

# 基于四天线 GNSS 接收机的滚转载体定姿技术

吴思凡, 周爽, 徐向前, 肖满湘, 邓榆凡, 王俊翔, 陈心萌  
(重庆航天火箭电子有限公司 重庆 400039)

**摘要:** 传统的 GNSS (全球导航卫星定位系统) 定姿算法主要基于对天线相对基线的精确测量。该算法需要有接收机提取的天线间的载波相位差分, 其中两天线的连线需与载体的运动方向重合。对于自旋稳定载体, 其接收机多为四天线架构, 且天线安装方式一般为围绕载体截面圆周均匀分布, 与传统的测姿算法所需条件不符。载体自旋时, 由于安装位置的差异, 天线将产生不同的滚转速度矢量, 使得其差分矢量为滚转角速度的非平凡函数。本文通过取两相邻天线的 ENU (东北天坐标系) 速度差分, 可抵消两天线在滚转平面外的共有速度并解出滚转角速度。进一步, 对于四天线 GNSS 接收机, 基于其天线分布的几何特性可导出一对线性无关的差分滚转矢量, 利用 Kabsch (面向点云配准的算法) 可求解出从 ENU 系至本体系的唯一旋转矩阵, 进而解出载体完整的姿态信息。最后通过 GNSS 实物转台实验验证了算法可在载体滚转时使接收机保持连续定位且可较准确地计算出载体滚转速度与姿态信息。

**关键词:** 卫星导航; 四天线接收机; 信号屏蔽; 载波辅助; 转速估计; Kabsch 算法; GNSS 定姿

**中图分类号:** V556.1; TN953 **文献标志码:** A **文章编号:** 2095-1000(2025)02-0064-08

**DOI:** 10.12347/j.ycyk.20250113001

**引用格式:** 吴思凡, 周爽, 徐向前, 等. 基于四天线 GNSS 接收机的滚转载体定姿技术[J]. 遥测遥控, 2025, 46(2): 64-71.

## Attitude Determination of Spinning Vehicles by 4-Antenna GNSS Receivers

WU Sifan, ZHOU Shuang, XU Xiangqian, XIAO Mangxiang, DENG Yufan, WANG Junxiang, CHEN Xinmeng  
(Chongqing Aerospace Rocket Electronics Company, Chongqing 400039, China)

**Abstract:** In this paper, we propose a novel method of attitude determination for spinning vehicles based on standalone GNSS. A baseband algorithm is first developed to resolve the shadowing effect encountered by 4-antenna receivers mounted on spinning vehicles, enabling continuous and precise signal tracking. Then the particular geometry of the 4-antenna configuration is exploited to yield differential ENU-velocity vectors from co-located antennas. By taking the inner product, the vehicle's pose information is derived from the orthonormality of rotation matrices, and yields the roll rate in the body frame. Finally, we use the roll rate to devise linearly independent differential vector pairs and solve for the rotation matrix in the linear system relating ENU velocities and body-frame velocities. The attitude information, defined by Tait-Bryan angles, can thereby be resolved. The algorithm presented is implemented in a 4-antenna real-time GNSS receiver and experiments are carried out with a spinning cylindrical platform. The results are confirmed via evaluation of the PVT results and comparisons with the platform's true attitude.

**Keywords:** Satellite navigation; 4-Antenna receiver; Signal blockage; Carrier aiding; Roll rate; Kabsch algorithm; Attitude determination

**Citation:** WU Sifan, ZHOU Shuang, XU Xiangqian, et al. Attitude Determination of Spinning Vehicles by 4-Antenna GNSS Receivers[J]. Journal of Telemetry, Tracking and Command, 2025, 46(2): 64-71.

## 0 引言

全球卫星定位系统(GNSS)是指利用导航卫星, 向全球各地实时、全天候提供 PVT (一种用于确定全球定位系统接收器位置的算法) 信息的一种

无线电导航定位系统。除提供 PVT 信息外, GNSS 还可用于载体姿态的测量<sup>[1-5]</sup>。一般来说, GNSS 定姿系统需包含 3 个接收机<sup>[6]</sup>, 其各自连接 1 个 GNSS 天线。一个普遍的天线架构为: 其中两天线连线与载体运动方向重合, 另一天线与该连线呈 90° 夹

角。而对高动态场景下的滚转载体来说,天线安装方式一般为围绕载体截面圆周均匀分布,如图1所示,故上述系统架构已不再适用。同时,各个天线将频繁地受到阴影效应<sup>[7]</sup>影响,即载体的滚转对GNSS信号接收造成周期性屏蔽,使得跟踪、定位无法连续。

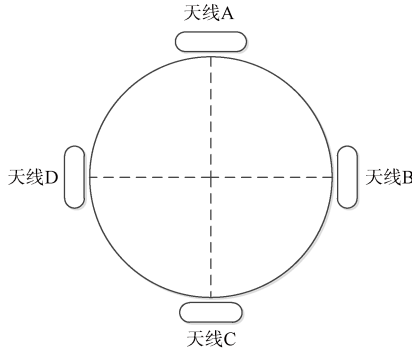


图1 旋转载体的天线架构图

Fig.1 Diagram of antenna configuration

旋转载体的GNSS定姿需首先解决上述的跟踪、定位不连续问题。一般采用信号合成的方式确保跟踪和定位连续性。Im<sup>[8,9]</sup>指出了信号合成后产生的相消干涉问题,并提出了使用窄波束天线来降低信号间的干扰。Fenton<sup>[10]</sup>提出一种使用对角信号合成的方式进行定位,并利用对角天线信号滚转多普勒信号的性质导出载体的角速度和滚转角信息。Wallace<sup>[11]</sup>使用四天线合成信号实现定位,并利用相位差对转速进行估计。由于在载体飞行过程中,可能受到来自地面大功率发射机的压制式干扰<sup>[12]</sup>,上述基于信号合成的方法极易导致干扰信号混入合路信号中,大幅降低信号的等效载噪比并影响捕获、跟踪、电文解调和定位功能。为此,Yuan<sup>[13]</sup>提出了一种基于开环跟踪的非连续GNSS信号处理方法,避免了传统跟踪环路的闭环反馈,采用精捕获方式对四天线信号各自的伪码和载波进行窄范围搜索以实现跟踪,以此确保了独立处理和对强天线信号的快速识别。但由于搜索需要消耗大量的相关器,造成硬件资源开销过大,且跟踪、定位精度受到搜索分辨率的限制。

本文提出一种基于载波辅助的环路跟踪方法,利用天线间的空间相关性,将处于正常跟踪状态的天线信号对应的本地信号与其他天线信号作相关处理,可绕过对从阴影效应中恢复的天线信号的重新搜索过程,且可实现对所有天线信号 $C/N_0$

的连续、准确的观测,且本方法将跟踪环路分为主环、半开环、开环三类,通过设置合理的类型切换机制以实现载波相位的稳定跟踪,达到连续跟踪的目标,且电文解调、测速精度不受影响。

在使用上述方法解决跟踪连续性后,根据文献[14]中对4天线结构下卫星可见性的分析,可知任意时刻至少存在两个相邻天线可各自接收到足够多的导航卫星并参与解算。本文采取对天线环路的观测量进行独立解算的方法,将同时刻解算出的双天线ECEF(地心地固坐标系)速度矢量转换至ENU并作差得到 $\Delta v_1$ ,双天线的公共速度得到抵消,此时可通过旋转矩阵的单位正交性直接求解滚转角速度。进一步,基于4天线绕圆周均匀分布的几何特性,可导出另一个与 $\Delta v_1$ 线性无关的差分滚转矢量 $\Delta v_2$ ,此时存在一个唯一的三维旋转矩阵 $R$ ,将 $\Delta v_1$ 、 $\Delta v_2$ 变换至本体坐标系中对应的滚转差分向量,用Kabsch算法<sup>[15]</sup>可以求解 $R$ 并进而求解载体姿态信息。本文的测姿方法有效利用了四天线的特殊几何关系,不依赖于传统测姿算法的天线架构和外部传感器的辅助,计算过程简单高效。

## 1 基于载波辅助的四天线接收机跟踪环路设计

### 1.1 载波辅助可行性分析

考虑天线 $X$ 接收的主码调制方式为BPSK(二进制移相键空)扩频的GNSS信号,其伪码自相关函数 $R(\cdot)$ 的表达式为

$$R(\Delta\tau) = \sqrt{P_x} \left(1 - \frac{|\Delta\tau|}{T}\right), \Delta\tau \leq T \quad (1)$$

其中, $P_x$ 为天线 $X$ 接收信号的检前功率, $\Delta\tau$ 为本地伪码和实际伪码的相位差, $T$ 为码片长度。

其同相、正交支路积分 $I_x$ 、 $Q_x$ 表达式分别为

$$I_x = \sqrt{P_x} R(\Delta\tau) \left| \sin c\left(\frac{\Delta\omega_x T_I}{2}\right) \right| \cos(\Delta\omega_x t + \theta_x) + N_I \quad (2)$$

$$Q_x = \sqrt{P_x} R(\Delta\tau) \left| \sin c\left(\frac{\Delta\omega_x T_I}{2}\right) \right| \sin(\Delta\omega_x t + \theta_x) + N_Q \quad (3)$$

其中, $\Delta\omega_x$ 为本地载波和实际载波的频率差, $\theta_x$ 为本地载波和实际载波的相位差, $T_I$ 为鉴前积分时间, $N_I$ 、 $N_Q$ 分别为 $I$ 、 $Q$ 两路的噪声分量。

信号的信噪比 $(S/N)_x$ ,载噪比 $(C/N_0)_x$ 的表达式分别为<sup>[16]</sup>

$$(S/N)_x = 10 \log \left( \frac{I_x^2 + Q_x^2 - \sigma^2}{\sigma^2} \right) \quad (4)$$

$$(C/N_0)_X = (S/N)_X - 10 \log T_1 - G_X + L_{LNA} - L_{imp} \quad (5)$$

其中,  $G_X$  为天线  $X$  对信号的接收增益,  $L_{LNA}$  为低噪放大损耗,  $L_{imp}$  为接收机内部实现损耗,  $\sigma^2$  为噪声功率。

进一步考虑: ① 主码周期为 1 ms, ② 码长为 1 023 的 BPSK 扩频 GNSS 信号(例如 GPS L1 C/A)。将该信号的码片换算成空间长度, 可得其码片长度  $T$  约为 293.2 m, 同时假定载体的直径为 5 m, 则相邻两天线的直线距离约为 3.54 m, 处于对角线两端的天线距离为 5 m, 远小于码片长度。同时, 由多普勒-速度公式

$$f = \frac{|\mathbf{v}_{st} - \mathbf{v}_{user}| \cos \varphi}{c} \times f_{carrier} \quad (6)$$

其中,  $\cos \varphi$  为方向余弦,  $c$  为光速,  $f_{carrier}$  为载波中频,  $\mathbf{v}_{st}$ 、 $\mathbf{v}_{user}$  分别为卫星、用户速度,  $f$  为多普勒频移。在星-用户距离为 200 00 km 量级时, 由天线安装相对位置导致的方向余弦取值变化可忽略不计, 故不同天线接收到的 GNSS 多普勒基本一致。

综上, 不失一般性, 假设在某一时刻, 某颗星 GNSS 信号可被天线 A 正常接收且被接收机锁定, 则其对应的本地信号的伪码和载波均与该信号同步。若此时将天线 A 的本地信号亦与天线 B、C、D 接收的实际信号分别做相关操作, 并将上述的  $\Delta \tau = 3.54$  m(或  $\Delta \tau = 5$  m)、 $\Delta \omega_x = 0$ 、任意值的  $\theta_x$  代入式(2)、式(3), 并结合式(4)、式(5)计算各路信号的  $C/N_0$  值, 则此时接收机观测出的天线 B、C、D 的  $C/N_0$  值与实际仅相差约 0.3 dB/Hz, 且由于本地信号参数并不来源于 B、C、D 自身的环路, 故此观测不依赖于 B、C、D 天线信号  $C/N_0$  值是否强于 PLL(相位锁定环)的跟踪阈值。

因此, 若能保证四天线接收机在任意时刻均可对至少一个天线的 GNSS 信号保持锁定, 则接收机可对所有天线的 GNSS 信号的  $C/N_0$  做出连续、较为准确的观测。

### 1.2 基于载波辅助的环路设计

由于观测四路 GNSS 信号  $C/N_0$  的基础为信号相关, 故设计出以下的通道结构设计

如图 2 所示, 在每个跟踪通道配置 1 个伪码 NCO(数字控制振荡器)、4 个居中相关器、4 个载波 NCO(由于本文给出的测姿算法对位置精度不敏感, 故只对主环进行伪码鉴相; 单个通道只配备 1 套超前滞后相关器)。

同时, 与上述的跟踪通道结构相对应, 每颗

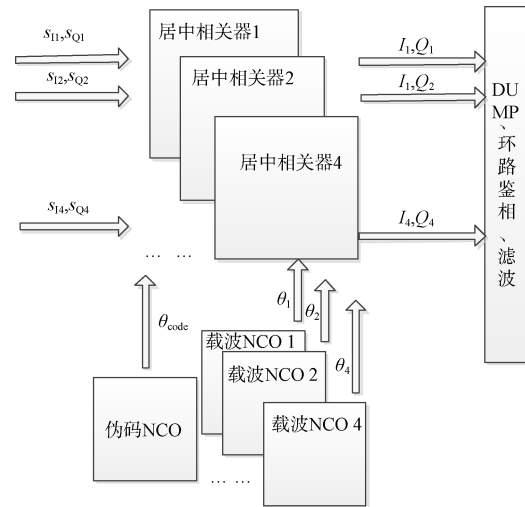


图2 四天线接收机跟踪通道结构

Fig. 2 Channel design of the receiver baseband

GNSS 卫星共配置 4 个环路, 并将环路分为以下三类, 即 ① 主环: 依据自身的相关结果完成环路更新, 即 PLL、DLL(延迟锁相环)形成闭合回路; ② 半开环: 载波 PLL 形成自主闭合回路, DLL 由主环更新; ③ 开环: 所有环路更新均由主环完成, 其跟踪的 GNSS 信号依据主环的参数完成积分。三种类型下的 PLL、DLL 环路示意图见图 3、图 4。接收机依据每路信号的  $C/N_0$  值和锁相 PLD 值确定环路类型, 并完成高动态高滚转环境下对 GNSS 信号的连续跟踪和定位。

$$\text{锁相指示因子 PLD 表达式为 } PLD = \arctan\left(\left|\frac{Q}{I}\right|\right)。$$

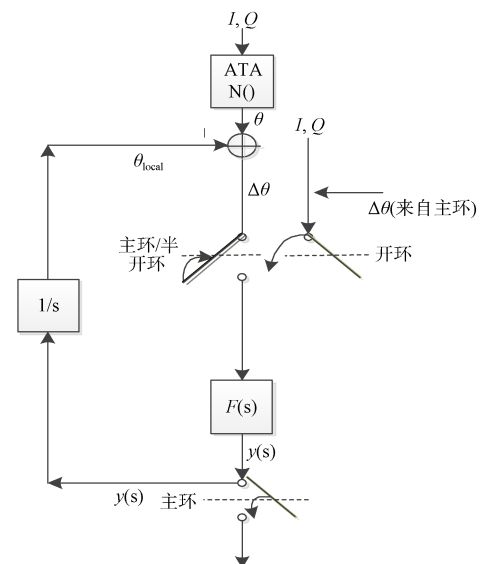


图3 载波主环、半开环、开环对应的环路更新策略

Fig.3 Loop update strategy for carrier tracking

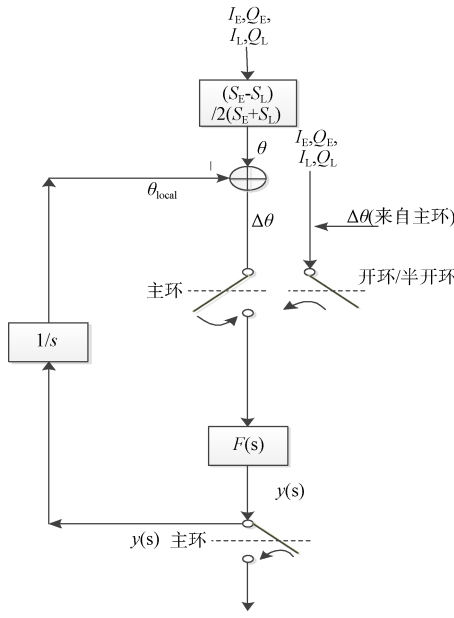


图4 伪码主环、半开环、开环对应的环路更新策略  
Fig.4 Loop update strategy for code tracking

对每个环路的锁相指示因子  $Q/I$  作连续观测。若当前所跟踪信号为受遮蔽天线所接收，则  $I$ 、 $Q$  路的能量近似高斯噪声，其商  $|Q/I|$  可看作柯西分布<sup>[17]</sup>，其概率密度分布函数为：

$$f(x) = \frac{1}{\pi(1+x^2)}, -\infty < x < \infty \quad (7)$$

对应的 CDF 为：

$$F(x) = P(X \leq x) = \frac{\pi + 2\arctan(x)}{2\pi} \quad (8)$$

对于有数据调制的 BPSK GNSS 信号，相差小于  $30^\circ$  视为锁定<sup>[18]</sup>，此阈值下的锁相因子取值为 0.577，则噪声信号相位锁定器误报相位锁定的概率为  $(1 - 2F(-0.577)) = 1/3$ 。因此，可将 PLD 连续三次取值低于阈值作为相位锁定的判别条件。

条件一：天线  $X$ ， $Y$  满足：

- ①  $X$  对应一开环， $Y$  对应主环；
- ②  $(C/N_0)_X > [(C/N_0)_Y - \mu]$  且  $(C/N_0)_X > (C/N_0)_{\text{thresh}}$

其中， $\mu$  为根据天线方向图确定的切换阈值， $(C/N_0)_{\text{thresh}}$  为当前信号的 PLL 跟踪阈值，对于 BSKP 调制的扩频信号可选为 27 dB/Hz<sup>[18]</sup>。

条件二：天线  $X$  为半开环，且 PLD 连续 3 次锁定。

接收机根据捕获成功的信号所对应的天线选定其对应环路为主环，其余三路为开环。主环进行载波和伪码更新并辅助其余 3 个开环。后续跟踪

过程中，依据条件一判定是否将开环  $X$  升级为半开环（即开启环路  $X$  的 PLL 鉴相功能），依据条件二判定是否将半开环  $X$  升级为主环（同时将原主环降级为半开环）。通过上述的环路切换机制，可确保选为主环的天线的载波相位已经锁定，测速精度不受影响，接收机可对滚转条件下的 GNSS 信号参数做出连续、准确的观测。

### 1.3 面向 GNSS 定姿的 PVT 设计

在上述基带结构下，每颗处于跟踪状态的星均可以至多产生 4 个多普勒观测量。为了估计姿态，将天线 A、B、C、D 依据其(半开环+主环)的数量排序。不失一般性，假设  $n_A \geq n_B \geq n_C \geq n_D$  ( $n_A$  为天线  $X$  的(半开环+主环)数量)。则在观测提取环节，将天线 A 选为解算主天线，将天线 B 选为解算副天线，同时分别从对应环路中提取伪距、多普勒等观测量，并代入各自的最小二乘或卡尔曼滤波器进行定位解算，如图 5 所示。注意到可通过滚转中主环切换的顺序判断滚转是否为顺时针方向。

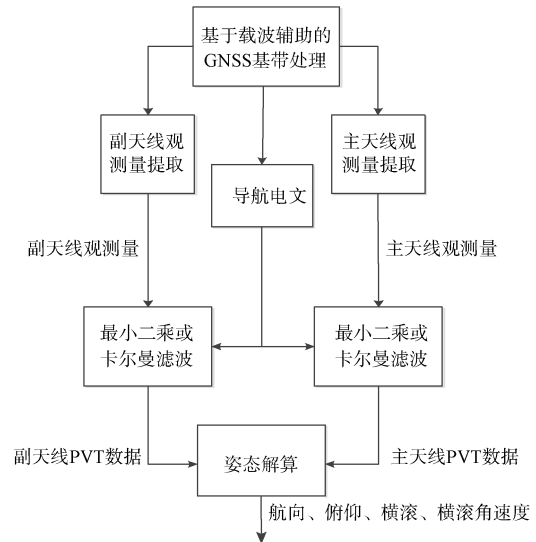


图5 观测提取和定位解算结构图

Fig.5 Diagram of measurement extraction and PVT

## 2 基于四天线 GNSS 接收机的滚转载体定姿

### 2.1 滚转角速度估算

记 A、B 为安装在载体横截面圆周上的相邻两天线，记通过 A 提供的观测量测出的 ENU 坐标系下的载体速度为  $\mathbf{v}_{A_{\text{ENU}}} = (v_{xA}, v_{yA}, v_{zA})$ ，通过 B 提供的观测量测出 ENU 坐标系下的载体速度为  $\mathbf{v}_{B_{\text{ENU}}} =$

( $v_{xB}, v_{yB}, v_{zB}$ )。将载体重心定为本体坐标系的原点, 本体坐标系的  $X$  轴指向载体右侧,  $Y$  轴指向载体正前方(沿着载体纵轴方向),  $Z$  轴垂直于  $XY$  平面且指向天空。具体来说, 为了与图 1 中的四天线构型相适应, 将  $Y$  轴(即载体左右连线)定义为连接解算副天线(见章节 1.3)与载体重心的直线, 注意到此时  $Z$  轴与解算主天线和重心的连线重合。

记  $\alpha$  为正北方向顺时针旋转到载体纵轴在水平面的投影所经过的最小角度, 即  $\alpha$  为载体航向角。记  $\beta$  为载体纵轴与水平面的夹角, 载体纵轴在水平

$$\mathbf{R}_{\text{EtoB}} = \begin{pmatrix} \cos \alpha \cos \gamma + \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma & -\sin \alpha \cos \gamma + \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma & -\cos \beta \sin \gamma \\ \sin \alpha \cos \beta & \cos \alpha \cos \beta & \sin \beta \\ \sin \gamma \cos \alpha - \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma & -\sin \alpha \sin \gamma - \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma & \cos \beta \cos \gamma \end{pmatrix} \quad (9)$$

面时,  $\beta$  取值为正, 反之为负, 即  $\beta$  为载体俯仰角。记  $\gamma$  为载体纵向对称面与纵向铅锤平面之间的夹角, 右倾为正, 左倾为负, 即  $\gamma$  为载体横滚角。注意到在上述  $Y$  轴的定义下, 纵向对称面受到滚转和解算副天线的具体选择的共同影响, 由于解算副天线需实时观测 GNSS 卫星, 载体横滚角的取值范围在  $-90^\circ \sim 90^\circ$  左右。且根据上述本体坐标系、姿态角的定义以及 ENU 坐标系的定义, 从 ENU 坐标系变换至载体运动本体坐标系的旋转矩阵  $\mathbf{R}_{\text{EtoB}}$  可表示为:

面上方时,  $\beta$  取值为正, 反之为负, 即  $\beta$  为载体俯仰角。记  $\gamma$  为载体纵向对称面与纵向铅锤平面之间的夹角, 右倾为正, 左倾为负, 即  $\gamma$  为载体横滚角。注意到在上述  $Y$  轴的定义下, 纵向对称面受到滚转和解算副天线的具体选择的共同影响, 由于解算副天线需实时观测 GNSS 卫星, 载体横滚角的取值范围在  $-90^\circ \sim 90^\circ$  左右。且根据上述本体坐标系、姿态角的定义以及 ENU 坐标系的定义, 从 ENU 坐标系变换至载体运动本体坐标系的旋转矩阵  $\mathbf{R}_{\text{EtoB}}$  可表示为:

根据 ENU 坐标系、本体运动坐标系的定义, 可得出如下的线性关系为:

$$\mathbf{R}_{\text{EtoB}} \mathbf{v}_{\text{A}_{\text{ENU}}} = (\mathbf{v}_{\text{A}_{\text{spin}}} + \mathbf{v}_{\text{non-spin}}) \quad (12)$$

$$\mathbf{R}_{\text{EtoB}} \mathbf{v}_{\text{B}_{\text{ENU}}} = (\mathbf{v}_{\text{B}_{\text{spin}}} + \mathbf{v}_{\text{non-spin}}) \quad (13)$$

其中,  $\mathbf{v}_{\text{non-spin}}$  为非滚转运动产生的速度。上述两式相减, 则在不考虑噪声的情况下, 天线 A、B 实测出的  $\mathbf{v}_{\text{non-spin}}$  得到抵消, 即:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_{\text{B}_{\text{spin}}} &= (0, 0, -r\omega) \quad (11) \\ \mathbf{R}_{\text{EtoB}} (\mathbf{v}_{\text{A}_{\text{ENU}}} - \mathbf{v}_{\text{B}_{\text{ENU}}}) &= \begin{pmatrix} \cos \alpha \cos \gamma + \sin \alpha \sin \beta \sin \gamma & -\sin \alpha \cos \gamma + \cos \alpha \sin \beta \sin \gamma & -\cos \beta \sin \gamma \\ \sin \alpha \cos \beta & \cos \alpha \cos \beta & \sin \beta \\ \sin \gamma \cos \alpha - \sin \alpha \sin \beta \cos \gamma & -\sin \alpha \sin \gamma - \cos \alpha \sin \beta \cos \gamma & \cos \beta \cos \gamma \end{pmatrix} (\mathbf{v}_{\text{A}_{\text{ENU}}} - \mathbf{v}_{\text{B}_{\text{ENU}}}) = \\ (\mathbf{v}_{\text{A}_{\text{spin}}} - \mathbf{v}_{\text{B}_{\text{spin}}}) &= (r\omega, 0, r\omega) \quad (14) \end{aligned}$$

将上式两边取内积, 得到:

$$\begin{aligned} \langle \mathbf{R}_{\text{EtoB}} (\mathbf{v}_{\text{A}_{\text{ENU}}} - \mathbf{v}_{\text{B}_{\text{ENU}}}), \mathbf{R}_{\text{EtoB}} (\mathbf{v}_{\text{A}_{\text{ENU}}} - \mathbf{v}_{\text{B}_{\text{ENU}}}) \rangle &= 2r^2\omega^2 \\ &= (\mathbf{v}_{\text{A}_{\text{ENU}}} - \mathbf{v}_{\text{B}_{\text{ENU}}})^T \mathbf{R}_{\text{EtoB}}^T \mathbf{R}_{\text{EtoB}} (\mathbf{v}_{\text{A}_{\text{ENU}}} - \mathbf{v}_{\text{B}_{\text{ENU}}}) \\ &= (v_{xB} - v_{xA})^2 + (v_{yB} - v_{yA})^2 + (v_{zB} - v_{zA})^2 \quad (15) \end{aligned}$$

由此可得载体的滚转角速度  $\omega$ :

$$\omega = \frac{\sqrt{(v_{xB} - v_{xA})^2 + (v_{yB} - v_{yA})^2 + (v_{zB} - v_{zA})^2}}{\sqrt{2}r} \quad (16)$$

## 2.2 基于 Kabsch 算法的滚转载体定姿算法

通过 2.1 中的论证可知, 旋转矩阵  $\mathbf{R}_{\text{EtoB}}$  将接收机测得的双天线 ENU 差分速度 ( $\mathbf{v}_{\text{A}_{\text{ENU}}} - \mathbf{v}_{\text{B}_{\text{ENU}}}$ ) 变换为双天线滚转差分速度 ( $\mathbf{v}_{\text{A}_{\text{spin}}} - \mathbf{v}_{\text{B}_{\text{spin}}}$ ), 即:

$$\mathbf{R}_{\text{EtoB}} (\mathbf{v}_{\text{A}_{\text{ENU}}} - \mathbf{v}_{\text{B}_{\text{ENU}}}) = (\mathbf{v}_{\text{A}_{\text{spin}}} - \mathbf{v}_{\text{B}_{\text{spin}}}) \quad (17)$$

其中, 双天线 ENU 差分速度由接收机测出, 双天线滚转差分速度由章节 2.1 公式导出, 两者均为已知量, 此时以  $\mathbf{R}_{\text{EtoB}}$  为未知量的方程(17)有无穷多个解, 即旋转矩阵不唯一。例如使用 Rodriguez 公

式<sup>[19]</sup>得到一个满足式(17)的旋转阵  $\hat{\mathbf{R}}$  后, 再以 ( $\mathbf{v}_{\text{A}_{\text{spin}}} - \mathbf{v}_{\text{B}_{\text{spin}}}$ ) 为旋转轴旋转任意度数  $\phi$  ( $0^\circ < \phi < 360^\circ$ ), 其对应旋转矩阵  $\hat{\mathbf{R}}_\phi$ , 则  $\hat{\mathbf{R}}_\phi \hat{\mathbf{R}}$  为另一个满足式(17)的旋转矩阵。

为解决此问题, 需找出另外一对满足式(17)的三维向量, 使得  $\mathbf{R}_{\text{EtoB}}$  的解唯一<sup>[20]</sup>。此时可使用 Kabsch<sup>[15]</sup> 算法对该矩阵进行求解。Kabsch 算法的意义是: 在三维空间给定一个  $N$  个元素的源向量集合  $\mathbf{P} = \{v_{i1}, v_{i2}, \dots, v_{iN}\}$ , 和一个  $N$  元素的目标向量集合  $\mathbf{Q} = \{v_{j1}, v_{j2}, \dots, v_{jN}\}$ , 可找到一最优的旋转矩阵  $\mathbf{R}_0$ , 使得定义域为  $\mathbf{P}$  的线性变换  $L: v_{ik} \mapsto \mathbf{R}_0 v_{ik}$  的像和  $\mathbf{Q}$  的均方根误差最小化。

Kabsch 算法要求  $\mathbf{Q}$  中的向量线性无关, 假设在时刻  $T_k$  已经获取天线 A、B 的差分滚转速度向量 ( $r\omega, 0, r\omega$ ) 后, 若在同一时刻可获取天线 A、D 的差分滚转速度向量 ( $r\omega, 0, -r\omega$ ) (参考图 6), 在  $\omega \neq 0$

时显然两者线性无关,此时Kabsch算法的条件成立。然而,根据文献[14]中关于搜星数的结果,受阴影效应的影响,任意时刻仅有两个相邻天线可分别提供足够多的观测量以供定位,如图6所示。

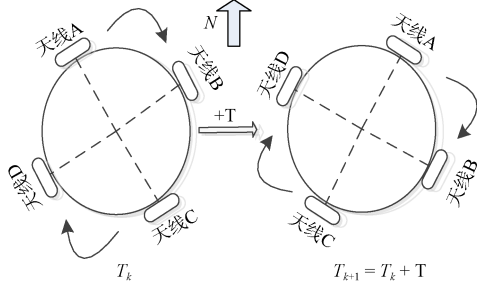


图6  $T_k, T_{k+1}$ 时刻的天线位置示意图

Fig.6 Antenna configurations at time  $T_k$  and  $T_{k+1}$

因此,采取的措施为,在 $T_k$ 时刻获得A、B天线的差分速度后,在某后续时刻 $T_{k+1} = T_k + T$ 获取A、D(如图6所示)的差分滚转速度向量 $\mathbf{v}_{A, \text{ENU}, T_{k+1}} - \mathbf{v}_{B, \text{ENU}, T_{k+1}}$ 并将其(被动)旋转至 $T_k$ 时刻建立的本体坐标系下(窗口 $T$ 一般较短,且需假定在窗口 $T$ 内载体航向、俯仰和滚转角速度保持不变),并与上述导出的A、B在时刻的差分量 $\mathbf{v}_{A, \text{ENU}, T_k} - \mathbf{v}_{B, \text{ENU}, T_k}$ 共同组装为 $\mathbf{Q}$ (若采用天线波束足够宽且同一时刻存在3个天线可分别观测足够多用于解算的卫星,则A、B和A、D的滚转差分量可直接组装为 $\mathbf{Q}$ ,此时可解出旋转矩阵和姿态信息,且可去掉俯仰、航向在窗口 $T$ 内为恒定不变的假设)。

具体地说,可将算法分为如下4个步骤:

① 首先,在时刻 $T_k, T_{k+1}$ 分别将天线A、B和A、D测出的ENU速度差分向量组装为源数据矩阵 $\mathbf{P}$ ,同时以时刻 $T_k$ 处A与截面中心的连线为Z轴建立本体坐标系并求解 $\omega$ 以及A、B的滚转差分向量;在 $T_{k+1}$ 时刻,通过 $\omega$ 外推出将A、D的差分滚转向量旋转至 $T_k$ 处的本体坐标系的旋转矩阵 $\mathbf{R}_{-\omega}$ ,将上述向量组装为目标矩阵 $\mathbf{Q}$ 。具体来说, $\mathbf{P}, \mathbf{Q}$ 分别具有如下形式:

$$\mathbf{P} = \begin{pmatrix} \mathbf{v}_{A, \text{ENU}, T_k} - \mathbf{v}_{B, \text{ENU}, T_k} \\ \mathbf{v}_{A, \text{ENU}, T_{k+1}} - \mathbf{v}_{D, \text{ENU}, T_{k+1}} \end{pmatrix} \quad (18)$$

$$\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} (r\omega, 0, -r\omega) \\ \mathbf{R}_{-\omega}(r\omega, 0, r\omega) \end{pmatrix} \quad (19)$$

② 计算协方差矩阵 $\mathbf{H} = \mathbf{P}^T \mathbf{Q}$

③ 将 $\mathbf{H}$ 进行奇异值分解,得到 $\mathbf{H} = \mathbf{U} \Sigma \mathbf{V}^T$ 。则旋转矩阵 $\mathbf{R}_{\text{EtoB}}$ 的表达式为

$$\mathbf{R}_{\text{EtoB}} = \mathbf{U} \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & \det \mathbf{U} \det \mathbf{V} \end{pmatrix} \mathbf{V}^T \quad (20)$$

④ 最终的姿态角 $\alpha, \beta, \gamma$ 表达式为

$$\alpha = \arcsin\left(\frac{\mathbf{R}_{\text{EtoB}}[2][1]}{\cos \beta}\right), \beta = -\arcsin(\mathbf{R}_{\text{EtoB}}[3][1]),$$

$$\gamma = \arcsin\left(\frac{\mathbf{R}_{\text{EtoB}}[3][2]}{\cos \beta}\right) \quad (21)$$

### 2.3 实验与结果分析

实验采用一台立式单自由度转台模拟旋转载体,如图7所示。转台四面均匀安装4个GNSS天线,型号HG-GOYH7151,3 dB波束宽度约 $80^\circ$ 。四天线分别记为A、B、C、D。转台纵轴与ENU Y轴重合,因此俯仰角 $\beta = 0^\circ$ ,航向角 $\alpha = 0^\circ$ ,滚转角 $\gamma$ 为载体纵向对称面与纵向沿垂平面之间的夹角,理论取值范围为 $-90^\circ \sim 90^\circ$ (见章节2.1)。转台最大转速1.5 r/s,可通过电机控制转速大小及方向。实验中将四路天线GNSS信号分别接入四天线接收机的四路射频芯片,接收机内部实现本文描述的基带、定位和测姿算法对信号进行处理。



图7 GNSS转台

Fig.7 GNSS rotating platform

实验中,转台在0 s~60 s处于非旋转状态,以供接收机首次定位。60 s之后以0.25 r/s的转速进行转动(仿真自旋稳定载体的转速),将PVT数据和姿态数据通过串口传至上位机进行分析。即通过北向速度精度、角速度、俯仰、航向精度验证本文描述的环路跟踪算法和定姿算法。

图8为转速随时间变化的曲线,设定转台始终以0.25 r/s的速度顺时针滚转,对应角速度为

90(°)/s。以此参考角速度为标准, 可得  $1\sigma$  意义下的滚转角速度精度为 7.718 6(°)/s。图 9 为 ENU 北向速度曲线, 由于滚转面与北向正交, 且由于转台仅具有滚转速度, 北向参考速度始终为 0 m/s。故可得出  $1\sigma$  意义下的北向速度精度为 0.115 3 m/s。

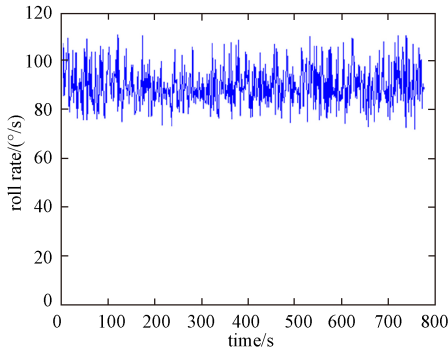


图 8 转速-时间曲线

Fig.8 Roll rate as a function of time

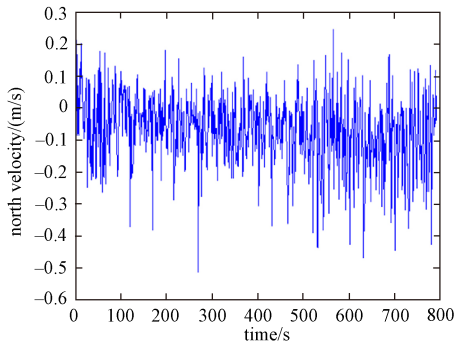


图 9 北向速度-时间曲线

Fig.9 North velocity as a function of time

图 10~图 12 分别为航向、俯仰、横滚随时间变化的曲线。由于算法需利用同时刻相邻天线间的速度差, 解算精度受到两天线各自的搜星情况及 PDOP(位置精度强弱度)值的影响, 在天线波束较窄(本实验选用单边 40°)的情况下, 其中某一天线可能对应较差的卫星分布, 导致测速误差较大, 进而影响姿态角解算精度。因此, ① 受到上述天线波束的限制, 绝对值较大的横滚角理论上对应非常不理想的天线几何, 此时的接收机测速结果不予采用。反之, 采用的测速结果理应来源于绝对值较小(接近 0°)的横滚角, 粗略预测范围为 -30°~30°; ② 姿态角的精度依赖于测速精度, 而测速精度受到 PDOP 和多普勒残差的共同影响, 因此还需通过多普勒残差大小对测

速结果做出筛选。

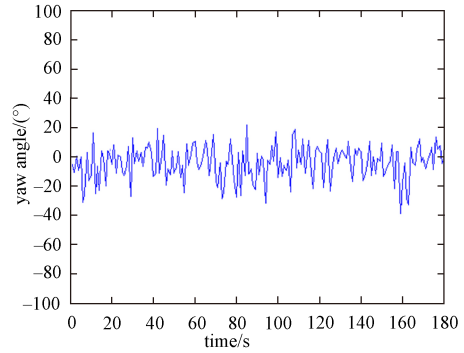


图 10 航向角-时间曲线

Fig.10 Yaw angle as a function of time

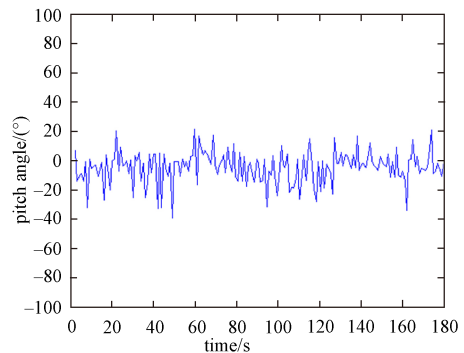


图 11 俯仰角-时间曲线

Fig.11 Pitch angle as a function of time

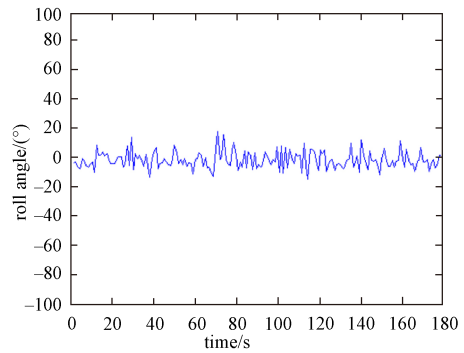


图 12 横滚角-时间曲线

Fig.12 Roll angle as a function of time

由于仅选取了多普勒残差和 PDOP 相对较小的测速数据进行处理, 故数据点数明显小于图 8、图 9。最终可得出:  $1\sigma$  意义下俯仰精度为 11.158 9°, 航向精度为 9.173 0°。俯仰角与航向角基本符合转台实际姿态情况, 横滚角与上述理论预测范围相符。见表 1。

表1 转速、北向速度、俯仰、横滚、航向角的统计值  
Table 1 Statistical values of yaw, pitch and roll angle

指标	实际值 (或预测值)	测量均值	误差(1 $\sigma$ )	标准差
转速	90(°)/s	90.561 0(°)/s	7.718 6(°)/s	7.193 0(°)/s
北向速度	0 m/s	0.037 7 m/s	0.115 3 m/s	0.106 7 m/s
俯仰角	0°	-4.156 8°	9.646 3°	11.158 9°
航向角	0°	-4.926 6°	8.785 3°	9.173 0°
横滚角	-30°~30°, 随时间变化	-0.958 2°	/	5.363 3°

### 3 结束语

本文提出一种面向滚转载体的四天线GNSS接收机环路跟踪方法和载体定姿方法。跟踪算法利用了载体四天线的空间相关性,利用载波辅助有效地解决了滚转过程中频繁产生的阴影效应,使得接收机在滚转条件下可连续、准确地输出双天线PVT结果。定姿算法本质是基于四天线在载体截面等距分布的特殊几何,通过天线间的速度差分量在本地系和ENU系中的相对变化来捕捉姿态信息,过程不依赖于差分载波相位观测量以及任何外部传感器。算法对于自旋稳定载体的姿态测定有较好的应用意义。

#### 参考文献

- [1] RASKALIYEV A, PATEL S H, SOBH T M, et al. GNSS-based attitude determination techniques a comprehensive literature survey[J]. IEEE Access, 2020(99): 1-1.
- [2] HAYWARD R C, GEBRE-EGZIABHER D, POWELL J D. GPS-Based attitude for aircraft[C]//Department of Aeronautics & Astronautics. Palo Alto: Stanford University, 1998.
- [3] LYU M B, ABBAS N N, LI Y J. Exploring the ambiguity resolution in spacecraft attitude determination using GNSS phase measurement[J]. Social, Behav., Educ., Econ., Bus. Ind. Eng., 2013, 7(7): 1976-1980.
- [4] LI Y, ZHANG K, ROBERTS C, et al. On-the-fly GPS-based attitude determination using single-and double-differenced carrier phase measurements[J]. GPS Solutions, 2004, 8(2): 93-102.
- [5] BARONI L, KUGA H K. Analysis of attitude determination methods using GPS carrier phase measurements[J] Mathematical Problems in Engineering, 2012(1): 95-102.
- [6] WANG B, SUN L F, XIAO G R, et al. Comparison of attitude determination approaches using multiple global positioning system (GPS) antennas[J]. Journal of Geodesy and Geodynamics, 2013, 4(1): 16-22.
- [7] ISLAM RAFIQU L MD. Effect of shadowing and diffraction on the received GNSS signal[D]. Oulu: University of Oulu, 2019.
- [8] IM H C, CHOI Y S, LEE S J. Spin effects of GPS signals

on a multi-antenna mounted vehicle[C]//Process of the IEEE Position, Location Navigation Symposium. New York: IEEE, 2016: 55-60.

- [9] IM H C, LEE S J. GPS signal tracking on a multi-antenna mounted spinning vehicle by compensating for the spin effects[J]. International Journal of Control Automation & Systems, 2018, 16(2): 867-874.
- [10] FENTON P C, KUNYSZ W. Method and apparatus using GPS to determine position and attitude of a rotating vehicle: EP1114330A1[P]. 2000-03-30.
- [11] WALLACE V V, JOHN C, HUAN W T, et al. GPS-based measurement of roll rate and roll angle of spinning platforms:US7994971[P]. 2011-08-09.
- [12] DOVIS F. GNSS interference threats and countermeasures[M]. Norwood, MA: Artech House, 2015.
- [13] 袁赫良, 金天, 曲家庆, 等. 旋转条件下非连续卫星导航信号处理技术[J]. 系统工程与电子技术, 2021, 43(9): 2573-2580.
- [13] YUAN H L, JIN T, QU J Q, et al. Processing technology of discontinuous satellite navigation signal under rotating condition[J]. Systems Engineering and Electronics, 2021, 43(9): 2573-2580.
- [14] 刘旭东, 赵军祥. 旋转载体多天线对GPS卫星可见性分析[J]. 全球定位系统, 2009, 34(5): 11-14.
- [14] LIU X D, ZHAO J X. GPS satellites visibility analysis for multi-antenna rotating carrier[J]. GNSS World of China, 2009, 34(5): 11-14.
- [15] KABSCH, WOLFGANG. A solution for the best rotation to relate two sets of vectors[J]. Acta Crystallographica A, 1976, 32(5): 922-923.
- [16] 谢刚. GPS原理与接收机设计[M]. 北京: 电子工业出版社, 2009.
- [17] FELLER W. An Introduction to probability theory and its applications[M]. New York: John Wiley & Sons Inc., 1971.
- [18] KAPLA E D. Understanding GPS principles and applications[M]. 3rd Edition. London: Artech House Publishers, 2017.
- [19] CHENGH, GUPTA K C. A historical note on finite rotations[J]. Journal of Applied Mechanics. American Society of Mechanical Engineers, 1989, 56(1):139-145.
- [20] MEBIUS J E. Derivation of the euler-rodriques formula ED. for three-dimensional rotations from the general formula for four-dimensional rotations[EB/OL]. ArXiv, 2007: math/0701759.

#### [作者简介]

- 吴思凡 1991年生, 硕士, 工程师。  
周爽 1998年生, 硕士, 助理工程师。  
徐向前 1976年生, 本科, 高级工程师。  
肖满湘 1987年生, 硕士, 高级工程师。  
邓榆凡 1996年生, 硕士, 工程师。  
王俊翔 1996年生, 本科, 助理工程师。  
陈心萌 1998年生, 硕士, 助理工程师。

(本文编辑: 潘三英)