

# 屈伸律动人群-结构耦合振动的谱分析模型

熊杰程 刘志豪 段淑倩

郑州大学, 河南郑州 450001

**摘要:** 将结构视为多自由度系统, 结构上每个屈伸律动者视为单独的弹簧-质量-阻尼器系统, 采用影响系数法和振型分解法推导正则坐标下的耦合系统运动方程。采用状态空间法建立耦合系统的状态向量和人群屈伸律动荷载时程之间的频响函数。基于随机振动理论推导耦合系统运动方程的谱分析解, 用于计算结构加速度响应的自功率谱与均方根值。理论预测结果与大跨楼板的现场实测响应结果对比表明, 所建议的谱分析模型和计算方法合理, 可用于人群屈伸律动荷载作用下结构响应的分析与计算。

**关键词:** 人致振动; 人群-结构相互作用; 随机振动; 屈伸律动荷载

**中图分类号:** TU312<sup>+</sup>.1 **文献标识码:** A **文章编号:** 1000-131X(2026)01-0028-10

**DOI:** 10.15951/j.tmgxb.24060501

## Spectral analysis of crowd-structure coupling vibration during bouncing activities

Xiong Jiecheng Liu Zhihao Duan Shuqian

Zhengzhou University, Zhengzhou  
450001, China

**Abstract:** A structure is treated as a multi-degree-of-freedom system, and each bouncing person on the structure is treated as an individual spring-mass-damper system. The influence coefficient and mode decomposition methods are used to derive the equation of motion for the coupled system in canonical coordinates. Furthermore, the frequency response function linking the state vector of coupled system with the crowd bouncing load time history is established by the state space method. The spectral analysis solution for the equation of motion of coupled system is derived by the stochastic vibration theory, and then it is used to calculate the auto-power spectrum and root mean square value of structural acceleration response. A comparison between theoretical predictions and field-measured responses of large-span floors demonstrates that the proposed spectral analysis model and the computational method are rational, and they can be applied to analyzing and calculating structural responses during crowd bouncing activities.

**Keywords:** human induced vibration; crowd-structure interaction; stochastic vibration; bouncing load

**E-mail:** xiongjc2019@zzu.edu.cn

**基金项目:** 国家自然科学基金(52008376, 52279114)

**作者简介:** 熊杰程, 博士, 副教授 **通信作者:** 段淑倩, 博士, 教授 **收稿日期:** 2024-06-27

## 0 引 言

人群的运动对其支撑结构产生的动力作用称为人致荷载,当人群运动频率与结构频率接近时会造成建筑楼盖和体育看台等结构的振幅过大,导致处于振动环境中的人员出现头晕或心慌等舒适度问题,严重时会造成结构局部构件破坏甚至结构倒塌等安全性问题<sup>[1]</sup>。2011年,韩国首尔的39层TechnoMart大楼因第12层健身房内23人的节奏运动,出现长达10 min的晃动,导致人群恐慌逃离,造成经济损失约3 500万人民币<sup>[2]</sup>。2018年,西班牙维哥市的木质体育看台在举办城市体育音乐节期间发生坍塌,造成300多人受伤<sup>[3]</sup>。对于人行桥、室内外连廊等结构,主要以步行荷载为主,是目前研究最广泛的荷载类型。而对于体育场馆、音乐厅、健身房等建筑结构,以承受跳跃和屈伸律动等节奏型荷载为主。屈伸律动是指双脚不离地面双膝屈伸的身体上下运动,是演唱会和体育赛事中常见的欢庆动作<sup>[4-6]</sup>。相比之下,跳跃虽然能产生更大的瞬时峰值力,但屈伸律动由于更省力且持续时间更长,荷载能量累积更高,更容易引发结构的共振<sup>[7]</sup>。而随着我国经济的持续快速发展和城镇化进程的不断深入,城镇居民的文化消费高速增长,流行音乐会和大型体育比赛等活动也迅速普及<sup>[8]</sup>。此外,建筑楼盖和体育看台等结构向轻质、高强、大跨、纤柔等方向发展,可以预见人致振动问题会日益突出,因此研究大跨结构在人群屈伸律动荷载作用下的振动响应具有普遍且重要的意义<sup>[9-11]</sup>。

屈伸律动人群具有机械性能且与结构持续接触,从而改变结构动力特性,可通过建立人体机械模型和人群-结构耦合系统运动方程进行表征<sup>[12-13]</sup>。从结构工程分析需求出发,单自由度弹簧-质量-阻尼器(spring-mass-damper, SMD)模型用最简单的形式准确模拟人体对结构动力特性的影响,因此成为人群-结构耦合系统研究中使用最为广泛的人体机械模型<sup>[14-16]</sup>。目前,关于SMD模型已有相对成熟的研究,Dougill等<sup>[17]</sup>、Wang等<sup>[18]</sup>识别了屈伸律动者参数。运动方程方面,已有研究通常将人群或结构简化为单自由度系统<sup>[19-20]</sup>,该方程便于分析耦合系统的动力特性,但存在两个主要问题:将结构简化为单自由度系统,无法考虑结构不同模态之间的耦合作用,不适用于具有密集模态的结构;将人群简化为单自由度系统,不能考虑每个人的振型值和SMD参数值,不适用于具有复杂振型的结构。此外,已有人群-结

构耦合系统的运动方程常采用中心差分法或Newmark- $\beta$ 法等算法求解<sup>[21]</sup>,上述经典算法只适用于人致荷载时域模型,无法开展频域荷载模型下的结构响应求解。因此,随着人致荷载功率谱等频域模型的出现及普及<sup>[22-23]</sup>,需推导耦合系统运动方程的谱分析解计算结构振动响应。鉴于此,本文将结构视为多自由度系统,结构上每个屈伸律动者视为单独的SMD系统,推导屈伸律动人群-结构耦合系统的运动方程及其在频域的谱分析解。

## 1 屈伸律动人群-结构耦合系统模型

### 1.1 屈伸律动人群-结构耦合系统的运动方程

屈伸律动人群-结构多自由度耦合系统模型如图1所示,结构由集中质量法离散化,只考虑竖向自由度,结构上每个人表示为单独的SMD系统,并取每个屈伸律动者的质心作为动力自由度。结构振动舒适度的评价指标通常基于结构的加速度响应,与结构的静位移无关。因此,接下来方程推导忽略结构与人的重力。

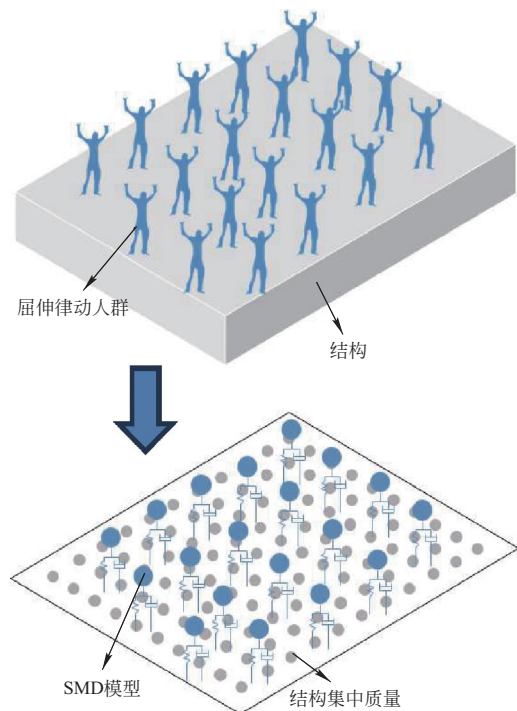


图1 屈伸律动人群-结构耦合系统模型

Fig. 1 Crowd-structure coupled system

假定结构竖向有 $n_s$ 个自由度,屈伸律动的人群数量为 $n_p$ 。结构的质量、阻尼、刚度矩阵表示为 $M_s \in \mathbb{R}^{n_s \times n_s}$ 、 $C_s \in \mathbb{R}^{n_s \times n_s}$ 、 $K_s \in \mathbb{R}^{n_s \times n_s}$ 。人群的质量、阻尼、刚度矩阵表示为 $M_p \in \mathbb{R}^{n_p \times n_p}$ 、 $C_p \in \mathbb{R}^{n_p \times n_p}$ 、 $K_p \in$

$\mathbb{R}^{n_p \times n_p}$ 。在多自由度系统运动方程中，质量、阻尼与刚度矩阵中第  $i$  行、第  $j$  列个元素表示为在  $j$  个节点处发生单位加速度、单位速度和单位位移时，在第  $i$  节点处产生的惯性力、阻尼力和弹性力。由于行人之间没有直接接触，各节点之间不存在耦合作用，

$$\mathbf{M}_s = \begin{bmatrix} m_{s,11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & m_{s,22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & m_{s,n_s n_s} \end{bmatrix}, \mathbf{C}_s = \begin{bmatrix} c_{s,11} & c_{s,12} & \cdots & c_{s,1n_s} \\ c_{s,21} & c_{s,22} & \cdots & c_{s,2n_s} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ c_{s,n_s 1} & c_{s,n_s 2} & \cdots & c_{s,n_s n_s} \end{bmatrix}, \mathbf{K}_s = \begin{bmatrix} k_{s,11} & k_{s,12} & \cdots & k_{s,1n_s} \\ k_{s,21} & k_{s,22} & \cdots & k_{s,2n_s} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ k_{s,n_s 1} & k_{s,n_s 2} & \cdots & k_{s,n_s n_s} \end{bmatrix} \quad (1)$$

$$\mathbf{M}_p = \begin{bmatrix} m_{p,11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & m_{p,22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & m_{p,n_p n_p} \end{bmatrix}, \mathbf{C}_p = \begin{bmatrix} c_{p,11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & c_{p,22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & c_{p,n_p n_p} \end{bmatrix}, \mathbf{K}_p = \begin{bmatrix} k_{p,11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & k_{p,22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & k_{p,n_p n_p} \end{bmatrix} \quad (2)$$

式中： $m_{p,ii}$ 、 $c_{p,ii}$ 和 $k_{p,ii}$ 分别为第  $i$  个人的质量、阻尼和刚度。人群在结构上的位置由定位矩阵  $\mathbf{L}_p \in \mathbb{R}^{n_s \times n_p}$  确定，矩阵的每一列均为独热编码，即只有一个元素为 1，其余元素为 0。如果矩阵在第  $j$  列、 $i$  行的元素为 1，表示第  $j$  个人在结构的第  $i$  个自由度上。

$$\mathbf{L}_p = \begin{bmatrix} l_{p,11} & l_{p,12} & \cdots & l_{p,1n_p} \\ l_{p,21} & l_{p,22} & \cdots & l_{p,2n_p} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ l_{p,n_s 1} & l_{p,n_s 2} & \cdots & l_{p,n_s n_p} \end{bmatrix} \quad (3)$$

采用影响系数法分别对耦合系统的刚度矩阵、阻尼矩阵和质量矩阵进行推导，例如刚度影响系数  $k_{ij}$  是自由度  $j$  发生单位位移时自由度  $i$  所需要添加的力，得到屈伸律动人群-结构耦合系统的运动方程为：

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_s & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_s(t) \\ \ddot{\mathbf{u}}_p(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_s + \mathbf{L}_p \mathbf{C}_p \mathbf{L}_p^T & -\mathbf{L}_p \mathbf{C}_p \\ -\mathbf{C}_p \mathbf{L}_p^T & \mathbf{C}_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_s(t) \\ \dot{\mathbf{u}}_p(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_s + \mathbf{L}_p \mathbf{K}_p \mathbf{L}_p^T & -\mathbf{L}_p \mathbf{K}_p \\ -\mathbf{K}_p \mathbf{L}_p^T & \mathbf{K}_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_s(t) \\ \mathbf{u}_p(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (4)$$

式中： $\mathbf{M}_v \in \mathbb{R}^{n_v \times n_v}$ 、 $\mathbf{C}_v \in \mathbb{R}^{n_v \times n_v}$ 和 $\mathbf{K}_v \in \mathbb{R}^{n_v \times n_v}$ 分别为结构的广义质量矩阵、广义阻尼矩阵和广义刚度矩阵，由式(9)计算，假设结构为经典阻尼体系，则其均为对角矩阵，第  $i$  个对角线元素表示结构的第  $i$  阶广义质量、广义阻尼和广义刚度。

$$\mathbf{M}_v = \Phi^T \mathbf{M}_s \Phi \quad \mathbf{C}_v = \Phi^T \mathbf{C}_s \Phi \quad \mathbf{K}_v = \Phi^T \mathbf{K}_s \Phi \quad (9)$$

人体可被表征为具有自驱力的独立机械系统<sup>[13]</sup>，自驱力特指人身体的上下运动而对结构产生的作用力  $\mathbf{x}_{\text{self}}(t)$  (图 2(a))。而人结相互作用力特指，屈伸

在  $j$  节点处发生单位加速度、单位速度和单位位移时，在  $i$  节点处不会产生相应的惯性力、阻尼力和弹性力。因此，人群的质量、阻尼与刚度矩阵为对角矩阵。

式中： $\mathbf{u}_s \in \mathbb{R}^{n_s}$ 和 $\mathbf{u}_p \in \mathbb{R}^{n_p}$ 分别为结构和人群的位移向量：

$$\mathbf{u}_s(t) = \begin{bmatrix} u_{s,1}(t) \\ u_{s,2}(t) \\ \vdots \\ u_{s,n_s}(t) \end{bmatrix}, \mathbf{u}_p(t) = \begin{bmatrix} u_{p,1}(t) \\ u_{p,2}(t) \\ \vdots \\ u_{p,n_p}(t) \end{bmatrix} \quad (5)$$

式中： $u_{s,i}(t)$ 为结构第  $i$  个自由度的位移； $u_{p,i}(t)$ 为第  $i$  个人的位移。根据振型分解法，结构的位移按其固有振型展开，并且考虑前  $n_v$  阶振型(式(6))：

$$\mathbf{u}_s(t) = \Phi \mathbf{u}_v(t) \quad (6)$$

$$\Phi = \begin{bmatrix} \phi_{11} & \phi_{12} & \cdots & \phi_{1n_v} \\ \phi_{21} & \phi_{22} & \cdots & \phi_{2n_v} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \phi_{n_s 1} & \phi_{n_s 2} & \cdots & \phi_{n_s n_v} \end{bmatrix} \quad (7)$$

式中： $\mathbf{u}_v(t)$ 为结构的振型坐标向量； $\Phi \in \mathbb{R}^{n_s \times n_v}$ 为结构的振型矩阵，矩阵第  $i$  列为第  $i$  阶模态振型函数。将式中矩阵的前  $n_s$  行左乘  $\Phi^T$  可以得到：

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_v & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_v(t) \\ \ddot{\mathbf{u}}_p(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_v + \Phi^T \mathbf{L}_p \mathbf{C}_p \mathbf{L}_p^T \Phi & -\Phi^T \mathbf{L}_p \mathbf{C}_p \\ -\mathbf{C}_p \mathbf{L}_p^T \Phi & \mathbf{C}_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_v(t) \\ \dot{\mathbf{u}}_p(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_v + \Phi^T \mathbf{L}_p \mathbf{K}_p \mathbf{L}_p^T \Phi & -\Phi^T \mathbf{L}_p \mathbf{K}_p \\ -\mathbf{K}_p \mathbf{L}_p^T \Phi & \mathbf{K}_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_v(t) \\ \mathbf{u}_p(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (8)$$

律动者在柔性结构上运动时，由于结构振动并且人体和结构均具有质量、刚度和阻尼，而会产生的作用力  $\mathbf{x}_{\text{inter}}(t)$  (图 2(b))。综上，屈伸律动者与结构的接触力可分解为自驱力和人结相互作用力：

$$\mathbf{x}_p(t) = \mathbf{x}_{\text{self}}(t) + \mathbf{x}_{\text{inter}}(t) \quad (10)$$

据此，人群的位移  $\mathbf{u}_p(t)$  也可以分为自驱项  $\mathbf{u}_{\text{self}}(t) \in \mathbb{R}^{n_p}$  和人结相互作用项  $\mathbf{u}_{\text{inter}}(t) \in \mathbb{R}^{n_p}$ ：

$$\mathbf{u}_p(t) = \mathbf{u}_{\text{self}}(t) + \mathbf{u}_{\text{inter}}(t) \quad (11)$$

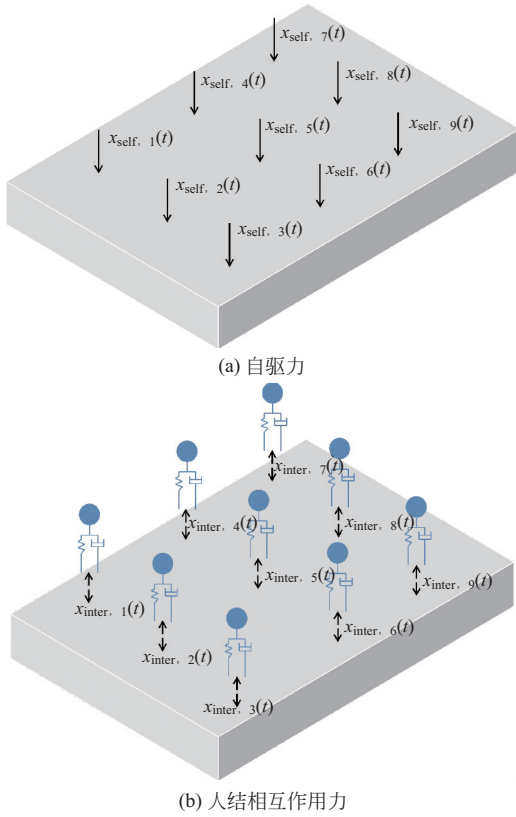


图 2 屈伸律动人群接触力分解

Fig. 2 Contact force decomposition of the bouncing crowd

将  $\mathbf{x}_{\text{self}}(t)$  作用在刚性地面上时, 利用牛顿第二定律对人群的自驱项进行求解, 得到:

$$\mathbf{m}_p \ddot{\mathbf{u}}_{\text{self}}(t) = -\mathbf{c}_p \dot{\mathbf{u}}_{\text{self}}(t) - \mathbf{k}_p \mathbf{u}_{\text{self}}(t) \quad (12)$$

$$\mathbf{m}_p \ddot{\mathbf{u}}_{\text{self}}(t) = \mathbf{x}_{\text{self}}(t) \quad (13)$$

由于大多数结构具有较大的竖向刚度, 由人群运动引起的结构竖向振幅通常较小。在振动幅值较小时, 可以认为对人群运动方式的影响有限, 甚至可以忽略, 因此不考虑结构振动对人群屈伸律动方式的改变, 则自驱力等于人在刚性地面运动时的地反力:

$$\mathbf{x}_{\text{self}}(t) = \mathbf{x}_{\text{grf}}(t) \quad (14)$$

屈伸律动荷载建模时, 通常将荷载进行体重归一化:

$$\mathbf{x}_{\text{grf}}(t) = \mathbf{W}\mathbf{x}(t) \quad (15)$$

$$\mathbf{W} = \begin{bmatrix} w_{11} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & w_{22} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & w_{n_p, n_p} \end{bmatrix} \quad (16)$$

式中:  $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{n_p \times n_p}$  为人群的体重矩阵;  $w_{ii}$  为第  $i$  个屈伸律动者的体重;  $\mathbf{x}(t) \in \mathbb{R}^{n_p}$  为体重归一化的屈伸律动人群荷载。将式(11)~式(15)代入式(8)可得到屈伸律动人群-结构耦合系统运动方程:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{M}_v & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{M}_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \ddot{\mathbf{u}}_v(t) \\ \ddot{\mathbf{u}}_{\text{inter}}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{C}_v + \Phi^T \mathbf{L}_p \mathbf{C}_p \mathbf{L}_p^T \Phi & -\Phi^T \mathbf{L}_p \mathbf{C}_p \\ -\mathbf{C}_p \mathbf{L}_p^T \Phi & \mathbf{C}_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \dot{\mathbf{u}}_v(t) \\ \dot{\mathbf{u}}_{\text{inter}}(t) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \mathbf{K}_v + \Phi^T \mathbf{L}_p \mathbf{K}_p \mathbf{L}_p^T \Phi & -\Phi^T \mathbf{L}_p \mathbf{K}_p \\ -\mathbf{K}_p \mathbf{L}_p^T \Phi & \mathbf{K}_p \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{u}_v(t) \\ \mathbf{u}_{\text{inter}}(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi^T \mathbf{L}_p \mathbf{W}\mathbf{x}(t) \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \quad (17)$$

## 1.2 谱分析法

式(17)的运动方程中, 人的阻尼比远大于结构的阻尼比, 该系统属于非经典阻尼系统, 可采用状态空间法求解:

$$\dot{\mathbf{v}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{v}(t) + \mathbf{B}\Phi^T \mathbf{L}_p \mathbf{W}\mathbf{x}(t) \quad (18)$$

式中:  $\mathbf{v}(t) \in \mathbb{R}^{2n_T}$ 、 $\mathbf{A} \in \mathbb{R}^{2n_T \times 2n_T}$  和  $\mathbf{B} \in \mathbb{R}^{2n_T \times n_v}$  定义如下:

$$\mathbf{v}(t) = [\mathbf{u}_v^T(t) \quad \mathbf{u}_{\text{inter}}^T(t) \quad \dot{\mathbf{u}}_v^T(t) \quad \dot{\mathbf{u}}_{\text{inter}}^T(t)]^T \quad (19)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} & \mathbf{I} \\ -\overline{\mathbf{M}}^{-1} \overline{\mathbf{K}} & -\overline{\mathbf{M}}^{-1} \overline{\mathbf{C}} \end{bmatrix} \quad (20)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} \mathbf{0} \\ \mathbf{T}_p \end{bmatrix}, \quad \mathbf{T}_p = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_v^{-1} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix} \in \mathbb{R}^{n_T \times n_v} \quad (21)$$

式中:  $n_T = n_v + n_p$ ,  $\overline{\mathbf{M}} \in \mathbb{R}^{n_T \times n_T}$ 、 $\overline{\mathbf{C}} \in \mathbb{R}^{n_T \times n_T}$  和  $\overline{\mathbf{K}} \in \mathbb{R}^{n_T \times n_T}$  为式(17)中的整体质量、阻尼和刚度矩阵。式

(18)可以获得输入  $\Phi^T \mathbf{L}_p \mathbf{W}\mathbf{x}(t)$  和输出  $\dot{\mathbf{v}}(t)$  对应的频响函数  $\mathbf{H}(f)$ :

$$\mathbf{H}(f) = -(2\pi f)^2 \times (\mathbf{i}(2\pi f)\mathbf{I} - \mathbf{A})^{-1} \mathbf{B} \quad (22)$$

结构上某一点的加速度时程  $a(t)$  可由状态空间向量  $\dot{\mathbf{v}}(t)$  计算:

$$a(t) = \Phi_{cs} \dot{\mathbf{v}}(t) \quad (23)$$

$$\Phi_{cs} = [\phi_{cs,1} \quad \phi_{cs,2} \quad \cdots \quad \phi_{cs,n_v} \quad 0 \quad \cdots \quad 0] \in \mathbb{R}^{1 \times 2n_T} \quad (24)$$

式中:  $\phi_{cs,i}$  为加速度计算点的第  $i$  阶模态值。

基于随机振动理论, 利用式(22)、式(23)可得  $a(t)$  的自功率谱  $g_a(f)$ :

$$g_a(f) = \Phi_{cs} \mathbf{H}(f) \Phi_{cs}^T \mathbf{L}_p \mathbf{W} \mathbf{G}(f) \mathbf{W}^T \mathbf{L}_p^T \Phi \mathbf{H}^T(f) \Phi_{cs}^T \quad (25)$$

式中:  $\mathbf{G}(f)$  为  $\mathbf{x}(t)$  的功率谱矩阵, 如式(26)所示。  $g_{ij}(f)$  为  $x_i(t)$  和  $x_j(t)$  的互动率谱; 当  $i$  等于  $j$  时,  $g_{ii}(f)$  为  $x_i(t)$  的自功率谱。

$$\mathbf{G}(f) = \begin{bmatrix} g_{11}(f) & g_{12}(f) & \cdots & g_{1n_p}(f) \\ g_{21}(f) & g_{22}(f) & \cdots & g_{2n_p}(f) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ g_{n_p 1}(f) & g_{n_p 2}(f) & \cdots & g_{n_p n_p}(f) \end{bmatrix} \quad (26)$$

加速度  $a(t)$  的均方根值  $a_{\text{rms}}$  可通过对  $g_a(f)$  在整个频域内积分得到:

$$a_{\text{rms}}^2 = \int_0^{\infty} g_a(f) df \quad (27)$$

采用上述谱分析法计算结构加速度响应时, 需要确定人群屈伸律动荷载功率谱矩阵以及屈伸律动者 SMD 参数值, 详见第 2 章。

## 2 屈伸律动人群参数

### 2.1 人群屈伸律动荷载功率谱矩阵

Xiong 等<sup>[24]</sup> 建立了人群屈伸律动荷载随机场模型, 用于模拟荷载功率谱矩阵  $\mathbf{G}(f)$ , 其第  $i$  个对角元素  $g_{ii}(f)$  是第  $i$  个屈伸律动者的自功率谱:

$$g_{ii}(f, f_b) = \sum_{k=1}^2 g_{ii,k}(f, f_b) \quad (28)$$

$$g_{ii,k}(f, f_b) = \frac{\beta(f_b) s_k(f_b) g'(\bar{f})}{kf_b} \quad (29)$$

式中:  $g_{ii,k}(f, f_b)$  为第  $i$  个屈伸律动者的第  $k$  阶自功率谱;  $f_b$  为屈伸律动频率;  $f$  为频率变量;  $\beta(f_b)$  为考

$$g_{ij}(f, f_{b,i}, f_{b,j}) = \left[ \sum_{k=1}^2 \sqrt{|\gamma_{ij}(k, f_{b,i})| |\gamma_{ij}(k, f_{b,j})| g_{ii,k}(f, f_{b,i}) g_{jj,k}(f, f_{b,j})} \right] \times \exp[i2\pi f(\Delta t_j(f_{b,j}) - \Delta t_i(f_{b,i}))] \quad (33)$$

式中:  $g_{ii,k}(f, f_{b,i})$  根据式 (29) 计算;  $f_{b,i}$  为第  $i$  个人的屈伸律动频率, 根据人群屈伸律动试验得到其概率密度函数为:

$$f(x) = \frac{1}{nh} \sum_{i=1}^n K\left(\frac{x-x_i}{h}\right) \quad (34)$$

式中:  $n$  为数据样本的个数;  $h$  为带宽, 取 0.02;  $K(\cdot)$  为采用高斯核的核函数;  $x_i$  为第  $i$  个数据样本。

$|\gamma_{ij}(k, f_{b,i})|$  为相干函数在第  $k$  阶谐波处的幅值:

$$\begin{cases} |\gamma_{ij}(1)| = -0.06476f_b + 0.9780 \\ |\gamma_{ij}(2)| = -0.08425f_b + 0.7063 \end{cases} \quad (35)$$

$\Delta t_i(f_{b,i})$  为第  $i$  个人的时间滞后, 服从  $N(0, \sigma^2)$  [s] 的正态分布, 其中  $\sigma$  根据试验拟合为:

$$\sigma = 0.004557f_b^2 - 0.03408f_b + 0.09555 \quad (36)$$

综上, 人群屈伸律动荷载功率谱矩阵  $\mathbf{G}(f)$  可由以下六个步骤模拟:

(1) 根据概率密度函数式 (34) 随机生成第  $i$  个人

考虑截断影响的能量修正系数:

$$\beta(f_b) = \frac{s_T(f_b)}{\sum_{k=1}^2 s_k(f_b)} \quad (30)$$

式中:  $s_k(f_b)$  为第  $k$  阶谐波能量;  $s_T(f_b)$  为功率谱的总能量; 根据式 (3) 计算, 其系数由试验记录拟合确定, 如表 1 所示。

$$s_k(f_b)/s_T(f_b) = p_1 f_b^3 + p_2 f_b^2 + p_3 f_b + p_4 \quad (31)$$

表 1  $s_k(f_b)$  和  $s_T(f_b)$  的拟合系数

Table 1 Fitting coefficients of  $s_k(f_b)$  and  $s_T(f_b)$

参数	$p_1$	$p_2$	$p_3$	$p_4$
$s_T$	-0.0057	0.0038	0.1709	-0.1428
$s_1$	-0.0093	0.0303	0.1204	-0.1578
$s_2$	0.0042	-0.0323	0.0677	-0.0075

$g'(\bar{f})$  为两个高斯函数的和

$$g'(\bar{f}) = p_5 \exp\left[-\left(\frac{\bar{f}-1}{p_6}\right)^2\right] + p_7 \exp\left[-\left(\frac{\bar{f}-1}{p_8}\right)^2\right] \quad (32)$$

式中:  $\bar{f} = f/kf_b$  为取值范围为 [0.9, 1.1] 的无量纲频率。模型系数  $p_5$ 、 $p_6$ 、 $p_7$ 、 $p_8$  分别为 5.8295、0.0310、56.3408、0.0063。

$\mathbf{G}(f)$  的非对角元素  $g_{ij}(f)$  是第  $i$  个和第  $j$  个屈伸律动者的互功率谱, 如式 (33) 所示:

的屈伸律动频率  $f_{b,i}$ 。

(2) 根据  $f_{b,i}$ , 由式 (29) ~ 式 (32) 和表 1 中的参数计算第  $i$  个人第  $k$  阶自功率谱  $g_{ii,k}(f, f_{b,i})$ 。

(3) 根据  $f_{b,i}$ , 由式 (35) 确定第  $i$  个屈伸律动者的  $|\gamma_{ij}(k, f_{b,i})|$ 。

(4) 根据  $f_{b,i}$ , 由式 (36) 计算出参数  $\sigma$ , 并根据正态分布  $N(0, \sigma^2)$  随机生成第  $i$  个屈伸律动者的  $\Delta t_i(f_{b,i})$ 。

(5) 通过式 (28) 计算第  $i$  个屈伸律动者的自功率谱  $g_{ii}(f)$ 。

(6) 通过式 (33) 计算第  $i$  个和第  $j$  个屈伸律动者的互功率谱  $g_{ij}(f)$ 。

### 2.2 屈伸律动者 SMD 参数

人体 SMD 参数的取值是本文的一个关键。Dougill 等<sup>[17]</sup> 人利用人体频响函数识别出屈伸律动者的平均固有频率为 2.3 Hz, 阻尼比为 0.25。Wang 等<sup>[18]</sup> 对屈伸律动者的 SMD 模型参数做了更深入的研究

究。首先,开展了 25 人次、多种工况下的屈伸律动试验,使用测力鞋垫共收集到 173 条连续的屈伸律动荷载时程,并将其划分为 6 800 个运动周期。对每个运动周期内的时程重复采用粒子滤波算法识别 SMD 模型参数直至收敛。识别结果表明,第  $i$  个人的固有频率  $f_{p,i}$  和屈伸律动频率  $f_b$  呈线性关系,阻尼比  $\xi_{p,i}$  与屈伸律动频率  $f_b$  呈抛物线关系。将屈伸律动频率划分为六个区间,对每个区间内的识别结果进行统计分析,采用偏正态分布密度函数进行拟合:

$$f(x) = \frac{2}{\sigma\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{(x-\mu)^2}{2\sigma^2}} \int_{-\infty}^{\frac{x-\mu}{\sigma}} \frac{1}{\sqrt{2\pi}} e^{-\frac{t^2}{2}} dt \quad (37)$$

式中:  $\mu$ 、 $\sigma$ 、 $\alpha$  分别是位置系数、比例系数和形状系数,取值见表 2。

表 2 屈伸律动者 SMD 参数的概率密度拟合系数  
Table 2 Fitting coefficients for probability density of SMD parameters of bouncer

SMD 参数	固有频率 $f_p$			阻尼比 $\xi_p$			
	系数	$\mu/\text{Hz}$	$\sigma/\text{Hz}$	$\alpha$	$\mu/\text{Hz}$	$\sigma/\text{Hz}$	$\alpha$
1. 35~1. 75 Hz	1. 734 4	0. 367 1	-0. 351 5	0. 122 9	0. 160 9	3. 997 7	
1. 75~2. 15 Hz	2. 098 1	0. 328 3	-3. 838 3	0. 096 3	0. 125 0	5. 090 6	
2. 15~2. 55 Hz	2. 431 4	0. 431 4	-4. 165 7	0. 078 1	0. 147 7	4. 999 1	
2. 55~2. 95 Hz	2. 863 4	0. 771 7	-8. 462 8	0. 081 1	0. 137 8	7. 193 8	
2. 95~3. 35 Hz	3. 239 1	1. 201 1	-14. 514 6	0. 087 5	0. 152 4	8. 265 2	
3. 35~3. 75 Hz	3. 541 4	1. 350 1	-16. 241 2	0. 090 5	0. 162 6	5. 916 0	

Dougill 等人将人体的频率和阻尼比视为固定值,忽视了人体动力特性的随机性。相比之下, Wang 等人根据试验获得的 SMD 参数模型能够更好地反映屈伸律动者模态参数的随机性,并且其取值与屈伸律动频率相关,更符合人体实际情况。基于这一考量,本文采用了 Wang 等人提出的模型,可由以下步骤生成第  $i$  个屈伸律动者的 SMD 参数:根据屈伸律动频率  $f_{b,i}$  以及偏正态分布概率密度函数随机生成第  $i$  个人的固有频率  $f_{p,i}$  和阻尼比  $\xi_{p,i}$ 。由式(38)和式(39)分别计算出人体的刚度  $k_{p,i}$  和阻尼  $c_{p,i}$ 。

$$k_{p,i} = m_{p,i} (2\pi f_{p,i})^2 \quad (38)$$

$$c_{p,i} = 2\xi_{p,i} m_{p,i} (2\pi f_{p,i}) \quad (39)$$

式中:  $m_{p,i}$  为人体的整体质量。

### 3 结构加速度响应预测步骤

根据人群-结构耦合系统运动方程及其谱分析解、屈伸律动荷载功率谱矩阵以及屈伸律动者 SMD 参数,可按以下步骤预测屈伸律动人群作用下结构加速度响应:

(1) 通过现场动力测试或有限元建模获得结构动力特性  $M_v$ 、 $C_v$  和  $K_v$ 。

(2) 根据结构的动力特性确定节拍器(或外部激励)频率。例如可基于共振假定选择与结构某一振型相同的频率。

(3) 由式(37)~式(39)生成人群的  $C_p$  和  $K_p$  矩阵,人体质量矩阵  $M_p$  可按规范<sup>[25]</sup>取每个人 70 kg,  $W=700$  kN。

(4) 根据  $M_v$ 、 $C_v$ 、 $K_v$ 、 $M_p$ 、 $C_p$ 、 $K_p$  的值由式(20)~式(22)计算耦合系统的频响函数  $H(f)$ ,在试验时记录人群的站位获得定位矩阵  $L_p$ 。

(5) 根据 2.1 节的步骤模拟功率谱矩阵  $G(f)$ 。

(6) 确定加速度计算点的模态值  $\Phi_{cs}$ 。

(7) 根据由式(25)计算检查点加速度  $a(t)$  的功率谱  $g_a(f)$ ,最后由式(27)计算均方根加速度  $a_{rms}$ 。

## 4 试验验证

### 4.1 试验楼板动力特性

试验场地是同济大学物美实验室第 2 层的大跨楼板,楼面尺寸为 60 m×36 m,整个楼面分成 5×3 个隔间,每个隔间的尺寸为 12 m×12 m,试验在楼板中心区域进行,如图 3 所示。



图 3 试验场地

Fig. 3 Experimental site

为获得结构的自振频率、阻尼比、模态质量和振型等动力特性,需对楼板开展模态锤击试验。测试设备包括朗斯(LC0132T)高灵敏度压电加速度传感器、DASP 数据采集系统和力锤。模态试验中加速度传感器布置网格如图 4 所示,每排布置 9 个传感器,传感器间隔以 1.2 m 等间距排列。

测试过程中,力锤分别在 A、B 两点进行锤击。每次锤击结束后保持静止 30 s,等待楼板振动衰减完成。每排测试完成后,所有加速度传感器按图中箭头方向移动至下一排。测试共进行 6 组,得到楼板 54 个不同位置处的振动衰减信号。

试验结束后,将采集到的加速度时程导入 DASP

软件内置的 ERA 分析模块，可以计算出楼板的动力特性。其前 4 阶固有频率、阻尼比、模态质量(振型最大值归一化)以及振型如图 5 所示。

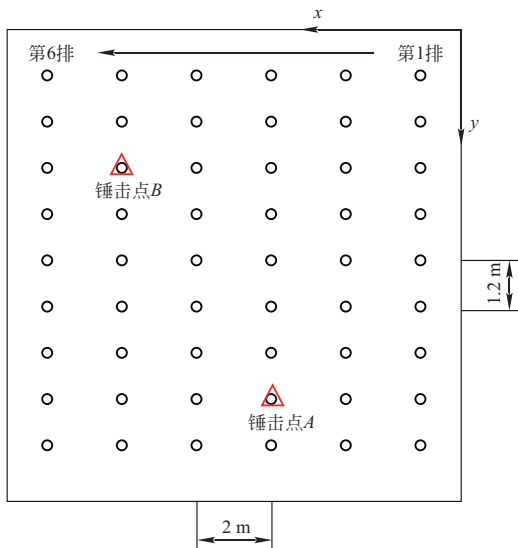
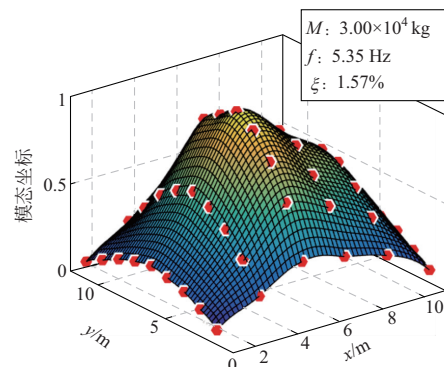


图 4 楼板动力测试

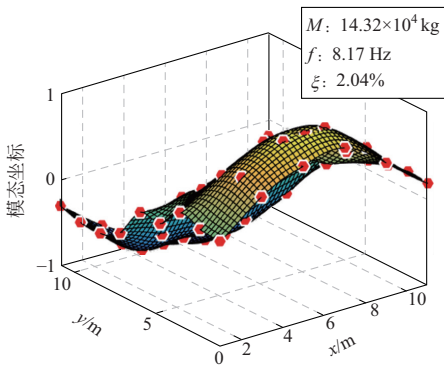
Fig. 4 Tests on dynamic response

#### 4.2 人群屈伸律动试验

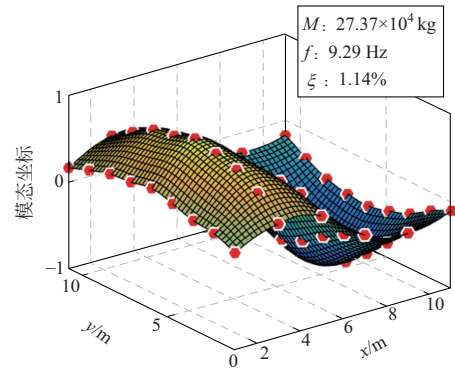
试验共有 64 名志愿者参与(图 6)，共设置 8 种不同人数的试验工况，分别为 64、49、36、25、16、9、4 和 1，人群间隔 0.9 m 均匀的分布在楼板中心，如图 7 所示，将每个志愿者编号并记录每个编号所对应测试者的体重(表 3)和站位。



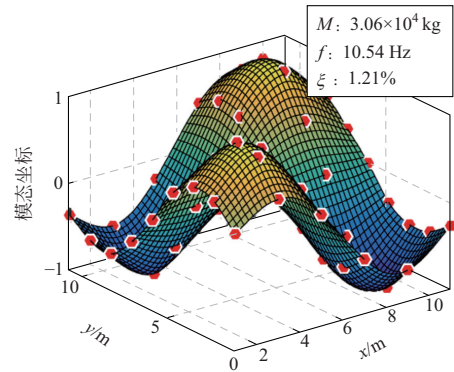
(a) 1阶振型



(b) 2阶振型



(c) 3阶振型



(d) 4阶振型

图 5 楼板的前 4 阶振型

Fig. 5 The first four vibration modes of floor



图 6 64 人屈伸律动

Fig. 6 Bouncing of sixty-four persons

表 3 64 位测试者体重信息

Table 3 Weights of sixty-four persons

编号	体重/kg	编号	体重/kg	编号	体重/kg	编号	体重/kg
1	71.4	9	77.2	17	67.9	25	61.1
2	66.5	10	70.1	18	70.5	26	63.8
3	65.7	11	65.6	19	68.8	27	62.2
4	65.5	12	71.2	20	60.7	28	59.1
5	65.0	13	68.2	21	65.9	29	65.7
6	67.2	14	60.1	22	66.0	30	65.2
7	67.3	15	73.4	23	63.4	31	77.3
8	72.5	16	69.1	24	78.3	32	65.3

续表 3

编号	体重/kg	编号	体重/kg	编号	体重/kg	编号	体重/kg
33	59.9	41	65.3	49	67.1	57	68.2
34	77.7	42	70.0	50	46.7	58	56.5
35	75.3	43	69.6	51	63.9	59	66.4
36	65.5	44	58.6	52	75.3	60	77.7
37	56.9	45	60.6	53	59.9	61	67.7
38	64.0	46	62.0	54	73.3	62	67.3
39	66.0	47	63.6	55	69.3	63	62.1
40	68.8	48	64.9	56	66.8	64	66.8

由试验测得结构的 1 阶自振频率为 5.34 Hz，因此，本文选取 2.7 Hz 节拍器频率为屈伸律动的引导频率，其荷载的 2 倍频与结构 1 阶频率相近，使结构发生共振。每个工况重复两次，每次持续约 30 s。试验过程中，加速度传感器记录楼板中心加速度时程，

图 8 为部分工况下的时程曲线图。

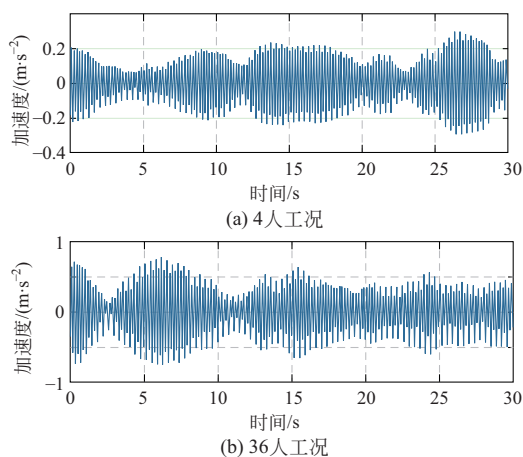


图 8 楼板实测加速度响应

Fig. 8 Measured acceleration responses of floor

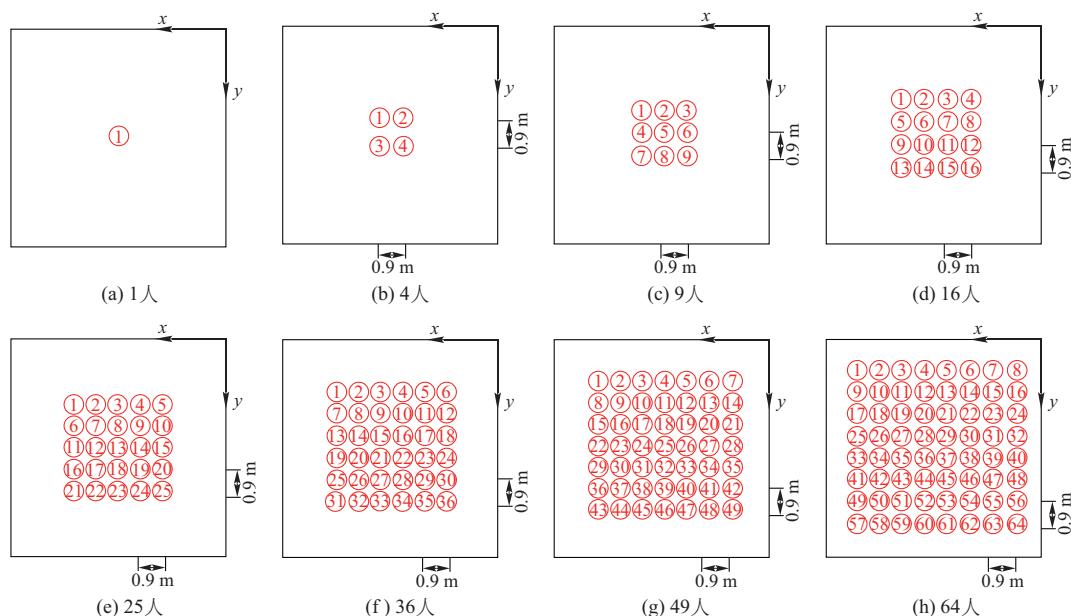


图 7 人群位置图

Fig. 7 Arrangements of crowd

### 4.3 结构响应结果分析

对不同工况下的实测加速度响应求均方根值，将结果绘制于图 9 中(红色图标)。从图中可以得出，随着人数从 1 人增加至 36 人，加速度响应持续增大。然而，从 36 人到 64 人的试验工况中，均方根值出现了轻微下降的现象。根据第 3 章中的步骤对结构的加速度响应进行预测，由于功率谱矩阵  $G(f)$  包含了  $f_{b,i}$  和  $\Delta t_i(f_{b,i})$  随机变量，并且考虑人体 SMD 参数的随机性，所以结构加速度响应的  $a_{rms}$  的模型预测值是随机的。因此，对每个工况分别进行 1 000 次蒙特卡罗模拟，计算  $a_{rms}$  模拟结果的 5% 和 95% 分位值，并将

结果绘制在图 9 中(蓝色图标)。从结果可以看出，预测值总体上随着人数的增加呈现增长趋势。同时，随着人数的增加，预测结果的分位值区间也增长，结构响应的离散性增大，在人群达到一定的规模时，预测值的 5% 分位值有减小的趋势，整体的增长趋势也放缓。一方面，随着人数的增加，人群的随机性增大，导致群体协同性降低。另一方面，如图 7 所示，屈伸律动人群的站位随人数增加逐渐分散在 1 阶振型较小的区域，新增人群的屈伸律动荷载对结构响应的贡献也逐渐减少。此外，由于人群与结构之间的耦合作用，耦合系统的阻尼比随人数增加而提

高,使结构响应的增长幅度逐渐减小,理论预测值趋于稳定。综合以上两方面原因,受随机性等因素影响,当人数更多时,结构响应值略有减小,但仍理论预测值范围内,表明所建议的人群-结构耦合振动模型及谱分析计算方法能合理地预测屈伸律动荷载作用下的结构加速度响应。

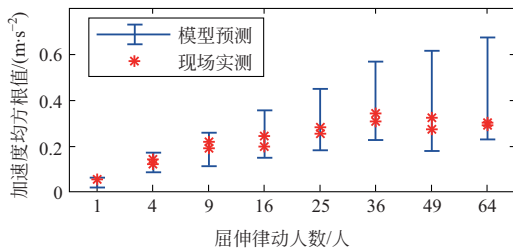


图9  $a_{rms}$  实测值与预测值对比

Fig. 9 Comparison of measured and predicted  $a_{rms}$

## 5 结论与展望

(1) 将结构视为多自由度系统,每个屈伸律动者视为单独的弹簧-质量-阻尼器系统的建模范式,可考虑结构不同模态间的耦合作用以及每个人的振型值及动力特性参数,在此基础上建立的运动方程及其谱分析解可用于计算模态密集及振型复杂结构在人群屈伸律动荷载作用下的振动响应。

(2) 由于人群屈伸律动荷载的随机性和屈伸律动者 SMD 参数的随机性,结构振动响应的离散性随着人数的增大而增加。由于屈伸律动人群的协同性、人群站位的分散性以及人群对结构动力特性的影响,结构振动响应的增长幅度随着人数的增加而逐渐减小。

(3) 当人群密度较大且以行人流的方式行走时,可忽略步行荷载的移动性对结构振动的影响,其荷载作用形式与人群屈伸律动荷载的作用形式一致。通过带入人群步行荷载的功率谱模型及相对的 SMD 参数,论文建立的人群-结构耦合系统运动方程及其谱分析解可推广到人群随机行走和同步行走下的结构响应计算,后续可开展试验验证其准确性。

(4) 当结构振幅较大时,人群倾向调整自身的运动方式,导致其自驱力与刚性地面上的地反力不再一致,因此以刚性地面地反力为基础建立的人群屈伸律动荷载随机场模型可能不再适用,需在柔性结构上开展相关试验获得荷载时程并建立对应的荷载模型。

### 参考文献

[1] 吴刚杰,陈得意,黄仕平,等. 基于随机行走模型的人致振动舒适度研究[J]. 振动与冲击, 2024, 43(9):

226-233. (WU Gangjie, CHEN Deyi, HUANG Shiping, et al. Human induced vibration comfort based on random walk model[J]. Journal of Vibration and Shock, 2024, 43(9): 226-233. (in Chinese))

[2] LEE S H, LEE K K, WOO S S, et al. Global vertical mode vibrations due to human group rhythmic movement in a 39 story building structure [J]. Engineering Structures, 2013, 57: 296-305.

[3] 新华网. 西班牙一音乐节看台坍塌致 300 多人受伤 [EB/OL]. (2018-08-13) [2024-06-27]. [http://www.xinhuanet.com/world/2018-08/13/c\\_1123263554.htm](http://www.xinhuanet.com/world/2018-08/13/c_1123263554.htm).

[4] 陈隽,任静雅,王磊. 多人 Bounce 荷载下结构动力响应折减系数研究[J]. 振动与冲击, 2019, 38(11): 48-53. (CHEN Jun, REN Jingya, WANG Lei. Structural dynamic response reduction factor under crowd Bounce load [J]. Journal of Vibration and Shock, 2019, 38(11): 48-53. (in Chinese))

[5] 庞瑞,王文康,张天鹏,等. 踮脚和跳跃荷载下全装配式 RC 楼盖振动特性试验研究[J]. 工程力学, 2020, 37(11): 209-218, 256. (PANG Rui, WANG Wenkang, ZHANG Tianpeng, et al. Experimental study on the vibration characteristics of untopped precast RC floors under bounce and jumping loads [J]. Engineering Mechanics, 2020, 37(11): 209-218, 256. (in Chinese))

[6] XIONG J C, CHEN J. A spectral model for human bouncing loads[J]. Structural Engineering and Mechanics, 2023, 86(2): 237-247.

[7] JONES C A, REYNOLDS P, PAVIC A. Vibration serviceability of stadia structures subjected to dynamic crowd loads: a literature review[J]. Journal of Sound and Vibration, 2011, 330(8): 1531-1566.

[8] CHEN J, WANG L, RACIC V, et al. Acceleration response spectrum for prediction of structural vibration due to individual bouncing[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2016, 76: 394-408.

[9] ZHANG S G, XU L. Vibration serviceability evaluation of lightweight cold-formed steel floor systems[J]. Structures, 2022, 38: 1368-1379.

[10] USSHER E, ARJOMANDI K, SMITH I. Status of vibration serviceability design methods for lightweight timber floors [J]. Journal of Building Engineering, 2022, 50: 104111.

[11] DONG C Z, BAS S, CATBAS F N. Investigation of vibration serviceability of a footbridge using computer vision-based methods [J]. Engineering Structures, 2020, 224: 111224.

[12] 李俊兴,张文元,丁玉坤,等. 人与结构竖向动力相互作用研究进展及展望[J]. 中南大学学报: 自然科学版, 2021, 52(11): 3943-3957. (LI Junxing, ZHANG Wenyuan, DING Yukun, et al. Progresses and prospects of interaction between humans and structures in vertical direction[J]. Journal of Central South University: Science and Technology, 2021, 52(11): 3943-3957. (in Chinese))

(下转第 60 页)

- numerical studies on galloping of the flat-topped main cables for the long span suspension bridge during construction [J]. *Journal of Wind Engineering and Industrial Aerodynamics*, 2017, 163: 24-32.
- [12] AN Y H, WANG C Q, LI S L, et al. Galloping of steeped main cables in long-span suspension bridges during construction [J]. *Wind and Structures*, 2016, 23 (6): 595-613.
- [13] 王超群. 大跨桥梁钝体断面非线性气弹失稳后状态及自激力特性研究 [D]. 长沙: 湖南大学, 2023. (WANG Chaoqun. Study on nonlinear post-critical aeroelastic instability a self-excited forces of bluff bodies of long-span bridges [D]. Changsha: Hunan University, 2023. (in Chinese))
- [14] HUA X G, WANG C Q, LI S L, et al. Experimental investigation of wind-induced vibrations of main cables for suspension bridges in construction phases [J]. *Journal of Fluids and Structures*, 2020, 93: 102846.
- [15] WANG C Q, HUA X G, HUANG Z W, et al. Post-critical behavior of galloping for main cables of suspension bridges in construction phases [J]. *Journal of Fluids and Structures*, 2021, 101: 103205.
- [16] DENG Y C, LI S Y, CHEN Z Q. Experimental investigation on wake-induced vibrations of the hangers of suspension bridges based on three-dimensional elastic test model [J]. *Engineering Structures*, 2021, 234: 111985.

李寿英(1977— ),男,博士,教授。主要从事大跨桥梁抗风和结构减震控制方面的研究。

李林玉(2000— ),女,硕士研究生。主要从事大跨桥梁抗风方面的研究。

邓羊晨(1991— ),男,博士,讲师。主要从事大跨桥梁抗风方面的研究。

陈政清(1947— ),男,博士,教授。主要从事桥梁的风致振动和控制方法研究。

(上接第 36 页)

- [13] VAN NIMMEN K, LOMBAERT G, DE ROECK G, et al. The impact of vertical human-structure interaction on the response of footbridges to pedestrian excitation [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2017, 402: 104-121.
- [14] CAPRANI C C, AHMADI E. Formulation of human-structure interaction system models for vertical vibration [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2016, 377: 346-367.
- [15] 朱前坤, 刘路路, 杜永峰, 等. 考虑行人-结构相互作用的悬挑钢筋桁架楼承板振动控制研究 [J]. *建筑结构学报*, 2018, 39(1): 99-108. (ZHU Qiankun, LIU Lulu, DU Yongfeng, et al. Human-induced vibration and control for cantilever steel bar truss deck slab based on pedestrian-structure interaction [J]. *Journal of Building Structures*, 2018, 39(1): 99-108. (in Chinese))
- [16] 操礼林, 吕亚兵, 曹栋, 等. 行人动力学参数对大跨简支人行桥人致振动的影响分析 [J]. *东南大学学报: 自然科学版*, 2020, 50(2): 260-266. (CAO Lilin, LÜ Yabing, CAO Dong, et al. Influence analysis of pedestrian dynamic parameters on human-induced vibration of long span simply supported footbridge [J]. *Journal of Southeast University: Natural Science Edition*, 2020, 50(2): 260-266. (in Chinese))
- [17] DOUGILL J W, WRIGHT J R, PARKHOUSE J G, et al. Human structure interaction during rhythmic bobbing [J]. *The Structural Engineer*, 2006, 84(22): 32-39.
- [18] WANG H Q, CHEN J, NAGAYAMA T. Parameter identification of spring-mass-damper model for bouncing people [J]. *Journal of Sound and Vibration*, 2019, 456: 13-29.
- [19] SHAHABPOOR E, PAVIC A, RACIC V. Structural vibration serviceability: New design framework featuring human-structure interaction [J]. *Engineering Structures*, 2017, 136: 295-311.
- [20] ALMEIDA REZENDE F, BRUNET O JR, CARVALHO E M L, et al. Vibration-based sensitivity analysis of a flexible steel footbridge using probabilistic walking models [J]. *Engineering Structures*, 2024, 302: 117343.
- [21] 操礼林, 王念康, 李爱群. 随机行走人群-大跨楼盖耦合振动及 MTMD 减振分析 [J]. *东南大学学报: 自然科学版*, 2023, 53(3): 463-470. (CAO Lilin, WANG Niankang, LI Aiqun. Analysis on coupled vibration of random walking crowd-large span floor and MTMD vibration control [J]. *Journal of Southeast University: Natural Science Edition*, 2023, 53(3): 463-470. (in Chinese))
- [22] 熊杰程, 陈隽. 人群跳跃荷载的互功率谱模型 [J]. *土木工程学报*, 2019, 52(10): 83-92. (XIONG Jiecheng, CHEN Jun. Cross-power spectral density modelling for crowd jumping loads [J]. *China Civil Engineering Journal*, 2019, 52(10): 83-92. (in Chinese))
- [23] 王晋平, 熊杰程, 陈隽. 人群步行荷载的互谱模型及应用 [J]. *土木工程学报*, 2020, 53(7): 12-20. (WANG Jinping, XIONG Jiecheng, CHEN Jun. Cross-spectral model for crowd walking load and its application [J]. *China Civil Engineering Journal*, 2020, 53(7): 12-20. (in Chinese))
- [24] XIONG J C, CHEN J. A random field model of multipoint bouncing loads and its applications [J]. *Structural Control and Health Monitoring*, 2024, 2024(1): 2715182.
- [25] 建筑楼盖结构振动舒适度技术标准: JGJ/T 441—2019 [S]. 北京: 中国建筑工业出版社, 2020. (Technical standard for human comfort of the floor vibration: JGJ/T 441—2019 [S]. Beijing: China Architecture & Building Press, 2020. (in Chinese))

熊杰程(1991— ),男,博士,副教授。主要从事人致振动方面的研究。

刘志豪(2000— ),男,硕士研究生。主要从事人致振动方面的研究。

段淑倩(1991— ),女,博士,教授。主要从事工程防灾方面的研究