

考虑粗糙表面的复杂产品装配精度预测研究

王刚锋¹, 张寰¹, 杨英英², 刘一涛³, 郭彦云³, 岳萍⁴, 孙岩辉¹

- (1. 长安大学道路施工技术装备教育部重点实验室, 陕西 西安 710064;
2. 西安财经大学行知学院, 陕西 西安 710038;
3. 中铁宝桥集团有限公司, 陕西 宝鸡 721006;
4. 国营四达机械制造公司, 陕西 咸阳 712200)

摘 要: 针对现有复杂产品装配精度预测中未充分考虑粗糙表面对装配精度的影响, 导致精度预测不准确及实际装配适用性不足的问题, 提出一种考虑粗糙表面的装配精度预测方法。首先, 构建装配精度信息模型, 表达零件配合特征、几何公差及粗糙度信息, 并以此为基础, 构建装配精度知识图谱; 其次, 基于小位移旋量(SDT)理论建立几何公差表示模型, 并研究平面零件及柱面零件粗糙表面模拟方法及小位移旋量表表达式确定方法; 再次, 根据装配序列确定装配体偏差传递路径, 并构建装配接触有向图, 利用雅可比-粗糙表面模型实现装配精度预测。最后, 以某型号工程机械曲柄连杆机构为例验证方法可行性, 结果表明, 该方法可实现装配精度的准确预测并对实际装配具有指导价值。

关 键 词: 装配精度预测; 粗糙表面; 知识图谱; 小位移旋量; 雅可比矩阵

中图分类号: TG 57

DOI: 10.11996/JGj.2095-302X.2026010162

文献标识码: A

文章编号: 2095-302X(2026)01-0162-11

Research on assembly accuracy prediction of complex products considering rough surfaces

WANG Gangfeng¹, ZHANG Huan¹, YANG Yingying², LIU Yitao³, GUO Yanyun³, YUE Ping⁴, SUN Yanhui¹

- (1. Key Laboratory of Road Construction Technology and Equipment of MOE, Chang'an University, Xi'an Shaanxi 710064, China;
2. Xingzhi College, Xi'an University of Finance and Economics, Xi'an Shaanxi, 710038, China;
3. China Railway Baoji Bridge Group Co., Ltd., Baoji Shaanxi 721006, China;
4. State Sida Machinery Manufacturing Company, Xianyang Shaanxi 712200, China)

Abstract: Given that the impact of rough surfaces on assembly accuracy had been insufficiently considered in the existing assembly accuracy prediction for complex products, leading to inaccurate precision prediction and limited practical assembly applicability, an assembly-accuracy prediction method considering rough surfaces was proposed. Firstly, an assembly-accuracy information model was constructed to express mating feature, geometric tolerance, and roughness information. Based on the model, an assembly-precision knowledge graph was constructed. Secondly, a geometric-tolerance representation model was established based on the Small-Displacement Torsor (SDT) theory; a simulation method for rough surfaces of plane and cylindrical parts as well as a determination method of SDT expressions were studied. Thirdly, the error-propagation path of the assembly was determined according to the assembly sequence, and a pose-relationship graph for the assembly was constructed. Then, the assembly-precision prediction was

收稿日期: 2025-06-05; 定稿日期: 2025-10-10; 通信作者: 王刚锋, E-mail: wanggf@chd.edu.cn

Received: 5 June, 2025; Finalized: 10 October, 2025; Corresponding author: WANG Gangfeng, E-mail: wanggf@chd.edu.cn

基金项目: 陕西省“十四五”教育科学规划课题(SGH22Y1274); 陕西省自然科学基金实验室重点项目(2025SYS-SYSZD-104); 教育部产学研合作协同育人项目(230802436213147); 山东省土方机械智慧施工技术重点实验室资助项目(PKL2024F13)

Foundation items: Educational Scientific Planning Project of the 14th Five-Year Plan of Shaanxi Province (SGH22Y1274); Laboratory Key Project of Natural Science Foundation of Shaanxi Province (2025SYS-SYSZD-104); Collaborative Education Project of Industry-University Cooperation of the Ministry of Education (230802436213147); Project of Key Laboratory of Earthmoving Machinery Intelligent Construction Technology of Shandong Province (PKL2024F13)

achieved using a Jacobian-torsor model. Finally, the feasibility of the method was verified using the crank-connecting-rod mechanism of a specific construction-machine model as an example. The simulation results demonstrated that the method could achieve accurate assembly-precision prediction and provided valuable guidance for practical assembly operations.

Keywords: assembly accuracy prediction; rough surface; knowledge graph; small displacement torsor; Jacobian matrix

装配作为复杂产品生产的终端环节, 装配质量直接影响产品服役性能^[1]。目前, 机械结构产品不断向更高质量、精度、性能以及更高集成复杂度等方向发展, 迫使产品装配质量要求越来越高^[2]。装配精度是评价产品装配质量的重要指标, 而装配精度预测可在装配设计阶段判断产品是否满足装配要求^[3]。因此, 开展复杂产品装配精度预测研究, 对装配性能的保障具有重要意义。

公差建模是实现装配精度预测的前提, 良好的公差模型可全面反映产品装配中可能出现的误差状况。早期研究人员提出 GapSpace 模型^[4]、矢量环模型^[5]以及矩阵模型^[6]实现公差建模, 但上述方法在后续偏差传递计算时缺乏实用性, 适用范围受到极大限制。诸多学者通过实践经验开发出 TTRS (Technologically and Topologically Related Surfaces) 模型^[7]、T-Map 公差模型^[8]及小位移旋量 (Small Displacement Torsor, SDT) 模型^[9], 其中, SDT 模型由于其建模精度高及建模难度低, 被广泛应用于复杂产品的公差建模中。张喜庆和张爱梅^[10]利用 SDT 模型研究光学仪器装配误差问题。陈振宇等^[11]考虑到滑动轴承曲面制造误差对转子运动特性的影响, 采用 SDT 模型表示完整误差信息。王仲奇等^[12]为解决飞机舱门零部件制造误差检测难的问题, 采用 SDT 模型精确表征制造误差。

装配精度预测不能仅简单叠加各零件公差模型, 为准确评估装配体的装配精度, 需要对各零件公差之间的相互关系进行深入分析, 并称为偏差传递分析。近年来, 众多学者对偏差传递分析做了大量研究, 杨灵锋和吴玉光^[13]提出偏差传递关系图, 将独立的尺寸关系转化为有向的偏差传递关系。彭和平和周志鹏^[14]通过齐次坐标变换矩阵定量分析偏差传递、误差积累, 解决多工序制造过程中误差难以控制的问题。易扬等^[15]考虑到现有模型无法实时反映真实装配状况, 提出一种基于实测数据的装配偏差传递迭代更新机制。DESROCHERS 等^[16]提出了雅可比-旋量模型, 该模型结合了旋量模型公差表示的优点以及雅可比模型偏差传递的优点, 被广泛应用于产品装配偏差传递中。

目前诸多学者在公差建模及偏差传递方面开

展了大量研究工作, 然而传统公差模型主要关注零件几何公差, 忽略了粗糙表面对装配误差传递建模的影响。在实际生产中精密零件的最终装配精度往往会受到零件粗糙表面的影响。石嵩等^[17]构建了一种考虑粗糙表面接触配合的多级转子系统装配同轴度误差传递模型, 并开展了航空发动机转子系统装配精度预测研究。朱林波等^[18]通过考虑微观形貌与宏观几何尺寸的螺栓连接结合面跨尺度模型, 可准确预测螺栓连接结合面的真实接触状态。基于上述研究, 本文提出一种考虑粗糙表面的复杂产品装配精度预测方法, 并以工程机械曲柄连杆机构为对象验证了该方法的可行性。本文的总体流程如图 1 所示。

1 融合装配精度信息的知识图谱构建

基于粗糙表面对装配精度预测的影响, 本文提出一种装配精度信息模型并构建相应的知识图谱。该模型主要用于描述装配精度分析所需的尺寸、公差及装配信息, 构建合理的装配精度信息模型可显著提高装配精度分析的准确性。本文装配精度信息模型如图 2 所示。其中, *Element* 为零件配合要素, 即该零件与其他零件配合的点线面; *D_Element* 为基准面; *Part* 为零件; *Assembly* 为装配体。

定义 1. 零件层。其是装配精度信息模型的第一层, 主要作用是储存零件配合信息。根据 CAD 二次开发软件获取零件配合信息, 定义零件层配合矩阵为 *MMPL* (Mating Matrix of Part Layer)。若给定的装配体包含 n 个零件 $P_i (i=1, 2, \dots, n)$, 则有

$$MMPL = \begin{bmatrix} a_{1,1} & a_{1,2} & \cdots & a_{1,n} \\ a_{2,1} & a_{2,2} & \cdots & a_{2,n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ a_{n,1} & a_{n,2} & \cdots & a_{n,n} \end{bmatrix} \quad (1)$$

式中: $a_{i,j}$ 表示零件 P_i 和 P_j 间的装配关系, 即

$$a_{i,j} = \begin{cases} a_{i,j} = 0, & P_i, P_j \text{ 无装配关系} \\ a_{i,j} = 1, & P_i, P_j \text{ 有装配关系} \\ a_{i,j} = 1, & i = j \end{cases} \quad (2)$$

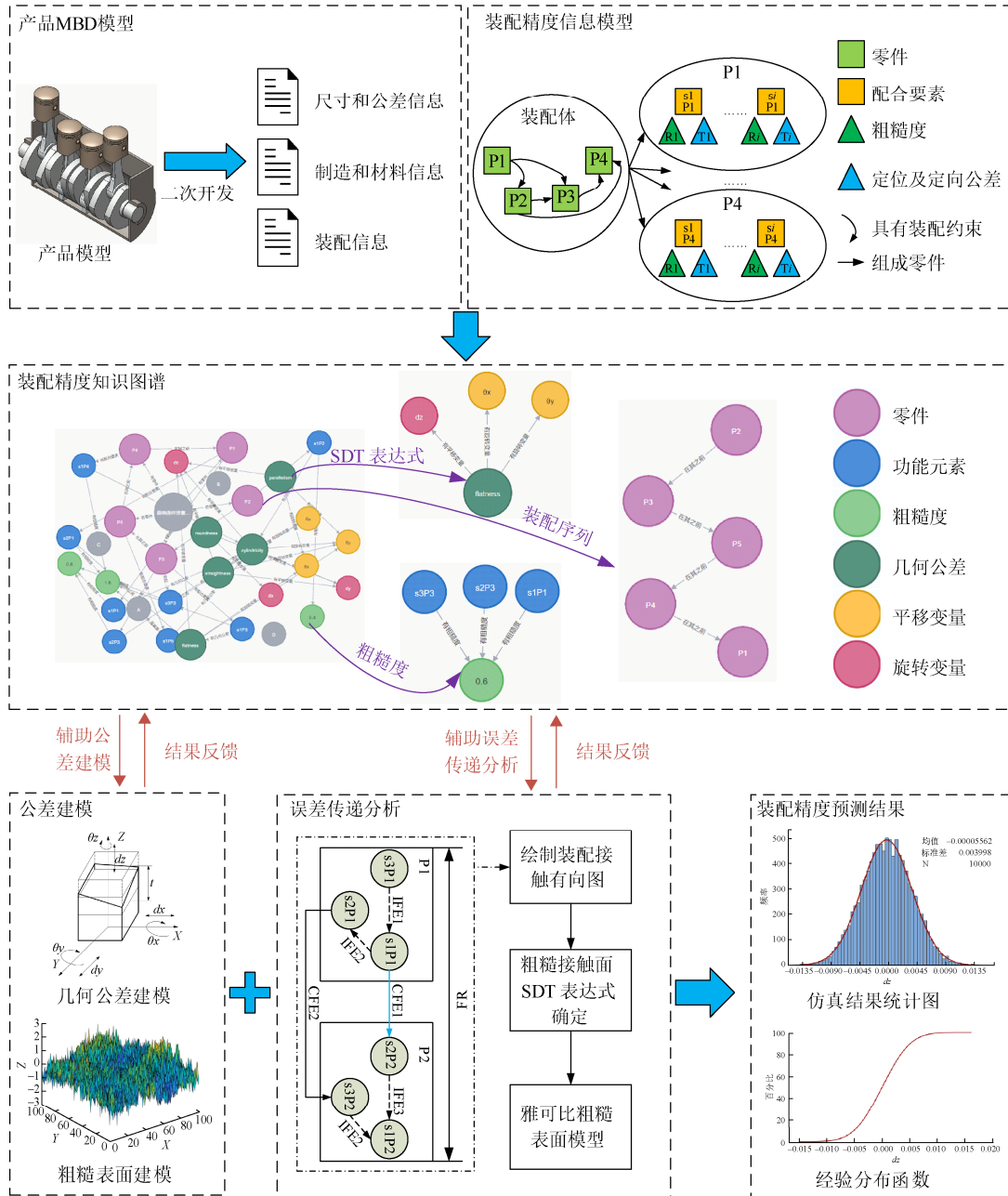


图 1 考虑粗糙表面的装配精度预测流程图

Fig. 1 Flow chart of assembly accuracy prediction considering rough surfaces

定义 2. 配合要素层。其是装配精度信息模型的第二层，主要作用是储存零件与其他零件配合时的点、线、面，配合要素具备与零件相对应的公差信息及粗糙度信息。根据 CAD 二次开发软件获取零件装配约束信息，定义配合要素层配合矩阵为 $MMAL$ (Mating Matrix of Assembly Layer)。若给定的零件 P_i 和 P_j 有配合关系，则

$$MMAL_{k,l} = \begin{bmatrix} b_{1,1} & b_{1,2} & \cdots & b_{1,l} \\ b_{2,1} & b_{2,2} & \cdots & b_{2,l} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ b_{k,1} & b_{k,2} & \cdots & b_{k,l} \end{bmatrix} \quad (3)$$

式中： $MMAL_{k,l}$ 表示零件的配合要素层配合矩阵； $b_{k,l}$ 表示零件配合要素集合，即

$$b_{k,l} = \begin{cases} b_{k,l} = 0, & \text{配合要素无装配关系} \\ b_{k,l} = 1, & \text{配合要素有装配关系} \\ b_{k,l} = 1, & k = l \end{cases} \quad (4)$$

知识图谱是一种描述事物与事物之间关系的语义网络，通过三元组直观的体现实体对象信息、抽象概念信息及相互之间的复杂语义关系，并以结构化的形式呈现。装配精度信息模型描述了装配精度预测所需的装配、尺寸及公差信息，本文采用 Neo4j 构建装配精度知识图谱，将不同零件的信息

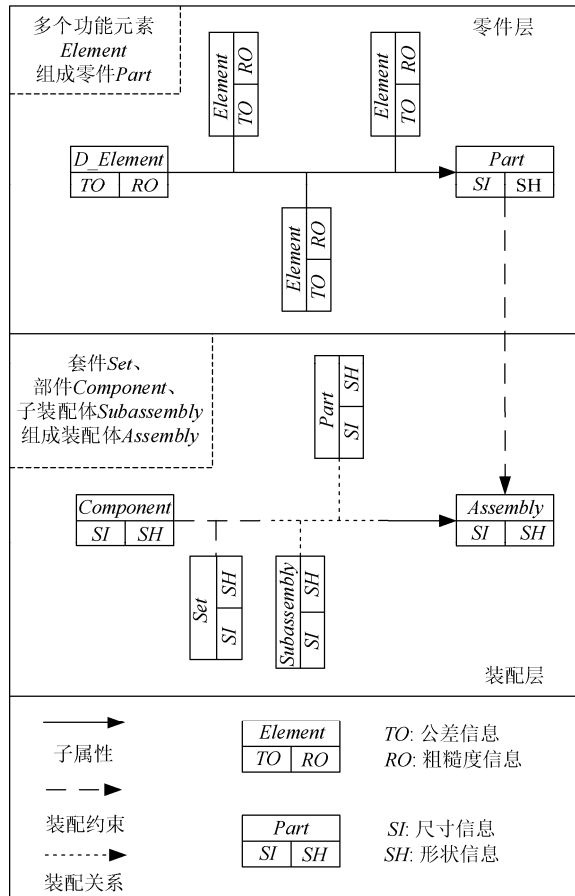


图 2 装配精度信息模型

Fig. 2 Assembly accuracy information model

通过实体及关系表示方式进行储存。

以典型轴孔零件为例, 其二维图、公差及粗糙度信息如图 3 所示, 并依据 CATIA Automation 提取零件装配特征, 划分零件配合要素, 如图 3 中 s1P1 及 s1P2。依据图 2 所示的装配精度信息模型, 自顶向下构建孔轴零件装配精度知识图谱, 如图 4 所示。

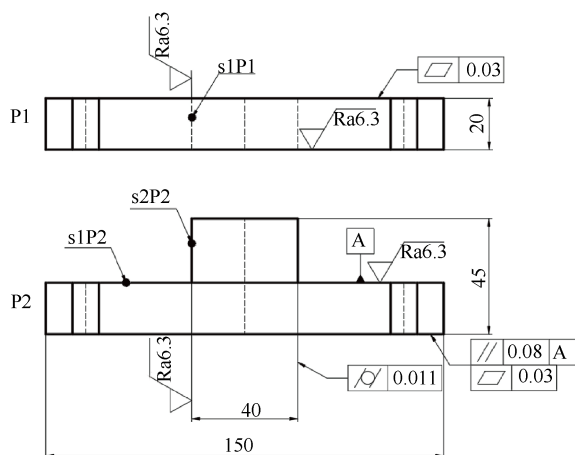


图 3 典型孔轴零件

Fig. 3 Typical hole and shaft parts

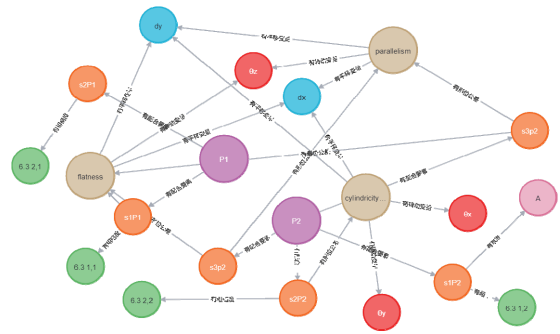


图 4 孔轴零件装配精度知识图谱

Fig. 4 Assembly accuracy knowledge graph of hole and shaft parts

2 考虑粗糙表面的几何公差建模

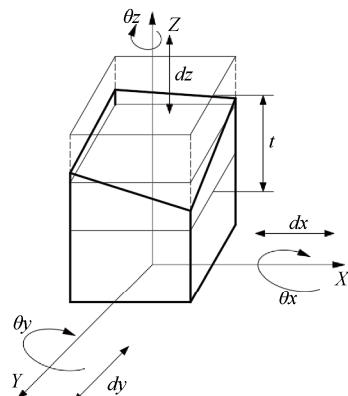
2.1 几何公差建模

由于制造加工等因素影响, 零件的实际形貌与名义形貌往往产生差异。以理想形状为基准, 可通过描述零件 6 个自由度的微小变化来表示零件实际形状与理想形状之间的偏差。SDT 可用来高保真表示零件名义形貌与实际形貌的位置变化, 即

$$D = [d_x \ d_y \ d_z \ \theta_x \ \theta_y \ \theta_z]^T \quad (5)$$

式中: d_x, d_y, d_z 分别表示沿 X, Y, Z 轴上的平移变量; $\theta_x, \theta_y, \theta_z$ 分别表示沿 X, Y, Z 轴的旋转变量。

在实际装配过程中, 实际装配位置相对名义装配位置存在微小变动, 如图 5 所示。几何公差限制零件表面在 6 个自由度的变化范围, 而不同几何公差类型具有不同的旋量约束表达式, 典型零件几何公差的 SDT 表达式及变量变动范围见表 1。为提高后续公差建模效率, 在知识图谱中嵌入几何公差的 SDT 表达式, 如图 6 所示。

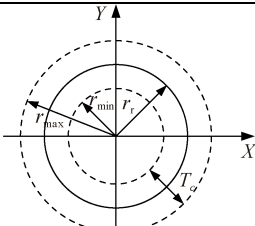
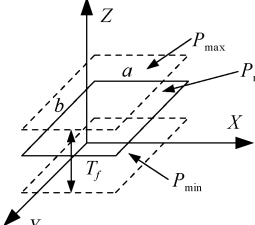
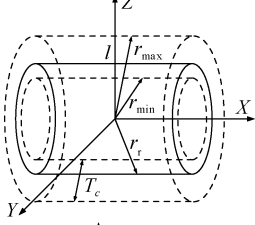
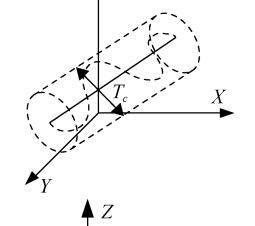
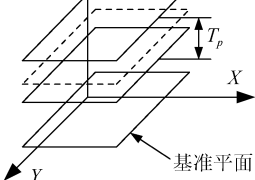


细实线代表零件表面名义位置, 粗实线代表零件实际位置。

图 5 零件真实表面的小位移旋量图

Fig. 5 Small displacement torsor diagram of part real surface

表 1 几何公差小位移旋量表达式
Table 1 SDT Expression for geometric tolerances

公差带	SDT 表达式	变量变动范围
 <p>圆度</p>	$D=[d_x \ d_y \ 0 \ 0 \ 0 \ 0]^T$	$-\frac{T_c}{2} \leq d_x \leq \frac{T_c}{2}$ $-\frac{T_c}{2} \leq d_y \leq \frac{T_c}{2}$
 <p>平面度</p>	$D=[0 \ 0 \ d_z \ \theta_x \ \theta_y \ 0]^T$	$-\frac{T_f}{2} \leq d_z \leq \frac{T_f}{2}$ $-\frac{T_f}{b} \leq \theta_x \leq \frac{T_f}{b}$ $-\frac{T_f}{a} \leq \theta_y \leq \frac{T_f}{a}$
 <p>圆柱度</p>	$D=[0 \ d_y \ d_z \ 0 \ \theta_y \ \theta]^T$	$-\frac{T_c}{2} \leq d_y \leq \frac{T_c}{2}$ $-\frac{T_c}{l} \leq \theta_y \leq \frac{T_c}{l}$ $-\frac{T_c}{2} \leq d_z \leq \frac{T_c}{2}$ $-\frac{T_c}{l} \leq \theta_z \leq \frac{T_c}{l}$
 <p>直线度</p>	$D=[0 \ d_y \ d_z \ 0 \ \theta_y \ \theta]^T$	$-\frac{T_c}{2} \leq d_x \leq \frac{T_c}{2}$ $-\frac{T_c}{l} \leq \theta_x \leq \frac{T_c}{l}$ $-\frac{T_c}{2} \leq d_y \leq \frac{T_c}{2}$ $-\frac{T_c}{l} \leq \theta_y \leq \frac{T_c}{l}$
 <p>平行度</p>	$D=[0 \ 0 \ d_z \ \theta_x \ \theta_y \ 0]^T$	$-\frac{T_p}{2} \leq d_z \leq \frac{T_p}{2}$ $-\frac{T_p}{b} \leq \theta_x \leq \frac{T_p}{b}$ $-\frac{T_p}{a} \leq \theta_y \leq \frac{T_p}{a}$

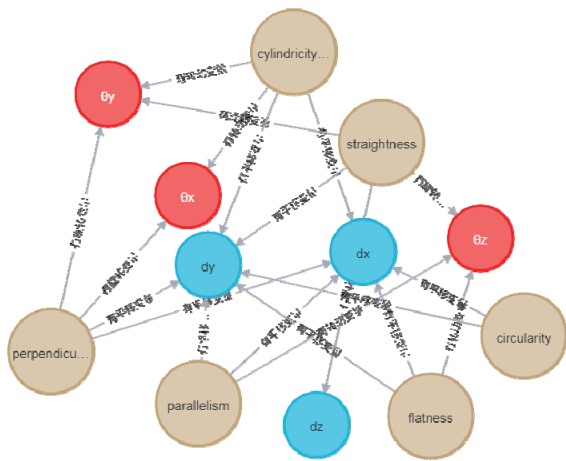


图 6 嵌入小位移旋量的知识图谱
Fig. 6 Knowledge graph embedding SDT

2.2 粗糙表面模拟

将粗糙表面纳入装配精度信息模型，以增强装配精度预测能力。为更清晰描述上述参数的几何含义，假设粗糙表面的评定区域为矩形 $D:D=\{(x,y)|x \in [a,b],y \in [c,d]\}$ ，且在评定区域 D 中点 (x,y) 处粗糙表面高度方程为 $Z=z(x,y)$ 。以 2 个平面零件 A 和 B 为例，在 Matlab 中实现非高斯随机粗糙表面模拟，相关参数如下：零件粗糙表面标准差 $\sigma=2 \mu\text{m}$ ，2 个平面长宽均为 50 mm，自相关长度 $\beta_x=\beta_y=2 \text{ mm}$ ， X 和 Y 方向上采样点数量均为 500，偏斜度 $S_k=-1$ ，峭度 $K_u=5$ 。得到模拟结果如图 7 所示。

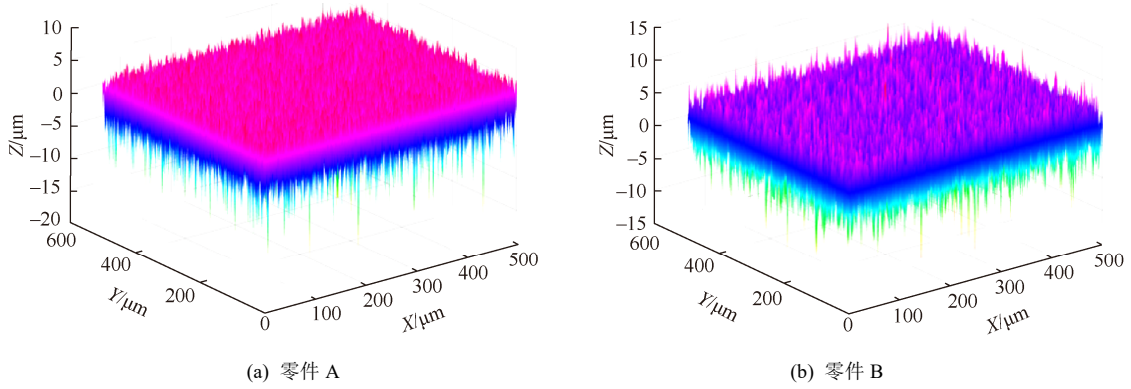


图 7 平面零件粗糙表面模拟可视化 ((a) 零件 A; (b) 零件 B)

Fig. 7 Simulation visualization of rough surface of planar parts ((a) Part A; (b) Part B)

2.2.1 平面零件

为量化粗糙表面接触配合对装配精度的影响, 采用三点接触法确定零件接触平面方程, 进而计算平面零件旋量表达式。假设 2 个零件沿 Z 轴方向装配, 将 $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$ 视为固定零件, $B = \{b_1, b_2, \dots, b_n\}$ 视为活动零件, 其中 $a_i = \{x_i^a, y_i^a, z_i^a\}$, $b_i = \{x_i^b, y_i^b, z_i^b\}$ 为零件粗糙表面点集。具体步骤如下:

步骤 1. 第一接触点。

将活动零件表面离散点投影至固定零件的基准面, 在活动零件的某一表面点 P , 搜索与其投影点 P' 相距最近的 3 个点 a_i, a_j, a_z 构成的局部平面。记 a_i, a_j, a_z 在活动零件构成的平面为投影面, 计算点 P 与点 P' 之间的空间距离。重复上述搜索过程, 计算所有活动离散点的投影距离, 找到最短距离, 即确定该点为第一接触点。

步骤 2. 第二接触点。

确定第一接触点后, 平面已具有约束, 将第一接触点与重心投影点相连, 记为旋转轴 $R1$ (图 8(a)), 并将活动零件 B 以步长 s 绕旋转轴 $R1$ 逐步转动, 可确定第二接触点。

步骤 3. 第三接触点。

根据第一接触点及第二接触点确定旋转轴 $R2$ (图 8(b)), 并将活动零件以步长 s 绕旋转轴 $R2$ 转动, 直至零件 A 与零件 B 发生第三次接触, 将其记为第三接触点。

确定 3 个接触点后, 检查零件质心投影是否位于 3 个接触点确定的平面(图 8(c)和(d))。如果位于平面内, 则 3 个接触点正确; 否则返回步骤 2, 调整旋转步长 s , 重新寻找第二和第三接触点。

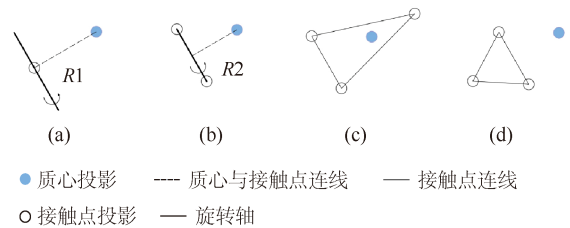


图 8 接触点确定 ((a) 第一接触点; (b) 第二接触点; (c) 第三接触点; (d) 质心投影在接触点外部)
 Fig. 8 Contact point determination ((a) First contact point; (b) Second contact point; (c) Third contact point; (d) Centroid projection outside the contact point)

在刚性假设下, 接触配合面应满足

$$Ax + By + Cz + D = 0 \quad (6)$$

式中: A, B, C, D 均表示常数。

考虑粗糙表面对装配精度的影响, 实际接触表面相对于理想接触表面可使用 $[d_x \ d_y \ d_z \ \theta_x \ \theta_y \ \theta_z]^T$ 表示接触平面。对于平面零件配合接触面, 固定 $d_x = d_y = \theta_z = 0$, 因此, 接触配合面实际 SDT 表达式为 $[0 \ 0 \ d_z \ \theta_x \ \theta_y \ 0]^T$ 。

2.2.2 柱面零件

柱面零件的装配可理解为轴类零件经平移、旋转等一系列操作装配到孔类零件的过程, 本文将孔轴装配转换为孔点集与轴点集装配, 并规定在点集装配过程中, 孔点集作为固定点集, 轴点集作为活动点集。

寻找 2 个点集中点与点的最小欧式距离确定点集对应关系, 并根据对应关系求解点集装配过程中目标函数值最小的刚体变换 (R, T) , 其约束条件为

$$\text{Min } f(R, T) = \sum_{i=1}^{M \times N} |R \cdot h_i + T - s_i|^2 \quad (7)$$

$$\text{式中: } \mathbf{R} = \begin{bmatrix} 1 & \theta_y & \theta_z \\ -\theta_y & 1 & \theta_x \\ -\theta_z & -\theta_x & 1 \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T} = [d_x \quad d_y \quad d_z]^T.$$

柱面零件配合在 z 方向上的 2 个自由度并未受到约束, 因此, 柱面零件装配面实际 SDT 表达式为 $[d_x \quad d_y \quad 0 \quad \theta_x \quad \theta_y \quad 0]^T$ 。

3 基于雅可比矩阵的装配精度预测

装配偏差传递与累积是装配精度预测的重要环节, 本文通过 Cypher 命令可获取知识图谱中装配序列, 进而获取偏差传递路径。以图 3 零件为例, 分析装配偏差传递路径, 在该装配接触关系有向图中, 对功能要求 FR (Functional Requirements) 有影响的偏差传递链有 2 条, 分别是主传递链 IFE1-CFE1-IFE3, 以及辅助传递链 IFE2-CFE2-IFE4-IFE3-CFE1。构建装配接触有向图, 如图 9 所示。

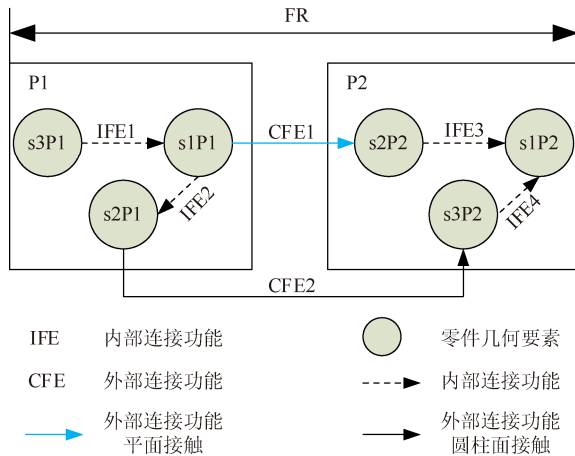


图 9 孔轴装配体装配接触有向图

Fig. 9 Directed graph of assembly contact of hole-shaft assembly

产品最终装配偏差由零件内部的位姿关系以及零件间的位姿关系决定。在装配接触有向图中, 不同配合要素之间的偏差传递齐次变换矩阵为 \mathbf{P}_{FE} 。在装配序列路径上, 任意 2 个配合要素之间的装配位姿关系均由齐次变化矩阵相乘获取, 即

$$\mathbf{P}_{FE} = \mathbf{P}_{FE1} \cdot \mathbf{P}_{FE2} \cdots \mathbf{P}_{FEi} \quad (8)$$

式中: P_i 表示第 i 个零件; \mathbf{P}_{FEi} 表示第 i 个零件配合要素的齐次变换矩阵。

3.1 几何偏差传递模型

在公差分析领域, 雅可比矩阵可有效描述偏差传递路径, 本文将描述偏差传递的雅可比模型与描述误差表示的 SDT 结合形成雅可比-旋量模型, 即

$$\begin{bmatrix} dt \\ dr \end{bmatrix}_S = \begin{bmatrix} d_x \\ d_y \\ d_z \\ \theta_x \\ \theta_y \\ \theta_z \end{bmatrix} = [\mathbf{J}_{FE1} \quad \mathbf{J}_{FE2} \quad \cdots \quad \mathbf{J}_{FEi}] \begin{bmatrix} dq_{FE1} \\ dq_{FE2} \\ \vdots \\ dq_{FEi} \end{bmatrix} \quad (9)$$

式中: $[dt \quad dr]_S^T$ 表示功能要求的平移与旋转变量; dt 和 dr 分别表示功能需求的 3 个平移矢量和 3 个旋转矢量; \mathbf{J}_{FEi} 表示第 i 个功能元素的雅可比矩阵; dq_{FEi} 表示第 i 个功能元素的 SDT 表达式。

雅可比矩阵为

$$\mathbf{J}_{FEi} = \begin{bmatrix} [\mathbf{R}_o^i]_{3 \times 3} \cdot [\mathbf{R}_{PTi}]_{3 \times 3} & [\mathbf{W}_i^n]_{3 \times 3} \cdot ([\mathbf{R}_o^i]_{3 \times 3} \cdot [\mathbf{P}_{PTi}]_{3 \times 3}) \\ [0]_{3 \times 3} & [\mathbf{R}_o^i]_{3 \times 3} \cdot [\mathbf{R}_{PTi}]_{3 \times 3} \end{bmatrix}_{6 \times 6} \quad (10)$$

式中: $[\mathbf{R}_o^i]_{3 \times 3}$ 表示第 i 个坐标系相对于全局参考坐标系的方向变化; $[\mathbf{R}_{PTi}]_{3 \times 3}$ 表示第 i 个坐标系上 3 个坐标轴与全局坐标系上 3 个坐标轴建立方向不一致的系数矩阵; $[\mathbf{W}_i^n]_{3 \times 3}$ 为斜对称矩阵, 表示第 i 个局部坐标系相对于第 n 个局部坐标系的位置变化, 斜对称矩阵为

$$\mathbf{W}_i = \begin{bmatrix} 0 & dz_i^n & -dy_i^n \\ -dz_i^n & 0 & dx_i^n \\ dy_i^n & -dx_i^n & 0 \end{bmatrix} \quad (11)$$

各坐标系位置变化的具体数值为

$$\begin{cases} dx_i^n = dx_n - dx_i \\ dy_i^n = dy_n - dy_i \\ dz_i^n = dz_n - dz_i \end{cases} \quad (12)$$

式中: dx_i, dy_i, dz_i 表示第 i 个局部坐标系的原点在全局坐标系的位置坐标。

3.2 考虑粗糙表面的偏差传递模型

不同零件间的粗糙表面接触配合会对最终产品装配精度产生较大影响。本节将粗糙表面装配接触理论与雅可比矩阵理论结合, 形成雅可比-粗糙表面模型以实现粗糙表面的装配偏差传递计算, 即

$$\begin{bmatrix} dt \\ dr \end{bmatrix}_R = \begin{bmatrix} d_x \\ d_y \\ d_z \\ \theta_x \\ \theta_y \\ \theta_z \end{bmatrix} = [\mathbf{J}_{R1} \quad \cdots \quad \mathbf{J}_{Rn}] \cdot \begin{bmatrix} dq_{R1} \\ \vdots \\ dq_{Rn} \end{bmatrix} \quad (13)$$

式中: $[dt \ dr]_R^T$ 表示粗糙配合表面的功能要求; J_{Ri} 表示粗糙配合面的雅可比矩阵, 本文规定其取值与箭头发出端配合要素的雅可比矩阵相同; dq_{Ri} 表示粗糙配合面的 SDT 表达式, 可由式(6)和式(7)确定。

分析装配接触有向图可知, 在装配传递链中仅有外部连接功能 CFE 可使用雅可比粗糙表面模型计算装配精度。装配精度分析时, 将外部连接功能 CFE 箭头尾部的功能元素雅可比矩阵作为主雅可比矩阵, 如计算 CFE1 雅可比粗糙表面模型时以 s2P1 的雅可比矩阵作为计算矩阵。

考虑粗糙配合面对装配精度的影响, 得到产品总的偏差传递模型为

$$\begin{bmatrix} dt \\ dr \end{bmatrix}_T = \begin{bmatrix} dt \\ dr \end{bmatrix}_S + \begin{bmatrix} dt \\ dr \end{bmatrix}_R \quad (14)$$

式中: $[dt \ dr]_T^T$ 表示装配体总功能要求。

4 实例验证

本文选取某型号工程机械发动机曲柄连杆机构为研究对象, 如图 10 所示, 该机构由连杆帽、曲轴、连杆、活塞及活塞销组成。该机构功能要求为: 活塞轴线与曲轴轴线误差 $S = dz \leq 0.015 \text{ mm}$ 。

基于 CAD 二次开发工具, 提取该模型的 MBD 信息, 包括尺寸公差、几何公差、装配约束、装配序列及粗糙度等装配信息。在 Neo4j 中构建曲柄连杆机构装配精度知识图谱, 装配精度知识图谱包含各零件配合要素、公差及粗糙度信息, 如图 11 所示。

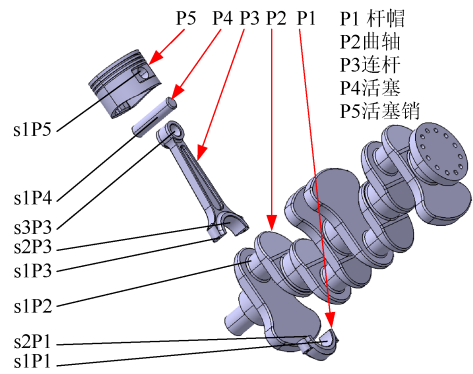


图 10 曲柄连杆机构
Fig. 10 Crank connecting rod mechanism

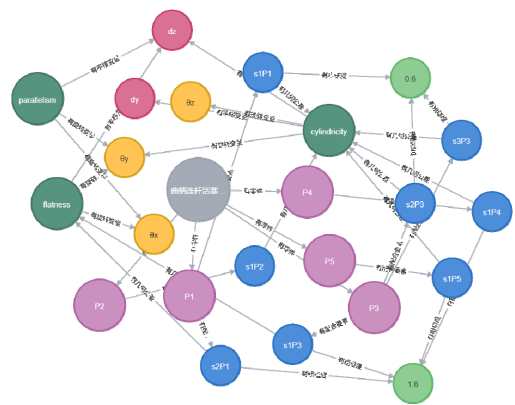


图 11 曲柄连杆机构装配精度知识图谱
Fig. 11 Knowledge graph of assembly accuracy for crank connecting rod mechanism

图 12 为曲柄连杆机构各零件二维简图。对装配体制定全局坐标系及零件坐标系, 将 O_1 坐标系设为全局坐标系, 如图 13 所示。依据装配精度知识图谱、零件二维图及零件坐标系, 计算各配合要素的雅可比矩阵见表 2。

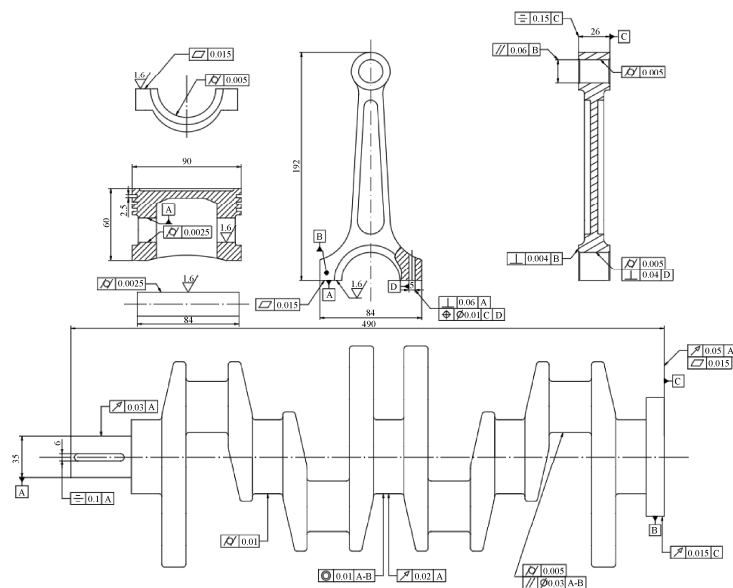


图 12 曲柄连杆机构零件图
Fig. 12 Part drawings of the crank connecting rod mechanism

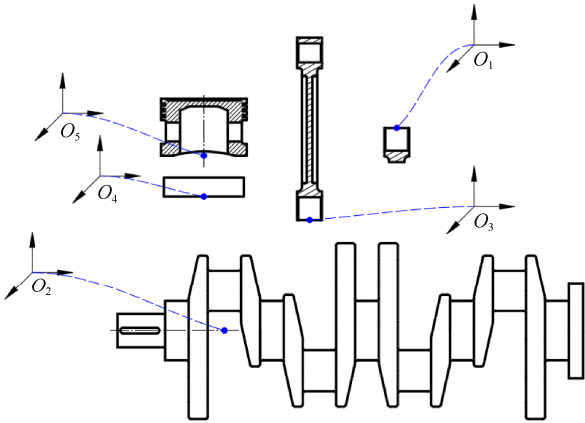


图 13 曲柄连杆机构零件坐标系

Fig. 13 Coordinate systems of the parts of the crank connecting rod mechanism

表 2 曲柄连杆机构的雅可比矩阵

Table 2 Jacobian matrix of crank connecting rod mechanism

雅可比矩阵	矩阵值	雅可比矩阵	矩阵值
J_{s1P1}	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -151 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 151 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	J_{s2P3}	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -151 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 151 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
J_{s2P1}	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -151 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 151 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	J_{s3P3}	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -151 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 151 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
J_{s1P2}	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -151 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 151 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	J_{s1P4}	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 15 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & -15 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$
J_{s1P3}	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & -151 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 151 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$	J_{s1P5}	$\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 \end{bmatrix}$

4.1 仅考虑几何公差的实例研究

在装配精度知识图谱中输入 Cypher 查询语言，可快速获取配合要素的尺寸值、几何公差、SDT 表达式、装配序列及装配约束信息。根据上述相关信息，绘制曲柄连杆机构接触有向图，如图 14 所示。分析接触有向图可知，对功能要求 FR 有影响的主传递链为 CFE1-IFE2-IFE3-CFE4-CFE5，辅助传递链为 CFE2-IFE1-CFE3-IFE2-CFE1。

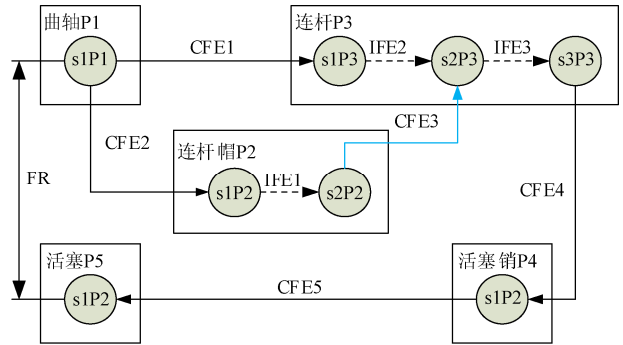


图 14 曲柄连杆机构装配接触有向图

Fig. 14 Diagram of Directed graph of assembly contact of crank connecting rod mechanism

根据各配合要素 SDT 表达式及旋量参数约束范围，编写 Matlab 程序，利用蒙特卡洛算法随机生成几何公差 SDT，最后利用式(9)计算曲柄连杆机构功能要求偏差矩阵 $[dt \ dr]_S^T$ 。本文假设配合要素的各 SDT 均服从正态分布。

为保证计算精度，仿真次数设置为 100 00 次。根据功能要求，本实例关注活塞销孔轴线的偏差，即 $[dt \ dr]_S^T$ 中的 dz ，得到仿真结果如图 15 所示。

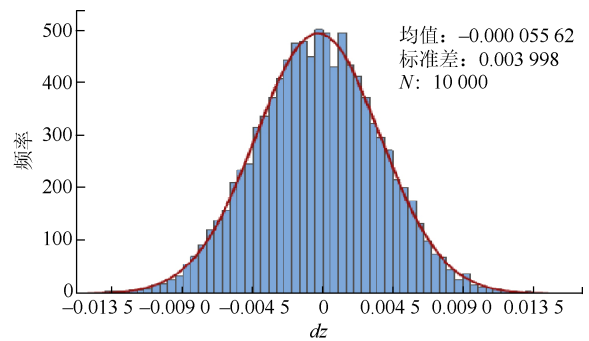


图 15 仅考虑几何公差的蒙特卡洛仿真结果

Fig. 15 Monte Carlo simulation results of only considering geometric tolerance

本文利用 3σ 准则的最大绝对值作为装配精度预测结果。分析图 16 可知，该曲轴连杆机构偏差

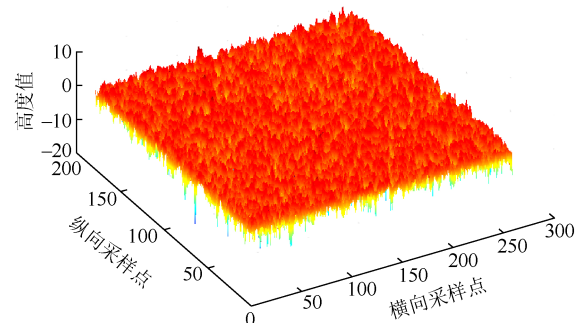


图 16 s1P3 粗糙表面模拟

Fig. 16 s1P3 rough surface simulation

累积均值近似为 0, 标准差 $\sigma = 0.003\ 998$, 系统偏差的功能要求为 $FR_s = 0.011\ 99\ \text{mm} < 0.015\ 00\ \text{mm}$ 。因此, 仅考虑几何公差时, 该机构装配精度符合装配功能要求。

4.2 考虑粗糙表面误差的实例研究

利用第 2.2 节及第 3.2 节的粗糙表面模拟方法及装配接触面 SDT 表达式确定方法, 计算曲柄连杆机构装配时的 SDT。本节以配合特征 s1P3 为例, 对粗糙表面 SDT 表达式确定进行详细介绍,

$S_k = -1$, $K_u = 5$, $Ra = \sigma = 1.6$, 采样点为 180×260 。利用第 2.2 节的粗糙表面模拟方法, 得到模拟结果如图 16 所示。

分析曲柄连杆机构与 s1P3 接触的装配特征为 s2P1, 装配特征 s1P3-s2P1 的 SDT 表达式为: $[0\ 0\ 0.1302\ 0.0316\ -0.1455\ 0]^T \times 10^{-2}$, 该值可通过平面零件 SDT 表达式确定方法计算得到。其余装配特征 SDT 表达式计算方法与上述相同, 计算结果见表 3。

表 3 粗糙接触表面 SDT 表达式
Table 3 SDT expression of rough contact surface

接触面配合	配合类型	SDT 表达式
s1P1-s1P2	柱面配合	$[-0.1157\ -0.2483\ 0\ -0.0461\ -0.0232\ 0]^T \times 10^{-2}$
s2P1-s1P3	平面配合	$[0\ 0\ 0.1302\ 0.0316\ -0.1455\ 0]^T \times 10^{-2}$
s2P3-s1P2	柱面配合	$[-0.1206\ -0.2357\ 0\ -0.0391\ -0.0209\ 0]^T \times 10^{-2}$
s3P3-s1P4	柱面配合	$[-0.156\ -0.2195\ 0\ -0.0396\ -0.0301\ 0]^T \times 10^{-2}$
s1P4-s1P5	柱面配合	$[-1.498\ -0.653\ 0\ -0.0511\ -0.0326\ 0]^T \times 10^{-3}$

根据式(14)计算曲柄连杆机构总体装配要求, 得到结果为 $0.013\ 46\ \text{mm}$, 满足装配功能要求。分析结果表明, 考虑粗糙表面的装配偏差相比于仅考虑几何公差的装配偏差增大了 12.26%。本方法在实际装配过程中更具指导意义, 同时在设计阶段将粗糙表面加以考虑, 可减少试装和修配时间。

5 结束语

为提升复杂产品装配精度预测的精确性与可靠性, 本研究提出一种考虑粗糙表面的装配精度预测方法。主要结论如下:

1) 构建了装配精度信息模型, 并以此构建知识图谱实现公差、粗糙度以及装配信息的存储, 为后续公差建模及偏差传递计算提供数据支持。

2) 在公差建模中, 不仅分析定位与定向偏差, 且将粗糙表面纳入其中, 利用 SDT 及三点接触法, 精确描述零件实际装配位置相较于理想位置的偏离状况, 提高公差模型的精度水平。

3) 利用雅可比-旋量模型与雅可比-粗糙表面模型, 实现装配误差的传递与累积解析, 完成了装配精度预测。

本文在装配精度预测中对偏差传递路径做了适当简化, 后续可进一步完善零件偏差传递路径, 并考虑引入更为精确的粗糙表面配合面确定方法, 以提升装配精度预测的精确度。此外, 还可探索基于装配精度预测结果的精度优化方法。

参考文献 (References)

- [1] 余海东, 高畅, 赵勇, 等. 机械产品装配偏差分析方法研究进展与展望[J]. 机械工程学报, 2023, 59(9): 212-229.
YU H D, GAO C, ZHAO Y, et al. Progress and prospect on assembly deviation propagation of mechanical products[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2023, 59(9): 212-229 (in Chinese).
- [2] 刘检华, 夏焕雄, 巩浩, 等. 精密装配的内涵、技术体系和发展趋势[J]. 机械工程学报, 2023, 59(20): 436-450.
LIU J H, XIA H X, GONG H, et al. Connotation, technical system and development trend of precision assembly[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2023, 59(20): 436-450 (in Chinese).
- [3] 王平, 刘象, 张义, 等. 基于联接面误差传递机理的高精装备装配精度预测与公差优化研究[J]. 西安理工大学学报, 2025, 41(2): 257-265.
WANG P, LIU X, ZHANG Y, et al. Research on assembly accuracy prediction and tolerance optimization of high precision equipment based on error transfer mechanism for joint surface[J]. Journal of Xi'an University of Technology, 2025, 41(2): 257-265 (in Chinese).
- [4] ZOU Z H, MORSE E P. A gap-based approach to capture fitting conditions for mechanical assembly[J]. Computer-Aided Design, 2004, 36(8): 691-700.
- [5] 唐健钧, 田锡天, 耿俊浩, 等. 基于多维矢量环的装配偏差源敏感度分析[J]. 机械工程学报, 2015, 51(17): 156-161.
TANG J J, TIAN X T, GENG J H, et al. Sensitivity analysis of assembly deviation source based on multidimensional vector loop[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2015, 51(17): 156-161 (in Chinese).
- [6] 陈华, 林观生, 唐涛, 等. 一种新的矩阵公差模型约束条件建立和优化方法[J]. 机械工程学报, 2016, 52(1): 123-129.
CHEN H, LIN G S, TANG T, et al. A new approach of constraints establishment and optimization for matrix tolerance model[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2016, 52(1):

- 123-129 (in Chinese).
- [7] DESROCHERS A, CLÉMENT A. A dimensioning and tolerancing assistance model for CAD/CAM systems[J]. *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, 1994, 9(6): 352-361.
- [8] 肖欢, 朱永国, 刘春锋, 等. 基于 T-Map 的飞机部件交点轴线公差转化方法[J]. *中国机械工程*, 2019, 30(13): 1558-1567. XIAO H, ZHU Y G, LIU C F, et al. Tolerance conversion of aircraft component intersection axes based on T-Map[J]. *China Mechanical Engineering*, 2019, 30(13): 1558-1567 (in Chinese).
- [9] 位跃东, 方峻. 基于 SDT 模型和蒙特卡洛法的枪械抛壳机构公差分析[J]. *兵器装备工程学报*, 2023, 44(4): 146-154. WEI Y D, FANG J. Tolerance analysis of the gun shell-throwing mechanism based on SDT model and Monte Carlo method[J]. *Journal of Ordnance Equipment Engineering*, 2023, 44(4): 146-154 (in Chinese).
- [10] 张喜庆, 张爱梅. 加工误差和变形作用下的误差传递模型研究[J]. *现代制造工程*, 2021(12): 74-78. ZHANG X Q, ZHANG A M. Research on error transmission model of machining and deformation error[J]. *Modern Manufacturing Engineering*, 2021(12): 74-78 (in Chinese).
- [11] 陈振宇, 徐武彬, 李冰, 等. 滑动轴承转子系统中制造误差建模方法的研究[J]. *机械设计与制造*, 2024(3): 271-276. CHEN Z Y, XU W B, LI B, et al. Modeling method of manufacturing error in sliding bearing rotor system[J]. *Machinery Design & Manufacture*, 2024(3): 271-276 (in Chinese).
- [12] 王仲奇, 杨盼, 陈世洁, 等. 飞机舱门数字孪生模型构建及偏差传递分析研究[J]. *航空制造技术*, 2022, 65(12): 36-47. WANG Z Q, YANG P, CHEN S J, et al. Research on construction of digital twin model and deviation transfer analysis of cabin door of airplane[J]. *Aeronautical Manufacturing Technology*, 2022, 65(12): 36-47 (in Chinese).
- [13] 杨灵锋, 吴玉光. 几何要素误差传递关系图的建立方法[J]. *图学学报*, 2020, 41(2): 295-303. YANG L F, WU Y G. Construction method of error transfer graph of geometric elements[J]. *Journal of Graphics*, 2020, 41(2): 295-303 (in Chinese).
- [14] 彭和平, 周志鹏. 多工序制造过程的几何偏差表示与变动传递建模[J]. *机械设计与制造*, 2024(10): 83-88. PENG H P, ZHOU Z P. Geometric deviation representation and variation propagation modeling in multistage machining processes[J]. *Machinery Design & Manufacture*, 2024(10): 83-88 (in Chinese).
- [15] 易扬, 冯锦丹, 刘金山, 等. 复杂产品数字孪生装配模型表达与精度预测[J]. *计算机集成制造系统*, 2021, 27(2): 617-630. YI Y, FENG J D, LIU J S, et al. Model expression and accuracy prediction method of digital twin-based assembly for complex products[J]. *Computer Integrated Manufacturing Systems*, 2021, 27(2): 617-630 (in Chinese).
- [16] DESROCHERS A, GHIE W, LAPERRIÈRE L. Application of a unified Jacobian—torsor model for tolerance analysis[J]. *Journal of Computing and Information Science in Engineering*, 2003, 3(1): 2-14.
- [17] 石嵩, 刘检华, 巩浩, 等. 考虑粗糙表面接触配合的航空发动机多级转子装配误差传递建模[J]. *机械工程学报*, 2023, 59(17): 208-219. SHI S, LIU J H, GONG H, et al. Modeling of error transfer in multistage rotors assembly of aero engine considering rough surface contact[J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2023, 59(17): 208-219 (in Chinese).
- [18] 朱林波, 梁洪瑀, 张瀚文, 等. 考虑宏微观几何形貌的螺栓连接结合面接触性能模型[J]. *西安交通大学学报*, 2024, 58(7): 148-159. ZHU L B, LIANG H Y, ZHANG H W, et al. Contact performance model for bolted joint interfaces considering macro-micro morphology[J]. *Journal of Xi'an Jiaotong University*, 2024, 58(7): 148-159 (in Chinese).