doi: 10.11720/wtyht.2026.1393
邹翔, 卫其美, 周鸿, 等. 基于测井约束的储层孔隙度地震叠前直接反演方法[J]. 物探与化探, 2026, 50(2): 292-300. https://doi.org/10.11720/wtyht.2026.1393
Zou X, Wei Q M, Zhou H, et al. Well-logging constrained direct inversion of pre-stack seismic data for reservoir porosity prediction[J]. Geophysical and Geochemical Exploration, 2026, 50(2): 292-300. https://doi.org/10.11720/wtyht.2026.1393

基于测井约束的储层孔隙度地震叠前直接反演方法

邹翔, 卫其美, 周鸿, 李明国, 孟伟, 但涛, 冉林, 周向月
(中国石油西南油气田分公司 蜀南气矿, 四川 泸州 646000)

摘 要: 孔隙度是油气勘探中最重要的储层参数之一。本文结合 Gassmann 方程与 Eshelby-Walsh 方程构建数学模型, 依托高信噪比叠前地震资料所提供的高精度叠前弹性参数反演结果, 推导并建立了适用于孔隙度直接反演的目标函数, 实现了对地层岩石孔隙度的直接计算; 在广义线性反演理论框架下, 以精确 Zoeppritz 方程为理论基础, 引入测井资料作为约束条件, 完成了储层孔隙度的直接反演。相较于传统孔隙度估算方式, 本方法直接输入地震道集与测井数据, 避免了传统流程中依赖纵、横波速度及密度等参数进行间接估算所带来的多步骤误差累积问题; 借助精确 Zoeppritz 方程在波场传播描述方面的理论完备性, 所得孔隙度反演结果在分辨率与准确性方面均优于基于三参数经验转换关系的常规方法。实际资料应用效果显示, 基于测井约束的叠前弹性参数直接反演所获得的孔隙度数据与实测测井曲线具有良好的一致性, 展现出更高的精度与分辨能力。该算法获取的高精度孔隙度成果, 对于储层精细预测、井位部署优化以及压裂开采方案设计等工程实践具有重要的理论意义与应用价值。

关键词: 孔隙度; 储层预测; 叠前弹性参数反演; 测井约束
中图分类号: P631.4; P31 **文献标识码**: A **文章编号**: 1000-8918(2026)02-0292-09

0 引言

地层孔隙度是表征储层物性的关键参数, 对油气藏勘探、储量评价及开发策略制定具有重要基础作用[1]。自 20 世纪 60 年代起, 多种孔隙度估算方法逐步形成并发展, 主要可归纳为测井解释、实验室岩心测定以及地震与钻井数据联合预测三大类。其中, 岩心测定方法精度较高, 其有效性受限于取心数量与代表性; 测井解释在垂向分辨率方面表现优越, 但受算法假设约束易引入系统误差, 横向外推能力有限, 常需借助随机模拟或克里金插值等统计方法予以拓展。随着地震采集处理技术的进步与计算能力的提升, 融合地震横向连续性与测井垂向高分辨率的孔隙度预测方法逐渐得到广泛应用[2]。地震储层孔隙度计算作为油气勘探与储层评价的关键环节, 历经了从简单经验公式向复杂物理模型、从线性近似向非线性反演、从单一数据依赖向多源信息融合的发展过程[3]。Gassmann[4] 提出的流体置换理论揭示了波在流体饱和多孔介质中的传播机制, 为基于物理机制的孔隙度计算指明了方向, 但其理想化的假设在实际地层中较难完全满足; Raymer 等[5] 针对 Wyllie 方程的不足提出改进经验关系, 拓展了高孔隙地层的适用性并提升计算精度, 但仍未彻底解决泥质影响问题; 李庆忠[6] 通过引入岩性校正因子, 提出适用于特定区域的孔隙度预测经验公式, 虽提升了局部适用性, 但普适性仍显不足。随着叠前地震技术的发展, 以弹性参数为核心的孔隙度反演方法逐步成熟。Smith 等[2] 提出的基于 AVO 近似式的流体因子提取方法, 开创了利用叠前地震数据反演孔隙度相关弹性参数的新途径, 但其精度受近似式的制约; Russell 等[7] 在弹性阻抗理论基础上发展出基于 FTA 近似式的弹性阻抗反演方法, 通过纵、横波阻抗与密度等参数间接估算孔隙度, 虽精度有所提高, 但 3 个参数同步反演的稳定性仍面临挑战。

在此背景下, 储层孔隙度地震叠前直接反演方

收稿日期: 2025-10-29; **修回日期**: 2026-01-12
基金项目: 蜀南气矿项目“牟家坪、老翁场储气库茅口组多尺度裂缝及甜点储层预测研究”(SCJ 储气库蜀南 JS2024-006)
第一作者: 邹翔(1992-), 男, 工程师, 主要从事储气库地质评价研究工作。Email: 494695981@qq.com

法研究逐步兴起, 其核心目标是构建不依赖弹性参数为中间量的端到端反演框架, 以实现从叠前地震数据到孔隙度的直接映射[8]。在国内, 印兴耀等[9] 提出以精确 Zoeppritz 方程为基础的叠前弹性参数反演方法, 有效避免了近似式引入的误差, 为孔隙度直接反演奠定了理论基石; Zong 等[10] 进一步构建了弹性阻抗与孔隙度之间的直接关系, 显著减少了参数转换引起的误差累积, 提高了孔隙度预测的分辨率与精度, 是从间接反演向直接模型过渡的重要探索。另一类研究则致力于将岩石物理模型更深层次地嵌入反演目标函数中, 通过将 Gassmann 方程、Eshelby-Walsh 包体模型等与波动方程耦合, 构建以孔隙度为基本未知量的反演系统, 从而在数学上实现孔隙度与地震响应的直接关联[11]。这类方法尽管在理论构建与数值实现上更为复杂, 但能从根源上避免多步反演带来的误差传递问题, 代表了直接反演的重要发展方向。

近年来, 深度学习技术亦被引入孔隙度反演研究中[12]。基于叠前弹性参数的孔隙度反演方法, 通过建立弹性参数与孔隙度之间的理论联系, 为实现孔隙度直接估算提供了新思路[13-14]。当前叠前反演主要包括基于 Zoeppritz 方程或其近似式的全波形反演与 AVO/AVA 反演, 其中, AVO/AVA 方法因能融合叠前地震与测井等多尺度数据, 成为研究热点[15-16]。然而, Zoeppritz 方程本身形式复杂, 多数研究采用其近似式进行推导与反演, 导致地震信息利用不充分并引入理论偏差。为解决上述问题, 本文直接从精确 Zoeppritz 方程出发, 构建纵、横波速度与密度的三参数反演体系, 结合弹性波理论与广义线性反演框架, 建立基于高信噪比叠前地震数据和高精度弹性参数反演的孔隙度直接计算模型。该方法在测井约束下实现孔隙度直接反演, 有效规避了近似公式的理论局限。模型试算与实际资料应用表明, 本方法可直接从叠前地震数据中反演孔隙度分布, 显著降低误差累积, 提高预测结果的准确性与可靠性, 为储层精细评价提供了有力支撑。

1　原理及方法

1.1　岩石物理关系构建

本文方法的核心理念是建立孔隙度与叠前地震可反演弹性参数之间的直接物理数学关系, 摒弃了传统的“弹性参数反演至孔隙度转换”两步法。

基于 Gassmann 流体替换理论与 Eshelby-Walsh 干燥岩石骨架近似公式, 通过一系列推导(详见附录), 可建立孔隙度 φ 与饱和岩石有效压缩系数 β 之间的线性关系:

$$\varphi = A\beta - B, \tag{1}$$

$$\beta = \frac{1}{\rho\left(v_{\mathrm{P}}^2 - \frac{4}{3}v_{\mathrm{S}}^2\right)}。 \tag{2}$$

式中: A、B 为与岩石基质、孔隙流体及岩石结构相关的区域性常数, 可通过工区内的 v_{P}、v_{S}、ρ、φ 等测井数据、利用多元线性回归精确标定; v_{P}、v_{S} 分别为纵、横波速度; ρ 为密度。由此, 可得到孔隙度与纵横波速度、密度的直接关系式:

$$\varphi = \frac{A}{\rho\left(v_{\mathrm{P}}^2 - \frac{4}{3}v_{\mathrm{S}}^2\right)} - B。 \tag{3}$$

1.2　基于精确 Zoeppritz 方程的叠前直接反演

精确 Zoeppritz 方程作为正演算子, 精确描述了地震波在不同弹性介质分界面上的反射和透射行为, 是叠前振幅随偏移距(AVO)分析的理论基础。在广义线性反演框架下, 将 Zoeppritz 方程在初始模型处进行一阶泰勒展开, 可实现非线性问题的局部线性化。反演的目标是求解模型参数(此处为纵波速度、横波速度、密度和孔隙度)的扰动量, 使正演模拟的反射系数与实际地震观测数据之间的残差最小化。

将孔隙度与弹性参数的关系(式(3))引入反演方程组, 构建包含将孔隙度作为直接反演参数的目标函数, 最终形成的反演系统可表示为

$$\boldsymbol{G}\Delta\boldsymbol{m} = \Delta\boldsymbol{d}, \tag{4}$$

式中: $\boldsymbol{G}$ 为基于 Zoeppritz 方程的偏导数矩阵; $\Delta\boldsymbol{m} = [\Delta v_{\mathrm{P}}, \Delta v_{\mathrm{S}}, \Delta\rho, \Delta\varphi]^{\mathrm{T}}$, 为模型参数扰动向量; $\Delta\boldsymbol{d}$ 为地震数据残差向量。

该反演系统在测井数据构建的初始模型约束下, 采用基于奇异值分解(SVD)的广义逆算法或 LSQR 算法进行迭代求解, 逐步逼近各参数的相对扰动量, 实现了目标参数的直接反演。该方法有效避免了传统间接反演中多步参数转换引发的误差传递问题。需要特别说明的是, 此反演方法直接输出的是参数的相对变化量, 而非绝对值。尽管这种相对量表征具有重要的理论意义, 但在实际储层表征中, 需通过测井资料构建低频背景模型, 利用低频补偿技术将相对变化量转换为具有明确物理意义的绝对参数值, 从而完成对储层特性的完整描述。

在数据输入方面, 本方法所采用的叠前地震数据为角度域共成像点道集。相较于其他类型的叠前数据, 该道集无需经历偏移距至角度的转换流程,

且其本身已通过叠前偏移处理，具备更高的成像精度与振幅保真性，为反演过程提供了可靠的数据基础。

1.3 方法实现流程

图 1 为方法实现流程。具体的实现步骤如下：①根据叠前道集数据进行叠前预处理，包括叠前去噪、剩余动校正、多次波去除等，为反演提供较为干净的叠前道集数据；②根据测井数据进行标准化及环境校正处理，同时基于实测的孔隙度曲线和纵横波速度、密度曲线，通过式(3)反计算环境区域常数 A、B；③依托式(3)建立密度和孔隙度的关系式，同时结合纵、横波速度构建新的反演方程组，基于解释层位、测井数据约束建立反演初始模型；④通过广义线性反演得到参数相对变化率；⑤基于测井数据构建低频模型并对参数相对变化率进行低频补偿，进而得到参数绝对值。

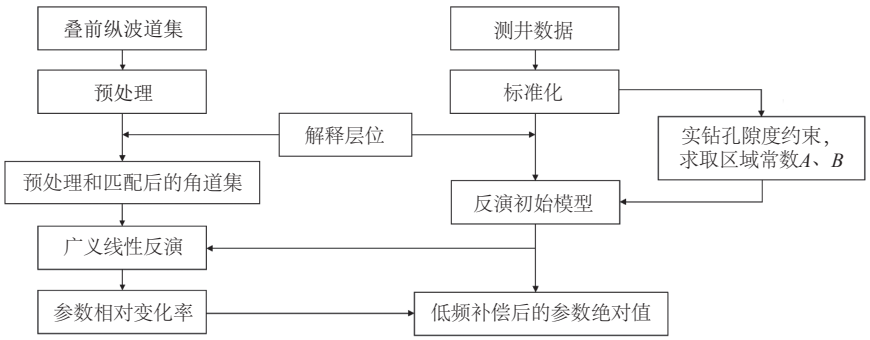


图 1　反演实现流程

Fig. 1　Inversion workflow

2　应用及效果分析

2.1 反演稳定性和精度验证

为验证本文方法的有效性，首先基于实测的测井曲线正演模拟得到了角道集，其次对合成的角道集添加随机噪声，最后分别基于干净的角道集和含噪的角道集进行反演，进而验证方法的反演精度、稳定性和效率。

图 2 为某工区的原始测井曲线。基于实测的测井曲线，通过 Zoeppritz 方程开展了叠前道集的正演模拟，并添加随机噪声验证反演方法的稳定性。正

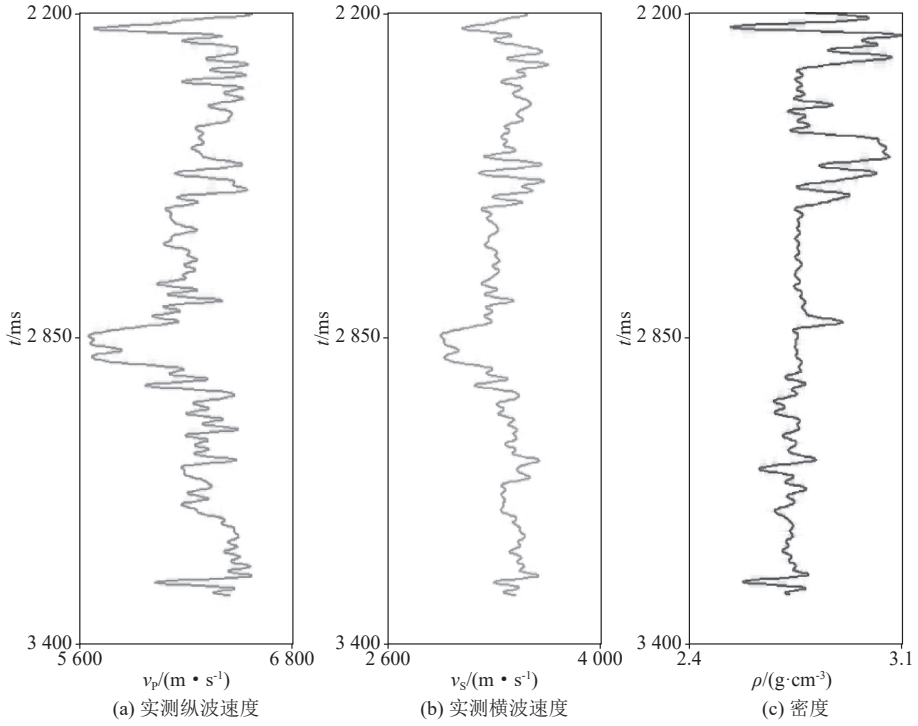


图 2　原始测井曲线

Fig. 2　Original well logs

演道集如图 3 所示。

为验证本文反演方法的可靠性, 首先基于测井数据直接反演获取 v_P、v_S、ρ; 随后将实测孔隙度数据 φ 代入式(3)进行线性拟合, 确定区域特定常数 A 与 B; 最终依据所建立的孔隙度直接反演方程组, 实现对孔隙度的反演计算。

图 4 展示了在干净的纵横波道集基础上开展的精确 Zoeppritz 方程纵、横波联合叠前反演所得到的结果: 反演结果与实测曲线在形态与数值上均表现出良好的一致性, 主要变化趋势吻合。本研究采用的孔隙度直接反演策略, 有效截断了传统间接方法中固有的误差传递链路, 从而显著提升了反演结果的精度与可靠性。

为验证本文反演方法的稳定性以及反演精度等, 开展了含噪道集的精确 Zoeppritz 纵横波联合叠前反演。图 5 显示: 反演结果与实测曲线在形态与数值上均表现出良好的一致性, 主要变化趋势吻合; 受噪声影响, 其精度不如干净道集反演结果的精度高, 但反演结果和实测曲线的一致性依旧较好, 因此本文反演方法的稳定性较高, 精度较高。

2.2　实际资料应用

基于上述认识并结合本文所提的计算流程, 首

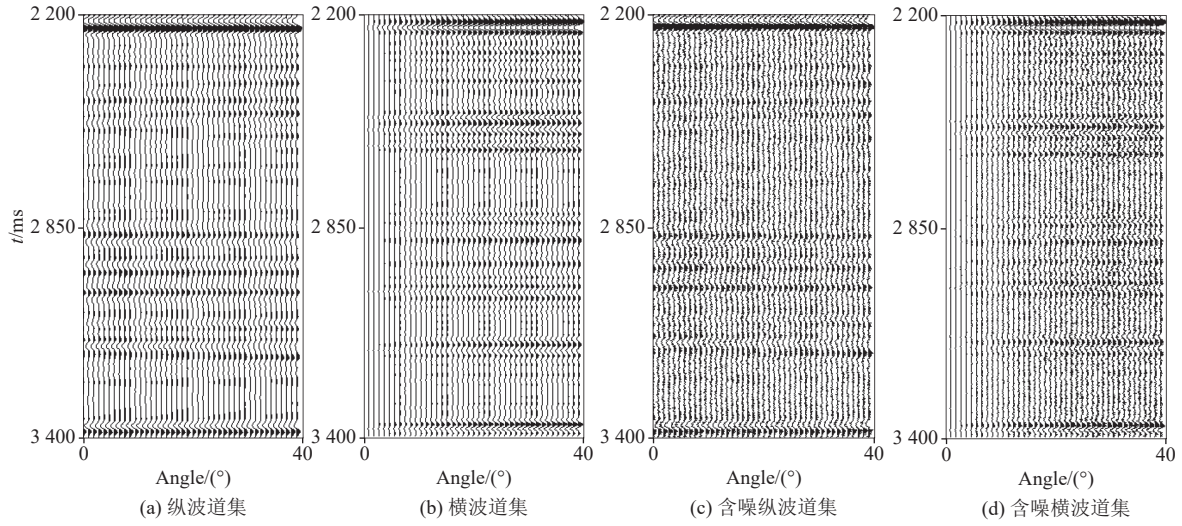


图 3　合成的角道集

Fig. 3　Synthetic angle gathers

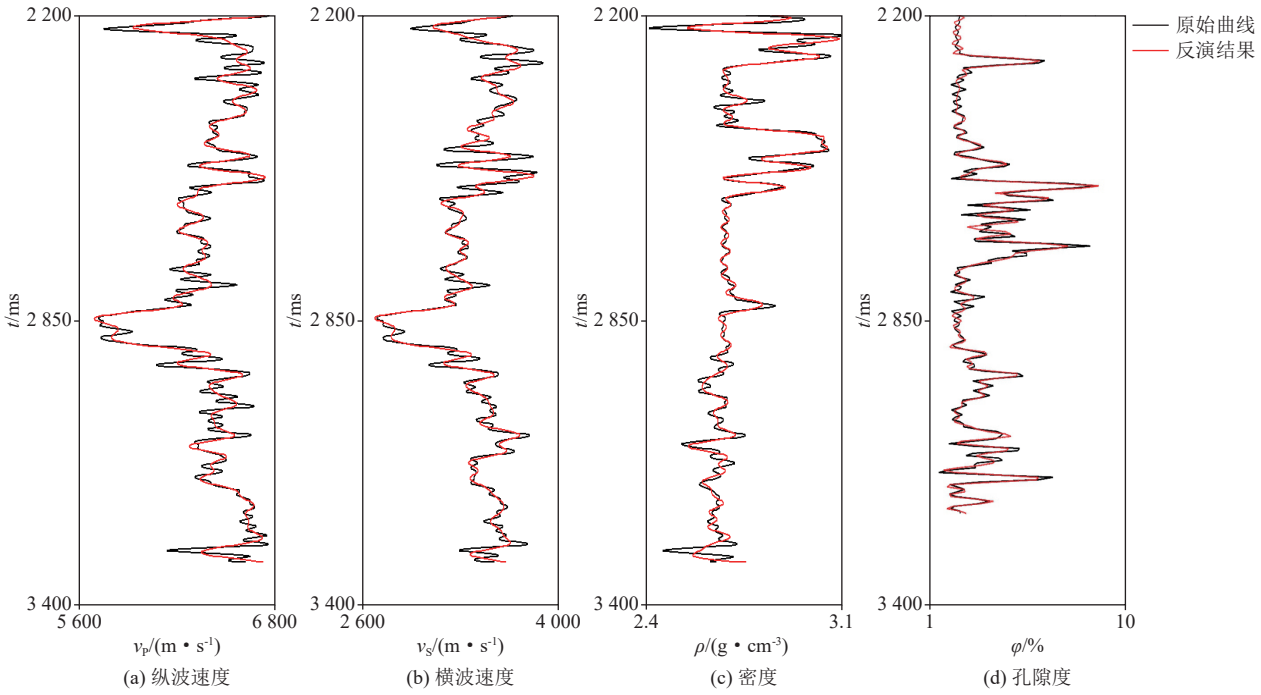


图 4　干净道集的精确 Zoeppritz 纵、横波联合叠前反演结果

Fig. 4　Exact Zoeppritz pre-stack joint P- and S-wave inversion results using clean gathers

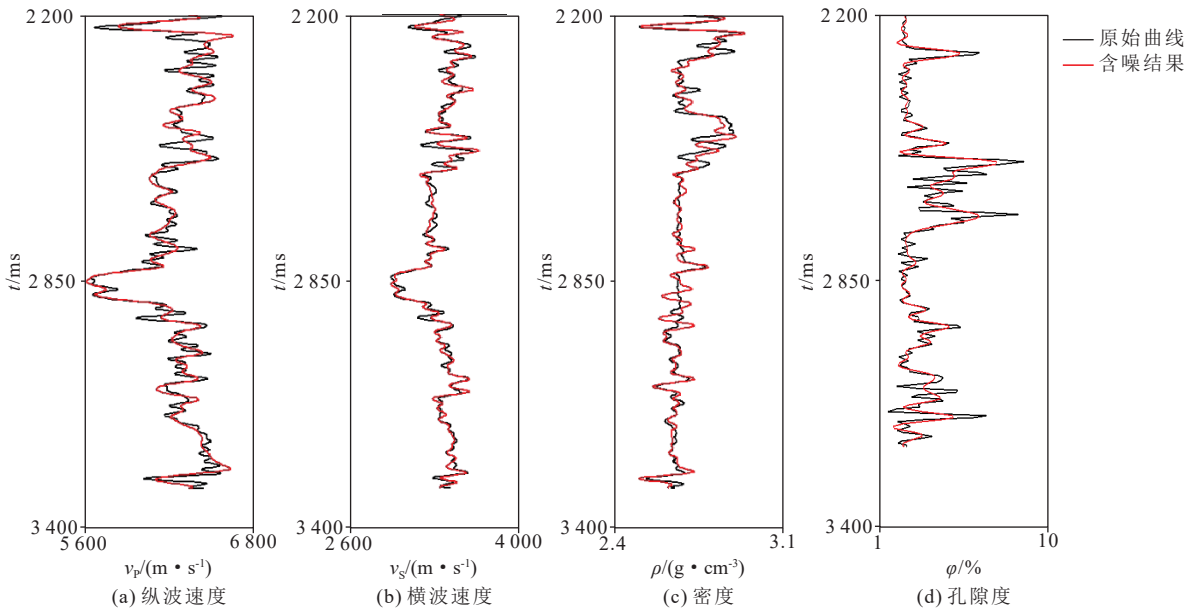


图 5　含噪道集的精确 Zoeppritz 纵、横波联合叠前反演结果

Fig. 5　Exact Zoeppritz pre-stack joint P- and S-wave inversion results using noisy gathers

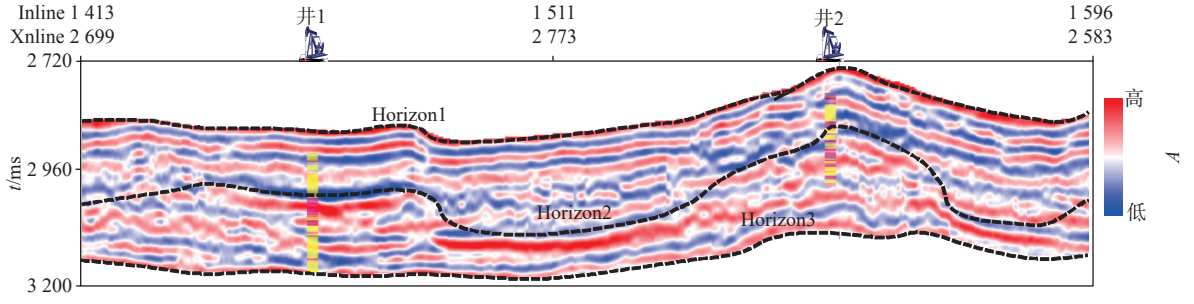
先对原始叠前道集进行振幅保真处理与噪声压制，生成高信噪比的分角度叠加数据体；然后对工区内测井数据进行标准化与环境校正，消除系统偏差；最后基于校正后的 v_P、v_S、ρ 及实测 φ 曲线，利用式(3)进行多元线性回归，精确标定出工区特有的岩石物理常数 A、B。将本文方法应用于实际三维地震工区进行孔隙度反演。

工区储层埋深大于 6 000 m，属于深层海相沉积气田。图 6 为原始叠加连井剖面，其中井 2 海拔最高，同时同相轴连续，未见明显扰动；两口井都发育较好的礁滩，储层发育较好，测井在长兴组顶部下方强波峰处解释储层。

依托标定后的 A、B 参数及建立的初始模型，执行基于精确 Zoeppritz 方程的叠前纵、横波联合反演。图 7 展示了纵、横波联合叠前反演所获得的弹性参数剖面，其中密度反演剖面的空间变化主要反映储层内油气赋存状况；纵波速度反演结果对孔隙流体性质与分布具有明确指示意义；横波速度反演剖面对岩石骨架及剪切模量变化响应灵敏，有助于识别岩性及区分围岩。反演所得的叠前弹性参数与测井解释成果高度一致，验证了本文方法在提取储层弹性信息方面的准确性与可靠性。

图 8 给出了结合图 7 并通过式(3)计算得到的孔隙度结果(图中测井曲线为孔隙度数据)，可以看出测井解释结论和孔隙度结果有较高的契合度，但是对于细节的表征以及分辨率仍需要进一步加强。

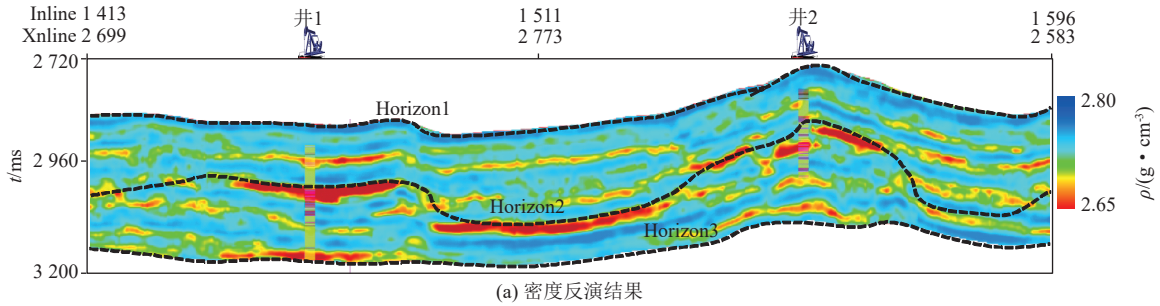
为了追求更高质量的孔隙度反演结果，提出了基于测井约束的叠前纵、横波联合反演孔隙度方法，无需通过数学公式转换，可由反演方程组直接计算孔隙度，以此来减少计算所造成的累积误差，进而提高反演质量。图 9 为测井约束及叠前纵、横波直接反演的孔隙度结果(测井曲线为孔隙度数据)。对比图 8 与图 9 可以发现，直接反演得到的孔隙度结果在纵向分辨率、空间连续性及与测井曲线的吻合程度上



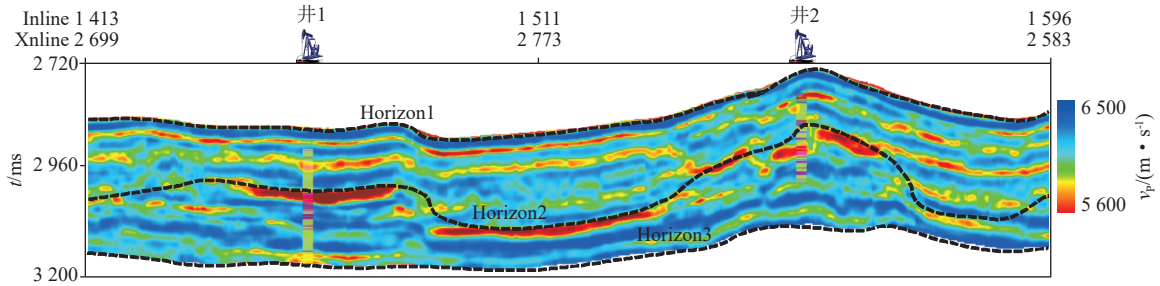
Horizon1—飞仙关三段顶；Horizon2—长兴组顶；Horizon3—长兴组底

图 6　原始数据连井剖面

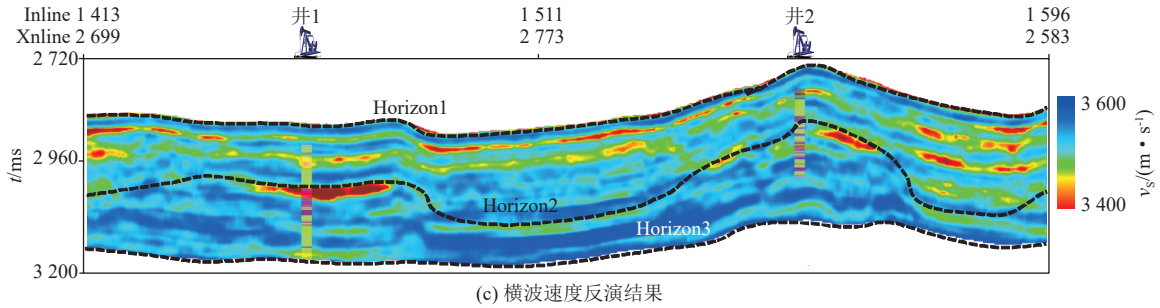
Fig. 6　Original well-tie seismic section



(a) 密度反演结果



(b) 纵波速度反演结果

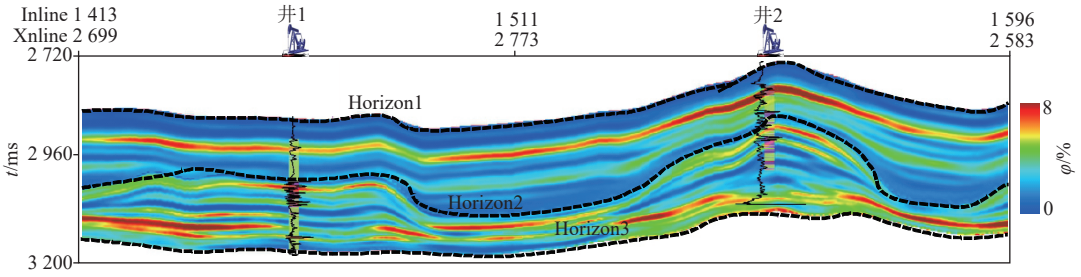


(c) 横波速度反演结果

Horizon1—飞仙关三段顶; Horizon2—长兴组顶; Horizon3—长兴组底

图 7　基于精确 Zoeppritz 纵、横波联合叠前反演结果

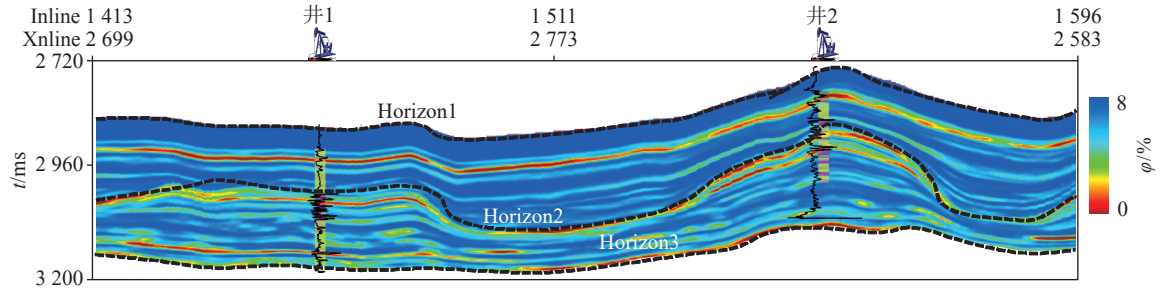
Fig. 7　Inversion results based on exact Zoeppritz pre-stack joint P- and S-wave method



Horizon1—飞仙关三段顶; Horizon2—长兴组顶; Horizon3—长兴组底

图 8　基于纵横波速度、密度的反演数据结合数学转换的孔隙度结果

Fig. 8　Porosity results derived from mathematical conversion using inverted P-wave velocity, S-wave velocity, and density data



Horizon1—飞仙关三段顶; Horizon2—长兴组顶; Horizon3—长兴组底

图 9　基于测井约束的精确 Zoeppritz 纵、横波联合叠前孔隙度反演结果

Fig. 9　Porosity inversion results based on exact Zoeppritz pre-stack joint P- and S-wave method with well log constraints

均有显著提升。定量评价表明,直接反演孔隙度与实测孔隙度的相关系数达到 0.89,平均绝对误差为 1.2%;而两步法结果的相关系数为 0.76,平均绝对误差为 2.1%。这充分证明了直接反演方法在减小误差累积、提高预测精度方面的巨大优势。

3 结论

本研究突破了传统基于近似公式的间接反演思路,构建了一套以精确 Zoeppritz 方程与岩石物理机制为核心的孔隙度直接反演理论。该理论模型严格描述了波场传播的物理过程,建立了从叠前地震数据到储层孔隙度的端到端映射,为实现高精度孔隙度估算提供了坚实的理论框架,所提出的直接反演方法,通过一体化反演策略有效克服了传统分步式方法固有的多步骤误差传递与累积问题。实际应用表明,该方法显著提升了孔隙度预测的垂向分辨率与空间刻画能力,反演结果对储层非均质性的细节表征更为清晰、合理。本方法为深层、复杂储层的孔隙度参数精细描述提供了一种稳定可靠的技术手段,其反演成果对于储层甜点预测、井位部署优化及压裂方案设计等关键勘探开发环节具有重要的实际应用价值,有助于提升储层评价的准确性与可靠性。

参考文献(References):

[1] Goodway B, Chen T W, Downton J. Improved AVO fluid detection and lithology discrimination using Lamé petrophysical parameters; "λρ", "μρ", &"λ/μ fluid stack", from P and S inversions[C]//SEG Technical Program Expanded Abstracts 1997. Society of Exploration Geophysicists, 1997: 183−186.

[2] Smith G C, Gidlow P M. Weighted stacking for rock property estimation and detection of gas[J]. Geophysical Prospecting, 1987, 35(9): 993−1014.

[3] 冉然, 宋建国. 基于 Zoeppritz 方程的纵横波模量反演 [J]. 物探与化探, 2017, 41(4): 707−714.
Ran R, Song J G. Compressional and shear modulus inversion based on Zoeppritz equation[J]. Geophysical and Geochemical Exploration, 2017, 41(4): 707−714.

[4] Gassmann F. Elastic waves through a packing of spheres[J]. Geophysics, 1951, 16(4): 673−685.

[5] Raymer L L, Hunt E R, Gardner J S. An improved sonic transit time-to-porosity transform [C]//Trans. Soc. Prof. Well Log Analysts, Ann Logging Symposium, 1980.

[6] 李庆忠. 陆相沉积地震地层学若干问题(续)[J]. 石油地球物理勘探, 1987, 22(6): 619−635.
Li Q Z. Some problems on seismic stratigraphy of continental deposits (continued)[J]. Oil Geophysical Prospecting, 1987, 22(6): 619−635.

[7] Russell B H, Hedlin K, Hilterman F J, et al. Fluid-property discrimination with AVO: A biot-gassmann perspective[J]. Geophysics, 2003, 68(1): 29−39.

[8] 郭继亮, 李宏兵, 张研, 等. 受孔隙形态影响的碳酸盐岩孔隙度反演 [J]. 地球物理学进展, 2017, 32(1): 146−151.
Guo J L, Li H B, Zhang Y, et al. Inverting carbonate reservoir porosity affected by pore aspect ratio[J]. Progress in Geophysics, 2017, 32(1): 146−151.

[9] 印兴耀, 张世鑫, 张繁昌, 等. 利用基于 Russell 近似的弹性波阻抗反演进行储层描述和流体识别 [J]. 石油地球物理勘探, 2010, 45(3): 373−380.
Yin X Y, Zhang S X, Zhang F C, et al. Utilizing Russell approximation-based elastic wave impedance inversion to conduct reservoir description and fluid identification[J]. Oil Geophysical Prospecting, 2010, 45(3): 373−380.

[10] Zong Z Y, Yin X Y, Li K. Time-frequency domain joint AVO inversion using Bayesian theory[J]. Applied Geophysics, 2016, 13(4): 631−640, 737-738.

[11] 何润发, 巴晶, 陈天胜, 等. 致密砂岩气藏裂隙-孔隙型弹性岩石物理模板研究: 以川西坳陷 A 区为例 [J]. 地球物理学进展, 2020, 35(1): 116−123.
He R F, Ba J, Chen T S, et al. Study on fracture-pore elastic rock physics template of tight sandstone gas reservoirs: A case study of area A in West Sichuan depression[J]. Progress in Geophysics, 2020, 35(1): 116−123.

[12] 曾滨鑫, 肖晖, 郝子眉, 等. 基于 VAE-BiGRU-Attention 模型的储层孔隙度预测——以中-低渗砂岩储层为例 [J]. 地球物理学进展, 2025, 40(2): 658−669.
Zeng B X, Xiao H, Hao Z M, et al. Reservoir porosity prediction using the VAE-BiGRU-Attention model: An example study of middle-low permeability sandstone reservoir[J]. Progress in Geophysics, 2025, 40(2): 658−669.

[13] Saltzer R, Finn C, Burtz O. Predicting VShale and porosity using cascaded seismic and rock physics inversion[J]. The Leading Edge, 2005, 24(7): 732−736.

[14] Fatti J L, Smith G C, Vail P J, et al. Detection of gas in sandstone reservoirs using AVO analysis: A 3-D seismic case history using the Geostack technique[J]. Geophysics, 1994, 59(9): 1362−1376.

[15] 刘宇, 王亮, 罗洋, 等. 川中地区茅口组碳酸盐岩储层类型测井识别 [J]. 物探与化探, 2024, 48(3): 629−639.
Liu Y, Wang L, Luo Y, et al. Log-based identification of the types of the Maokou Formation carbonate reservoirs in the central Sichuan Basin[J]. Geophysical and Geochemical Exploration, 2024, 48(3): 629−639.

[16] 王迪, 张益明, 牛聪, 等. 压制孔隙影响的流体敏感因子优选及其在烃类检测中的应用 [J]. 物探与化探, 2021, 45(6): 1402−1408.
Wang D, Zhang Y M, Niu C, et al. The optimization of sensitive fluid factor removing the effect of porosity and its application to hydrocarbon detection[J]. Geophysical and Geochemical Exploration, 2021, 45(6): 1402−1408.

Well-logging constrained direct inversion of pre-stack seismic data for reservoir porosity prediction

ZOU Xiang, WEI Qi-Mei, ZHOU Hong, LI Ming-Guo, MENG Wei, DAN Tao, RAN Lin, ZHOU Xiang-Yue

(*Shu'nan Gas Mine*, *Southwest Oil & Gasfield Company*, *PetroChina*, *Luzhou* 646000, *China*)

Abstract: Porosity serves as a crucial reservoir parameter for hydrocarbon exploration. This study constructed a mathematical model integrating Gassmann's equation and Eshelby-Walsh theory. Using this model, an objective function was derived and established for direct porosity inversion relying on the inverted high-precision pre-stack elastic parameters from pre-stack seismic data with a high signal-to-noise ratio, thereby enabling the direct calculation of formation rock porosity. Within the framework of generalized linear inversion theory, using the precise Zoeppritz equation as the theoretical foundation, this study achieved the direct inversion of reservoir porosity by introducing well-logging data as constraints. Conventional porosity estimation methods rely on the indirect porosity estimation using parameters such as P- and S-wave velocities and density, resulting in multi-step error accumulation. To overcome this limitation, this proposed method allows direct input of seismic gathers and well-logging data. In addition, grounded on the theoretical advantages of the exact Zoeppritz equation in describing wavefield propagation, this method yielded inverted porosity results with higher resolution and accuracy compared to those obtained using conventional methods based on three-parameter empirical conversions. Application in actual data shows that the porosity data obtained from the well-logging constrained direct inversion of pre-stack elastic parameters align well with actual logging curves, demonstrating higher accuracy and resolution. The high-precision porosity data provide critical theoretical value and practical guidance for detailed reservoir prediction, well placement optimization, and the design of fracturing production schemes.

Key words: porosity; reservoir prediction; pre-stack elastic parameter inversion; well logging constraint

（本文编辑: 叶佩, 沈效群）

附录

本附录详细阐述了从 Gassmann 方程与 Eshelby-Walsh 模型推导至正文中关键公式 (1) 的过程, 明确了各物理量的定义与推导中的关键假设。

1 Gassmann 方程与近似处理

Gassmann 流体替换方程描述了饱和流体岩石的有效压缩系数(β)、干燥岩石骨架压缩系数(β_D)、岩石基质压缩系数(β_s)及孔隙流体压缩系数(β_p)之间的关系:

$$\frac{1}{\beta-\beta_s}=\frac{1}{\beta_D-\beta_s}+\frac{1}{(\beta_p-\beta_s)\varphi},\tag{A1}$$

式中: φ 为孔隙度。

在实际储层中, 孔隙流体 (例如天然气或原油) 的压缩系数(β_p)通常远大于岩石基质的压缩系数(β_s), 即 $\beta_p \gg \beta_s$。因此, 可作如下近似:

$$\beta_p-\beta_s\approx\beta_p。\tag{A2}$$

此近似在孔隙流体为气体或轻质油、且基质为低压缩性的碳酸盐岩时尤为适用, 引入的误差有限。将式 (A2) 代入式 (A1), 可得:

$$\frac{1}{\beta-\beta_s}=\frac{1}{\beta_D-\beta_s}+\frac{1}{\beta_p\varphi}。\tag{A3}$$

2 Eshelby-Walsh 干燥岩石骨架模型

Eshelby 和 Walsh 提出了一个基于椭球包体近似的干燥岩石骨架模型, 将干燥岩石骨架的压缩系数与基质压缩系数及孔隙度联系起来:

$$\beta_D=\beta_s\left(1+m\frac{\varphi}{\alpha}\right),\tag{A4}$$

式中: m 和 α 为描述干燥岩石微观结构的几何参数。

3 孔隙度直接关系式的推导

现在, 将孔隙度构建为压缩系数的函数。对式 (A3) 进行变换:

$$\frac{1}{\beta_p\varphi}=\frac{1}{\beta-\beta_s}-\frac{1}{\beta_D-\beta_s},$$
$$\frac{1}{\beta_p\varphi}=\frac{(\beta_D-\beta_s)-(\beta-\beta_s)}{(\beta-\beta_s)(\beta_D-\beta_s)}=\frac{\beta_D-\beta}{(\beta-\beta_s)(\beta_D-\beta_s)}, \quad (A5)$$

因此,

$$\varphi=\frac{(\beta-\beta_s)(\beta_D-\beta_s)}{\beta_p(\beta_D-\beta)}。 \quad (A6)$$

再将 Eshelby-Walsh 模型式 (A4) 代入式 (A6)。首先计算 $\beta_D-\beta_s$:

$$\beta_D-\beta_s=\beta_s\left(1+m\frac{\varphi}{\alpha}\right)-\beta_s=\beta_s\cdot m\frac{\varphi}{\alpha}, \quad (A7)$$

令 $C=\frac{\alpha}{m}$, 则:

$$\beta_D-\beta_s=\frac{\beta_s\varphi}{C}。 \quad (A8)$$

将式 (A8) 代入式 (A6) 的分子和分母, 式 (A6) 变为:

$$\varphi=\frac{(\beta-\beta_s)\cdot\frac{\beta_s\varphi}{C}}{\beta_p\left[\frac{\beta_s\varphi}{C}-(\beta-\beta_s)\right]}, \quad (A9)$$

两边同时除以 φ (假设 $\varphi\neq0$):

$$1=\frac{(\beta-\beta_s)\cdot\frac{\beta_s}{C}}{\beta_p\left[\frac{\beta_s}{C}-\left(\frac{\beta-\beta_s}{\varphi}\right)\right]}, \quad (A10)$$

整理得到:

$$\beta_p\frac{\beta-\beta_s}{\varphi}=\frac{\beta_s}{C}[\beta_p-(\beta-\beta_s)]。 \quad (A11)$$

此形式仍较复杂。回到式 (A3) 和式 (A6) 寻找更简洁的路径。将式 (A8) 代入简化后的 Gassmann 方程 (A3):

$$\frac{1}{\beta-\beta_s}=\frac{1}{\varphi}\left(\frac{C}{\beta_s}+\frac{1}{\beta_p}\right), \quad (A12)$$

对等式两边取倒数, 整理后得到孔隙度:

$$\varphi=(\beta-\beta_s)\left(\frac{C}{\beta_s}+\frac{1}{\beta_p}\right)。 \quad (A13)$$

令: $A=\left(\frac{C}{\beta_s}+\frac{1}{\beta_p}\right)$, $B=\beta_s\left(\frac{C}{\beta_s}+\frac{1}{\beta_p}\right)=A\beta_s$, 则式(A13)可写为:

$$\varphi=A\beta-A\beta_s=A\beta-B。 \quad (A14)$$

此公式即正文中的公式 (1)。该式表明, 在特定工区(岩石基质和流体性质相对稳定)条件下, 孔隙度 φ 与饱和岩石的有效压缩系数 β 呈线性关系。