

doi:10.3969/j.issn.1003-3106.2025.11.008

引用格式:王芳,章浙涛.基于 GIF 模型的北斗三号模糊度固定方法[J].无线电工程,2025,55(11):2206-2217.

[WANG Fang, ZHANG Zhetao. Ambiguity Resolution Method for BDS-3 Based on GIF Model[J]. Radio Engineering, 2025, 55(11): 2206-2217.]

## 基于 GIF 模型的北斗三号模糊度固定方法

王芳,章浙涛\*

(河海大学地球科学与工程学院,江苏南京 211100)

**摘要:**北斗三号全球卫星导航系统(Global Beidou Navigation Satellite System, BDS-3)目前可提供 6 个频率的数据,为多频相位模糊度固定(Multi-frequency Carrier Ambiguity Resolution, MCAR)提供了更多选择。针对 BDS-3,深入研究了 MCAR 中无几何无电离层(Geometry and Ionosphere Free, GIF)模型基本方法,主要包括三频 GIF 模型在模糊度固定中的应用。从三频线性组合理论出发,给出了三频下的基本数学模型。系统探讨了在六频中任选 3 个频率的 20 种组合可能下,GIF 模型固定模糊度的最优频率组合以及各自的最优线性组合。此外,还分析了利用 GIF 模型单历元模糊度固定的高质量线性组合。利用实测 BDS-3 六频观测数据进行了试验,通过理论分析和实际论证,结果表明,采用 GIF 模型固定模糊度时,最优频率组合为(B1C, B3I, B2a);在该方法中,若 2 个已固定的超宽巷/宽巷(Extra Wide Lane /Wide Lane, EWL/WL)组合的系数之和为 0,则第 3 个窄巷(Narrow Lane, NL)组合模糊度的标准差理论上仅与频率相关。然而,受非模型化误差等影响,实际结果与理论可能存在偏差。GIF 模型能有效消除电离层延迟影响,且不受几何相关(Geometry Based, GB)误差影响,基于 GIF 模型的模糊度固定在电离层活跃和中长基线场景下具有良好的潜力。

**关键词:**北斗三号全球卫星导航系统;多频;模糊度固定;无几何无电离层模型;电离层延迟

中图分类号:V249.3; P228

文献标志码:A

开放科学(资源服务)标识码(OSID):



文章编号:1003-3106(2025)11-2206-12

## Ambiguity Resolution Method for BDS-3 Based on GIF Model

WANG Fang, ZHANG Zhetao\*

(School of Earth Sciences and Engineering, Hohai University, Nanjing 211100, China)

**Abstract:** The BeiDou-3 Global Navigation Satellite System (BDS-3) can provide data of six frequencies at present, which provides more choices for Multi-frequency Carrier Ambiguity Resolution (MCAR). Focusing on BDS-3, the basic method of Geometry and Ionosphere Free (GIF) model in MCAR is comprehensively studied, including the application of three-frequency GIF model in ambiguity resolution. Based on the theory of three-frequency linear combinations, the basic mathematical model under three-frequency is given. The optimal frequency combination for ambiguity resolution using GIF model is discussed under the possibility of 20 combinations of any three of the six frequencies. Meanwhile, the optimal linear combination of each frequency combination is also systematically discussed. In addition, the high-quality linear combinations for single-epoch ambiguity resolution using GIF model are also analyzed. The experiment is carried out by using the real BDS-3 six-frequency data. Through theoretical analysis and practical demonstration, the results show that when using the GIF model for ambiguity resolution, the optimal frequency combination is (B1C, B3I, B2a). In this method, if the sum of the coefficients of two fixed Extra Wide Lane /Wide Lane (EWL/WL) combinations equals zero, the standard deviation of the ambiguity for the third Narrow Lane (NL) combination is theoretically dependent solely on the frequency characteristics. However, due to the influence of unmodeled errors, the actual results may deviate from theoretical expectations. The GIF model effectively eliminates ionospheric delay effects and avoids Geometry Base (GB) errors, demonstrating significant advantages. The ambiguity resolution based on GIF model exhibits strong potential particularly in ionosphere-active environments and medium-to-long baseline scenarios.

**Keywords:** BDS-3; multi-frequency; ambiguity resolution; GIF model; ionospheric delay

收稿日期:2025-08-26

基金项目:国家自然科学基金(42374014,42004014)

Foundation Item: National Natural Science Foundation of China (42374014,42004014)

## 0 引言

北斗卫星导航系统(Beidou Navigation Satellite System, BDS)是中国着眼于国家安全和经济社会发展需要,自主建设运行的全球卫星导航系统,是为全球用户提供全天候、全天时、高精度的定位、导航和授时服务的国家重要时空基础设施<sup>[1-2]</sup>。目前,随着 BDS-3 卫星全球组网成功,已公开提供 6 个频率的数据。如何充分利用这些多频信号资源,进而提升导航定位的精度和效率是研究热点之一。

整周模糊度固定是实现高精度全球卫星导航系统(Global Navigation Satellite System, GNSS)定位的重要基础<sup>[3-5]</sup>。然而在实际应用中,非模型化误差<sup>[6-7]</sup>(如对流层延迟、电离层延迟以及多路径效应等)会导致模糊度参数产生偏差,进而降低浮点解的精度。特别是在大范围测量或复杂环境下的定位场景中<sup>[8-9]</sup>,如何实现模糊度的快速解算乃至单历元固定,成为当前 GNSS 精密定位技术面临的关键挑战。为此,诸多学者展开了研究。Forsell 等<sup>[10]</sup>首次提出了三频相位模糊度解算(Three-Frequency Carrier Ambiguity Resolution, TCAR)方法。Engel 等<sup>[11]</sup>提出了级联模糊度解算(Cascading Integer Resolution, CIR)方法,其本质与 TCAR 类似,都是基于无几何(Geometry-Free, GF)模型,按照模糊度容易固定的 EWL 组合到模糊度最难固定的 NL 组合的顺序,通过四舍五入的方法逐级固定相应组合的模糊度。由于伽利略和北斗提供多频观测值,章浙涛等<sup>[12]</sup>系统研究了 MCAR 的基本理论和方法,包括 TCAR、四频相位模糊度固定(Four-Frequency Carrier Ambiguity Resolution, FCAR)和五频相位模糊度固定(Five-Frequency Carrier Ambiguity Resolution, FiCAR),结果表明 MCAR 能有效进行单历元模糊度固定,频率数增加可显著提高模糊度固定成功率。之后,相关研究进一步拓展到了 GB 模型。Feng<sup>[13]</sup>对三频 GB 模型的最优电离层削弱(Ionosphere Reduced, IR)信号进行了研究,基本思想是基于线性组合的总噪声水平(Total Noise Level, TNL)确定 3 个最优的线性组合来实现更可靠的模糊度解算。

然而,上述方法本质上采用的是 IR 模型,因此在电离层活跃和长基线等场景下,其性能会受到影响。基于此,文献[14-15]首次采用 2 个模糊度已固定的 EWL 观测值与一个模糊度待固定的 NL 观测值组成同时满足 GF 和 IF 的 GIF 线性组合来实现不受基线距离限制的模糊度解算。基于参考站间基

线已知的特点,高旺等<sup>[16]</sup>提出了一种分步解算的 IF 方法,实验结果表明所提方法能够有效消除长基线情况下电离层延迟的影响,同时受观测噪声的影响较小。此后,高扬骏等<sup>[17]</sup>提出一种顾及电离层延迟影响并具有良好自适应抗差特性的改进 TCAR 算法,提高 NL 模糊度固定正确率。针对 BDS-3 三频观测值,艾力·库尔班等<sup>[18]</sup>采用 GF 模型和 GIF 模型分别对实测 BDS-3 卫星数据进行单历元 TCAR 解算,证明 GIF 模型在中长基线解算时相比于 GF 模型具有更好的模糊度固定能力。然而,这些研究并未从实际角度深入论证 GIF 方法在中长基线乃至长基线场景下的有效性,并且缺乏对北斗全频率信号优势的挖掘。

基于此,本文首先针对 BDS-3 全频率观测值,深入探讨了不同频率组合下采用 GIF 方法的效果;其次通过中长基线和长基线数据,从理论和实际 2 个角度详细分析了 GIF 方法在不同条件下模糊度固定的性能,论证了 GIF 方法进行模糊度固定的有效性。

## 1 BDS-3 三频线性组理论

2020 年 7 月 31 日, BDS-3 正式开通<sup>[19]</sup>。现 BDS-3 可播发 B1I、B3I、B1C、B2a、B2b 及 B2a+b 信号,为多频模糊度固定提供了更多优势。BDS-3 的 6 种信号具体信息如表 1 所示。鉴于目前市面上大多数多频接收机主要支持接收 3 个频率的信号,因此本文重点探讨三频线性组合。

表 1 BDS-3 卫星信号频率

Tab. 1 Characteristics of BDS-3 signals

信号	频率/MHz	波长/m
B1C	1 575. 420	0. 190 3
B1I	1 561. 098	0. 192 0
B3I	1 268. 520	0. 236 3
B2b	1 207. 140	0. 248 3
B2a+b	1 191. 795	0. 251 5
B2a	1 176. 450	0. 254 8

设 3 个频率分别为  $f_1$ 、 $f_2$ 、 $f_3$ ,且满足  $f_1 > f_2 > f_3$ 。则三频观测值线性组合的频率、波长和双差(Double Differenced, DD)整周模糊度分别为:

$$f_{(i,j,k)} = i \times f_1 + j \times f_2 + k \times f_3, \quad (1)$$

$$\lambda_{(i,j,k)} = \frac{c_0}{i \times f_1 + j \times f_2 + k \times f_3}, \quad (2)$$

$$\nabla\Delta N_{(i,j,k)} = i \times \nabla\Delta N_1 + j \times \nabla\Delta N_2 + k \times \nabla\Delta N_3, \quad (3)$$

式中: $i, j, k$  表示任意整数,  $c_0$  表示真空中的光速,  $\nabla\Delta N_1, \nabla\Delta N_2, \nabla\Delta N_3$  分别表示 3 个频率的双差整周模糊度。

相应的三频双差伪距和载波相位观测值线性组合可表示为:

$$\nabla\Delta P_{(i,j,k)} = \frac{i \times f_1 \times \nabla\Delta P_1 + j \times f_2 \times \nabla\Delta P_2 + k \times f_3 \times \nabla\Delta P_3}{i \times f_1 + j \times f_2 + k \times f_3}, \quad (4)$$

$$\nabla\Delta\Phi_{(i,j,k)} = \frac{i \times f_1 \times \nabla\Delta\Phi_1 + j \times f_2 \times \nabla\Delta\Phi_2 + k \times f_3 \times \nabla\Delta\Phi_3}{i \times f_1 + j \times f_2 + k \times f_3}, \quad (5)$$

式中:  $\nabla\Delta P_1, \nabla\Delta P_2, \nabla\Delta P_3$  分别表示频率  $f_1, f_2$  和  $f_3$  对应的双差伪距观测值,  $\nabla\Delta\Phi_1, \nabla\Delta\Phi_2, \nabla\Delta\Phi_3$  分别表示频率  $f_1, f_2, f_3$  对应的双差载波相位观测值。将式(4)和式(5)展开得双差伪距和载波相位组合观测值(单位 m)可表示为:

$$\nabla\Delta P_{(i,j,k)} = \nabla\Delta\rho + \nabla\Delta\delta_{orb} + \nabla\Delta\delta_{tro} + \beta_{(i,j,k)} \nabla\Delta\delta_{ion1} + \theta_{(i,j,k)} \nabla\Delta\delta_{ion2} + \varepsilon_{\nabla\Delta P_{(i,j,k)}}, \quad (6)$$

$$\nabla\Delta\Phi_{(i,j,k)} = \nabla\Delta\rho + \nabla\Delta\delta_{orb} + \nabla\Delta\delta_{tro} - \beta_{(i,j,k)} \nabla\Delta\delta_{ion1} - \theta_{(i,j,k)} \nabla\Delta\delta_{ion2} - \lambda_{(i,j,k)} \nabla\Delta N_{(i,j,k)} + \varepsilon_{\nabla\Delta\Phi_{(i,j,k)}}, \quad (7)$$

式中:  $\nabla\Delta\rho$  表示双差卫地距,  $\nabla\Delta\delta_{orb}$  表示双差轨道误差,  $\nabla\Delta\delta_{tro}$  表示双差对流层延迟,  $\nabla\Delta\delta_{ion1}$  表示频率  $f_1$  对应的双差载波相位一阶电离层延迟,  $\nabla\Delta\delta_{ion2}$  表示频率  $f_1$  对应的双差载波相位二阶电离层延迟,  $\varepsilon_{\nabla\Delta P_{(i,j,k)}}$  和  $\varepsilon_{\nabla\Delta\Phi_{(i,j,k)}}$  分别表示  $\nabla\Delta P_{(i,j,k)}$  和  $\nabla\Delta\Phi_{(i,j,k)}$  的噪声,  $\beta_{(i,j,k)}$  和  $\theta_{(i,j,k)}$  分别表示一阶和二阶电离层延迟对应的尺度因子, 即:

$$\beta_{(i,j,k)} = \frac{f_1^2(i/f_1 + j/f_2 + k/f_3)}{i \times f_1 + j \times f_2 + k \times f_3}, \quad (8)$$

$$\theta_{(i,j,k)} = \frac{f_1^3(i/f_1^2 + j/f_2^2 + k/f_3^2)}{i \times f_1 + j \times f_2 + k \times f_3}. \quad (9)$$

不失一般性, 将各频率的噪声视为相等且独立, 即满足  $\varepsilon_{\nabla\Delta P_1} = \varepsilon_{\nabla\Delta P_2} = \varepsilon_{\nabla\Delta P_3} = \varepsilon_{\nabla\Delta P}, \varepsilon_{\nabla\Delta\Phi_1} = \varepsilon_{\nabla\Delta\Phi_2} = \varepsilon_{\nabla\Delta\Phi_3} = \varepsilon_{\nabla\Delta\Phi}$ , 其中  $\varepsilon_{\nabla\Delta P}$  和  $\varepsilon_{\nabla\Delta\Phi}$  分别表示等价双差伪距和载波相位观测值噪声。相应的三频双差伪距和载波相位线性组合观测值噪声精度满足:

$$\sigma_{\varepsilon_{\nabla\Delta P_{(i,j,k)}}}^2 = \mu_{(i,j,k)}^2 \sigma_{\varepsilon_{\nabla\Delta P}}^2, \quad (10)$$

$$\sigma_{\varepsilon_{\nabla\Delta\Phi_{(i,j,k)}}}^2 = \mu_{(i,j,k)}^2 \sigma_{\varepsilon_{\nabla\Delta\Phi}}^2, \quad (11)$$

$$\mu_{(i,j,k)}^2 = \frac{(i \times f_1)^2 + (j \times f_2)^2 + (k \times f_3)^2}{(i \times f_1 + j \times f_2 + k \times f_3)^2}, \quad (12)$$

式中:  $\mu_{(i,j,k)}$  表示噪声因子。

需要注意的是, 当不同频率之间的伪距观测值精度差距很大且不可忽略时, 此时不可认为  $\varepsilon_{\nabla\Delta P_1} =$

$\varepsilon_{\nabla\Delta P_2} = \varepsilon_{\nabla\Delta P_3} = \varepsilon_{\nabla\Delta P}$ , 而是需要根据实际, 为各个频率的观测值设定合适的权重。

## 2 GIF 模型模糊度固定方法

目前, 在 MCAR 中固定模糊度的方法主要包括 GB 模型、GF 模型和 GIF 模型 3 种。其中, GB 模型是通过基线三维坐标分量进行参数化的模型, 其为非线性模型但不容易秩亏<sup>[20-21]</sup>; GF 模型是以卫地距的形式进行参数化的模型, 其为线性模型但通常秩亏<sup>[12]</sup>; GIF 模型是在构造 GF 模型时, 还考虑了 IF 的条件<sup>[15,22]</sup>。

### 2.1 高质量三频线性组合

为实现模糊度快速固定, 首先需要选择用于固定模糊度的虚拟组合。在 TCAR 中, 相应地需要选择 3 个独立的虚拟组合。所谓独立, 是指这 3 个虚拟组合的系数所构成的矩阵, 其秩应为满秩, 即为 3。目的是在固定好虚拟组合观测值的模糊度后, 能够通过一定的线性关系, 求得原始频率的整周模糊度。显然, 若没有任何限制, 则有无穷多种选择。

事实上, 适合用于模糊度固定的虚拟组合应满足一定的条件, 如: 较长的波长、较小的电离层延迟尺度因子以及较小的观测值噪声因子等。为探索 BDS-3 播发的 6 个频率中, 高质量三频线性组合, 本文将同时满足系数在  $[-10, 10]$ ,  $\lambda \geq 0.75 \text{ m}$ ,  $|\beta_{(i,j,k)}| < 1.5$  以及  $|\mu_{(i,j,k)}| < 200$  的作为高质量信号<sup>[12]</sup>。其中在 BDS-3 播发的 6 种频率中, 任意 3 种频率组合得到的所有排列组合如图 1 所示, 其中红色矩形表示选中的频点, 蓝色矩形则表示未选中的频点, 一共得到 20 种组合。

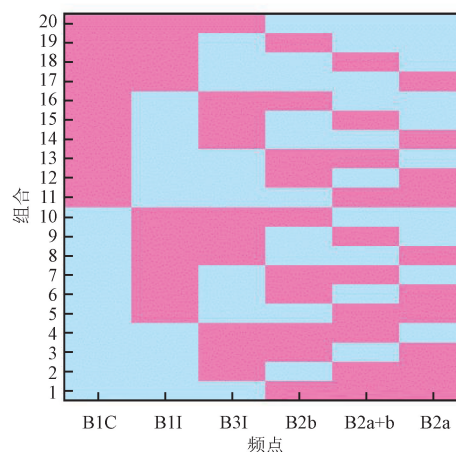


图 1 六频中的所有三频组合

Fig. 1 All three-frequency combinations in six frequencies

TNL 是评估 GNSS 多频模糊度固定中整体噪声影响的一项重要指标,其数值越小,表明观测值受各类误差干扰越小,质量越高,越有利于模糊度的精确固定。在高精度定位应用中,即使采用高质量信号,有时仍难以实现最佳的模糊度固定效果,主要原因在于虚拟组合观测值放大了原始观测值中各误差项

的影响,总误差相对于自身波长并非最小。为此, Feng<sup>[13]</sup> 和 Zhang 等<sup>[20]</sup> 以及其他学者引入了 TNL 的概念。通过综合考虑轨道误差,电离层延迟、对流层延迟和观测噪声等的影响,根据式(6)和式(7)可以分别得到基于伪距(单位 m)和载波相位观测值(单位 cycle)的 TNL:

$$\sigma_{\text{TNL}P} = \sqrt{\sigma_{\text{orb}}^2 + \sigma_{\text{tro}}^2 + \beta^2_{(i,j,k)} \sigma_{\text{ion1}}^2 + \theta^2_{(i,j,k)} \sigma_{\text{ion2}}^2 + \sigma_{\varepsilon}^2_{\text{P}(i,j,k)}}}, \quad (13)$$

$$\sigma_{\text{TNL}\Phi} = \sqrt{\sigma_{\text{orb}}^2 + \sigma_{\text{tro}}^2 + \beta^2_{(i,j,k)} \sigma_{\text{ion1}}^2 + \theta^2_{(i,j,k)} \sigma_{\text{ion2}}^2 + \sigma_{\varepsilon}^2_{\text{P}(i,j,k)}}} / \lambda_{(i,j,k)}, \quad (14)$$

式中: $\sigma_{\text{TNL}P}$  和  $\sigma_{\text{TNL}\Phi}$  分别表示伪距和载波相位观测值的 TNL,  $\sigma_{\text{orb}}$  表示轨道误差精度,  $\sigma_{\text{tro}}$  表示对流层延迟精度;  $\sigma_{\text{ion1}}$  表示一阶电离层延迟精度,  $\sigma_{\text{ion2}}$  表示二阶电离层延迟精度; 此时,用于固定模糊度的最优组合应满足  $\sigma_{\text{TNL}P} = \min$  和  $\sigma_{\text{TNL}\Phi} = \min$  的条件。

通过式(13)和式(14)计算得到 BDS-3 所有三频场景下最优信号及相关信息,如表 2 所示。可以看到,不同频率组成的三频组合的最优组合不尽相同。其中频率组合为(B1C, B1I, B3I), (B1C, B1I, B2b)、(B1C, B1I, B2a+b)和(B1C, B1I, B2a)的最优组合一致,均是由第 3 种频率的系数取 0,第一种频率的系数取 1,而第二种频率的系数取-1 得到;其组合波长达到了 20.932 m,而其  $\sigma_{\text{TNL}\Phi}$  仅有 0.089 周,利于模糊度固定。频率组合(B2b, B2a+b, B2a)的最优组合(1, -1, 0)波长为 19.537 m,  $\sigma_{\text{TNL}\Phi}$  仅 0.078 周,其作为模糊度固定的组合潜能巨大。

表 2 BDS-3 所有三频场景下最优信号及相关信息  
Tab. 2 Optimal signals and related information in all three-frequency scenarios of BDS-3

频点			系数		波长/m		$\sigma_{\text{TNL}\Phi}/\text{cycle}$
B1C	B3I	B2b	1	-5	4	4.884	0.340
			0	1	-1	4.884	0.281
B1C	B3I	B2a+b	1	-4	3	3.907	0.222
			0	1	-1	3.907	0.429
B1C	B3I	B2a	1	-3	2	2.442	0.310
			1	-4	3	9.768	0.338
B1I	B3I	B2b	1	-5	4	6.371	0.292
			1	-4	3	2.765	0.320
B1I	B3I	B2a+b	1	-4	3	4.804	0.222
			0	1	-1	3.907	0.421
B1I	B3I	B2a	1	-3	2	2.765	0.266
			1	-4	3	18.316	0.372

续表

频点			系数		波长/m		$\sigma_{\text{TNL}\Phi}/\text{cycle}$
B3I	B2b	B2a+b	0	1	-1	19.537	0.081
			1	-3	2	9.768	0.183
B3I	B2b	B2a	0	1	-1	9.768	0.131
			1	-2	1	9.768	0.142
B3I	B2a+b	B2a	0	1	-1	19.537	0.082
			1	-3	2	6.512	0.218
B2b	B2a+b	B2a	1	-1	0	19.537	0.078
			0	1	-1	19.537	0.078
B1C	B1I	B3I	1	-1	0	20.932	0.089
B1C	B1I	B2b	1	-1	0	20.932	0.089
B1C	B1I	B2a+b	1	-1	0	20.932	0.089
B1C	B1I	B2a	1	-1	0	20.932	0.089
B1C	B2b	B2a+b	0	1	-1	19.537	0.106
B1C	B2b	B2a	0	1	-1	9.768	0.189
B1C	B2a+b	B2a	0	1	-1	19.537	0.107
B1I	B2b	B2a+b	0	1	-1	19.537	0.104
B1I	B2b	B2a	0	1	-1	9.768	0.186
B1I	B2a+b	B2a	0	1	-1	19.537	0.106

由于 GIF 模型适用于长基线场景,因此讨论中长基线(100 km<l<200 km)和长基线(l≥200 km)场景的模糊度固定问题,此时误差预算设置如表 3 所示<sup>[15]</sup>。

由于在长基线中 EWL/WL 信号采用 GF 方法具有较好的固定率且易于实施<sup>[20]</sup>,因此本文采用 GF 方法固定 EWL/WL 信号的模糊度。

根据表 3 给出的各误差预算,基于频率组合(B1C, B3I, B2a)可得到不同长度基线下的最优相位组合如表 4 所示。类似地,也可以得到不同长度基线下的最优伪距组合。其中以频率组合(B1C, B3I, B2a)为例,中长基线下的最优伪距组合为(10, 9, 8);长基线下的最优伪距组合为(10, 4, -1)。需要特别注意的是,若不同频率伪距观测值的精度差异

显著且不可忽略,将导致最优伪距组合的选择发生变化,因此在实际应用中必须考虑这一影响因素。

表 3 不同基线类型下的各误差预算  
Tab. 3 Error budgets under different baseline lengths

误差项	中长基线	长基线
等价伪距观测值噪声	$\sigma_{\varepsilon_{\nabla\Delta P}} = 100$	$\sigma_{\varepsilon_{\nabla\Delta P}} = 100$
等价相位观测值噪声	$\sigma_{\varepsilon_{\nabla\Delta\Phi}} = 1$	$\sigma_{\varepsilon_{\nabla\Delta\Phi}} = 1$
一阶电离层延迟	$\sigma_{\nabla\Delta\delta_{ion1}} = 40$	$\sigma_{\nabla\Delta\delta_{ion1}} = 100$
二阶电离层延迟	$\sigma_{\nabla\Delta\delta_{ion2}} = 1$	$\sigma_{\nabla\Delta\delta_{ion2}} = 2$
对流层延迟	$\sigma_{\nabla\Delta\delta_{tro}} = 2.5$	$\sigma_{\nabla\Delta\delta_{tro}} = 20$
轨道误差	$\sigma_{\nabla\Delta\delta_{orb}} = 1$	$\sigma_{\nabla\Delta\delta_{orb}} = 10$

表 4 不同长度基线下的最优相位组合  
Tab. 4 Optimal phase combinations under different baseline lengths

基线序 类型号	<i>i</i>	<i>j</i>	<i>k</i>	$\lambda_{(i,j,k)}/m$	$\beta_{(i,j,k)}$	$\mu_{(i,j,k)}$	$\sigma_{\nabla\Delta\Phi}/cycle$
中 长 基 线	A	1	-3	2	2.442	-0.610	38.640
	B	0	1	-1	3.256	-1.663	18.791
	C	1	-4	3	9.768	2.549	207.835
	D	1	-2	1	1.395	-1.061	14.941
长 基 线	a	1	-3	2	2.442	-0.610	38.640
	b	1	-4	3	9.768	2.549	207.835
	c	2	-7	5	1.954	0.022	72.385
	d	0	1	-1	3.256	-1.663	18.791

2.2 GIF 模型

为了清晰地看到电离层延迟对模糊度固定的影响,可以利用模糊度已固定的 EWL 和 WL 信号求出双差电离层延迟量。由 GF 模型固定完模糊度的 EWL/WL 组合观测值可表示为:

$$\nabla\Delta\tilde{\Phi}_{LC1} = \nabla\Delta\Phi_{LC1} + \lambda \times \nabla\Delta N_{LC1}, \quad (15)$$

$$\nabla\Delta\tilde{\Phi}_{LC2} = \nabla\Delta\Phi_{LC2} + \lambda \times \nabla\Delta N_{LC2}, \quad (16)$$

式中:  $\nabla\Delta\tilde{\Phi}_{LC1}$  和  $\nabla\Delta\tilde{\Phi}_{LC2}$  分别表示已经固定好模糊度的双差载波相位虚拟观测值,下标 LC*i* (*i* = 1, 2, 3) 表示线性组合 *i*。通过式 (15) 和式 (16) 相减得到双差电离层延迟量:

$$\nabla\Delta I_1 = \frac{\nabla\Delta\tilde{\Phi}_{LC1} - \nabla\Delta\tilde{\Phi}_{LC2}}{\beta_{LC2} - \beta_{LC1}}. \quad (17)$$

GIF 模型如下所示:

$$\nabla\Delta N_{LC3} = \frac{a_1 \nabla\Delta\tilde{\Phi}_{LC1} + a_2 \nabla\Delta\tilde{\Phi}_{LC2} + \nabla\Delta\Phi_{LC3}}{\lambda_{LC3}} - \varepsilon_{\nabla\Delta\Phi_{LC3}}, \quad (18)$$

式中:  $a_1$  和  $a_2$  分别表示其前相应的系数,  $\nabla\Delta\Phi_{LC3}$  表示模糊度待固定的双差载波相位虚拟观测值,  $\nabla\Delta N_{LC3}$ 、 $\lambda_{LC3}$  和  $\varepsilon_{\nabla\Delta\Phi_{LC3}}$  分别表示组合 LC<sub>3</sub> 的双差模糊度、波长和噪声。

为了满足 GF 的条件,要求:

$$a_1 + a_2 = 1. \quad (19)$$

同时为了满足 IF 的条件,须满足:

$$a_1\beta_1 + a_2\beta_2 = \beta_3, \quad (20)$$

式中:  $\beta_i$  (*i* = 1, 2, 3) 表示组合 *i* 的一阶电离层延迟对应的尺度因子。可以发现,在构造线性组合时, GIF 模型不仅考虑到了几何无关,而且考虑到了 IF 的条件,最大程度地减少各种误差的影响,以达到获得最佳模糊度固定效果的目的。

若采用 GIF 方法固定模糊度,当模糊度已固定好的 2 个 EWL/WL 虚拟观测值各自的系数之和为 0,则第 3 个 NL 虚拟观测值的模糊度标准差与其系数无关,而仅与所采用的频率相关<sup>[15,22]</sup>,其三频模糊度估计的标准差(单位 cycle)为:

$$\sigma_{\nabla\Delta N_{(i,j,k)}} = \kappa \times \sigma_{\nabla\Delta\Phi}, \quad (21)$$

$$\kappa = \frac{\sqrt{f_1^2 \times (f_2^2 - f_3^2)^2 + f_2^2 \times (f_1^2 - f_3^2)^2 + f_3^2 \times (f_1^2 - f_2^2)^2}}{|(f_1 - f_2) \times (f_1 - f_3) \times (f_2 - f_3)|}. \quad (22)$$

将前面讨论的 20 种三频组合代入式 (22) 计算得到  $\kappa$  值,如表 5 所示。可以看到,不同频率组合的  $\kappa$  值大小差异明显,频率组合 (B1C, B3I, B2a) 的  $\kappa$  值最小,为 156.678;频率组合 (B2b, B2a+b, B2a) 的  $\kappa$  值最大,为 14 775.288。因此根据实际需要,在可获取的频率范围内,有必要选择合适的频率组合。

表 5 BDS-3 所有三频场景下  $\kappa$  值

Tab. 5 The value of  $\kappa$  in all three-frequency scenarios of BDS-3

频点			$\kappa$
B1C	B1I	B3I	1 467.354
B1C	B1I	B2b	1 191.108
B1C	B1I	B2a+b	1 136.159
B1C	B1I	B2a	1 085.525
B1C	B3I	B2b	243.651
B1C	B3I	B2a+b	191.227
B1C	B3I	B2a	156.678
B1C	B2b	B2a+b	816.983
B1C	B2b	B2a	398.134
B1C	B2a+b	B2a	770.550

续表			
频点			$\kappa$
B1I	B3I	B2b	253.665
B1I	B3I	B2a+b	199.069 5
B1I	B3I	B2a	163.109 4
B1I	B2b	B2a+b	845.034
B1I	B2b	B2a	411.580
B1I	B2a+b	B2a	795.740
B3I	B2b	B2a+b	4 079.291
B3I	B2b	B2a	1 950.252
B3I	B2a+b	B2a	3 240.920
B2b	B2a+b	B2a	14 775.288

由于  $\sigma_{\nabla\Delta N_{(i,j,k)}}$  总噪声较大,因此可通过平均取整确定 NL 组合的整周模糊度:

$$\nabla\Delta N_{(i,j,k)} = \left[ \frac{\sum_{t=1}^n \nabla\Delta N_{(i,j,k)}^t}{n} \right]_{\text{round}}, \quad (23)$$

式中:  $t$  表示历元,  $n$  表示总历元数。事实上,由于 GIF 模型在构建组合时,已消除了一阶电离层延迟和 GB 误差影响,因此由 GIF 模型求解得到的模糊度系统误差较小,但由于在构建 GIF 模型时,噪声会急剧放大,理论上也可通过滤波的方法确定其模糊度固定解<sup>[23-25]</sup>。

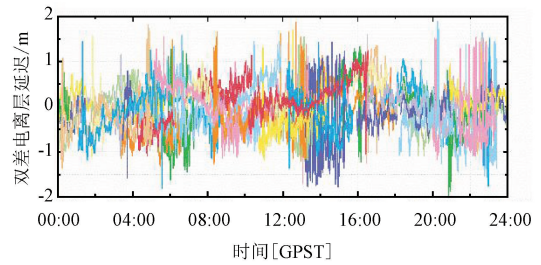
### 3 实验与结果分析

#### 3.1 实验数据

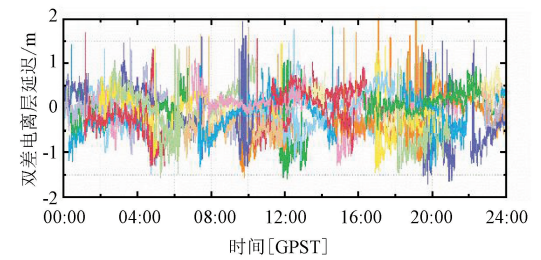
为验证 GIF 方法固定模糊度的优势,选取 pots-leij 这条长度为 123.64 km 的中长基线和 pots-warn 这条长度为 209.39 km 的长基线作为实验基线。为了比较不同电离层条件下, GIF 方法的有效性,实验选取了 2024 年的年积日 225 和 2025 年的年积日 124 这 2 d 的数据。地磁报告显示,2024 年的年积日 225 这 1 d 的全球地磁活动指数 ( $K_p$ ) 均超过 5, 其中在 12:00—15:00 的  $K_p$  甚至达到 8, 电离层较为活跃; 2025 年的年积日 124 这 1 d 的  $K_p$  均不超过 5, 属于电离层不活跃时段。

同时计算了这 2 d 的 pots-leij 和 pots-warn 这 2 条基线的双差电离层延迟量, 如图 2 所示。每一种颜色代表一对卫星对。时间系统采用的是全球定位系统时 (Global Positioning System Time, GPST)。

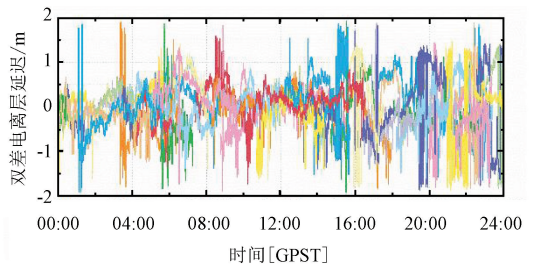
可以看到 2024 年的年积日 225 的电离层波动较 2025 年的年积日 124 更剧烈, 符合实际情况。



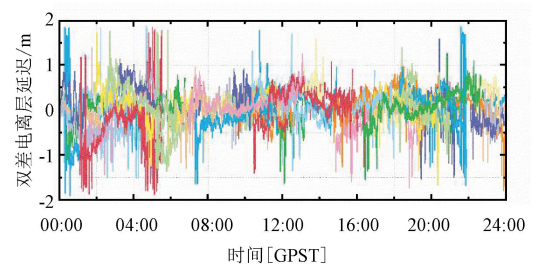
(a) 225\_pots-leij



(b) 124\_pots-leij



(c) 225\_pots-warn



(d) 124\_pots-warn

图 2 2 条基线双差电离层延迟量

Fig. 2 DD ionospheric delays for two baselines

选取 pots-leij 这条长度为 123.64 km 的中长基线和 pots-warn 这条长度为 209.39 km 的长基线在 2024 年的年积日 225 和 2025 年的年积日 124 这 2 d 的数据进行单历元模糊度固定实验, 基线信息如表 6 所示。

表 6 基线信息

Tab. 6 The information of baselines

基线	长度/km	年积日	观测时间/h	采样间隔/s
pots-leij	123.64	124 (2025)	24	30
		225 (2024)	24	30
pots-warn	209.39	124 (2025)	24	30
		225 (2024)	24	30

根据前面的计算和分析,可发现频率组合为(B1C,B3I,B2a)的 $\kappa$ 值最小,为156.678;频率组合(B2b,B2a+b,B2a)的 $\kappa$ 值最大,为14775.288。因此本文首先针对这2种频率组合选用pots-warn这条基线进行实验,其中对于频率组合(B1C,B3I,B2a),依据前面的计算,其实验所用的伪距组合为(10,4,-1),EWL组合1(1,-3,2),EWL组合2(1,-4,3)和NL组合(0,0,1);对于频率组合(B2b,B2a+b,B2a),依据前面的计算,其实验所用的伪距组合为(10,10,9),EWL组合1(1,-1,0),EWL组合2(0,1,-1)和NL组合(0,0,1)。

为了进一步分析GIF模型的有效性,根据前面的分析,采用表7所列组合进行下一步实验。根据前面的计算,其中pots-leij基线实验所用的最优伪

距组合为(10,9,8),pots-warn基线实验所用的最优伪距组合为(10,4,-1)。其中组合E:(0,0,1),组合e:(0,0,1)。

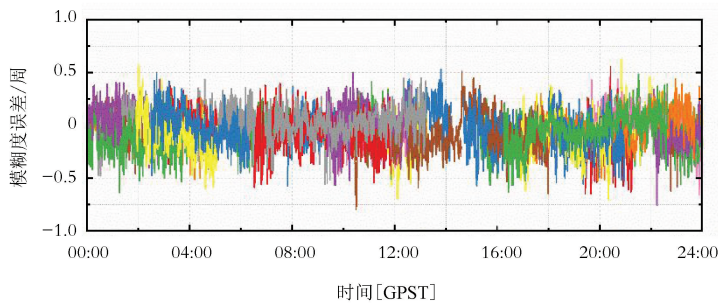
表 7 实验所用 EWL/WL 组合

Tab. 7 The EWL/WL combinations used in the experiment

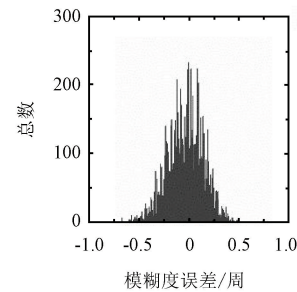
基线	序号	被选组合	$a_1$	$a_2$
pots-leij	1	A B E	3.282 586	-2.282 586
	2	C D E	0.790 754	0.209 246
pots-warn	3	a b e	0.239 138	0.760 862
	4	c d e	2.051 616	-1.051 616

### 3.2 实验分析

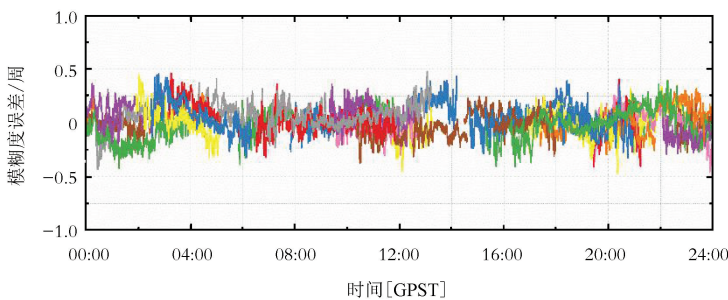
图3是2025年的年积日为124这天采用频率组合(B1C,B3I,B2a)进行实验得到的模糊度误差图,其中EWL组合1和EWL组合2采用GF方法固定,对于第3个最难固定的NL组合采用GIF方法进行固定。由图3可以看到,EWL组合1和EWL组合2的误差集中分布在-0.5~0.5周,与表2所述一致,保证了单历元模糊度固定的有效性。NL组合模糊度误差集中分布在-7.5~7.5周。



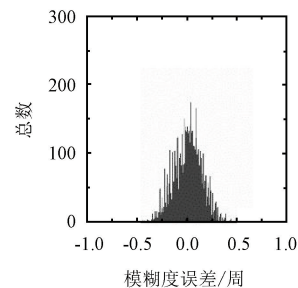
(a) EWL 组合 1 模糊度误差



(b) EWL 组合 1 模糊度误差分布直方图



(c) EWL 组合 2 模糊度误差



(d) EWL 组合 2 模糊度误差分布直方图

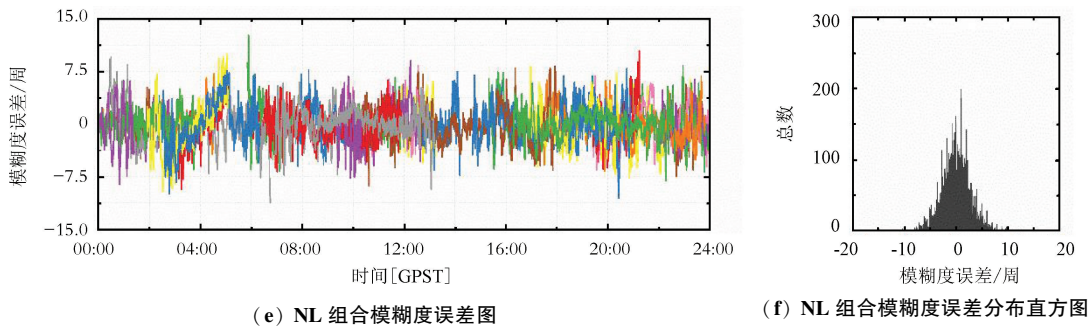


图 3 基于频率组合(B1C,B3I,B2a)在年积日 124(2025)的模糊度误差图

Fig. 3 The errors of ambiguity resolution based on (B1C, B3I, B2a) on the day of year 124 in 2025

图 4 是年积日同样为 2025 年的年积日 124 这天采用频率组合 (B2b, B2a+b, B2a) 进行实验得到的模糊度误差图,其中 EWL 组合 1 和 EWL 组合 2

采用 GF 方法固定,对于第 3 个最难固定的 NL 组合采用 GIF 方法进行固定。

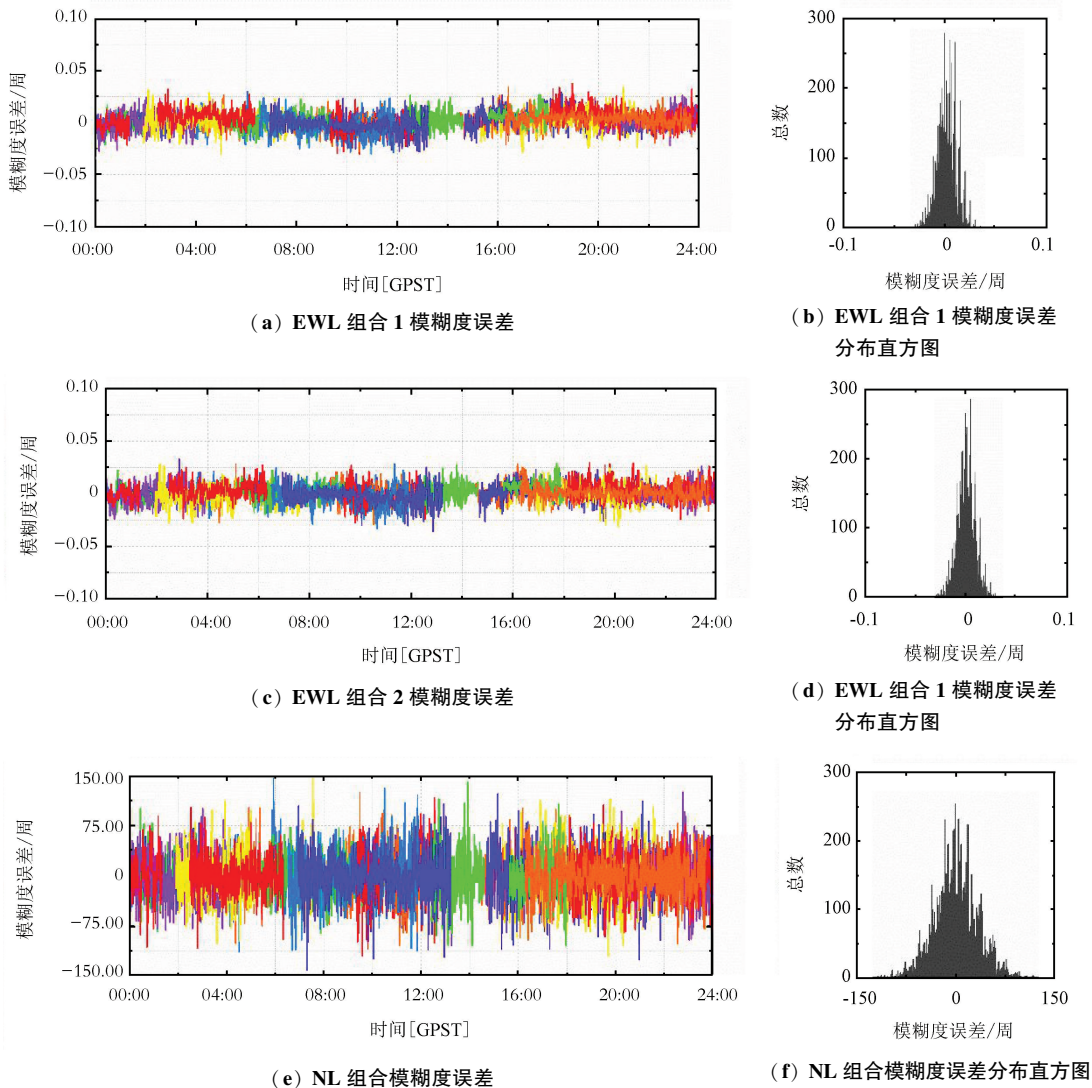


图 4 基于频率组合(B2b,B2a+b,B2a)在年积日 124(2025)的模糊度误差

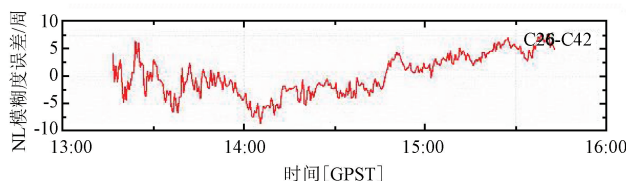
Fig. 4 The errors of ambiguity resolution based on (B2b, B2a+b, B2a) on the day of year 124 in 2025

由图 4 可以看到,EWL 组合 1 和 EWL 组合 2 的误差全部集中在 $-0.05 \sim 0.05$ 周,与表 2 所得结论一致,可以较好地满足单历元模糊度固定需求。与此同时,NL 组合的模糊度误差主要集中在 $-75.00 \sim 75.00$ 周。与图 3 对比可以清晰地看到,二者在固定 NL 组合模糊度上,图 3 更有优势。同时再次证明了表 5 结论的正确性。因此,采用 GIF 方法固定 NL 组合模糊度,应选择频率组合(B1C, B3I, B2a)。

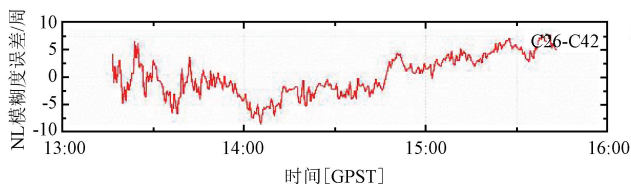
根据图 2 可知,2024 年的年积日 225 为电离层活跃时间段,2025 年的年积日 124 为电离层不活跃时间段。因此选择这 2 d 对 pots-leij 这条基线利用表 7 所列的组合 1 和组合 2 进行了模糊度固定。经过计算发现,不同卫星对解算结果大致类似,因此选择其中具有代表性的 3 颗卫星 C26、C40 和 C50 进行分析,C42、C25 和 C21 分别是其在各自时间段内的参考卫星,结果如图 5 和图 6 所示。从图 5 和图 6 可以看到,选择不同 EWL/WL 组合固定模糊度,对于 NL 组合(0,0,1)固定的效果基本一致。在不同电离层条件下,可以看到二者固定效果也大体一致,说明 GIF 方法有效消除了电离层延迟的影响。一方面,从理论上,在构建 GIF 组合时,通过特定组合方式消除了 GB 项和电离层延迟项,从原理上减少了电离层延迟对模糊度解算的影响。其次,在构建组合观测值时,考虑到了电离层尺度因子较小这一条件,使得组合后的信号对电离层变化不敏感,即使在电离层活跃期,也能保证模糊度解算的相对稳定性,从而有助于固定模糊度。另一方面,从实际上,在电离层活跃和不活跃 2 种情况下,同一条基线的 NL 组合模糊度误差基本保持一致,由于存在非模型化误差等的影响,实际与理论存在一些细小的差异。由此证明,在电离层活跃期间,GIF 方法固定模糊度具有良好潜力。

为进一步说明 GIF 方法的优势,分析了在不同基线长度下 GIF 方法的性能。对 2025 年的年积日 124 的基线 pots-leij 和基线 pots-warn 进行了实验,结果如图 7 所示。同样,选择了 3 对具有代表性的卫星对进行分析,为便于说明,相同卫星对的颜色保持一致,从上到下依次是基线 pots-leij 和基线 pots-warn 的卫星对结果。从图 7 可以看到,不同基线长度下,其 NL 组合模糊度都在 $-10 \sim 10$ 周波动,其中 C40-C23 和 C50-C42 卫星对的 NL 组合模糊度误差主要集中在 $-5 \sim 5$ 周之间波动。但无论基线长度如何,其 NL 组合模糊度固定效果大

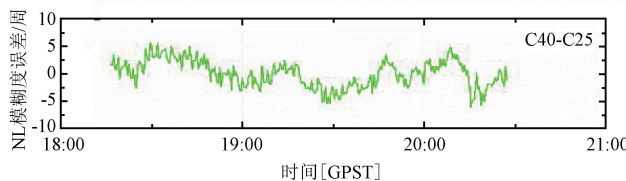
体一致,由于非模型化误差等的存在,但不完全相同。这也再次证明了基于 GIF 方法固定模糊度与基线长度无关,因此在长基线场景下,GIF 模型具有较好的应用前景。



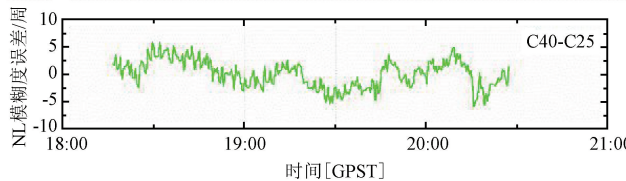
(a) 采用组合 1 得到卫星对 C26-C42 的 NL 模糊度误差



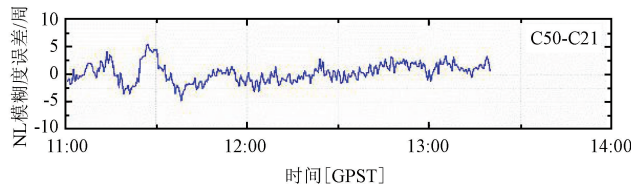
(b) 采用组合 2 得到卫星对 C26-C42 的 NL 模糊度误差



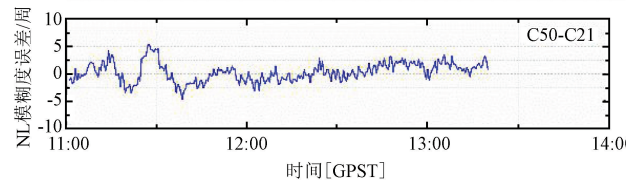
(c) 采用组合 1 得到卫星对 C40-C25 的 NL 模糊度误差



(d) 用组合 2 得到卫星对 C40-C25 的 NL 模糊度误差



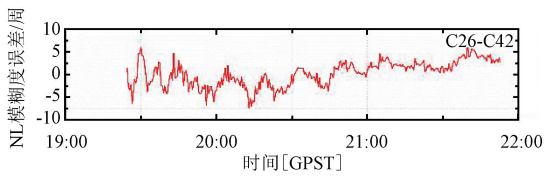
(e) 采用组合 1 得到卫星对 C50-C21 的 NL 模糊度误差



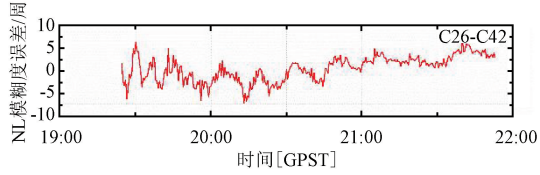
(f) 采用组合 2 得到卫星对 C50-C21 的 NL 模糊度误差

图 5 年积日 225(2024) pots-leij 组合 1 和组合 2 NL 模糊度误差

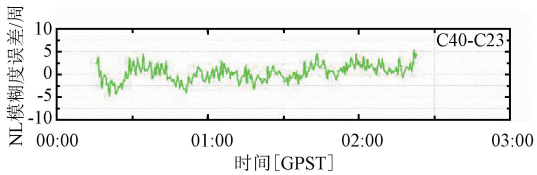
Fig. 5 The errors of NL ambiguity resolution with pots-leij in LC1 and LC2 on the day of year 225 in 2024



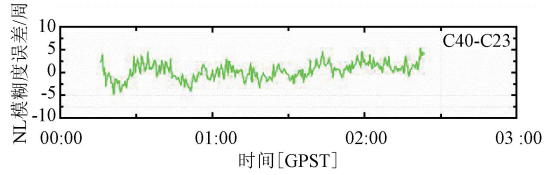
(a) 采用组合 1 得到卫星对 C26-C42 的 NL 模糊度误差



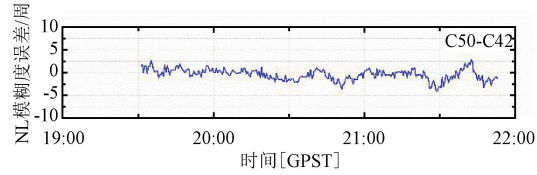
(b) 采用组合 2 得到卫星对 C26-C42 的 NL 模糊度误差



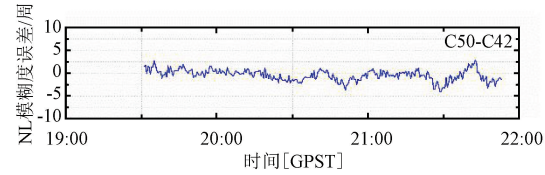
(c) 采用组合 1 得到卫星对 C40-C23 的 NL 模糊度误差



(d) 采用组合 2 得到卫星对 C40-C23 的 NL 模糊度误差



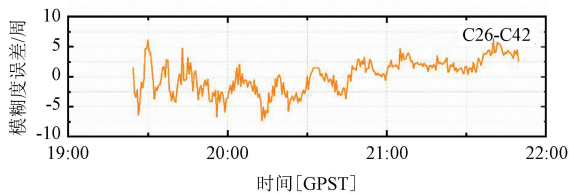
(e) 采用组合 1 得到卫星对 C50-C42 的 NL 模糊度误差



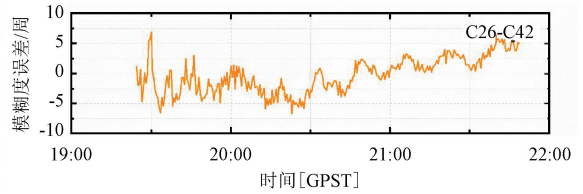
(f) 采用组合 2 得到卫星对 C50-C42 的 NL 模糊度误差

图 6 年积日 124(2025) pots-leij 组合 1 和组合 2 NL 模糊度误差

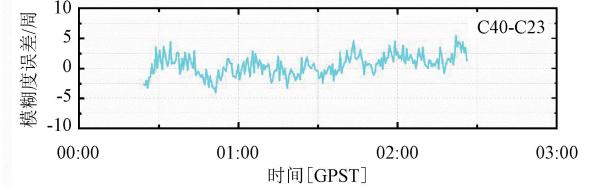
Fig. 6 The errors of NL ambiguity resolution with pots-leij in LC1 and LC2 on the day of year 124 in 2025



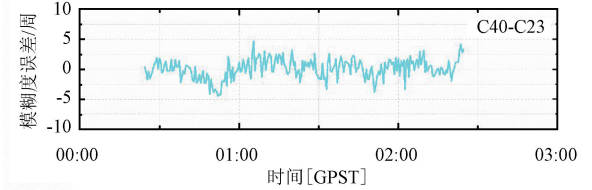
(a) 基线 pots-leij 卫星对 C26-C42 的 NL 模糊度误差



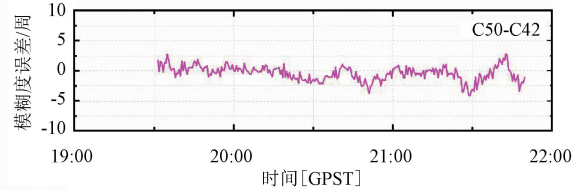
(b) 基线 pots-warn 卫星对 C26-C42 的 NL 模糊度误差



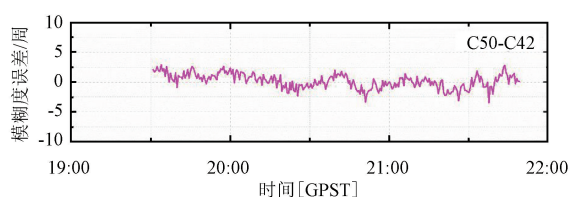
(c) 基线 pots-leij 卫星对 C40-C23 的 NL 模糊度误差



(d) 基线 pots-warn 卫星对 C40-C23 的 NL 模糊度误差



(e) 基线 pots-leij 卫星对 C50-C42 的 NL 模糊度误差



(f) 基线 pots-warn 卫星对 C50-C42 的 NL 模糊度误差

图 7 年积日 124(2025) pots-leij 组合 1 和 pots-warn 组合 3 NL 模糊度误差

Fig. 7 The errors of NL ambiguity resolution with pots-leij in LC1 and with pots-warn in LC3 on the day of year 124 in 2025

#### 4 结束语

本文基于 GIF 模型的模糊度解算问题,深入研究了基于 GIF 模型的 BDS-3 模糊度固定方法。以 BDS-3 为例,探讨了全频率下,利用三频观测值构造线性组合进行模糊度固定效果的优劣,以及不同电离层条件和不同基线长度条件下使用 GIF 模型固定模糊度的性能。通过理论分析和实际论证,主要结论如下:

① 通过对 6 个频率任意选择 3 个频率进行组合,共有 20 种频率组合。各种频率组合下的最优 EWL/WL 组合不尽相同,其中波长最长可达到 20.932 m,  $\sigma_{\text{TNL}\Phi}$  最小可达到 0.078 周。通常情况下,频率组合(B1C, B3I, B2a)用作 GIF 模型固定模糊度效果最佳。

② 在使用 GIF 方法固定模糊度时,若模糊度已固定的 2 个 EWL/WL 虚拟观测值各自系数之和为 0,则第 3 个 NL 虚拟观测值模糊度标准差与其系数无关,而仅与所采用的频率相关。然而受非模型化误差等的影响,实际结果与理论预期会存在一些差异,并不完全一致。

③ GIF 模型有效消除了电离层延迟的影响,因此在电离层活跃的情况下,使用 GIF 模型固定 NL 组合模糊度具有一定优势;同时,GIF 模型不受基线距离的影响,消除了 GB 的误差项,因此特别适合用于中长基线场景下固定模糊度。

综上,在中长基线场景下,GIF 模型可以很好地解决模糊度固定问题,表现出优越的性能。未来可考虑将 GIF 模型应用于快速精密定位中,尤其是在大尺度条件及复杂环境下具有较好的应用前景。



参考文献

[1] 杨元喜,任夏,贾小林,等. 以北斗系统为核心的国家安全 PNT 体系发展趋势[J]. 中国科学:地球科学, 2023,53(5):917-927.

[2] 杨元喜,明锋. 中国时空基准建设现状与未来发展[J]. 中国科学:地球科学, 2023,53(9):2192-2195.

[3] 耿江辉,温强. GNSS 非差模糊度固定发展现状及趋势[J]. 导航定位学报,2025,13(5):1-12.

[4] 于一迪,章浙涛. 顾及道路信息的 GNSS 阴影匹配定位方法[J]. 无线电工程, 2025,55(7):1394-1403.

[5] 张京奎,武子谦,陈永昌,等. Galileo 精密单点定位模糊度固定模式下定位性能评估[J]. 无线电工程, 2023,53(9):2203-2210.

[6] 章浙涛. GNSS 非模型化误差处理理论与方法[J]. 测绘学报,2020,49(7):936.

[7] ZHANG Z T, LI B F, SHEN Y Z. Comparison and Analysis of Unmodelled Errors in GPS and BeiDou Signals[J]. Geodesy and Geodynamics,2017,8(1):41-48.

[8] 李博峰. 混合整数 GNSS 函数模型及随机模型参数估计理论与方法[J]. 测绘学报,2010,39(3):330.

[9] 耿江辉,常华,郭将,等. 面向城市复杂环境的 3 种多频多系统 GNSS 单点高精度定位方法及性能分析[J]. 测绘学报,2020,49(1):1-13.

[10] FORSELL B, MARTIN-NEIRA M, HARRISZ R A. Carrier Phase Ambiguity Resolution in GNSS-2[C]//Proceedings of the 10th International Technical Meeting of the Satellite Division of the Institute of Navigation. Kansas City:[s. n.],1997:1727-1736.

[11] ENGE P, JUNG J, PERVAN B. High Integrity Carrier Phase Navigation for Future LAAS Using Multiple Civilian GPS Signals[C]//Proceedings of the 1999 American Control Conference. San Diego: IEEE, 1999: 3650-3654.

[12] 章浙涛,李博峰,何秀凤. 北斗三号多频相位模糊度无几何单历元固定方法[J]. 测绘学报,2020,49(9):1139-1148.

[13] FENG Y M. GNSS Three Carrier Ambiguity Resolution Using Ionosphere-reduced Virtual Signals[J]. Journal of Geodesy,2008,82(12):847-862.

[14] 李博峰,沈云中,周泽波. 中长基线三频 GNSS 模糊度的快速算法[J]. 测绘学报,2009,38(4):296-301.

[15] LI B F, FENG Y M, SHEN Y Z. Three Carrier Ambiguity Resolution: Distance-independent Performance Demonstrated Using Semi-generated Triple Frequency GPS Signals[J]. GPS Solutions,2010,14(2):177-184.

[16] 高旺,高成发,潘树国,等. 基于分步无电离层组合的北斗三频长距离参考站间宽巷模糊度解算方法[J]. 东南大学学报(自然科学版),2017,47(1):43-49.

[17] 高扬骏,吕志伟,周朋进,等. 北斗中长基线三频模糊度解算的自适应抗差滤波算法[J]. 测绘学报,2019,48(3):295-302.

[18] 艾力·库尔班,章浙涛,何秀凤. 北斗三号新三频相位模糊度固定方法[J]. 测绘科学技术学报,2021,38(1):21-27.

[19] YANG Y X, MAO Y, SUN B J. Basic Performance and Future Developments of BeiDou Global Navigation Satellite System[J]. Satellite Navigation,2020,1(1):1.

[20] ZHANG Z T, LI B F, HE X F, et al. Models, Methods and Assessment of Four-frequency Carrier Ambiguity Resolution for BeiDou-3 Observations [J]. GPS Solutions, 2020,24(4):96.

[21] 金博涵,章浙涛. 几种典型遮挡场景下 GNSS 精密动态定位性能分析及改进[J]. 导航定位与授时,2025,12(1):60-75.

[22] WANG K, ROTHACHER M. Ambiguity Resolution for Triple-frequency Geometry-free and Ionosphere-free Combination Tested with Real Data[J]. Journal of Geodesy, 2013,87(6):539-553.

[23] YIN Z, FU M Y, SHEN K. A Novel Robust Kalman Filter for Unmanned Ground Vehicles Positioning Under GNSS Abnormal Measurements[C]//2020 39th Chinese Control Conference (CCC). Shenyang:IEEE,2020:3427-3432.

- [24] LOPES R A M, ANTREICH F, FOHLMEISTER F, et al. Linear Time-invariant Filtering for Real-time Monitoring of Ionospheric Scintillation in GNSS Receivers[J]. GPS Solutions, 2023, 27(3):131.
- [25] 章浙涛. 复杂条件下 GNSS 精密导航定位理论方法及应用[M]. 北京:科学出版社, 2025.

---

作者简介

王 芳 女, (2001—), 硕士研究生。主要研究方向:GNSS 导航定位。

(\*通信作者)章浙涛 男, (1988—), 博士, 副教授。主要研究方向:卫星精密定位与多源融合导航。