doi: 10.11720/wtyht.2026.1250
范忠豪, 唐杰, 罗丁明, 等. 基于理论模型的各向异性扩散正则化约束弹性介质三参数全波形反演[J]. 物探与化探, 2026, 50(2): 366-372. https://doi.org/10.11720/wtyht.2026.1250
Fan Z H, Tang J, Luo D M, et al. Theoretical model-based multi-parameter full waveform inversion for elastic media constrained by anisotropic diffusion regularization[J]. Geophysical and Geochemical Exploration, 2026, 50(2): 366-372. https://doi.org/10.11720/wtyht.2026.1250

基于理论模型的各向异性扩散正则化约束弹性介质三参数全波形反演

范忠豪[1,2], 唐杰[1,2], 罗丁明[1,2], 付尚凡[1,2]
(1. 中国石油大学(华东)地球科学与技术学院, 山东 青岛 266580; 2. 海洋国家实验室海洋矿产资源评价与探测技术功能实验室, 山东 青岛 266071)

摘 要: 波形反演是利用地震波数据反演推断地下介质参数。对于弹性介质多参数反演, 由于纵横波速度以及密度参数之间的耦合性增加了波形反演的非线性, 会导致反演结果出现串扰现象。为此, 提出了一种基于非线性各向异性扩散正则化(NADF)约束的自动微分弹性介质多参数全波形反演方法: 针对多参数反演中参数耦合性强、反演非线性强的问题, 在目标函数中添加各向异性扩散正则化项, 利用自动微分技术计算梯度, 并结合小批次策略进行迭代优化。实验结果表明, 非线性各向异性扩散正则化能够有效减少参数串扰, 提高反演稳定性。

关键词: 全波形反演; 自动微分; 弹性波; 多参数; 非线性各向异性扩散正则化
中图分类号: P631.4; P31 **文献标识码**: A **文章编号**: 1000-8918(2026)02-0366-07

0 引言

全波形反演(full waveform inversion, FWI)是地震学中用来生成高分辨率地下模型的一种复杂方法, 它利用波动方程对记录的地震波形进行整体反演, 目的是恢复有关地下属性的综合信息, 包括速度、密度和各向异性。与传统的声波全波形反演相比, 弹性波全波形反演(EFWI)不仅考虑纵波速度, 还考虑了地下介质的弹性参数来使地下信息更加全面[1-3]。与依赖于近似的传统方法(如基于射线的方法)相反, FWI 利用了完整的波场, 从而产生了更精确的模型。FWI 通常采用局部优化方法实现: 首先, 给出初始模型, 该模型应足够接近实际模型, 对模型基于波动方程计算合成数据; 然后, 采用目标函数比较合成数据和观测数据之间的差异。FWI 通常采用伴随状态方法[4-5]计算梯度, 如果波动方程或待反演参数发生变化, 则计算梯度的方程需要相应更新。FWI 采用基于梯度的优化方法, 如梯度下降法、非线性共轭梯度法或拟牛顿法来寻找最优值。尽管 FWI 在模型重建方面有很大的优势, 但由于其非线性和不适定性而面临着挑战: 非线性使其容易受到初始模型的影响, 并且容易出现局部极小值; 不适定性则表明数据和噪声导致其反演过程具有不稳定性。地震数据是多种介质参数共同作用的综合结果, 地震波场对不同参数的敏感性具有一定的相似性。弹性波多参数全波形反演存在严重的串扰问题(即因其中一个参数错误的更新, 导致在解释另一个参数时引起的数据残差), 增加了反演的难度[6-8]。正则化方法在解决该问题上是必不可少的[9-11]。目前有很多正则化方法, 如 TV 正则化、Tikhonov 正则化、L1(稀疏)正则化等, 这些正则化是基于自然图像的一般特征设计的。在贝叶斯理论框架下, 正则化函数作为图像的先验分布, 传统的人工设计正则化函数往往对应于这种先验分布的简化形式。例如: L1(稀疏)正则化函数等价于简单的指数分布先验, 而 Tikhonov 正则化函数则对应于高斯分布先验[12-16]。典型的 Tikhonov

收稿日期: 2025-07-17; **修回日期**: 2025-12-03
基金项目: 国家自然科学基金面上基金项目"基于石油勘探面波与 P-导波的近地表纵横波速度一体化反演"(42174140)
第一作者: 范忠豪(2001-), 男, 硕士生, 主要研究方向为多参数全波形反演。Email: 1697405440@qq.com

正则化方法是基于 L_2 范数, 能缓解反问题的不适定性, 但通常会使反演结果变得光滑, 不利于刻画地层边界。全变分(total variation, TV)正则化方法通过求解全变分约束的非线性最小化问题实现噪声压制, 同时保留图像原本的结构特征[17]。

本文使用了另一种正则化方法——基于非线性各向异性扩散滤波器(nonlinear anisotropic diffusion filters, NADF), 研究如何在 FWI 中使用该方法[18]。各向异性扩散和其他基于偏微分方程(PDE)的方法在图像处理领域有着悠久的历史, 可用于图像的平滑和恢复, 通过 PDE 形式的各向异性扩散滤波平滑图像, 同时增强边缘等重要特征。然后, 这些方法扩展到各向异性过程, 在 Weickert 中可以找到基于扩散的空间正则化各向异性滤波的一般理论框架。NADF 可以在模型空间和数据空间中使用。在模型空间中, NADF 提供了直接增强图像的结构相干性, 而不将其作为先验信息, 这是通过定义非线性各向异性扩散算子来完成的。该算子基于图像局部结构张量的本征分解, 扩散算子取决于当前图像, 因此该滤波器是非线性的。除了在模型空间使用外, 还可以在数据空间应用 NADF, 最主要的作用之一就是减轻参数串扰。各向异性扩散滤波器作为一种正则化方法, 在全波形反演中可以通过抑制噪声的同时保留结构信息来减轻参数串扰问题, 其核心思想源自图像处理中的各向异性扩散方程: 通过模型梯度的大小来调控扩散强度, 在平坦区域(梯度小)施加强扩散以平滑噪声和虚假扰动, 而在边界区域(梯度大)则弱化扩散以保持结构信息。这样, NADF 能够自适应地根据参数的几何特征(如界面、断层等)引导更新方向, 既抑制了噪声和伪影, 又保护了真实地质构造的不连续性。更重要的是, 它通过强化不同参数在各自敏感区域的独立表现, 避免了参数之间因形态相似而产生的交叉误差, 从而显著减轻了多参数 FWI 中的串扰问题。换句话说, NADF 在反演过程中起到了一种“边缘保持滤波”的作用, 使参数更新既光滑又具备结构一致性, 从而提升反演的稳定性和可靠性。

基于艾伯特·塔兰托拉的反演理论——数据拟合及模型参数估算方法[19], 本文提出了一种基于非线性各向异性扩散正则化约束的自动微分弹性波全波形反演方法: 在目标函数中添加非线性各向异性扩散正则化, 用自动微分求取该函数梯度进行反演, 然后通过小批次策略降低所需内存, 节省计算成本。

1　原理

声波 FWI 因计算高效而被广泛应用, 但也因忽略弹性效应导致反演参数受限。弹性波 FWI 基于弹性动力学方程, 能同步反演纵横波速度及密度参数, 尤其适合多分量数据处理。

1.1　弹性波多参数全波形反演

一阶弹性波波动方程速度—应力公式为

$$\begin{cases} \dfrac{\partial v_x}{\partial t}=\dfrac{1}{\rho}\left(\dfrac{\partial \tau_{xx}}{\partial x}+\dfrac{\partial \tau_{xz}}{\partial z}\right), \\ \dfrac{\partial v_z}{\partial t}=\dfrac{1}{\rho}\left(\dfrac{\partial \tau_{xz}}{\partial x}+\dfrac{\partial \tau_{zz}}{\partial z}\right), \\ \dfrac{\partial \tau_{xx}}{\partial t}=(\lambda+2\mu)\dfrac{\partial v_x}{\partial x}+\lambda\dfrac{\partial v_z}{\partial z}, \\ \dfrac{\partial \tau_{zz}}{\partial t}=(\lambda+2\mu)\dfrac{\partial v_z}{\partial z}+\lambda\dfrac{\partial v_x}{\partial x}, \\ \dfrac{\partial \tau_{xz}}{\partial t}=\mu\left(\dfrac{\partial v_x}{\partial z}+\dfrac{\partial v_z}{\partial x}\right); \end{cases} \tag{1}$$

式中: v_x和v_z为质点速度矢量的 x、z 分量; τ_{xx}和τ_{zz}为正应力; τ_{xz}为剪应力张量的分量; λ 与 μ 为拉梅系数; ρ 为介质密度; t 为正演时刻; x 为模型水平方向; z 为模型竖直方向。离散化计算公式在附录中给出。

1.2　各向异性扩散正则化

零阶 Tikhnonov 正则化泛函的缺点是没有考虑可以从地震图像中获得先验地质结构信息, 这会导致过度的平滑效应, 模糊地质边界; 在某些地质区域中, 地质边界是非常重要的。由于地球物理属性沿着每个沉积层内部的变化小于其垂直于沉积层方向的变化, 因此需要一个正则化算子来保留地下的先验信息。本文研究了如何在 FWI 的中使用 NADF。这种滤波器提供了直接增强给定图像的结构相干性的可能性, 而不包括它作为先验信息。这是通过非线性各向异性扩散算子的定义来完成的, 该扩散算子基于图像的局部结构张量的本征分解, 扩散算子依赖于当前图像, 因此该滤波器是非线性的。

NADF 通过求解非线性各向异性扩散方程实现滤波。给定二维输入函数 $f(x)$($x\in\mathbf{R}^2$, $\mathbf{R}$ 为实数集), 其滤波结果 $F_t(f)$ 可表示为 $F_t(f)=u(x,t)$, u是以下偏微分方程的解[20]:

$$\begin{cases} \dfrac{\partial u}{\partial t}-\mathrm{div}(\boldsymbol{D}(u)\nabla u)=0, \\ u(x,0)=f(x), \quad \langle \boldsymbol{D}(u)\nabla u,n\rangle=0。 \end{cases} \tag{2}$$

在方程(2)中, 算子 $\boldsymbol{D}(u)$是一个 2×2 矩阵, 称为扩散张量, 通过该张量可实现方向依赖性的扩散

控制(即各向异性)。张量的非线性(依赖于u)使其能够在扩散过程中自适应调整空间和时间的扩散行为。

扩散张量$\boldsymbol{D}(u)$的构建步骤如下。

1)计算局部平均结构张量[21]:

$$J_\rho(u_\sigma)=K_\rho*(\nabla u_\sigma\nabla u_\sigma^{\mathrm{T}}),\quad u_\sigma=K_\sigma*u; \tag{3}$$

式中: K_ρ、K_σ代表标准差分别为ρ、σ的高斯核; *表示空间卷积(对矩阵则为逐项卷积); T 为矩阵转置; σ、ρ为相关长度, σ用于消除u中的虚假振荡, ρ用于定义提取相干结构的特征窗口大小。

2)对$J_\rho(u_\sigma)$进行奇异值分解(SVD):

$$J_\rho(u_\sigma)=\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}(u)\sum(u)\boldsymbol{P}(u),$$

$$\sum(u)=\mathrm{diag}(\mu_1,\mu_2),\ \mu_1\geqslant\mu_2\geqslant 0; \tag{4}$$

式中: μ_1、μ_2为$J_\rho(u_\sigma)$的奇异值; $\boldsymbol{P}(u)$是$J_\rho(u_\sigma)$的奇异向量矩阵, 其列向量是$J_\rho(u_\sigma)$的特征向量。

3)扩散张量$\boldsymbol{D}(u)$定义为:

$$\boldsymbol{D}(u)=\boldsymbol{P}^{\mathrm{T}}(u)\Lambda(u)\boldsymbol{P}(u),$$
$$\Lambda(u)=\mathrm{diag}(\alpha,h(\mu_1,\mu_2)); \tag{5}$$

式中: $\Lambda(u)$是基于μ定义的扩散系数; 函数$h(\mu_1,\mu_2)$的形式为:

$$h(\mu_1,\mu_2)=\begin{cases}\alpha, & \mu_1=\mu_2,\\ \alpha+(1-\alpha)\exp\left(\dfrac{-C}{(\mu_1-\mu_2)^{2m}}\right), & \mu_1\neq\mu_2。\end{cases} \tag{6}$$

参数设置: α=10^{-5}, C=10^{-8}, m=1。

FWI 的通用形式为

$$\min_m f(m)=G(d_{\mathrm{cal}}[m],d_{\mathrm{obs}}), \tag{7}$$

式中: G为目标函数; d_{cal}为计算得到的地震记录; d_{obs}为实际观测到的地震记录。常规选择最小二乘差异:

$$G(d_1,d_2)=\frac{1}{2}\int_{\sum_r}\int_0^{t_1}|d_1(x_r,t)-d_2(x_r,t)|^2\mathrm{d}x_r\mathrm{d}t, \tag{8}$$

式中: t_1为地震观测记录的总时长。通过局部优化方法求解: 从初始模型 m_0 出发, 迭代生成序列:

$$m_{k+1}=m_k+\alpha_k\Delta m_k, \tag{9}$$

式中: $\alpha_k\in\mathbf{R}^+$, 为线搜索计算的缩放参数; Δm_k表示下降方向。实际采用拟牛顿策略:

$$\Delta m_k=-\boldsymbol{Q}_k\nabla f(m_k), \tag{10}$$

式中: $\nabla f(m_k)$为函数 $f(m)$ 在 m_k处的梯度; $\boldsymbol{Q}_k$为逆 Hessian 矩阵 $\boldsymbol{H}(m_k)^{-1}$ 的近似:

$$\boldsymbol{Q}_k\approx\boldsymbol{H}(m_k)^{-1}=(\nabla^2 f(m_k))^{-1}。 \tag{11}$$

通过 l-BFGS 策略计算$\boldsymbol{Q}_k$, 该策略利用前 l 次迭代的梯度构建低秩逆 Hessian 近似。

本文将 NADF 作为模型空间的正则化工具, 即求解 $\min\limits_{m\in M\cap S} f(m)$ (S 表示应用 NADF 后得到的平滑模型空间)。实现策略如下: 在局部优化过程中, 下降方向的计算公式为$\Delta m_k=-\boldsymbol{Q}_k F_\tau(\nabla f(m_k))$; 其中, 扩散时间$\tau\in\mathbf{R}^+$在反演前预先定义。因此, 下降方向基于梯度的滤波版本构建, 而模型估计值m_k由经过滤波的梯度方向(通过矩阵$\boldsymbol{Q}_k$缩放)累加得到。矩阵$\boldsymbol{Q}_k$是利用前 l 个滤波梯度$F_\tau(\nabla f(m_{k-l+1}))\ldots F_\tau(\nabla f(m_k))$构建的近似逆 Hessian 矩阵。

在目标函数梯度计算方面, 自动微分技术相较于传统人工推导方式展现出显著优势。该方法通过计算图自动完成微分运算, 不仅大幅提升了计算效率, 还同时增强了算法实现的灵活性。当需要构建特殊形式的目标函数时, 自动微分能够快速生成对应的梯度表达式, 这既便于验证目标函数的数学合理性, 也为函数形式的迭代优化提供了便利。

在传统 FWI 算法中, 使用伴随状态法计算梯度用于更新模型参数, 梯度公式的复杂性取决于正演模拟算子。本文目标函数相对于模型参数的梯度由自动微分算法给出, 无需手动推导梯度。

弹性波反演的非线性特征显著增强, 各参数间存在复杂的相互耦合关系, 导致计算复杂度呈数量级增长, 反演过程的不稳定性显著提升。针对这一现状, 需发展新型优化策略以有效缓解参数耦合效应, 并克服高度非线性带来的收敛困难。

常规弹性波全波形反演(EFWI)中, 梯度是由每个炮的梯度之和构成, 并由此更新模型。在深度学习框架中, 可将炮集拆分为几个批次, 并通过每个批次一一计算梯度, 每个批次中的炮数称为批次大小。小批次(minibatch)现已被广泛应用于深度学习, 相比全批次, 小批次具有更快的收敛速度, 可以灵活掌握炮集数量, 缓解对内存的依赖, 在测试实验阶段有助于节省计算成本, 充分发挥计算性能。反演中对于新的方法需要进行大量的测试验证, 当模型过大,尤其是进行弹性波全波形反演时, 需要较大的内存, 会导致计算成本大大提高。故若能在有限计算内存和有限计算力的条件下验证方法的可行性, 将会节省计算成本和降低对计算资源的需求。

NADF 正则化技术将 FWI 模型更新沿着地质结构对齐, 所述地质结构是从地震堆叠图像立方体自动计算的, 便于沿地层方向(即地震同相轴切线方向)进行平滑, 同时抑制垂直于地层边界方向(即地震同相轴法线方向)的扩散。

2　模型测试

2.1　参数串扰测试

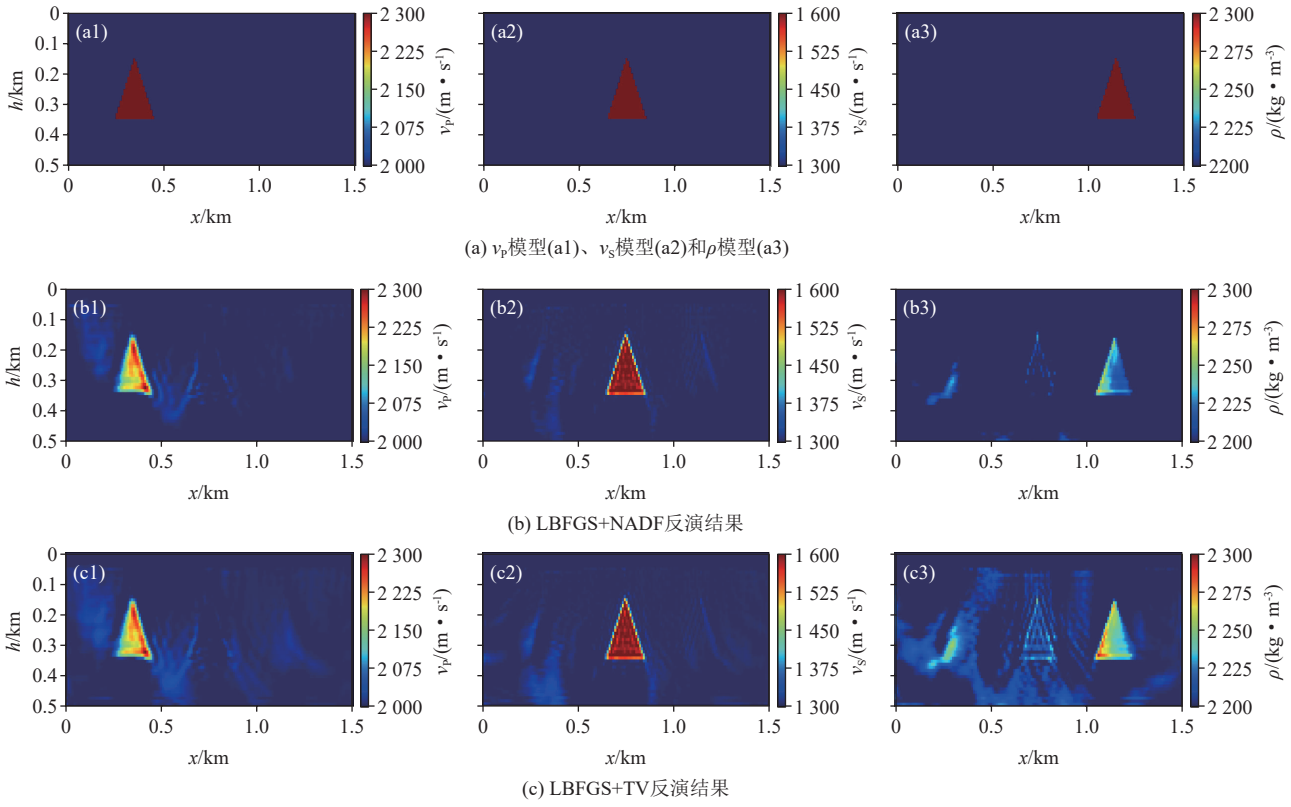
为测试不同优化算法中各向异性扩散正则化项对多参数反演结果的影响, 实验设置了 v_P 三角扰动体、v_S 三角扰动体和密度(ρ)三角扰动体 3 个模型, 模型参数见表 1。空间网格间隔为 10 m, 正演模拟的时间间隔为 4 ms, 正演模拟时间 1.2 s。30 个震源沿地表均匀分布(0~1.5 km), 震源采用主频为 10 Hz 的 Ricker 子波, 总共有 149 个检波器沿地表均匀分布, 采用多尺度反演, 分别为 3、5、10、15。

以背景速度为初始模型(图 1a), TV 正则化的反演结果 (图 1c) 相比较 NADF 正则化的反演结果(图 1b)具有更明显的串扰和干扰, 且扰动体速度反演不准确。地震数据对某些参数更敏感, 导致其他参数更新不准确, 使用 NADF 正则化反演可避免高敏感参数主导反演过程。在这里就是 v_S 主导反演过程。v_P 和 v_S 速度模型中扰动体速度相对准确, 但密度模型反演不理想, 其受 v_S 的影响较大; NADF 正则化反演结果具有明显的串扰, 速度也不准确, 但相比于 TV 正则化反演, 串扰明显好了很多, 扰动体速度相比之下也好了不少。

表 1　模型参数

Table 1　Model parameters

参数项	v/(m·s^{-1})		ρ/(kg·m^{-3})
	v_P模型	v_S模型	ρ模型
背景	2 000	1 300	2 200
扰动体	2 300	1 600	2 300
顶点位置/km	(0.35,0.15)	(0.75,0.15)	(1.15,0.15)
	(0.25,0.35)	(0.65,0.35)	(1.05,0.35)
	(0.45,0.35)	(0.85,0.35)	(1.25,0.35)



(a) v_P模型(a1)、v_S模型(a2)和ρ模型(a3)

(b) LBFGS+NADF反演结果

(c) LBFGS+TV反演结果

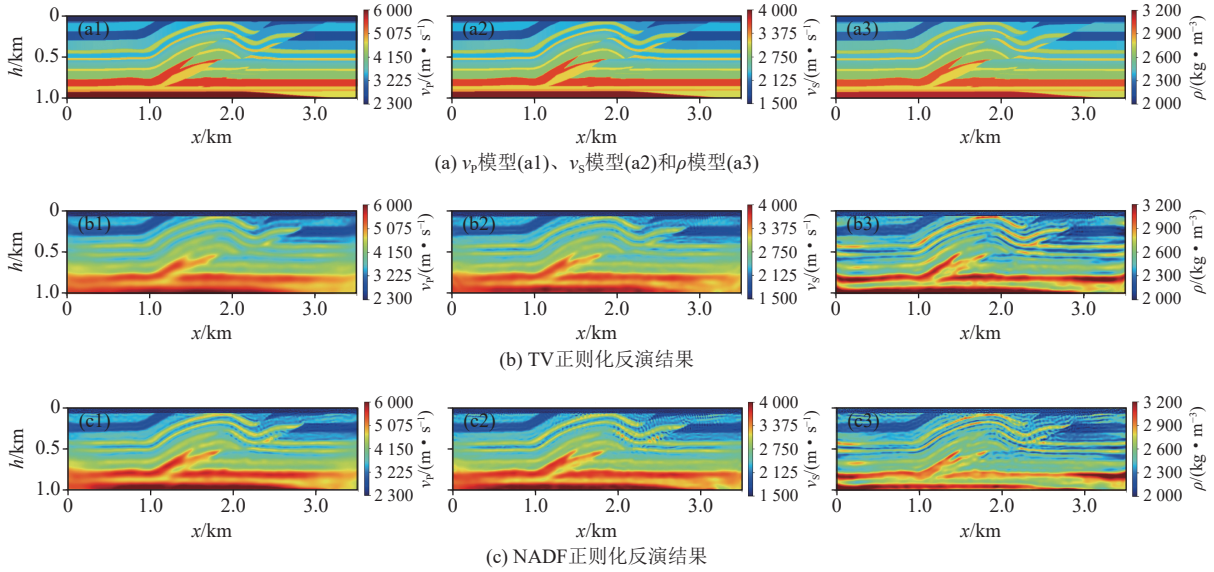
图 1　不同优化算法串扰测试结果对比

Fig. 1　Comparison test of crosstalk among different optimization algorithms

2.2　Overthrust 测试

上文验证了 NADF 正则化对多参数串扰具有较好的抑制作用, 其反演效果优于 TV 正则化。为了进一步对比, 采用 Overthrust 模型考验优化算法实际应用的可能性。

Overthrust(逆掩断层)模型是逆断层的一种分类, 特点是断面一般较为平缓, 垂直断距小于水平断距, 可在一定程度上反映逆掩断层真实地下的速度分布情况; 该模型能够检验本文方法是否对实际应用具有指导作用。图 2a 给出了真实 v_P、v_S 和密度模型, 该模型横向距离 3.5 km, 深度 1.06 km。模型地表以 98 m 等间距均匀放置了 36 个震源, 空间网格



(a) v_P模型(a1)、v_S模型(a2)和ρ模型(a3)

(b) TV正则化反演结果

(c) NADF正则化反演结果

图 2　优化算法对比测试

Fig. 2　Optimization algorithm comparison test

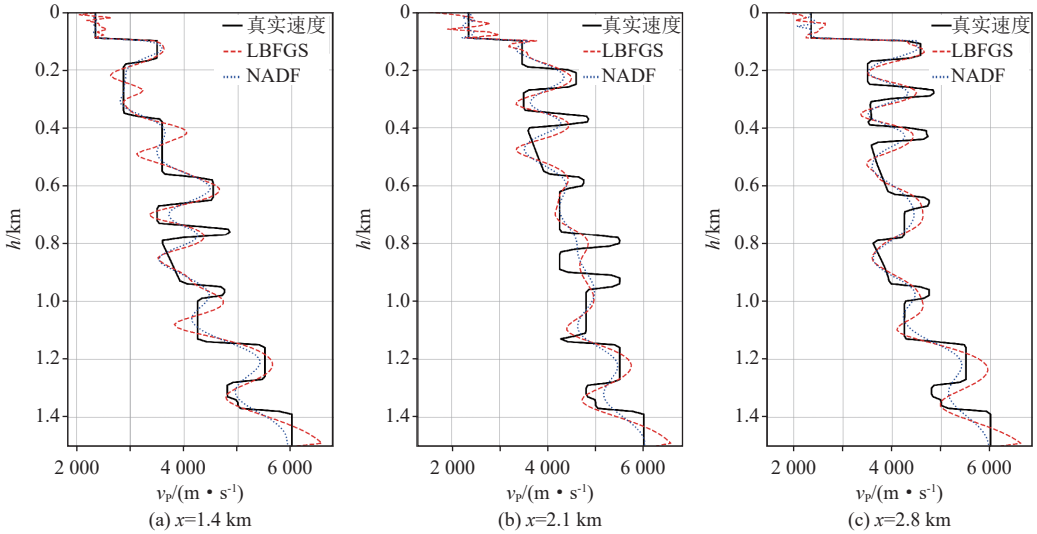
间隔为 7 m, 并以 7 m 等间距均匀放置 500 个检波器, 震源是主频为 10 Hz 的雷克子波, 正演模拟的时间间隔为 5 ms, 采用多尺度策略, 分别为 3、5、7、10、15、25、35。

结合上文的反演效果, 将 TV 正则化与 NADF 正则化的反演结果进行对比分析(学习率设置都为 1), 在同等条件下, 采用全批次反演。TV 正则化反演结果(图 2b)显示: 3 个模型的层位信息基本正确, 速度信息相对准确; v_S 模型在深度约 0.3 km、横向距离约 2.2 km 处, 多个位置出现速度扰动, 反演时陷入多个局部极值; v_P 模型在该位置附近同样存在几个局部极值。反观 NADF 正则化的反演结果(图 2c), 与 TV 正则化反演结果相比, 其速度信息更为稳定, 层位区分更为平滑自然, 步长(学习率)要求不高, 且反演中并未陷入局部极值。

为了进一步说明 NADF 反演的优势, 抽取 v_P 模型横向距离 1.4、2.1、2.8 km 处的单道图(图 3)和 v_S 模型横向距离 1.4、2.1、2.8 km 处的单道图(图 4)进行分析, 验证了在深度约 0.3 km 处反演结果出现了速度扰动。综合反演效果和单道对比图, 使用 NADF 正则化的反演效果优于 TV 正则化。

3　结论

针对弹性波多参数反演中的参数串扰问题, 提出了一种基于自动微分的正则化弹性多参数全波形反



(a) x=1.4 km　(b) x=2.1 km　(c) x=2.8 km

图 3　v_P 模型不同优化算法单道对比

Fig. 3　Comparison chart of single-channel results of different optimization algorithms for v_P model

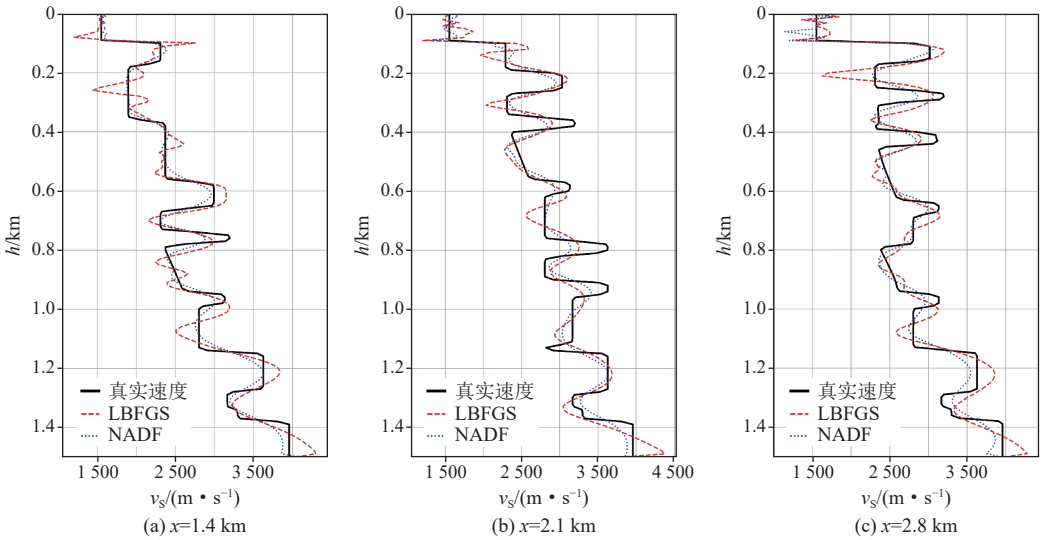


图 4　v_S 模型不同优化算法单道对比

Fig. 4　Comparison chart of single-channel results of different optimization algorithms for v_S model

演。该方法将地质结构信息作为先验约束融入梯度更新方向,有效引导不同参数更新。结果证明,与传统的全变差正则化相比,本方法能显著抑制多参数间的异常耦合,更精确地恢复地下物性参数(纵波速度、横波速度、密度)的分布与边界,提升了反演结果的一致性与可靠性。

尽管效果显著,但方法的滤波参数仍依赖经验设定,且在极端复杂构造区的适用性有待验证。未来工作将聚焦于自适应参数选择、三维实际数据测试及与深度学习结构提取技术的结合,以推动该技术向实用化、智能化方向发展。

参考文献(References):

[1] Lailly R. The seismic inverse problem as a sequence of before stack migration[C]// SIAM: Conference on Inverse Scattering, Theory and Applications, Expanded Abstracts, 1983: 206–220.

[2] Tarantola A. Inversion of seismic reflection data in the acoustic approximation[J]. Geophysics, 1984, 49(8): 1259−1266.

[3] Virieux J, Operto S. An overview of full-waveform inversion in exploration geophysics[J]. Geophysics, 2009, 74(6): 1−26.

[4] Liu Q, Tromp J. Finite-frequency kernels based on adjoint methods [J]. Bulletin of the Seismological Society of America, 2006, 96(6): 2383−2397.

[5] Plessix R E. A review of the adjoint-state method for computing the gradient of a functional with geophysical applications[J]. Geophysical Journal International, 2006, 167(2): 495−503.

[6] Operto S, Gholami Y, Prieux V, et al. A guided tour of multiparameter full-waveform inversion with multicomponent data: From theory to practice[J]. The Leading Edge, 2013, 32(9): 1040−1054.

[7] Prieux V, Brossier R, Operto S, et al. Multiparameter full waveform inversion of multicomponent ocean-bottom-cable data from the Valhall field. Part 2: Imaging compressive-wave and shear-wave velocities[J]. Geophysical Journal International, 2013, 194(3): 1665−1681.

[8] Métivier L, Brossier R, Operto S, et al. Acoustic multi-parameter FWI for the reconstruction of P-wave velocity, density and attenuation: Preconditioned truncated Newton approach[C]//New Orleans: SEG Technical Program Expanded Abstracts 2015. Society of Exploration Geophysicists, 2015: 1198-1203.

[9] 李振春, 李闯, 黄建平, 等. 基于先验模型约束的最小二乘逆时偏移方法 [J]. 石油地球物理勘探, 2016, 51(4): 738−744, 5.
Li Z C, Li C, Huang J P, et al. Regularized least-squares reverse time migration with prior model[J]. Oil Geophysical Prospecting, 2016, 51(4): 738−744, 5.

[10] 杨国权, 丁鹏程, 李振春, 等. 应用线性程函方程和整形正则化的三维初至波旅行时层析 [J]. 石油地球物理勘探, 2017, 52(2): 264−272, 193.
Yang G Q, Ding P C, Li Z C, et al. 3D first-arrival traveltime tomography with linearized eikonal equation and shaping regularization[J]. Oil Geophysical Prospecting, 2017, 52(2): 264−272, 193.

[11] 王彦飞, I. E. 斯捷潘诺娃, V. N. 提塔连科, 等. 地球物理数值反演问题 [M]. 北京: 高等教育出版社, 2011.
Wang Y F. Inverse problems in geophysics and solution methods [M]. Beijing: Higher Education Press, 2011.

[12] Li J J, Lin S R, Blanchet J, et al. Tikhonov regularization is optimal transport robust under martingale constraints[EB/OL]. 2022: arXiv: 2210.01413. https://arxiv.org/abs/2210.01413.

[13] Guitton A. Blocky regularization schemes for full-waveform inversion[J]. Geophysical Prospecting, 2012, 60(5): 870−884.

[14] Jahanjooy S, Ali R M, Ghanbarnejad M H. Blind inversion of multidimensional seismic data using sequential Tikhonov and total variation regularizations[J]. Geophysics, 2022, 87(1): 53−61.

[15] Shi Y Y, Liu Q, Zhu Y G. New Tikhonov regularization for blind image restoration[C]// ICIG 2017, Shanghai: Revised Selected Papers, Part III 9. Springer International Publishing, 2017.

[16] Li D Z, Harris J M. Full waveform inversion with nonlocal similarity and model-derivative domain adaptive sparsity-promoting regularization[J]. Geophysical Journal International, 2018, 215(3): 1841−1864.

[17] Rudin L I, Osher S, Fatemi E. Nonlinear total variation based noise removal algorithms[J]. Physica D: Nonlinear Phenomena, 1992,

60(1-4): 259−268.
[18] Joachim W. Anisotropic diffusion in image processing[M]. Stuttgart: Teubner, 1998.
[19] 艾伯特·塔兰托拉. 反演理论——数据拟合及模型参数估算方法[M]. 张先康, 译. 北京: 学术书刊出版社, 1989.
Tarantola A. Inversion theory: Methods for data fitting and model parameter estimation[M]. Zhang X K, Trans. Beijing: Academic Books and Periodicals Press, 1989.
[20] Metivier L, Brossier R. Nonlinear anisotropic diffusion filters for FWI: Structure preserving smoothing and data low frequency enhancement[C]//Madrid: 83rd EAGE Annual Conference & Exhibition. Online, Spain. European Association of Geoscientists & Engineers, 2022: 1-5. doi: 10.3997/2214-4609.202210272.
[21] Métivier L, Brossier R. On the use of nonlinear anisotropic diffusion filters for seismic imaging using the full waveform[J]. Inverse Problems, 2022, 38(11): 115001.

Theoretical model-based multi-parameter full waveform inversion for elastic media constrained by anisotropic diffusion regularization

FAN Zhong-Hao [1, 2], TANG Jie [1, 2], LUO Ding-Ming [1, 2], FU Shang-Fan [1, 2]
(1. *School of Geosciences*, *China University of Petroleum* (*East China*), *Qingdao* 266580, *China*; 2. *Laboratory for Marine Mineral Resources*, *Qingdao National Laboratory for Marine Science and Technology*, *Qingdao* 266071, *China*)

Abstract: Waveform inversion refers to the process of inferring underground medium parameters using seismic wave data. For elastic media, the interdependency between P- and S-wave velocities and density parameters enhances the nonlinearity of multi-parameter waveform inversion, leading to crosstalk in the inversion results. Given this, this study proposed an automatic differentiation-based multi-parameter full waveform inversion method for elastic media constrained by nonlinear anisotropic diffusion regularization (NADR). To address the strong parameter coupling and high nonlinearity in multi-parameter inversion, this study added an anisotropic diffusion regularization term to the objective function. Then, it calculated gradients using automatic differentiation technology, followed by iterative optimization using a mini-batch strategy. Experimental results show that the NADR can effectively mitigate parameter crosstalk and improve the inversion stability.

Key words: full waveform inversion; automatic differentiation; elastic wave; multi-parameter; nonlinear anisotropic diffusion regularization (NADR)

(本文编辑: 叶佩,沈效群)

附录

本附录给出了正文中所采用的正演模拟器核心数值格式。基于 Virieux(1986)提出的经典交错网格(staggered grid)方法, 对二维一阶速度—应力弹性波方程组进行离散。采用均匀网格, 网格步长为Δx、Δz, 等时间步长Δt。采用二阶精度的中心差分进行空间离散, 时间上采用蛙跳(leap-frog)格式。速度在$t^{n+\frac{1}{2}}$更新, 应力在t^{n+1}更新; v_x放在$(i+\frac{1}{2}, j)$, v_z在$(i, j+\frac{1}{2})$, τ_{xx}、τ_{zz}在(i, j), τ_{xz}在$(i+\frac{1}{2}, j+\frac{1}{2})$。公式如下:

$$v_x^{n+\frac{1}{2}}|_{i+\frac{1}{2},j} = v_x^{n-\frac{1}{2}}|_{i+\frac{1}{2},j} + \frac{\Delta t}{\rho_{i+\frac{1}{2},j}}\left[\frac{\tau_{xx}^n|_{i+1,j} - \tau_{xx}^n|_{i,j}}{\Delta x} + \frac{\tau_{xz}^n|_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} - \tau_{xz}^n|_{i+\frac{1}{2},j-\frac{1}{2}}}{\Delta z}\right],$$

$$v_z^{n+\frac{1}{2}}|_{i,j+\frac{1}{2}} = v_z^{n-\frac{1}{2}}|_{i,j+\frac{1}{2}} + \frac{\Delta t}{\rho_{i,j+\frac{1}{2}}}\left[\frac{\tau_{xz}^n|_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} - \tau_{xz}^n|_{i-\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}}{\Delta x} + \frac{\tau_{zz}^n|_{i,j+1} - \tau_{zz}^n|_{i,j}}{\Delta z}\right],$$

$$\tau_{xx}^{n+1}|_{i,j} = \tau_{xx}^n|_{i,j} + \Delta t\left[(\lambda+2\mu)_{i,j}\frac{v_x^{n+\frac{1}{2}}|_{i+\frac{1}{2},j} - v_x^{n+\frac{1}{2}}|_{i-\frac{1}{2},j}}{\Delta x} + \lambda_{i,j}\frac{v_z^{n+\frac{1}{2}}|_{i,j+\frac{1}{2}} - v_z^{n+\frac{1}{2}}|_{i,j-\frac{1}{2}}}{\Delta z}\right],$$

$$\tau_{zz}^{n+1}|_{i,j} = \tau_{zz}^n|_{i,j} + \Delta t\left[(\lambda+2\mu)_{i,j}\frac{v_z^{n+\frac{1}{2}}|_{i,j+\frac{1}{2}} - v_z^{n+\frac{1}{2}}|_{i,j-\frac{1}{2}}}{\Delta z} + \lambda_{i,j}\frac{v_x^{n+\frac{1}{2}}|_{i+\frac{1}{2},j} - v_x^{n+\frac{1}{2}}|_{i-\frac{1}{2},j}}{\Delta x}\right],$$

$$\tau_{xz}^{n+1}|_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} = \tau_{xz}^n|_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}} + \Delta t\mu_{i+\frac{1}{2},j+\frac{1}{2}}\left[\frac{v_z^{n+\frac{1}{2}}|_{i+1,j+\frac{1}{2}} - v_z^{n+\frac{1}{2}}|_{i,j+\frac{1}{2}}}{\Delta x} + \frac{v_x^{n+\frac{1}{2}}|_{i+\frac{1}{2},j+1} - v_x^{n+\frac{1}{2}}|_{i+\frac{1}{2},j}}{\Delta z}\right]。$$