)=\varphi_{fi}\left(a_{m,si}-R_{fi}\right) \tag{67}$$

$$w_{Ai}(a_o)=w_{Ti}(a_o) \tag{68}$$

$$\varphi_{Ai}(a_o)=\varphi_{Ti}(a_o) \tag{69}$$

$$u_{Ai}(a_o)=u_{Ti}(a_o) \tag{70}$$

$$M_{Ai}(a_o)=M_{Ti}(a_o) \tag{71}$$

$$Q_{Ai}(a_o)=Q_{Ti}(a_o) \tag{72}$$

3.3 平衡方程

略去管板法兰环重量，由其轴向平衡条件可得如下关系式：

$$R_{fi}Q_{fi}+\frac{\left(a_{si}^2-R_{fi}^2\right)}{2}P_{si}+a_{m,ci}N_{ci}=a_{m,si}N_{si}+\frac{\left(a_{ci}^2-R_{fi}^2\right)}{2}P_{ti} \tag{73}$$

3.4 广义内力及待定系数的求解

由式(59)~(73)所表示的协调条件及平衡条件，对于统一理论，令 $i=1,2$ 可获含30个方程的方程组。此方程组含30个未知数，故可解。对于现有理论令 $i=1$，可获含15个方程的方程组并求解。

4 部件应力的对比分析

广义内力及待定系数求解后，按弹性板壳理论，各元件任意点的位移、内力、应力等亦可求解。

如前所述，通常对于换热器，$\theta\to\pi/4$。若取 $\theta=\pi/4$，则式(14)简化为：

$$w_{Ti}(r)=\zeta_i\left[C_1 ber\left(\alpha_k r\right)+C_2 bei\left(\alpha_k r\right)\right]+\frac{1}{k_w}\times\left[\frac{P_{a2}k_{t1}+P_{a1}k_{t2}}{2\left(k_{t1}+k_{t2}\right)}\right]+\frac{\chi_i}{2}\left[C_3+C_4 I_0\left(\beta_k r\right)-\frac{\Delta P_a r^2}{2\left(1+2f_{Nb}\right)\left(k_{t1}+k_{t2}\right)}\right] \tag{74}$$

接下来的关于统一理论的讨论都以式(74)为基础。

4.1 管板布管区应力

对于统一理论，布管区上下表面径向弯曲应力(i=1,2)计算式如下：

$$\sigma_{r,Ti}^b(r)=\mp\frac{6}{\mu_i^* h_i^2}\left\{\alpha_k{}^2\frac{D_1^* D_2^*}{D_1^*+D_2^*}\left[C_2\psi_{2i}\left(\alpha_k r\right)-C_1\psi_{1i}\left(\alpha_k r\right)\right]+\frac{\chi_i}{2}D_i^*\left[C_4\beta^2 I_{2i}\left(\beta_k r\right)-\frac{\left(1+v_i^*\right)\Delta P_a}{\left(1+2f_{Nb}\right)\left(k_{t1}+k_{t2}\right)}\right]+\frac{M_{\Delta T,Ti}}{1-v_i^*}\right\} \tag{75}$$

对于现有理论，布管区上下表面径向弯曲应力(i=1)计算式如下：

$$\sigma_{r,Ti}^b(r)=\mp\frac{6}{\mu_i^* h_i^2}\left\{\alpha^2\frac{D_i^*}{2}\left[C_2\psi_{2i}(\alpha r)-C_1\psi_{1i}(\alpha r)\right]\right\} \tag{76}$$

其中：

$$\psi_{1i}(x)=ber(x)+\left(\frac{1-v_i^*}{x}\right)ber'(x) \tag{77}$$

$$\psi_{2i}(x)=bei(x)-\left(\frac{1-v_i^*}{x}\right)bei'(x) \tag{78}$$

$$I_{2i}(x)=I_0''(x)+\frac{v_i^*}{x}I_0'(x) \tag{79}$$

对于统一理论，布管区径向薄膜应力(i=1,2)计算式如下：

$$\sigma_{r,Ti}^m(r)=\frac{1}{\mu_i^*}\left[\frac{H_{ai}}{h_i}+\left(1-\eta_i'\right)P_{hi}\right] \tag{80}$$

ASME规范忽略管区径向薄膜应力。现有其他理论，若考虑布管区径向薄膜应力(i=1)，则其计算式如下：

$$\sigma_{r,Ti}^m(r)=\frac{1}{\mu_i^*}\frac{H_{ai}}{h_i} \tag{81}$$

对比式(75)(76)，可看出统一理论管板应力与现有理论的显著差别。含系数 χ_i 的项反映了“非中面对称”因素导致的反对称应力。其中，$M_{\Delta T,Ti}$ 反映了管板厚度方向温度梯度的影响。含 β_k 的项反映了管子弯曲对管板约束的影响，$U_a=\beta_k a_o$ 体现了管子弯曲对 ΔP_a(重力和压降)的抗力。当 $U_a>3$ 时，管子弯曲对 ΔP_a 有很强的抗力，详见文献[12]的分析。式(80)表明，当管孔内有效压力 P_{hi} 较高时，其对管板的薄膜应力有很大影响，而现有理论不考虑 P_{hi} 的影响。

4.2 管板中间环板应力

对于统一理论，中间环板径向弯曲应力(i=1,2)计算式如下：

$$\sigma_{r,Ai}^b(r)=\frac{6D_i}{\left(h_i-h_{gi}'\right)^2}\left[2A_{1i}\left(1+v_i\right)-\frac{A_{2i}}{r^2}\left(1-v_i\right)+A_{3i}\left(3+v_i\right)+2A_{3i}\left(1+v_i\right)\ln r+\frac{\left(3+v_i\right)}{16D_i}\times\left(P_{si}-P_{ti}+\chi_i P_{g,Ai}\right)r^2+\frac{M_{\Delta T,Ai}}{1-v_i}\right] \tag{82}$$

对于统一理论，中间环板径向薄膜应力(i=1,2)计算式如下：

$$\sigma_{r,Ai}^{m}(r)=\frac{\rho_i^2}{\left(1-\rho_i^2\right)\left(h_i-h'_{gi}\right)}\left[\left(\frac{1}{\rho_i^2}-\frac{R_{fi}^2}{r^2}\right)H_{fi}-\left(1-\frac{R_{fi}^2}{r^2}\right)H_{ai}\right] \tag{83}$$

从式(82)可以看出，统一理论考虑了压力、重力、管板厚度方向温度梯度的影响。ASME规范将中间环板作为管板法兰环的一部分，不考虑环板区的弯曲应力，忽略管板径向位移，所以也忽略了中间环板径向薄膜应力。其他现有理论也存在考虑中间环板径向弯曲应力及薄膜应力，但仍然还是基于“中面对称”假设，无法考虑两管板不同的情形。

4.3 管板法兰环应力

对于统一理论，管板法兰环薄膜应力+弯曲应力(i=1,2)计算式如下：

$$\sigma_{fi}=\left|\frac{Q_{si}a_{m,si}+Q_{ci}a_{m,ci}-H_{fi}R_{fi}}{h_{fi}R_{fi}\ln\frac{R_{Ti}}{R_{fi}}}\right|+\left|\frac{6M_{Ri}^{*}}{h_{fi}^2R_{fi}\ln\frac{R_{Ti}}{R_{fi}}}\right| \tag{84}$$

ASME规范不要求校核管板法兰环应力。目前大量的计算实例表明，管板法兰环的总应力比较小，似无需校核。

4.4 换热管应力

对于统一理论，换热管轴向薄膜应力(i=1,2)计算式如下：

$$\sigma_{m,ti}(r)=\left\{\left(\chi_sP_{si}-\chi_tP_{ti}+\chi_iP_{g,Ti}\right)+k_w\left[C_1ber(\alpha_kr)+C_2bei(\alpha_kr)\right]\right\}\Big/\left(\chi_t-\chi_s\right)-\chi_i\frac{k_{ti}\Delta P_a}{\left(\chi_t-\chi_s\right)\left(k_{t1}+k_{t2}\right)} \tag{85}$$

对于现有理论，换热管轴向薄膜应力(i=1)计算式如下：

$$\sigma_{x,ti}^{m}(r)=\left\{\left(\chi_sP_{si}-\chi_tP_{ti}\right)+k_w\left[C_1ber(\alpha r)+C_2bei(\alpha r)\right]\right\}\Big/\left(\chi_t-\chi_s\right) \tag{86}$$

对比式(85)(86)，可以看出，统一理论换热管轴向薄膜应力与现有理论的差别，通常情况下，$P_{g,Ti}$，ΔP_a与P_{si}或P_{ti}相比较小，所以重力和压降对换热管轴向薄膜应力的影响有限。

对于统一理论，换热管端部轴向弯曲应力计算式如下：

$$\sigma_{x,ti}^{b}(r)=\frac{F_{ni}E_td_t}{2l_{ti}}\left|\zeta_i\alpha_k\left[\left(1+f_{Nb}\right)-f_{Nb}\frac{\zeta_1\zeta_2}{\zeta_i^{\,2}}\right]\times\left[C_1ber'(\alpha_kr)+C_2bei'(\alpha_kr)\right]+\frac{\chi_i}{2}\left(1+2f_{Nb}\right)\left[C_4\beta I_0'(\beta_kr)-\frac{\Delta P_ar}{\left(1+2f_{Nb}\right)\left(k_{t1}+k_{t2}\right)}\right]\right| \tag{87}$$

式(87)中的第二项，即$\left|\left(\chi_i/2\right)\left(1+2f_{Nb}\right)\left\{C_4\beta I_0'(\beta_kr)-\Delta P_ar\Big/\left[\left(1+2f_{Nb}\right)\left(k_{t1}+k_{t2}\right)\right]\right\}\right|$，反映了$\Delta P_a$对换热管弯曲应力的影响，$\Delta P_a$越大，换热管弯曲应力越大，此时，还需校核换热管弯曲应力。

4.5 管箱及壳体的应力

以图2(a)所示管板结构为例，对于统一理论，壳体的轴向弯曲及薄膜应力(i=1,2)计算式如下：

$$\begin{cases}\sigma_{b,si}=\dfrac{6M_{si}}{t_{si}^2}\\[2ex]\sigma_{m,si}=\dfrac{N_{si}}{t_{si}}\end{cases} \tag{88}$$

对于统一理论，管箱壳体的轴向弯曲及薄膜应力(i=1,2)计算式如下：

$$\begin{cases}\sigma_{b,ci}=\dfrac{6M_{ci}}{t_{ci}^2}\\[2ex]\sigma_{m,ci}=\dfrac{N_{ci}}{t_{ci}}\end{cases} \tag{89}$$

当两管板结构不同或者两管板厚度、管箱厚度、壳体厚度等不同时，两端壳体及管箱的应力有较大差别，统一理论考虑了这些“非中面对称”因素对这些部件的影响。对于现有理论，壳体及管箱应力的计算表达式与统一理论没有差别，但其只适用于满足“中面对称”的情形。

5 算例分析及比较

为说明“非中面对称”因素的影响，采用统一理论对5个算例进行分析，同时部分算例也按ASME BPVC.VIII.2-2025计算并与有限元分析(finite element analysis，FEA)结果做比较。图4~8中“Present”代表按统一理论计算的应力，“Symmetry Stress”为$\overline{P_a}$导致的应力，“Asymmetry Stress”为ΔP_a导致的应力。

若无特别说明，相应计算简化如下：不考虑无

折流板作用，即 $F_{n1}=F_{n2}=2$，$l_{t1}=l_{t2}=L$；不考虑管板厚度方向的温度梯度及管孔内压力的影响。

有限元分析采用 ANSYS Workbench 软件，管板、壳体、管箱采用 Shell 281 单元，并作如下简化。

（1）管板布管区用半径为 a_o 当量实心圆平板代替，其有效弹性常数 E_i^*，v_i^* 按 ASME BPVC.Ⅷ.2-2025 计算。FEA 计算所得的当量实心圆的应力与 μ_i^* 的比值作为 FEA 管板布管区应力的最终结果。

（2）换热管采用 pipe 289 单元，管单元截面尺寸、E_t 和 v_t 等参数采用换热管实际值。

（3）管板布管区管程侧表面施加当量压力 $P_{ti}{}^*=\chi_t P_{ti}$。

（4）管板布管区壳程侧表面施加当量压力 $P_{si}{}^*=\chi_s P_{si}$。

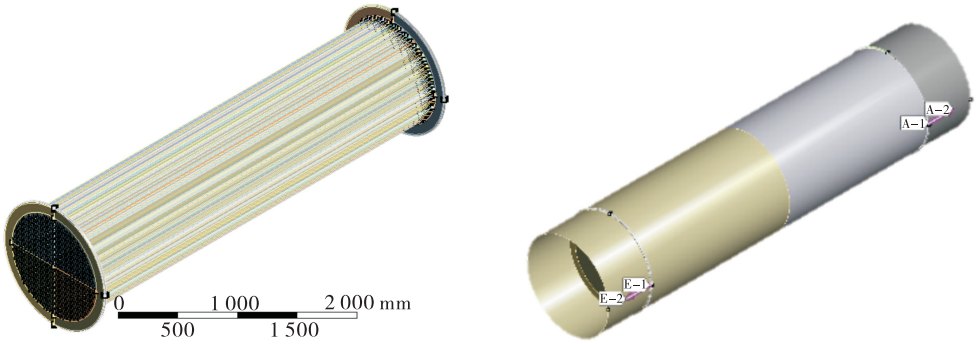
（5）管板非布管区管程侧表面施加压力 P_{ti}，管板非布管区壳程侧表面施加压力 P_{si}。

（6）对壳体内表面施加压力 P_{si}，对管箱内表面施加压力 P_{ti}，管箱端部按工况施加等效轴向力。对换热管内、外表面，分别施加压力 P_{ti}，P_{si}。

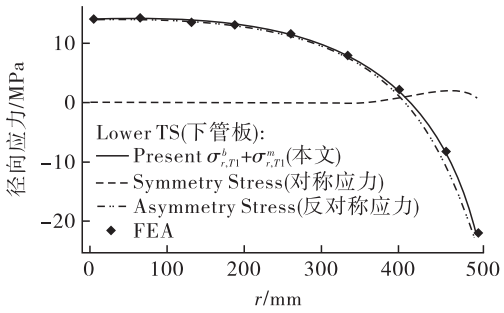
（7）为简化模型，当支座位于壳体上，在支座位置处对筒体施加固定约束，近似模拟支座的约束作用。

5.1 立式固定管板换热器仅考虑重力的影响

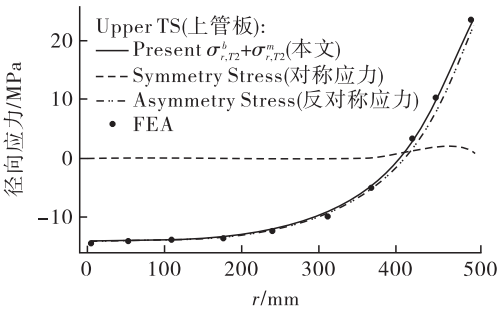
立式固定管板换热器不带膨胀节，设备支座位于下管箱，如图 1（b）所示；上、下管板结构如图 2（a）所示。本算例计算结果对比如图 4 所示。



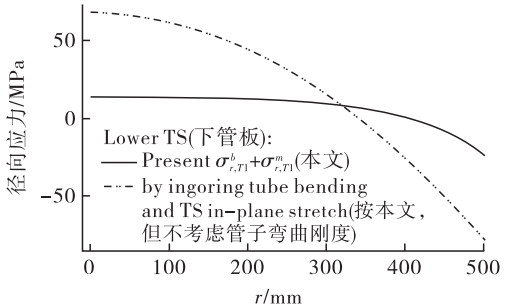
（a）有限元模型



（b）下管板径向应力的比较



（c）上管板径向应力的比较



（d）下管板径向总应力

图4 算例1计算结果对比

Fig.4 Comparison of calculation results of example 1

立式固定管板换热器（i=1，2）采用三角形管排列，其详细设计参数值为：$E_i=E_{si}=E_{ci}=E_t=1.72\times10^5$ MPa，$E_i^*/E_i=0.265$，$v_i=v_{si}=v_{ci}=v_t=0.3$，$v_i^*=0.292\ 1$，$h_i=18$ mm，$a_o=500$ mm，$R_{si}=R_{ci}=585$ mm，$R_{Ti}=600$ mm，$p_i^*=32$，$\mu_i^*=0.220\ 8$，$l_{ti}=L=4\ 000$ mm，$t_{si}=t_{ci}=10$ mm，$L_{si}=2\ 000$ mm，$\omega_{g,si}=\omega_{g,t}=7.84\times10^{-5}$ N/mm^3，$\omega_{f,s}=1.0\times10^{-5}$ N/mm^3，$N_t=847$，$d_t\times t_t=25\times2$，$P_{s1}=0.04$ MPa，$P_{g,t}=0.048\ 8$ MPa，$P_{g,fs}=0.018\ 5$ MPa，$\Delta P_a=0.067\ 3$ MPa，其余参数$\omega_{g,Ti}$，$\omega_{f,t}$，P_{t1}，P_{t2}，P_{s2}，$P_{g,Ti}$，$P_{g,ft}$，为0，得出$F_{s,c1}=76\ 165$ N。

因管板较薄，本算例忽略管板重力影响；壳程充满水，故$P_{s1}=0.04$ MPa，$P_{s2}=0$ MPa，管程无介质，其他压力、温度等载荷不考虑。由统一理论计算得：$P_{a1}=0.177\ 9$ MPa，$P_{a2}=0.110\ 67$ MPa，$\overline{P_a}=0.144\ 3$ MPa，$\Delta P_a=0.067\ 3$ MPa，$U_a=5.27$。

统一理论计算结果显示，ΔP_a导致的下管板外表面的反对称应力为−22~14 MPa，如图4（b）所示。上管板外表面的反对称应力为−14~22 MPa，如图4（c）所示。

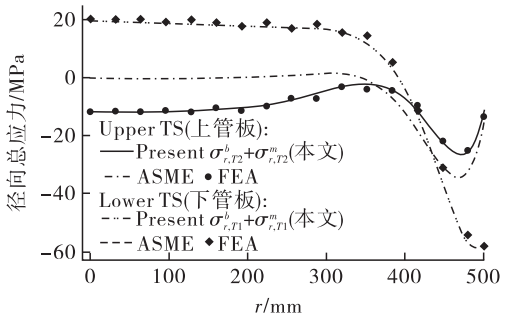
本例中，$\overline{P_a}=0.144\ 3$ MPa，其导致的管板对称应力较小，如图4（b）（c）所示，故其对管板径向总应力$\sigma_{Ti}(r)$的影响较小。统一理论预测的上、下管板径向总应力$\sigma_{r,Ti}(r)$与FEA结果符合良好，而ASME规范无法考虑重力的影响。

本例$U_a=5.27>3.0$，作为对比，图4（d）示出考虑及不考虑换热管弯曲刚度影响时，下管板应力的分布情况。换热管弯曲刚度使得管板最大应力缩减3倍以上。若按文献[7]，无法考虑壳程流体重量及换热管弯曲刚度的影响，故按文献[7]计算所得的管板应力误差较大。

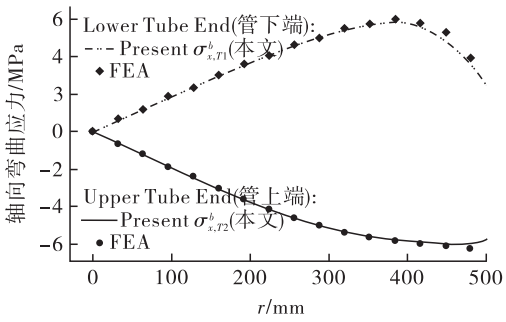
5.2 立式固定管板换热器考虑重力及压降的影响

立式换热器，载荷除考虑管程压力$P_{t1}=P_{t2}=0.6$ MPa外，其他参数与算例1相同。统一理论预测的上、下管板外表面径向总应力$\sigma_{Ti}(r)$和FEA结果符合得良好，如图5（a）所示，而ASME规范的计算结果显示出非常大的偏差。对于换热管轴向弯曲应力分布可以看出，统一理论预测结果与FEA符合良好，如图5（b）所示。

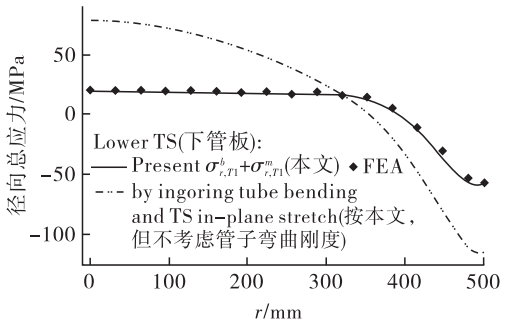
作为对比，图5（c）示出考虑或不考虑换热管弯曲刚度影响时下管板应力的分布情况。此算例表明了换热管弯曲刚度（$U_a=5.27>3.0$）对ΔP_a的显著抗力，可显著降低管板应力。



（a）管板径向总应力的比较−考虑重力影响



（b）换热管轴向弯曲应力的比较−考虑重力影响



（c）下管板径向总应力比较−考虑及不考虑换热管弯曲刚度的影响

图5 算例2计算结果对比

Fig.5 Comparison of calculation results of example 2

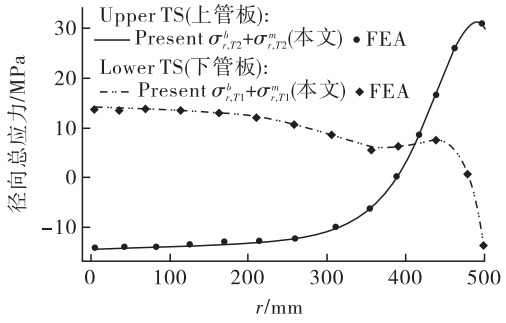
此算例还表明，即使是DN1200的小直径换热器，重力对管板应力的影响可与压力的影响相当，若忽略重力的影响会导致不正确的结果。

5.3 膨胀节位于支座上方的立式固定管板换热器

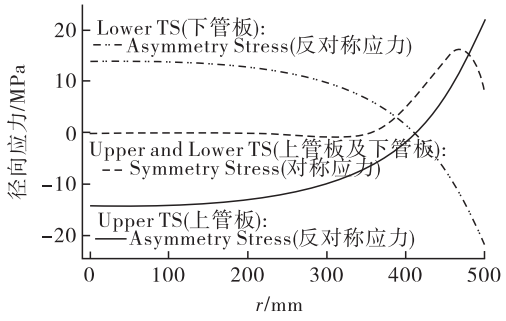
立式换热器，支座位于壳体中部，膨胀节位于支座上方，$K_{J2}=5$ kN/mm，其他参数与算例1相同。

因膨胀节位于支座上方，下管板承受大部分重力载荷，换热管总体上受压，仅在重力作用下可导致中面对称压力$\overline{P_a}$值达1.118 MPa。

统一理论预测的上、下管板外表面径向总应力$\sigma_{r,Ti}(r)$与FEA结果符合良好，如图6(a)所示。因重力导致的$\overline{P_a}$，ΔP_a分别引起的管板弯曲应力的分布情况见图6(b)。对此算例，$\overline{P_a}$与ΔP_a引起的管板应力水平相当，故当两者叠加后，导致上、下管板应力的显著差异。



(a)管板径向总应力比较



(b)管板径向应力的分解

图6 算例3计算结果对比

Fig.6 Comparison of calculation results of example 3

当膨胀节位于支座上方时，虽然下管板较上管板承受了更多的重力载荷，但重力引起的当量中面对称压力最终导致上管板的应力情况较下管板高。按文献[7]则无法理解并获得这样的预测结果。

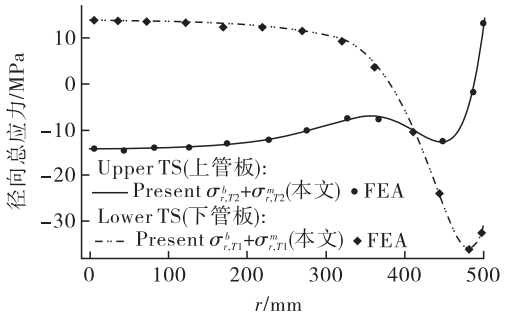
5.4 膨胀节位于支座下方的立式固定管板换热器

立式换热器，支座位于壳体中部，膨胀节位于支座下方，$K_{J1}=5$ kN/mm，其他结构与载荷参数与算例1相同。

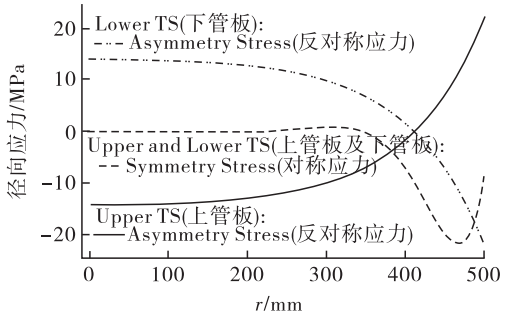
本算例中，因膨胀节位于支座下方，上管板承受大部分重力载荷，换热管总体上受拉，仅在重力作用下可导致中面对称压力$\overline{P_a}$值达−1.517 MPa。

统一理论预测的上、下管板外表面径向总应力$\sigma_{r,Ti}(r)$和FEA结果符合良好，如图7(a)所示。图7(b)示出分别由(因重力导致的)$\overline{P_a}$，ΔP_a引起的管板弯曲应力分布情况。对此算例，$\overline{P_a}$与ΔP_a引起的管板弯曲应力水平相当，故两者叠加后，导致了上、下管板应力的显著差异。本算例表明，当重力及压降导致的$\overline{P_a}$值较大时，不能忽略其影响。

对于下管板，对称与反对称应力叠加后的总应力，如图7(a)所示，其最大值既不在管板中心，也不在布管区边缘。



(a)管板径向总应力比较



(b)管板径向应力的分解

图7 算例4计算结果对比

Fig.7 Comparison of calculation results of example 4

当膨胀节位于支座下方时，虽然上管板承受了较多的重力载荷，但重力引起的当量中面对称压力最终导致下管板的应力情况相较上管板恶化。对比算例3还可知，支座与膨胀节的相对位置关系不同也可显著影响管板应力的分布。按文献[7]无法获得这样的预测结果。

5.5 立式固定床反应器

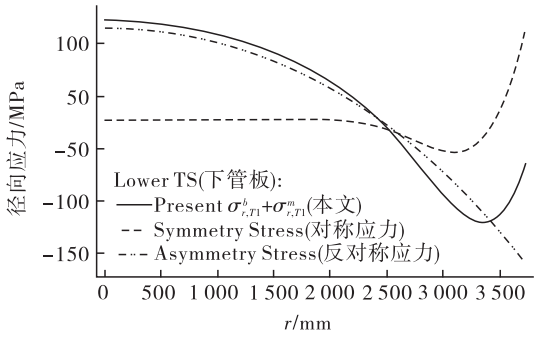
立式固定床反应器(i=1，2)采用三角形管排列，其详细设计参数值为：$E_i=E_t=1.81\times10^5$ MPa，$E_{si}=E_{ci}=1.82\times10^5$ MPa，$E_i^*/E_i=0.203$，$v_i=v_{si}=v_{ci}=v_t=0.3$，$v_i^*=0.407$，$h_i=220$ mm，$a_o=3\,715$ mm，$R_{si}=R_{ci}=3\,920$ mm，$R_{Ti}=4\,068$ mm，$p_i^*=55.6$，$\mu_i^*=0.24$，$l_{ti}=2\,000$ mm，$L=9\,610$ mm，$t_{si}=t_{ci}=148$ mm，$L_{si}=4\,805$ mm，$\omega_{g,Ti}=\omega_{g,si}=\omega_{g,t}=7.84\times10^{-5}$ N/mm^3，$\omega_{f,s}=\omega_{f,t}=1.0\times10^{-5}$ N/mm^3，$N_t=16\,212$，$d_t\times t_t=44.5\times2$，$P_{t1}=2.15$ MPa，$P_{t2}=2.4$ MPa，$P_{s1}=0.09$ MPa，P_{s2}

=0 MPa，$P_{g,t}$=0.071 MPa，$P_{g,T1}+P_{g,T2}$=0.018 MPa，$P_{g,ft}$=0.045 MPa，$P_{g,fs}$=0.04 MPa，ΔP_d=0.25 MPa，ΔP_a=0.424 MPa，得出$F_{s,c1}$=11 038 328 N。

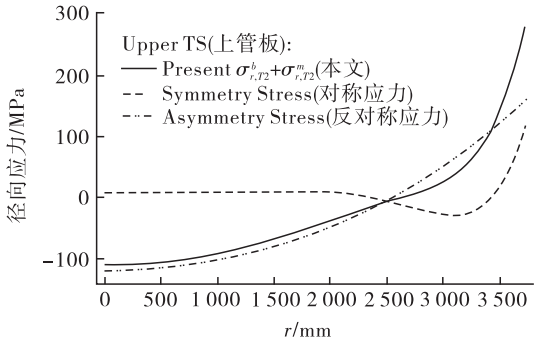
不带膨胀节，支座安装方式如图1(c)所示，上、下管板与壳体、管箱为整体连接，见图2(a)。本算例考虑多块折流板的影响，即F_{ni}=3.0，l_{ti}=2 000 mm。

本算例考虑管程压力、重力（包括管板、换热管、壳体、催化剂、壳程流体等重力）及管程压降的影响，不考虑壳程压力及温差。通过统一理论计算可得：P_{a1}=−3.4 MPa，P_{a2}=−3.824 MPa，ΔP_a=0.424 MPa，U_a=1.54。

统一理论计算结果表明，ΔP_a导致的下管板（非对称）径向应力在−160~120 MPa之间，如图8(a)所示；而上管板的情况则相反，如图8(b)所示。压力导致的管板对称径向应力在−30~115 MPa之间。因此，ΔP_a导致的管板应力已超过管程压力的作用。此算例中，管程压降及壳程流体重力在ΔP_a中的占比为68%，而文献[7]无法考虑这类载荷，可能导致不安全的设计结果。



(a)下管板径向应力及其分解



(b)上管板径向应力及其分解

图8 算例5计算结果对比

Fig.8 Comparison of calculation results of example 5

对于下管板，对称与反对称应力叠加后的总应力，如图8(a)所示，其最小值既不在管板中心，也不在布管区边缘。本算例中，U_a=1.54<3.0，故换热管弯曲刚度对管板应力的影响不显著。对比计算表明，此算例若不考虑换热管弯曲刚度可导致管板应力升高15%左右。

6 结论

采用尽可能少的假设是理论发展的基本原则，统一理论采用了尽可能少的假设，因而统一理论的适用范围、预测精度显著优于现有理论。对统一理论而言，固定管板式换热器的各种“非中面对称”结构、载荷属于该理论下的普通情形，故非常容易处理。借助统一理论这一强有力工具，本文系统分析了表1列举的各类“非中面对称”因素的影响。

因管板设计涉及的结构、载荷参数极多，就某个“非中面对称”因素的影响大小，通常无法仅凭观察，而必须通过理论计算才能得出结论。即便如此，以往因理论缺陷所导致的诸多含糊不清的观点在此可得到澄清。

(1)无论是在理论上或在实践中，能满足“中面对称”条件的换热器极少；相反，“非中面对称”则是普遍情况。实际上对于换热器，即使结构对称，通常由于各类载荷的非中面对称性，其也不能满足“中面对称”要求。对立式换热器，换热管、管内催化剂、壳程流体重力这类非中面对称载荷的影响通常处于同一量级。

(2)对于管内装填催化剂的情形，压降的影响往往会超过重力。对卧式换热器，较高的压降也会对管板应力产生较大的影响。

(3)对小直径、薄管板换热器，重力及压降对管板应力的影响也可超过压力的影响。重力及压降作用下，膨胀节与设备支座的相对位置关系不同，可导致两管板应力分布的显著不同。压力、重力及压降作用下，通常管板最大应力点既不在管板中心，也不在布管区边缘。

(4)当管板相对较薄时，换热管弯曲刚度对非中面对称载荷有显著的抗力，可显著降低管板应力，此时，还需进一步校核换热管的弯曲应力。

分析结果还表明，对重力这一因素，基于“中面对称”的方法，即使添加某些假设，也无法完整、正确地分析其影响。因此，对于理论分析所采用的假设须慎之又慎。算例结果表明，对各种“非中面对称”换热器，统一理论的预测结果与FEA结果符合良好，而现有方法通常会导致不正确的结

果。因篇幅所限，本文仅分析了固定管板式换热器，但分析原理同样适用于浮头式换热器。

基于“非中面对称”理论架构，统一理论突破现有理论的边界，解决了现有理论适用范围极其有限、预测精度不高甚至可导致不安全设计结果的问题，为当代工业所需结构多样的、承受复杂载荷的固定管板式、浮头式、U型管式换热器的设计提供了坚实的理论基础。

参考文献：

[1] American Society of Mechanical Engineers. Section VIII, Rules for construction of pressure vessels, Division 2, Alternative rules: ASME BPVC. VIII. 2-2025[S].USA:ASME,2025.

[2] European Committee for Standardization. Unfired pressure vessels: BS EN 13445-2021[S].British: BSI Standards Limited,2021.

[3] French Association for Pressure Equipment. Code for construction of unfired pressure vessels: CODAP 2015 [S]. France: French Association for Pressure Equipment,2015.

[4] The British Standards Institution. Specification for unfiredpressure vessels: PD 5500: 2024[S]. British: The British Standards Institution,2024

[5] 国家市场监督管理总局，国家标准化管理委员会. 压力容器分析设计：GB/T 4732—2024[S]. 北京：中国标准出版社，2024.
State Administration for Market Regulation, Standardization Administration of China. Pressure vessels design by analysis: GB/T 4732—2024 [S]. Beijing: China Standard Press,2024.

[6] 中华人民共和国国家质量监督检验检疫总局，中国国家标准化管理委员会. 热交换器：GB/T 151—2014[S]. 北京：中国标准出版社，2014.
State General Administration of the People's Republic of China for Quality Supervision and Inspection and Quarantine, Standardization Administration of the People's Republic of China. Heat exchangers: GB/T 151—2014[S].Beijing: China Standard Press,2014.

[7] 薛明德，李世玉，王震宇，等.NEN型立式换热器重力作用下管板应力分析[J]. 压力容器，2019，36(9)：13-21.
XUE M D, LI S Y, WANG Z Y, et al.Stress analysis on tubesheet of NEN type heat exchanger under deadweight load [J]. Pressure Vessel Technology, 2019,36(9):13-21.

[8] 薛明德，李世玉，吴坚，等. 中美标准中三种NEN型固定管板设计方法的比较[J]. 压力容器，2022，39(1)：40-49.
XUE M D, LI S Y, WU J, et al.Comparison of 3 design methods in standards of China and America for tubesheet of NEN type fixed tubesheet heat exchangers [J]. Pressure Vessel Technology, 2022, 39(1):40-49.

[9] 薛明德，李世玉，吴坚，等. 我国国家标准中NEN型固定式热交换器管板常规设计方法与分析设计法的比较[J]. 压力容器，2025，42(5)：56-65.
XUE M D, LI S Y, WU J, et al. A comparison between conventional design method and analytical design method for tubesheets of NEN-type fixed heat exchangers in Chinese national standards[J].Pressure Vessel Technology,2025,42(5):56-65.

[10] 朱红松，郑逸翔. 管板设计统一理论(1)——理论基础简介[J]. 化工设备与管道，2022，59(3)：7-20.
ZHU H S, ZHENG Y X. Unified theory for design of tubesheet-Part 1: Introduction of theoretical foundation [J]. Process Equipment & Piping, 2022, 59(3):7-20.

[11] 朱红松，周帼彦. 管板设计统一理论(2)——与ASME的比较及案例分析[J]. 化工设备与管道，2022，59(5)：7-16.
ZHU H S, ZHOU G Y. Unified theory for design of tubesheet-Part 2: Comparison with ASME code and analysis of case [J]. Process Equipment & Piping, 2022,59(5):7-16.

[12] 朱红松，郑逸翔，缪春生，等. 管板设计统一理论(3)——重力及压降的影响[J]. 化工设备与管道，2023，60(2)：6-23.
ZHU H S, ZHENG Y X, MIAO C S, et al.The unified theory of tube sheet design(3)—The effects of gravity and pressure drop[J]. Process Equipment & Piping, 2023,60(2):6-23.

作者简介：朱红松(1976)，男，高级工程师，主要从事化工工程研究方面工作，通信地址：200137上海市徐汇区田州路99号新安大楼17楼巴斯夫(中国)有限公司，E-mail: hong-song.zhu@basf.com。

本文引用格式：
朱红松，郑逸翔，缪春生，等. 管板设计统一理论——非中面对称因素的系统分析[J]. 压力容器，2025，42(7)：38-52.
ZHU Hongsong, ZHENG Yixiang, MIAO Chunsheng, et al.The unified theory of tubesheet design—Systematic analysis of non-midplane symmetry factors[J].Pressure Vessel Technology,2025,42(7):38-52.