

doi:10.3969/j.issn.1003-3114.2025.05.020

引用格式:王远平,杜伟庆,谢肇鹏,等.两用户极化码广义空间调制系统的联合译码方法[J].无线电通信技术,2025,51(5):1073-1079. [WANG Yuanping, DU Weiqing, XIE Zhaopeng, et al. Joint Decoding Method for Two-user Polar Coded Generalized Spatial Modulation System[J]. Radio Communications Technology, 2025, 51(5): 1073-1079. ]

## 两用户极化码广义空间调制系统的联合译码方法

王远平<sup>1</sup>,杜伟庆<sup>1</sup>,谢肇鹏<sup>2</sup>,陈平平<sup>1</sup>

(1. 福州大学 物理与信息工程学院,福建 福州 350116;

2. 福州大学 先进制造学院,福建 泉州 362251)

**摘要:**多输入多输出(Multiple Input Multiple Output, MIMO)技术通过多天线系统显著提升信号传输速率和系统可靠性。为提高频谱效率和抗干扰能力,空间调制技术作为MIMO的扩展被提出并得到广泛应用。广义空间调制(Generalized Spatial Modulation, GSM)进一步结合多种调制方式,提升系统性能。极化码作为高效的纠错码,通过信道极化将物理信道转化为具有不同可靠性的虚拟信道,有效提高MIMO和空间调制系统的性能。提出一种联合多用户的极化码译码方案,旨在优化在上行极化码广义空间调制(Polar Coded-GSM, PC-GSM)系统中的译码过程。该方案结合了极化码的信道极化特性和GSM的优势,通过改进译码算法,提升了多用户系统的可靠性和数据传输速率。仿真结果表明,所提出的联合译码方案能够显著提高系统性能,为极化码与多用户空间调制系统的结合提供新的解决思路。

**关键词:**空间调制;极化码;信道极化;多输入多输出

中图分类号:TN911.22

文献标志码:A

开放科学(资源服务)标识码(OSID):

文章编号:1003-3114(2025)05-1073-07



## Joint Decoding Method for Two-user Polar Coded Generalized Spatial Modulation System

WANG Yuanping<sup>1</sup>, DU Weiqing<sup>1</sup>, XIE Zhaopeng<sup>2</sup>, CHEN Pingping<sup>1</sup>

(1. School of Physics and Information Engineering, Fuzhou University, Fuzhou 350116, China;

2. School of Advanced Manufacturing, Fuzhou University, Quanzhou 362251, China)

**Abstract:** Multiple Input Multiple Output (MIMO) technology significantly enhances signal transmission rates and system reliability through multi-antenna systems. To improve spectral efficiency and anti-interference capabilities, spatial modulation technology, as an extension of MIMO, has been proposed and widely applied. Generalized Spatial Modulation (GSM) further integrates multiple modulation schemes, enhancing the system's performance. Polar codes, as an efficient error correction code, leverage channel polarization to transform physical channels into virtual channels with varying levels of reliability, thus effectively improving the performance of MIMO and spatial modulation systems. This paper presents a decoding scheme for multi-user polar codes, aimed at optimizing the decoding process in the uplink Polar Coded-Generalized Spatial Modulation (PC-GSM) system. By combining the channel polarization characteristics of polar codes with the advantages of GSM, the scheme improves decoding algorithms, enhancing the reliability and data transmission rate of multi-user systems. Simulation results show that the proposed decoding scheme significantly boosts system performance, providing a novel solution for the integration of multi-user polar codes and spatial modulation technology.

**Keywords:** spatial modulation; polar coded; channel polarization; MIMO

收稿日期:2024-12-09

基金项目:国家自然科学基金(62171135)

Foundation Item: National Natural Science Foundation of China (62171135)

## 0 引言

MIMO 技术作为现代通信系统的核心,利用多天系统显著提升了信号传输速率和系统可靠性<sup>[1]</sup>。然而,随着通信需求的不断增长,如何在有限的频谱资源下进一步提高系统性能已成为研究的关键问题。为了提升通信效率,空间调制作为 MIMO 技术的扩展形式被提出。与传统 MIMO 系统不同,空间调制将发送天线的数量作为额外的信息源,并且在每个发送时隙只激活一个天线<sup>[2]</sup>。这种方法有效消除了信道间干扰,大大简化了接收机的设计,同时提升了系统性能。GSM 在空间调制的基础上进一步扩展,通过结合多种调制方式和信号映射策略,进一步提高了系统的频谱效率和抗干扰能力<sup>[3]</sup>。随着未来移动数据流量需求的不断增加,空间调制技术亟需从单用户点对点传输扩展到多用户配置。多用户 GSM 系统通过支持多个用户共享相同的频率和时间资源,并引入 GSM 的优化技术,显著提升了系统容量和抗干扰能力,从而有效应对了日益增长的通信需求。

为了提高 MIMO 系统的可靠性,通常采用 Turbo 码<sup>[4]</sup>、低密度奇偶校验码<sup>[5]</sup>和极化码<sup>[6]</sup>等纠错码对信号进行编码,从而有效提升系统性能。其中,极化码由 Arikan 提出,并被证明能够达到二进制离散无记忆信道的信道容量。极化码通过将物理信道转化为一组虚拟的子信道来实现,这些子信道具有非常高或非常低的可靠性。该过程依赖于高效的编码、译码以及构造算法的支持。为了进一步提升极化码的性能,研究者提出了多种译码方法,包括串行消除 (Successive Cancellation, SC) 译码<sup>[7]</sup>、串行消除列表 (Successive Cancellation List, SCL) 译码<sup>[8]</sup>和基于循环冗余校验的 SCL 译码等<sup>[9]</sup>。

目前,极化码与 MIMO 系统以及空间调制技术的结合,成为提升无线通信系统性能的一个重要研究方向。研究表明,将极化码与 MIMO 技术结合,可以有效利用多个发送天线的优势,增强系统的可靠性和数据传输速率。通过这种结合,极化码的纠错能力在多天线系统中得到了充分发挥,进而提高了系统的整体性能。研究者们在该领域的工作集中在设计更高效的编码方案、优化译码算法以及在实际通信场景中的性能优化。例如, Dai 等<sup>[10]</sup>提出一种结合极化码和 MIMO 技术的框架,即极化码 MIMO 系统,通过信道极化有效提升了系统性能。Chen 等<sup>[11]</sup>提出了一种极化码与 GSM 的联合设计,相较于传统的极化码空间调制方案,在系统性能上表现

更佳。此外,针对多用户环境下的优化问题, Feng 等<sup>[12]</sup>提出了一种广义极化预编码方案,用于提升上行多用户 MIMO 系统的可靠性和容量。

尽管极化码与 MIMO 或 GSM 结合的系统设计在提升通信性能方面取得了显著进展,但在实际应用中仍存在一些挑战和不足,尤其是在多用户场景下以及译码复杂度方面。传统的设计方法主要集中在单用户系统中,但随着多用户通信需求的增加,如何在共享相同频率和时间资源的情况下保证每个用户译码性能,成为了一个尚未解决的关键问题。

目前,关于上行多用户的 PC-GSM 系统译码研究较少。本文立足于上行空间调制系统,研究该场景下的两用户极化码译码,主要工作如下:

- ① 介绍了两用户 PC-GSM 系统的模型,并阐述了极化码的信道极化基本原理以及编码过程。
- ② 详细介绍了极化码嵌套结构的基本原理及其计算步骤。基于此提出了一种多用户联合的极化码译码方案,旨在优化上行 PC-GSM 系统中的译码过程。
- ③ 仿真表明,所提出的方案能够有效提升上行 PC-GSM 系统的译码性能。

## 1 系统模型

图 1 展示了基于联合译码方案的两用户 PC-GSM 系统。 $\mathbf{a}_{l,1}^N$  表示用户  $l$  的一个  $N$  维向量  $\{a_{l,1}, a_{l,2}, \dots, a_{l,N}\}$ ,  $\mathbf{H}$  表示矩阵。系统中共有 2 个用户,每个用户配备  $N_t$  根发射天线,基站则配备  $N_r$  根接收天线,用于接收所有用户的叠加信号,发射端采用 GSM。

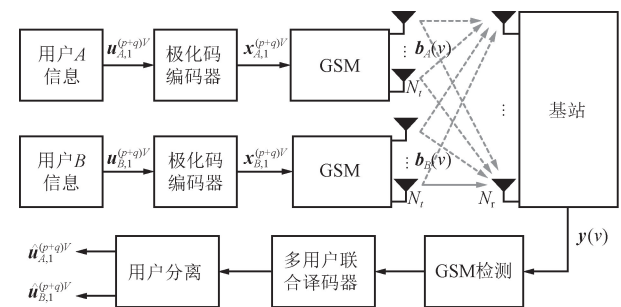


图 1 两用户 PC-GSM 系统模型

Fig. 1 Two-user PC-GSM system model

在每次传输中,每个用户从  $N_t$  根发射天线中选择  $N_a$  根激活天线,用于传输数据。天线激活的选择能够携带  $p = \text{lb} \binom{N_t}{N_a}$  bit 的信息。例如,若  $N_t = 4$  且

$N_a = 2$ , 则可能的激活天线索引有  $\{(1,2), (1,3), (1,4), (2,3)\}$ 。设  $\mathbf{d}_l$  为激活天线索引生成的天线激活向量, 计算为:

$$\mathbf{d}_l = [d_{l,1}, d_{l,2}, \dots, d_{l,N_l}], \quad (1)$$

式中:  $l \in \{A, B\}$ ,  $d_{l,i} = 1$  表示  $l$  的第  $i$  根天线被激活,  $d_{l,i} = 0$  表示未激活, 向量中有且仅有  $N_a$  个元素为 1。此外, 额外的  $q = \text{lb}(M)$  bit 被映射为一个  $M$  阶正交振幅调制符号  $s_l$ 。因此, 在每次信道使用中, 每个用户传输比特数为  $p + q = \text{lb}\left(\frac{N_l}{N_a}\right) + \text{lb}(M)$ 。信源信息首先通过极化码编码器进行编码, 然后通过 GSM 映射, 并在  $V$  个时隙内传输到接收端。

对于第  $l$  个用户, 每个用户发送独立的信源信息  $\mathbf{u}_{l,1}^{(p+q)V}$ 。这些信源信息经过极化码编码器, 生成对应的码字  $\mathbf{x}_{l,1}^{(p+q)V}$ 。随后, 码字被映射到 GSM 符号  $\mathbf{B}_l$  ( $LN_l \times V$  的矩阵),  $\mathbf{B}_l$  的每一列为天线发送向量, 定义为  $\mathbf{b}_l(v)$ ,  $v = 1, 2, \dots, V$ 。具体来说, 码字比特被划分为 2 个部分: ① 每  $q$  bit 用于调制符号的映射; ② 每  $p$  bit 决定符号的发射天线位置。对于给定的天线激活向量  $\mathbf{d}_l$  和调制符号  $s_l$ , 发送信号向量计算为:

$$\mathbf{b}_l = \mathbf{d}_l \cdot s_l. \quad (2)$$

所有用户的发送信号向量通过无线信道同时传输到基站端, 对于第  $v$  个时隙, 接收到的  $\mathbf{y}(v)$  可表示为:

$$\mathbf{y}(v) = \sum_l \mathbf{H}_l(v) \cdot \mathbf{b}_l(v) + \mathbf{n} = \mathbf{H}(v) \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{b}_A(v) \\ \mathbf{b}_B(v) \end{bmatrix} + \mathbf{n}, \quad (3)$$

式中:  $\mathbf{y}(v)$  为  $N_r \times 1$  的接收向量,  $\mathbf{H}_l$  为  $l$  与基站之间的信道系数。假设用户与基站之间的距离不同, 则第  $l$  个用户与基站之间的信道表示为:

$$\mathbf{H}_l = \frac{1}{\sqrt{\Pi_l}} \mathbf{H}, \quad (4)$$

式中:  $\Pi_l > 0$  表示第  $l$  个用户与基站之间的路径损耗。复信道  $\mathbf{H}$  的元素服从独立同分布的复高斯分布, 其均值为 0, 方差为 1。噪声向量  $\mathbf{n}$  表示接收端的加性噪声, 其是均值为 0, 方差为  $\sigma^2$  的复高斯随机变量。

接收端通过 GSM 检测对  $\mathbf{y}(v)$  进行检测, 以恢复多用户的联合传输符号。随后, 联合译码器利用多用户联合译码算法同时对用户  $A, B$  进行译码, 最终通过用户分离模块获得各用户的原始信息比特。

该系统的设计目标是通过联合译码器方案优化 PC-GSM 的性能, 提升多用户场景下的传输可靠性。

## 2 极化码

一个二进制输入离散无记忆信道由  $W: \mathcal{X} \mapsto \mathcal{Y}$  表示, 其中输入字母表为  $\mathcal{X} = \{0, 1\}$ , 输出字母表为  $\mathcal{Y}$ , 信道转移概率定义为  $\{W(\mathbf{y} | \mathbf{x}) : \mathbf{x} \in \mathcal{X}, \mathbf{y} \in \mathcal{Y}\}$ 。源向量  $\mathbf{u}_1^N$  由 2 组比特构成:  $\mathbf{u}_A$  表示信息比特,  $\mathbf{u}_{A^c}$  表示冻结比特, 其中  $|\mathcal{A}| = K$ 。极化码可通过其生成矩阵来进行编码:

$$\mathbf{x}_1^N = \mathbf{u}_1^N \mathbf{G}_N, \quad (5)$$

式中: 生成矩阵  $\mathbf{G}_N$  由  $\mathbf{F}_2$  的  $n$  次克罗内克积构成, 其中  $\mathbf{F}_2 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 1 \end{bmatrix}$  且  $n = \text{lb}(N)$  为正整数。

在构造长度为  $N$  的极化码时, 将  $N$  个独立副本的给定二进制输入离散元记忆信道  $W$  合并并分割成  $N$  个子信道  $W_N^{(i)}, i = 1, 2, \dots, N$ 。令  $W_N^{(i)}(\mathbf{y}_1^N, \mathbf{u}_1^{i-1} | u_i)$  表示第  $i$  个信道转移概率, 其中输入比特为  $u_i$ , 输出为  $\mathbf{y}_1^N$  和  $\mathbf{u}_1^{i-1}$ , 具体定义为:

$$W_N^{(i)}(\mathbf{y}_1^N, \hat{\mathbf{u}}_1^{i-1} | u_i) \triangleq \sum_{\mathbf{u}_{i+1}^N \in \mathcal{X}^{N-i}} \frac{1}{2^{N-i}} W_N(\mathbf{y}_1^N | \mathbf{u}_1^N). \quad (6)$$

子信道的可靠性可以通过编码构造方法进行评价, 包括高斯近似<sup>[13]</sup>、密度演化<sup>[14]</sup>和蒙特卡罗方法<sup>[15]</sup>。选择  $K$  个最可靠的比特子信道用于传输信息比特, 剩余的比特子信道则用于冻结比特, 并将其设置为 0。

## 3 两用户联合极化码译码

### 3.1 极化码嵌套结构

极化码的嵌套结构是一种通过将多个信息序列分别编码后再合并的方式, 与直接编码一个长信息序列的效果相同<sup>[16]</sup>。这种结构的关键是将一个长序列分解成 2 个子序列, 分别进行编码, 再通过异或操作将其合并成一个最终的输出序列。这个过程不仅提高了编码的灵活性, 还使得极化码在应用中能够提升极化效果。

在极化码的嵌套结构中, 考虑 2 个信息序列  $\mathbf{u}_A$  和  $\mathbf{u}_B$ , 且  $\mathbf{u}_A$  和  $\mathbf{u}_B$  分别代表 2 个独立的信息流。通过极化编码分别对其进行编码, 产生各自的码字:

$$\mathbf{x}_A = \mathbf{u}_A \mathbf{G}_N, \quad (7)$$

$$\mathbf{x}_B = \mathbf{u}_B \mathbf{G}_N. \quad (8)$$

在此基础上构造长码字  $\mathbf{x}$ , 上半部分由 2 个子码字的异或结果构成, 表示为  $\mathbf{x}_A \oplus \mathbf{x}_B$ , 其中  $\oplus$  表示

按位异或操作,而下半部分则直接取子码字  $\mathbf{x}_B$ 。因此,长码字的最终构成可表示为:

$$\mathbf{z} = [\mathbf{x}_A \oplus \mathbf{x}_B, \mathbf{x}_B]。 \quad (9)$$

最终的码字  $\mathbf{z}$  由  $\mathbf{x}_A$  和  $\mathbf{x}_B$  经过上述嵌套编码和异或操作得到。同时,  $\mathbf{x}$  的生成可视为对信息流  $[\mathbf{u}_A, \mathbf{u}_B]$  进行直接编码的结果。直接对  $[\mathbf{u}_A, \mathbf{u}_B]$  进行编码的  $\mathbf{x}$  可表示为:

$$\mathbf{z} = [\mathbf{u}_A, \mathbf{u}_B] \mathbf{G}_{2N}。 \quad (10)$$

因此,嵌套结构采用了先对  $\mathbf{u}_A$  和  $\mathbf{u}_B$  分别编码并通过异或操作得到  $\mathbf{z}$ 。从编码的结果来看,该码字与直接对  $[\mathbf{u}_A, \mathbf{u}_B]$  进行编码得到的  $\mathbf{z}$  完全一致。将上述过程表示为总公式,可得到:

$$\mathbf{z} = \mathbf{u} \mathbf{G}_{2N} = [\mathbf{u}_A, \mathbf{u}_B] \mathbf{G}_{2N} = [\mathbf{u}_A, \mathbf{u}_B] \begin{bmatrix} \mathbf{G}_N & \mathbf{0} \\ \mathbf{G}_N & \mathbf{G}_N \end{bmatrix} =$$

$$[\mathbf{u}_A \mathbf{G}_N \oplus \mathbf{u}_B \mathbf{G}_N, \mathbf{u}_B \mathbf{G}_N] = [\mathbf{x}_A \oplus \mathbf{x}_B, \mathbf{x}_B]。 \quad (11)$$

在两用户 PC-GSM 系统中,每个用户的输入信息流经过独立的极化编码生成相应的码字。GSM 将每个用户的码字映射到不同的天线激活模式进行发送。尽管每个用户的编码信息和调制符号是独立的,但接收端可将 2 个用户的接收符号拼接成一个长码字并进行译码。

### 3.2 联合嵌套译码方案

在 GSM 系统中,信号的检测过程是一个关键环节。QR 检测作为一种常见的检测方法,在 GSM 系统中得到了应用,特别是在接收端对信号进行解调 and 译码时<sup>[17]</sup>。QR 检测算法通常基于 QR 分解技术,通过对接收到的信号进行矩阵分解,利用其结构特性来简化信号的检测过程。具体来说,QR 检测算法的第一步是对复信道  $\mathbf{H}$  进行 QR 分解,得到  $\mathbf{H} = \mathbf{Q}\mathbf{R}$ , 其中  $\mathbf{Q}$  为正交矩阵且  $\mathbf{Q}^H \mathbf{Q} = \mathbf{I}$ ,  $\mathbf{R}$  为上三角矩阵;第二步是将接收到的信号  $\mathbf{y}$  与矩阵  $\mathbf{Q}^H$  相乘,得到的输出可表示为:

$$\mathbf{z}(v) = \mathbf{Q}^H \mathbf{y}(v) = \mathbf{R}\mathbf{b}(v) + \mathbf{Q}^H \mathbf{n}。 \quad (12)$$

若将  $\mathbf{x}$  和  $\mathbf{z}$  分别划分为 2 个部分,记为  $\mathbf{x}(v) = [\mathbf{x}_A(v); \mathbf{x}_B(v)]$  和  $\mathbf{z}(v) = [\mathbf{z}_A(v); \mathbf{z}_B(v)]$ , 那么矩阵  $\mathbf{R}$  的作用可表示为:

$$\begin{cases} \mathbf{z}_A(v) = \mathbf{R}_{1,1} \mathbf{b}_A(v) + \mathbf{R}_{1,2} \mathbf{b}_B(v) \\ \mathbf{z}_B(v) = \mathbf{R}_{2,2} \mathbf{b}_B(v) \end{cases}。 \quad (13)$$

这种划分方式与极化码嵌套结构中的码字构造方式存在一定的相似性。QR 检测中的等效信号  $\mathbf{z}(v)$  的生成过程可看作是将上半部分信息  $\mathbf{z}_A(v)$  与下半部分信息  $\mathbf{z}_B(v)$  通过矩阵变换进行关联,类似于极化码嵌套结构中通过编码和异或操作整合信息的过程。因此,可将  $\mathbf{b}_A(v)$  和  $\mathbf{b}_B(v)$  分别视为子码

字,而将  $\mathbf{z}(v)$  视为一个整体的长码字。

在 PC-GSM 系统中,对数似然比 (Logarithmic Likelihood Ratio, LLR) 的计算基于每个比特的发送符号集合,这些符号集合通过 GSM 映射规则得到。对于每个比特  $x_{l,i}$ , 根据 GSM 的映射规则,确定其对应的发送符号集合  $\mathcal{B}$ , 该符号集合对于每个比特值分别为  $x_{l,i} = 0$  和  $x_{l,i} = 1$  的情况进行计算。考虑到嵌套结构,LLR 的计算需要分为 2 个部分来进行:一部分对应上半部分的异或操作,另一部分对应下半部分的码字。对于上半部分的信息,每个比特  $x_{l,i}$  的 LLR 计算为:

$$LLR_{\text{upper}}(i) = \ln \left( \frac{P_1(\mathbf{z}_A(v) | \mathbf{x}_{A,i} \oplus \mathbf{x}_{B,i} = 0)}{P_1(\mathbf{z}_A(v) | \mathbf{x}_{A,i} \oplus \mathbf{x}_{B,i} = 1)} \right), \quad (14)$$

在该系统中,每个时隙传输  $(p+q)$  bit, 则  $i$  和  $v$  之间满足如下关系:  $v = \lfloor \frac{i}{p+q} \rfloor$ 。转移概率可表示为:

$$P_1(\mathbf{z}_A(v) | \mathbf{x}_{A,i} \oplus \mathbf{x}_{B,i} = \alpha) =$$

$$\sum_{\bar{\mathbf{b}} \in \mathcal{B}(\mathbf{x}_{A,i} \oplus \mathbf{x}_{B,i} = \alpha)} \frac{1}{\pi \sigma^2} \exp \left( - \frac{\| \mathbf{z}_A(v) - [\mathbf{R}_{1,1} | \mathbf{R}_{1,2}] \cdot \bar{\mathbf{b}} \|^2}{\sigma^2} \right), \quad (15)$$

式中:  $\mathcal{B}(\mathbf{x}_{A,i} \oplus \mathbf{x}_{B,i} = \alpha) = \{ \mathbf{b} \in \mathcal{B} | \mathbf{x}_{A,i} \oplus \mathbf{x}_{B,i} = \alpha \}$  从集合  $\mathcal{B}$  中筛选出满足  $\mathbf{x}_{A,i} \oplus \mathbf{x}_{B,i} = \alpha$  条件的所有发送向量  $\mathbf{b}$ 。对于下半部分的码字,LLR 的计算可表示为:

$$LLR_{\text{lower}}(i) = \ln \left( \frac{P_2(\mathbf{z}_B(v) | \mathbf{x}_{B,i} = 0)}{P_2(\mathbf{z}_B(v) | \mathbf{x}_{B,i} = 1)} \right)。 \quad (16)$$

转移概率可表示为:

$$P_2(\mathbf{z}_B(v) | \mathbf{x}_{B,i} = \alpha) =$$

$$\sum_{\bar{\mathbf{b}} \in \mathcal{B}(\mathbf{x}_{B,i} = \alpha)} \frac{1}{\pi \sigma^2} \exp \left( - \frac{\| \mathbf{z}_B(v) - [0 | \mathbf{R}_{2,2}] \cdot \bar{\mathbf{b}} \|^2}{\sigma^2} \right)。 \quad (17)$$

通过将这 2 个部分 LLR 进行拼接,得到的综合 LLR 表示为:

$$LLR = [LLR_{\text{upper}}(i); LLR_{\text{lower}}(i)]。 \quad (18)$$

拼接后的 LLR 将被送入长码的译码器进行译码处理。在译码器中,长码的译码过程将利用这些 LLR 值作为输入,恢复出原始的比特流,从而获得接收信号对应的估计结果。传统译码方法中,用户 A 和用户 B 分别计算各自的 LLR, 并将其送入各自的译码器进行解码。相比之下,联合译码采用嵌套结构来计算 LLR, 并将计算得到的 LLR 合并后输入到一个 2 倍码长的单一极化码译码器中进行解码。极化码的特性表明,随着码长的增加,极化效应愈加显著。在长码

长下,极化码的子信道逐渐趋向于极化,部分子信道容量接近于0,其他子信道容量接近于1。这种极化效应导致信息位能够分配到那些接近于1的子信道上,而更长的码字意味着子信道具有更大的有效信道容量。因此,随着码长的增加,极化效应的增强使得系统能够在更大容量子信道上传输更多信息,提高了误比特率(Bit Error Ratio, BER)性能。

#### 4 仿真结果

本节分析了提出的联合译码方案在两用户 PC-GSM 系统中的 BER 性能。采用蒙特卡罗代码构造方法来选择极化码的信息位和冻结位。为了进行对比,将文献[11]中的 PC-GSM 系统译码结构应用到多用户场景下,作为传统译码方案进行对比。传统译码方案采用用户各自解码和串行干扰消除方法。本文使用的仿真参数如表 1 所示。

表 1 仿真参数  
Tab. 1 Simulation Parameters

参数	值
单用户发射天线数量 $N_t$	4
基站接收天线数量 $N_r$	8
用户数 $L$	2
单用户码字长度 $(p+q)V/\text{bit}$	64, 128
路径损耗 $\Pi_1, \Pi_2$	(8.5, 0.6)
SCL 译码路径数	4
调制方式	正交相移键控

图 2 展示了 PC-GSM 系统中联合译码方案和传统方案在不同译码方式下的 BER 性能对比,其中极化码码长为 64。GSM 通过在每个时隙激活多个天线来提高效率。在该配置中,每个用户从 4 个天线中选择 2 个天线来发送相同的 QAM 符号,  $N_t = 4$  且  $N_r = 2$ 。因此,系统实现了更高的频谱效率,并在每个时隙传输额外的 2 bit。本文考虑了极化码采用 SC 和 SCL 两种译码方式的情况。具体来说,在极化码采用 SC 译码的情况下,使用联合译码方案 (Proposed Joint Decoding-SC) 多用户 PC-GSM 系统,在  $BER = 10^{-4}$  时,相比于使用传统方案 (Traditional Decoding-SC) 的系统,提出的联合译码方案性能提升约 0.5 dB。同样地,在采用 SCL 译码时,联合译码方案 (Proposed Joint Decoding-SCL) 也表现出明显优于传统译码方案 (Traditional Decoding-SCL) 的性能。

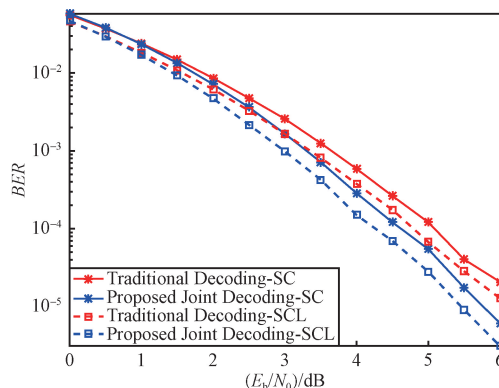


图 2 两用户 PC-GSM 系统译码方案性能比较  
( $(p+q)V=64$  bit)

Fig. 2 Performance comparison of decoding schemes in two-user PC-GSM system ( $(p+q)V=64$  bit)

图 3 展示了码长为 128 bit 时的系统 BER 性能,进一步验证了联合译码方案的有效性。联合译码方案在各信噪比条件下均表现出更低的 BER,与传统译码方案相比,实现了约 0.36 dB 的性能增益。此外,通过对比图 2 和图 3 的结果可以看出,在采用相同译码方案的情况下,码长更长的系统表现出更低的 BER,充分说明了极化码长度对系统性能的影响。此外,联合译码方案不仅适用于 SC 和 SCL 译码,还可以有效应用于其他极化码译码方案。通过联合译码能够进一步提升多用户系统中的解码性能。结果表明,无论是在采用 SC 还是 SCL 的极化码译码方案下,本文提出的联合译码方案都能有效提升 PC-GSM 系统的性能。

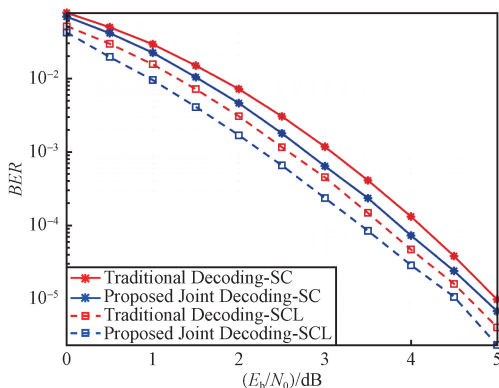


图 3 两用户 PC-GSM 系统译码方案性能比较  
( $(p+q)V=128$  bit)

Fig. 3 Performance comparison of decoding schemes in two-user PC-GSM system ( $(p+q)V=128$  bit)

为了分析译码方案对极化效应的影响,对极化码子信道容量进行了仿真分析。极化效应的强弱可

以通过子信道容量的分布特征反映,当子信道容量的值更接近 0 或 1 b/s 时,极化效应越显著<sup>[18]</sup>。图 4 展示了在信噪比为 4 dB 条件下,传统方案与联合译码方案在 PC-GSM 系统中的两用户极化码子信道的对称信道容量对比结果。具体而言,传统译码方案为 2 个用户分别计算 64 bit 长度的极化码信道容量,而联合译码方案则联合计算一个 128 bit 长度的信道容量。仿真结果表明,与传统译码方案相比,联合译码方案能够更有效地增强极化效应,导致更多子信道的容量接近 0 或 1。这种极化效应的增强使得信息位能够被分配到容量较大的子信道上,充分利用信道资源,同时减少冻结位的容量损失,进一步提升系统的整体性能。相比之下,传统译码方案未能充分利用极化效应,导致部分子信道的容量未能充分发挥,因此联合译码方案显著优于传统方案,表现出更低的 BER。综上所述,本文提出的联合译码方案在多用户 PC-GSM 系统中的优势得到了充分验证。通过 BER 仿真曲线和极化码子信道容量分布的分析,联合译码方案展现了显著的性能改进,提高了 BER 性能,增强了极化效应。此外,该方案具备良好的适用性,能够与不同的极化码译码方法及多种空间调制系统灵活结合,为多用户通信系统的设计和优化提供了有效的技术支持。

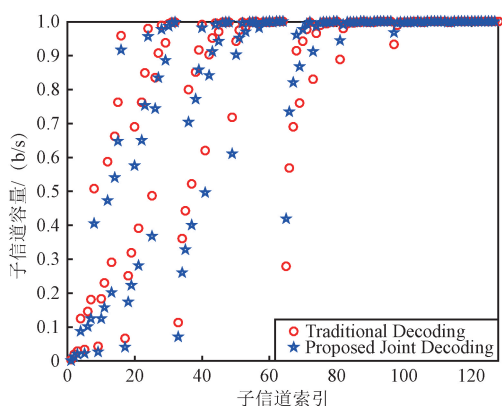


图 4 两用户 PC-GSM 系统分裂子信道容量比较

Fig. 4 Comparison of bit-channels capacity in two-user PC-GSM system

## 5 结束语

本文研究了上行两用户 PC-GSM 系统中的联合译码方案。介绍了两用户 PC-GSM 系统模型,并阐述了极化码的信道极化原理及编码过程。详细讨论了极化码的嵌套结构及其计算步骤,提出了一种两用户联合极化码译码方案,旨在优化系

统译码性能。通过仿真,比较了传统译码方案与联合译码方案的 BER 性能。仿真结果表明,联合译码方案相比传统译码方案在多用户场景下具有显著的性能提升。综上,本文提出的联合译码方案为上行 PC-GSM 系统提供了一种有效的译码策略,能够提高系统的通信可靠性。未来的研究可以探索将该方案扩展到更多用户的场景,进一步提升其在更大规模系统中的性能。随着用户数量的增加,如何设计高效的多用户联合译码方案,优化译码算法以降低计算复杂度,同时提升系统的通信可靠性,是未来研究的重点。

## 参考文献

- [1] GOLDSMITH A, JAFAR S A, JINDAL N, et al. Capacity Limits of MIMO Channels[J]. IEEE Journal on Selected Areas in Communications, 2003, 21(5): 684-702.
- [2] MESLEH R Y, HAAS H, SINANOVIC S, et al. Spatial Modulation[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2008, 57(4): 2228-2241.
- [3] YOUNIS A, SERAFIMOVSKI N, MESLEH R, et al. Generalised Spatial Modulation[C]//2010 Conference Record of the Forty Fourth Asilomar Conference on Signals, Systems and Computers. Pacific Grove: IEEE, 2010: 1498-1502.
- [4] BERROU C, GLAVIEUX A, THITIMAJSHIMA P. Near Shannon Limit Error-correcting Coding and Decoding: Turbo-code[C]//Proceeding of ICC '93-IEEE International Conference on Communications. Geneva: IEEE, 1993: 1064-1070.
- [5] GALLAGER R. Low-density Parity-check Codes[J]. IRE Transactions on Information Theory, 1962, 8(1): 21-28.
- [6] ARIKAN E. Channel Polarization: A method for Constructing Capacity-achieving Codes[C]//2008 IEEE International Symposium on Information Theory. Toronto: IEEE, 2008: 1173-1177.
- [7] ARIKAN E. Channel Polarization: A Method for Constructing Capacity-achieving Codes for Symmetric Binary-input Memoryless Channels[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2009, 55(7): 3051-3073.
- [8] TAL I, VARDY A. List Decoding of Polar Codes[J]. IEEE Transactions on Information Theory, 2015, 61(5): 2213-2226.
- [9] NIU K, CHEN K. CRC-aided Decoding of Polar Codes[J]. IEEE Communications Letters, 2012, 16(10): 1668-1671.
- [10] DAI J C, NIU K, LIN J R. Polar-coded MIMO Systems[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2018, 67(7): 6170-6184.

- [11] CHEN J Y, PENG F R, CHEN X H, et al. A Joint Design of Polar Coding and Generalised Spatial Modulation [C]//2022 IEEE/CIC International Conference on Communications in China (ICCC). Foshan: IEEE, 2022: 778-783.
- [12] FENG Z, ZHANG L, LIU L, et al. A Precoding Scheme for Polar Coded Uplink MU-MIMO Systems [C]//ICC 2022-IEEE International Conference on Communications. Seoul: IEEE, 2022: 2489-2494.
- [13] TRIFONOV P. Efficient Design and Decoding of Polar Codes [J]. IEEE Transactions on Communications, 2012, 60(11): 3221-3227.
- [14] MORI R, TANAKA T. Performance of Polar Codes with the Construction Using Density Evolution [J]. IEEE Communications Letters, 2009, 13(7): 519-521.
- [15] VANGALA H, VITERBO E, HONG Y. A Comparative Study of Polar Code Constructions for the AWGN Channel [EB/OL]. (2015-01-08) [2024-11-10]. <https://arxiv.org/pdf/1501.02473>.
- [16] MILOSLAVSKAYA V, VUCETIC B, LI Y, et al. Recursive Design of Precoded Polar Codes for SCL Decoding [J]. IEEE Transactions on Communications, 2021, 69(12): 7945-7959.
- [17] KOUDOUGNON H, SAADANE R, BELKASMI M. Sphere Decoding Based on QR Decomposition in STBC [C]//2011 International Conference on Multimedia Computing and Systems. Ouarzazate: IEEE, 2011: 1-5.
- [18] SEIDL M, SCHENK A, STIERSTORFER C, et al. Polar-coded Modulation [J]. IEEE Transactions on Communications, 2013, 61(10): 4108-4119.

作者简介:

王远平 男,(1999—),硕士研究生。主要研究方向:极化码、空间调制。

杜伟庆 男,(1985—),硕士,助理研究员。主要研究方向:视频编码、数字电视、无线通信。

谢肇鹏 男,(1995—),博士,讲师,硕士生导师。主要研究方向:空间调制、物理层网络编码、极化码。

陈平平 男,(1986—),博士,教授,博士生导师。主要研究方向:LDPC码、物理层网络编码、极化码。