多目的地物流运输最短路径问题的研究

韩 桦[1],何振宇[2]

(1. 内蒙古包钢钢联股份有限公司生产部,内蒙古 包头 014010;
2. 内蒙古包钢钢联股份钢管公司,内蒙古 包头 014010)

摘 要: 文章提出一种求解多目的地运输路线规划问题的方法,并试图根据不同路段运费及时间等权重,利用哈密顿图/半哈密顿图的构造条件选取适当的路径构造哈密顿通路,使之在运输过程中选取合适的路径不重复地遍历所有目的地,并且达到最经济的运输效果。

关键词: 多目的地; 哈密顿通路; 遍历

中图分类号: TP301.6 **文献标识码:** B **文章编号:** 1009-5438(2018)03-0023-04

DOI:10.13647/j.cnki.btgkj.2018.03.006

Research on the Shortest Path of Multi-destination Logistics Transportation

Han Hua[1], *He Zhen-yu*[2]

(1. *Production Dept. of Inner Mongolia Baotou Steel Union Co., Ltd., Baotou* 014010, *Inner Mongolia Autonomous Region, China*;
2. *Steel Tube Co. of Inner Mongolia Baotou Steel Union Co., Ltd., Baotou* 014010, *Inner Mongolia Autonomous Region, China*)

Abstract: The paper proposes a method for solving multi-destination transportation route planning problems, and tries to use the structural conditions of Hamiltonian graph/semi-Hamiltonian graph to select appropriate path to construct Hamiltonian path based on the weights of freight and time for different sections of highway so as to select the appropriate path in the transportation process for traversing all destinations without repeating and achieve the most economical transportation effect.

Key words: multi-destination; Hamiltonian path; traverse

现代物流多着眼于单目的地,寻求找到一条最短的运输路径,再以运输费用、时间、成本为约束条件形成单目的地运输的解决方案(或者叫算法),常见的算法有Dijkstra算法、Floyd算法、扩散算法、整数规划算法等等,这些算法在处理单目的运输问题时结论能起到不错的作用,但是在处理多目标运输问题时就显得无能为力,本文旨在利用图论基础知识中的哈密顿图的性质,构造运输过程中的哈密顿路径来试图解决多目的运输过程的路径最优化选择。

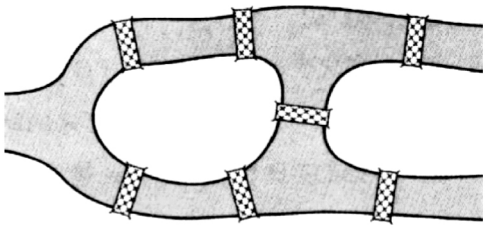
收稿日期: 2018-02-23

作者简介: 韩 桦(1982-),男,辽宁省鞍山市人,工程师,现从事包钢股份生产部综合计划管理工作。

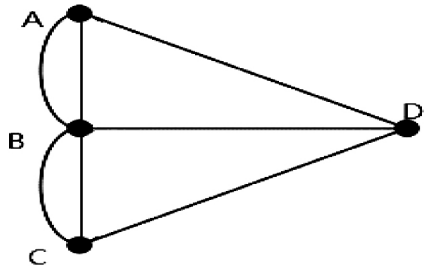
(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

1 哈密顿图的起源

1736年瑞士数学家解决了著名的“哥尼斯堡七桥”问题(如图1所示),开创了图论这一数学分支,哥尼斯堡七桥问题的完成描述为怎样不重复地走遍七座桥,最后回到出发点。



(a)哥尼斯堡七桥



(b)拓扑结构

图1 哥尼斯堡七桥图及拓扑结构图

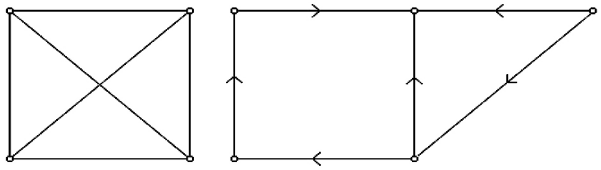
欧拉证明了若要在一个非连通的区域内走过所有拓扑边且回到原点的充分必要条件是该图上每个顶点的度是0或者偶数,遍历所有的拓扑边不需要回到原点的条件是当且仅当有0个或两个奇数度的结点或顶点(度即指和顶点相联的边的个数)。一个为欧拉通路起点,另一个为终点。

在拓扑结构中图用G(V,E)来表示,V代表图中顶点个数,E代表与某个顶点相关联的度。例如:

三角形 G(V,E) △ V=3,E=6,m=3,m为边的个数。

五角星 G(V,E) ☆ V=5,E=10,m=5。

英国数学家、天文学家哈密顿在欧拉图和欧拉通路的基础上提出了类似的另一种图和通路,在该图中若存在所有顶点的基本回路,则称哈密顿图;若存在经过所有顶点的通路,但不含哈密顿回路,则称G为半哈密顿图[1],文章的研究重点是半哈密顿图。哈密顿图和半哈密顿图如图2所示。



哈密顿图　　半哈密顿图

图2 哈密顿图和半哈密顿图示意图

2 计算带权值的哈密顿路径

假设图G(V,E)对G的每一条边E有权值w,该边连接两个顶点u,v,这时权值记做w(u,v),图G(V,E,W),P是G上的一条通路,可以得到:

$$w(p)=\sum w(e)$$

如图3所示,假设存在图Gv(a,b,c,d,e),求出从a点出发的最短哈密顿路线。由排列计算可知,从a点出发遍历其余各点(b,c,d,e)共有$P_4^4=24$种走法,如果图中顶点数以线性增加,不同的走法会以阶乘方式增大到无法计算。文章给出一种近似算法,由a点开始,找出一条与之关联的最小权值边W(a,d)=7,再由d点出发迭代上一步算法找到W(d,c)=6,依次迭代直至所有顶点全部被遍历。

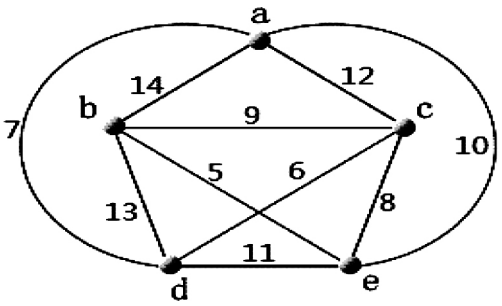


图3 哈密顿路线图

$$a \xrightarrow{7} d \xrightarrow{6} c \xrightarrow{8} e \xrightarrow{5} b \xrightarrow{14} a$$

$$\sum W(e)=7+6+8+5+14=40$$

由所选路径可知,虽然在a→d→c→e→b→a过程均选取了局部最短路径,但是局部最优解的总和却并不是全局最优解。直观上选取由b→a需要花费14权值,几乎是前面所选任意两条边权重的总和,因此选取由b→a是不经济的,需要重新选取路径:$c \xrightarrow{9} b \xrightarrow{5} e \xrightarrow{10} c$。此时$\sum W(e)=7+6+9+5+10=37$,该路径优于先前选择的路径。

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net

该算法的改进运用了回溯法的思想，回溯法又称试探法，属于深度优先搜索算法，即在搜索过程中完整地搜索单独地一条链，直到走到不能再深入为止，然后返回某个结点沿其它路径（链）继续，当选择完所有链时搜索结束[2]。

哈密顿路径算法的 PYTHON 实现源代码截屏如下（经实测正确）：

```
'''
求解哈密顿路径各个顶点坐标及路径长度。
'''
from numpy import *            # 导入 numpy 库
Array = [[0, 14, 12, 7, 10],  # 建立路径权值矩阵。
       [14, 0, 9, 13, 5],
        [12, 9, 0, 6, 8],
        [7, 13, 6, 0, 11],
        [10, 5, 8, 11, 0]]
l1, l2, l3, l4 = [], [], [], []
for i in Array[:][0]:          # 由 a 点出发寻找最短
路由。
```

```
    if i != 0:
        l1.append(i)
l1 = min(l1)
s1 = Array[:][0].index(l1)    # 计算下一点路由坐标
print(l1, s1)

for i in Array[s1][:]:
    if i != 0:
        l2.append(i)
l2 = min(l2)
s2 = Array[s1][:].index(l2)
print(l2, s2)
```

```
for i in Array[:][s2]:
    if i != 0:
        l3.append(i)
l3.remove(l2)
l3 = min(l3)
s3 = Array[:][s2].index(l3)
print(l3, s3)

for i in Array[s3][:]:
    if i != 0:
        l4.append(i)
```

```
l4.remove(l3)
l4 = min(l4)
s4 = Array[s3][:].index(l4)
print(l4, s4)

L = l1+l2+l3+l4
print(L)

print('由以上计算可知哈密顿路由最后终止于 b 点，若要形
成哈密顿回路则由 b 点直接回到 a 点即可。')
l5 = l4
```

哈密顿路径的矩阵表示：

	a	b	c	d	e
a	○	①	12	7	10
b	14	○	9	13	5
c	12	9	○	6	8
d	⑦	13	⑥	○	11
e	10	⑤	⑧	11	○

3　解决多目标运输问题

实际应用中不需要计算一个完整的哈密顿环路，只需计算出一条哈密顿路径再加以优化即可。实际工作中它代表货物从某地运出，目的地包括若干城市中的若干车站仓库，在一条通过哈密顿路径算法得出的不重复遍历路径移动以到达最节约最短里程的目的，最后货车到达最后一站后停止移动，此时车上的货物已经全部卸空，准备空车返回。这时问题转化成单目的地（始发地）运输问题，即动态规划中的最短路径问题[3]。

假设给定一个运输网络如图 4 所示，两点之间连线上的数字表示路径的距离，最短路径问题即是解决总距离最短。

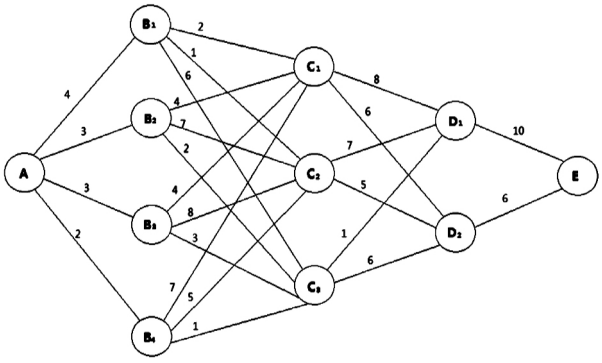


图 4　运输网络图

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved.　http://www.cnki.net

假设E点是哈密顿路径的最后一站，那么从E返回A的第一阶段—第四阶段算法分别如表1－表4所示。

表1 第一阶段

终点	起点E	最优
D_1	10	D_2
D_2	6	

表2 第二阶段

起点	终点			E
	C_1	C_2	C_3	
D_1	8	7	1	11
D_2	6	5	6	11

经由C_1的最短路径是$6+6=12$，经由C_2的最短路径是$5+6=11$，经由C_3的最短路径是$1+10=11$。

由表1可知在第一阶段最优路径 $E\rightarrow D_2$

由表2可知在第二阶段最优路径 $E\rightarrow D_1\rightarrow C_3$

表3 第三阶段

起点	终点			
	B_1	B_2	B_3	B_4
C_1	2	4	4	7
C_2	1	7	8	5
C_3	6	2	3	1

由表3可以得出：

经由的B_1最短路径

$$\text{Min}\begin{cases}2+12=14\\1+11=12\Rightarrow B_1\leftarrow C_2\\6+11=17\end{cases}$$

经由的B_2最短路径

$$\text{Min}\begin{cases}4+12=16\\7+11=18\Rightarrow B_2\leftarrow C_3\\2+11=13\end{cases}$$

经由的B_3最短路径

$$\text{Min}\begin{cases}4+12=16\\8+11=19\Rightarrow B_3\leftarrow C_3\\3+11=14\end{cases}$$

经由的B_4最短路径

$$\text{Min}\begin{cases}7+12=19\\5+11=16\Rightarrow B_4\leftarrow C_3\\1+11=12\end{cases}$$

表4 第四阶段

起点	终点A
B_1	4
B_2	3
B_3	3
B_4	2

由表4可以得出：

经A的最短路径：

$$\text{Min}\begin{cases}4+12=16\\3+13=16\Rightarrow A\leftarrow B_4\\3+14=17\\2+12=14\end{cases}$$

因此得出结论，图4中由E返回A的最短路径选择为 $A\leftarrow B_4\leftarrow C_3\leftarrow D_1\leftarrow E$，路径总长度为14，至此我们解决了货车卸完货返回时最佳路径的选择问题，结合前面的哈密顿通路求解，一同构成了多目的地运输问题的一个完整解。

4 结束语

整个过程的最优策略应具有以下状态：不管以前的状态和策略如何，对该状态来说以后的所有决策必定构成了最优子策略，就是说从该状态以后整体优化策略都是最优的。最短路径问题：即为从最短路径上任意两点构成的最短子路径也一定是该点到终点的最短路径的子路径，哈密顿最优解（近似）也应是全局最优解。最优子策略汇总即为全局最优策略，最短子路径汇总即为全局最短路径。

参 考 文 献

[1] 崔岩，崔朝栋. 哈密尔顿图充分必要条件探究[J]. 北华航天工业学院学报，2016，26(6)：18－20.

[2] 柳重堪. 信号处理的数学方法[M]. 南京：东南大学出版社，1992.

[3] YoYoDelphine. 算法学习——关于哈密顿图的哈密顿通路求解问题[EB/OL]. http://bloy.csdn.net/YoYoDelphine/article/details/51223342.2016－04－22.

(C)1994-2022 China Academic Journal Electronic Publishing House. All rights reserved. http://www.cnki.net