文章编号: 1672-9897(2026)02-0050-10 doi: 10.11729/syltlx20230089

柔性翼挥拍运动惯性力及气动力实验测量与分析

林伟腾, 朱博闻, 余永亮*
中国科学院大学 生物运动力学实验室, 北京 100049

摘要: 在蝙蝠扑翼运动过程中, 惯性力和气动力往往同时存在。为研究蝙蝠柔性膜翼挥拍运动的气动特性, 需从耦合的扑翼惯性力与气动力中分离出气动力。本文搭建了基于多目视觉的拍摄平台, 以获取不同属性的柔性膜翼挥拍运动图像, 使用多目视觉算法重构了柔性膜翼变形, 从变形中计算惯性力。通过六维力传感器获得了柔性膜翼实时受力, 从中消除惯性力后得到气动力, 在此基础上分析了惯性力与气动力之间的关系。经短梁标准模型验证, 采用该方法重构的最大变形误差约为 2.36%。研究结果表明: 大柔性膜翼在挥拍运动中显著变形, 变形程度与惯性力和气动力相关; 随着膜翼厚度增大, 惯性力和气动力都有不同程度提高。

关键词: 柔性膜翼; 挥拍运动; 被动变形; 惯性力; 气动力; 多目视觉
中图分类号: O35; V211.7 **文献标识码:** A

Experimental measurement and analysis of inertia force and aerodynamic force in flapping motion of flexible wing

LIN Weiteng, ZHU Bowen, YU Yongliang*
Laboratory for Biomechanics of Animal Locomotion,
University of Chinese Academy of Sciences, Beijing 100049, China

Abstract: Inertia force and aerodynamic force are often coupled in flapping motion. In order to study the aerodynamic characteristics of a bat flexible membrane wing in flapping motion, it is necessary to separate the inertia force and the aerodynamic force to obtain the aerodynamic force. By setting up a photographic platform based on multi-vision, images of flexible membrane wings with different properties were captured, and a multi-vision algorithm was used to reconstruct the deformation of the flexible membrane wing, so the inertia force can be calculated from the deformation. A six-axis force sensor was used to obtain the real-time force of the flexible membrane wing, then the aerodynamic force can be obtained by eliminating the inertia force, and the law between the inertia force and the aerodynamic force was analyzed. A standard model verifies that the deformation error of this method is 2.36%. The results show that the highly flexible wing membrane has a significant deformation during the flapping process, which is related to both inertia force and aerodynamic force. And with the increase of the thickness of the wing membrane, the inertia force and the aerodynamic force are increased to different extents.

Keywords: flexible wing membrane; flapping motion; passive deformation; inertia force; aerodynamic force; multi-vision

收稿日期: 2023-07-07 ; **修回日期:** 2023-09-11 ; **录用日期:** 2023-09-13
基金项目: 国家自然科学基金项目(12172355, 11672291); 中央高校基本科研业务费专项(E1E42201)
* 通信作者 E-mail: ylyu@ucas.ac.cn

引用格式: 林伟腾, 朱博闻, 余永亮. 柔性翼挥拍运动惯性力及气动力实验测量与分析 [J]. 实验流体力学, 2026, 40(2): 50-59.
LIN W T, ZHU B W, YU Y L. Experimental measurement and analysis of inertia force and aerodynamic force in flapping motion of flexible wing[J]. Journal of Experiments in Fluid Mechanics, 2026, 40(2): 50-59.

0　引　言

昆虫、鸟类和蝙蝠是自然界主要的扑翼飞行生物。人们从这些生物中获得启发，研制出各种扑翼微型飞行器[1-5]，以满足民用领域与军用领域的需求。在扑翼过程中，惯性力和气动力同时作用，使柔性翼发生被动变形，变形又对气动力产生影响。为研究扑翼运动中气动力的作用机理，首先需得到扑翼惯性力，进而分离耦合的惯性力与气动力。

昆虫翅膀质量占比较小（约 5%），研究昆虫扑翼飞行时通常忽略其惯性力，或忽略翅膀变形，将其简化为质心或刚性板来计算惯性力[6-7]。与昆虫相比，鸟类翅膀和蝙蝠翼的质量占比通常更大[8]（最大可达 25%[9-10]），且蝙蝠翼柔性极大，扑翼过程中会产生显著的被动变形[11]，产生的惯性力不可忽略。

惯性力在扑翼飞行中的积极作用尚待研究。蜂鸟的飞行方式与昆虫类似，研究发现蜂鸟扑翼飞行中 19% 的惯性力功转化为对飞行有帮助的气动力功[12]。惯性力还可能在机动飞行时发挥作用，Liang 等[13]发现蜻蜓扑翼时的惯性力可以帮助蜻蜓改变飞行方向。Rahman 等[14]对 2 种蝙蝠的平飞和转弯机动飞行开展了实验研究，发现蝙蝠平飞主要由气动力驱动，而惯性力则在转弯机动飞行时发挥关键作用。

在扑翼飞行相关研究中，对惯性力的处理方法主要有 3 种。第 1 种方法是最简单直接的方法，将翼（或翅膀）简化为刚性模型，忽略运动过程中变形带来的惯性力。这种方法仅适用于小变形情况，如尺寸较小、质量较轻的昆虫翅膀，可以忽略小变形影响，适当简化模型。此外，也可仅追踪关键位置（如翼尖或翼骨架关节）的速度，其他位置的速度则沿展向线性插值得到[15]。第 2 种方法是移除翼膜，仅考虑骨架的惯性力[16]。这种方法适用于翼膜惯性较小的情况，如昆虫的翅膀等。第 3 种方法是通过实验直接在真空中测量翼（或翅膀）挥拍时的惯性力[17-18]。在真空中虽可排除气动力，但同时也排除了因气动力导致翼变形而产生的惯性力，与真实情况不符，且实验条件复杂，结果未必可靠。此外，蝙蝠骨架、翼膜的质量分布也会导致蝙蝠翼各部位产生的惯性力不同[19]，需考虑分布惯性力的影响。因此，基于扑翼变形计算扑翼惯性力更为合理和准确。

基于多目视觉的数字图像相关法（Digital Image Correlation, DIC）的原理是：跟踪被测对象表面不同时刻的散斑图案，计算散斑域的灰度值变化，从而获得被测对象表面变形和应变数据。该方法已广泛应用于扑翼变形测量[20-22]。该方法对被测对象运动范围限制较大，通常仅能测量小范围运动与变形，对柔性较大的翼膜大变形捕获效果可能不佳。

为获得大柔性翼挥拍过程中的惯性力，本文建立了蝙蝠翼简化模型（柔性模型翼），采用多视图立体重建方法测量模型翼挥拍运动时的变形分布，基于变形计算分布加速度，进而求得惯性力，而后对力传感器测得的耦合的惯性力和气动力进行分离，并结合变形对扑翼惯性力与气动力进行分析。

1　实验方法

1.1　材料准备和平台搭建

无来流情况下，通过多角度、多相机同步拍摄柔性模型翼挥拍运动，从拍摄图像中重建模型翼的运动和变形，并同步测量模型翼实时受力，剔除基于运动和变形计算得到的惯性力后，获得模型翼的气动力。拍摄平台如图 1（图中 $Oxyz$ 为世界坐标系，$O_{\mathrm{A}}x_{\mathrm{A}}y_{\mathrm{A}}z_{\mathrm{A}}$ 为力传感器坐标系）所示，以 4 台 GoPro HERO10 运动相机组成相机阵列，在拍摄目标两侧斜上方 45°角、距离拍摄目标约 40～50 cm 处同步拍摄模型翼挥拍运动。相机分辨率为 2704 像素 × 1520 像素，拍摄频率为 200 Hz，挥拍频率为 3 Hz，故每个挥拍周期可拍摄 67 组图像，能够有效捕捉运动过程。采用四连杆曲柄摇杆机构实现挥拍运动，挥拍幅度为 60°，下挥拍比（1 次下拍时间与 1 个挥拍周期之比）为 0.5，如图 2 所示（图中 l_1、l_2、l_3、l_4 分别为 O_1 点与 A 点、A 点与 B 点、O_3 点与 B 点、O_1 点与 O_3 点之间的杆长距离）。

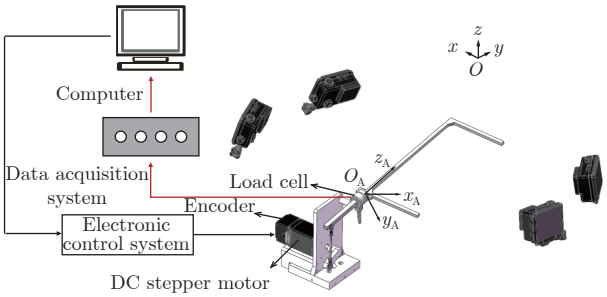


图 1　实验平台示意图

Fig. 1　Sketch map of experimental platform

驱动电机为 28 步进电机，通过驱动器和 Arduino 开发板控制电机转速，进而控制挥拍频率。以光电编码器实时反馈电机位置，构成闭环系统，防止丢步。电机匀速转动，一个周期内的电机角度 α 为：

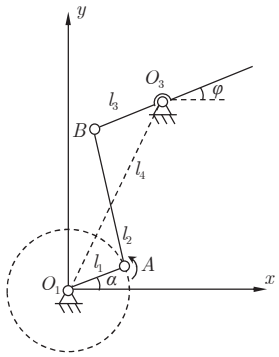


图 2 挥拍机构示意图

Fig. 2 Schematic Diagram of Flapping Mechanism

根据图 2 所示四连杆机构的几何关系，通过式(2)～(3)即可得到一个周期内的挥拍角度 φ(即模型翼与水平面的实时夹角)，如图 3 所示。图中左边灰色部分表示下拍阶段，右边白色部分表示上挥阶段。

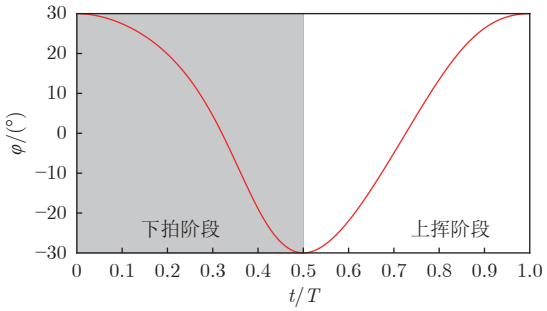


图 3 1 个周期内的挥拍角度

Fig. 3 The flapping angle in one cycle

$$\alpha = 2\pi t^* - \frac{\pi}{2},\ 0 \leqslant t^* \leqslant 1 \tag{1}$$

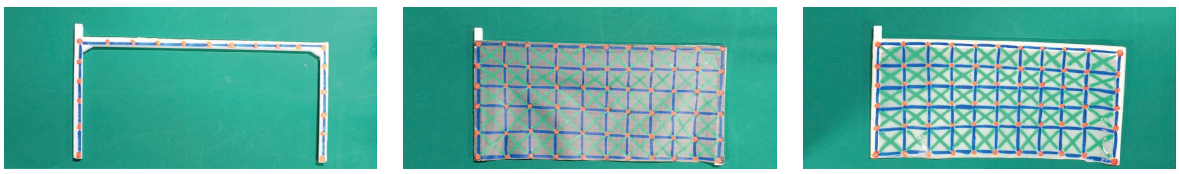
式中：$t^* = t/T$ 为无量纲时间，T 为 1 个运动周期。

$$\varphi = \frac{1}{l_3 \cdot [(y_{O_3} - l_1 \sin\alpha)^2 + (x_{O_3} - l_1 \cos\alpha)^2]} \cdot \left\{ \frac{(y_{O_3} - l_1 \sin\alpha) \cdot [(y_{O_3} - l_1 \sin\alpha) \cdot y_{O_3} + (x_{O_3} - l_1 \cos\alpha) x_{O_3} - c_0] - |x_{O_3} - l_1 \cos\alpha|}{\sqrt{l_3^2 (y_{O_3} - l_1 \sin\alpha)^2 + l_3^2 (x_{O_3} - l_1 \cos\alpha)^2 - [(y_{O_3} - l_1 \sin\alpha) \cdot y_{O_3} + (x_{O_3} - l_1 \cos\alpha) \cdot x_{O_3} - c_0]^2}} \right\} \tag{2}$$

$$c_0 = \frac{1}{2}(l_2^2 - l_1^2 - l_3^2 + x_{O_3}^2 + y_{O_3}^2) \tag{3}$$

式中：x_{O_3}、y_{O_3} 为 O_3 的 x 坐标与 y 坐标。

为探究翼膜对惯性力的影响，暂不考虑骨架形状的影响，将翼型简化为矩形骨架(无膜翼)，翼长 180 mm，弦长 80 mm，以 PLA+材料通过 3D 打印制成，如图 4(a)所示。为研究翼膜质量和柔性对挥拍运动惯性力的影响，以矩形骨架为基础，分别粘上尼龙膜和乳胶膜制成尼龙膜翼(图 4(b))和乳胶膜翼(图 4(c))，材料参数见表 1。



(a) 无膜翼 (b) 尼龙膜翼 (c) 乳胶膜翼

图 4 带有标记点的矩形翼

Fig. 4 Rectangular wing with marked points

表 1 模型翼膜和骨架的材料参数

Table 1 Material parameters of the model wing's membrane and skeleton

材料	密度 ρ/(kg·m^{-3})	弹性模量 E/MPa	厚度 h/mm	弯曲模量 E_b/MPa
PLA+	1300	4000	5	1913
尼龙	629	2500	0.07	—
乳胶	1520	0.66	0.30	—

为捕捉模型翼的运动和变形，在无膜翼和有膜翼上标记 12 和 24 个点。六维力传感器(Nano17E, ATI)固定于翼根处，测量挥拍运动时整个模型翼受到的力。传感器参数见表 2。

表 2 力传感器量程和分辨率

Table 2 Range and resolution of the force sensor

参数	量程	分辨率
F_x, F_y	25 N	1/160 N
F_z	35 N	1/160 N
T_x, T_y, T_z	250 N·mm	1/32 N·mm

1.2 变形测量方法

为有效测量模型翼运动过程中的变形量，编写了基于多目视觉原理的 MATLAB 程序 BatTracker，用于从不同角度拍摄的图像对中计算得到标记点的三维坐标。将三维坐标系(世界坐标系)中的被测对

象经刚体变换和透射投影变换转换至像素坐标系(即相机拍摄的二维图像)中，如图 5 所示。2 次变换对应的矩阵即为相机的外参矩阵和内参矩阵，分别与相机位置和相机参数相关。从二维图像计算标记点三维坐标的 BatTracker 程序界面如图 6 所示，图 6(a)～(d)为 4 个角度下相机同步拍摄的图像，(e)为重构标记点的三维坐标。



图 5　坐标系变换关系

Fig. 5　The relation of coordinate system transformation

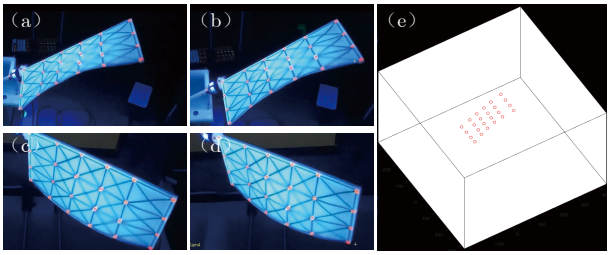


图 6　以 BatTracker 程序计算标记点的三维坐标

Fig. 6　The BatTracker program calculates the three-dimensional coordinates of the marked points

对相机进行标定，以获得相机的内参矩阵和外参矩阵。张正友标定法[23]是常用的相机标定方法，可用于标定相机位姿和参数。本文使用一块 12 × 9 棋盘格氧化铝基板标定板，每个棋盘格边长 10 mm。标定过程如下：将标定板平放于实验台上，使用不同角度和位置的相机拍摄棋盘格，得到多幅图像。基于 MATLAB 工具箱的相机标定应用，可以从多幅图像中得到相机的内参矩阵和外参矩阵。

对变形测量方法进行验证及误差分析。在变形测量实验中，误差主要来源于相机标定的系统误差和人工标记点的人为误差。为验证变形测量方法的有效性，对标准模型进行预实验，计算实验的系统误差和人为误差。首先，计算静态测量的精度：用 4 台相机从不同角度拍摄 5 组静态模型翼(见表 3)，重建后的展长和弦长平均值分别为 184.02 和 79.31 mm，与真实展长 180 mm 和弦长 80 mm 相比，相对误差分别为 2.23% 和 0.86%，可见静态重建结果比较准确。

再对动态测量精度进行计算。以 3D 打印矩形短梁作为标准模型，其有效长度 L = 8 cm，其他参数和实验所用的矩形骨架相同，如图 7 所示。短梁以 1 Hz 频率做挥拍运动，拍摄其运动过程。标准模型尺寸及运动频率较小，可以忽略变形，理论运动幅度可根据几何关系直接得到：短梁中心点距转轴 80 mm，挥拍角度为 60°，因此短梁中心点在竖直方向上的运动幅度为 80 mm。使用 BatTracker 程序标记短梁的 2 个端点，重建短梁中心点的运动，得到中心点在竖直方向上的运动幅度为 81.89 mm，相对误差为 2.36%，与静态重建的误差相近。

表 3　静态测量结果

Table 3　Static measuring results

组次	展长/mm	弦长/mm
1	182.89	78.72
2	182.52	78.99
3	185.73	79.61
4	184.66	79.55
5	184.30	79.68

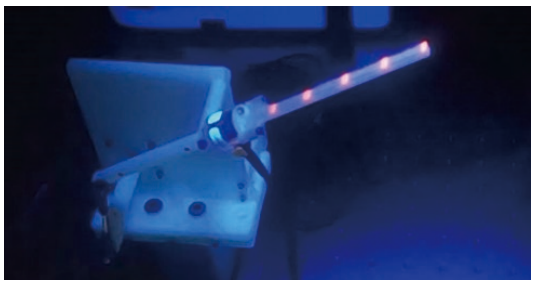


图 7　用于方法验证的标准模型

Fig. 7　Standard model for method validation

1.3　惯性力测量方法

为计算模型翼的运动惯性力，首先需从运动变形数据中拟合出运动曲线。采用 BatTracker 程序计算出各时刻所有标记点的三维坐标值，通过线性插值得到以标记点为角点的单元中心点坐标。挥拍运动具有周期性，本文采用七阶傅里叶函数拟合翼膜单元中心点运动曲线和骨架中心点运动曲线，结果较为准确。第 i 个单元中心点坐标的拟合方程为：

$$\begin{cases} x_i = a_{i0} + \sum\limits_{n=1}^{7}\left[a_{in}\cos(n\omega t) + b_{in}\sin(n\omega t)\right] \\ y_i = c_{i0} + \sum\limits_{n=1}^{7}\left[c_{in}\cos(n\omega t) + d_{in}\sin(n\omega t)\right] \\ z_i = e_{i0} + \sum\limits_{n=1}^{7}\left[e_{in}\cos(n\omega t) + f_{in}\sin(n\omega t)\right] \end{cases} \tag{4}$$

式中：$\omega = 2\pi/T$ 为角频率；a_{i0}、c_{i0}、e_{i0} 为 0 阶傅里叶系数；a_{in}～f_{in} 为第 n 阶傅里叶系数；n 表示第 n 阶，最高 7 阶；x_i、y_i、z_i 为第 i 个单元中心点的 x、y、z 坐标。采用式(5)分别对骨架和翼膜的单元惯性力积分，即可得到两者的惯性力[19-21]：

$$\begin{cases} F_{Ix} = -\sum_{i=1} m_i \ddot{x}_i \\ F_{Iy} = -\sum_{i=1} m_i \ddot{y}_i \\ F_{Iz} = -\sum_{i=1} m_i \ddot{z}_i \end{cases} \tag{5}$$

式中：F_{Ix}、F_{Iy}、F_{Iz}分别为模型翼骨架或翼膜在x、y、z方向上的惯性力；$\ddot{x}_i$、$\ddot{y}_i$、$\ddot{z}_i$分别为第i个单元中心点在x、y、z方向上的加速度；m_i为第i个单元的质量。

划分的单元越小，计算结果越准确。已有研究中划分的单元节点间距约为1～3 cm[19-20]。本实验中翼膜标记点的弦向间距为2.6 cm，展向间距为3.6 cm，由于挥拍频率较低，翼膜变形量的局部空间差异较小，可对惯性力进行合理估算。

采用图7的标准模型验证惯性力实验方法的有效性，在1 Hz挥拍频率下测量模型惯性力，并与理论值对比。忽略短梁变形，其质心坐标可直接由式(2)得到：

$$\begin{cases} x = 0 \\ y = \dfrac{L}{2}\cos\varphi \\ z = \dfrac{L}{2}\sin\varphi \end{cases} \tag{6}$$

升力方向和推力方向的惯性力理论值为：

$$\begin{cases} F_{Iz} = -m_0 L \ddot{z} \\ F_{Ix} = 0 \end{cases} \tag{7}$$

式中：m_0为单位长度短梁的质量，其大小为1.82×10^{-4} kg/cm；$\ddot{z}$为短梁质心坐标的加速度。

图8为实验值和理论值的对比。实验得到的推力和升力的时均误差分别为4.24×10^{-5}和9.59×10^{-5} N。

1.4 气动力测量方法

固定于翼根处的ATI六维力传感器测量的是模型翼受到的气动力和惯性力之和。力传感器记录的力分量基于传感器坐标系定义，需先转换至模型翼坐标系，再转换至世界坐标系，世界坐标系与力传感器测量坐标系如图1所示。坐标转换关系如下：

$$\begin{cases} F_x = -F_{Ax}\sin\beta - F_{Ay}\cos\beta \\ F_y = F_{Az}\cos\varphi - (F_{Ax}\cos\beta - F_{Ay}\sin\beta)\sin\varphi \\ F_z = F_{Az}\sin\varphi + (F_{Ax}\cos\beta - F_{Ay}\sin\beta)\cos\varphi \end{cases} \tag{8}$$

式中：F_x、F_y、F_z为世界坐标系下的力分量，F_{Ax}、F_{Ay}、F_{Az}为力传感器直接测得的力分量；β为力传感器测量坐标系x–y平面与模型翼坐标系x–y平面的夹角，$\beta = 48°$。

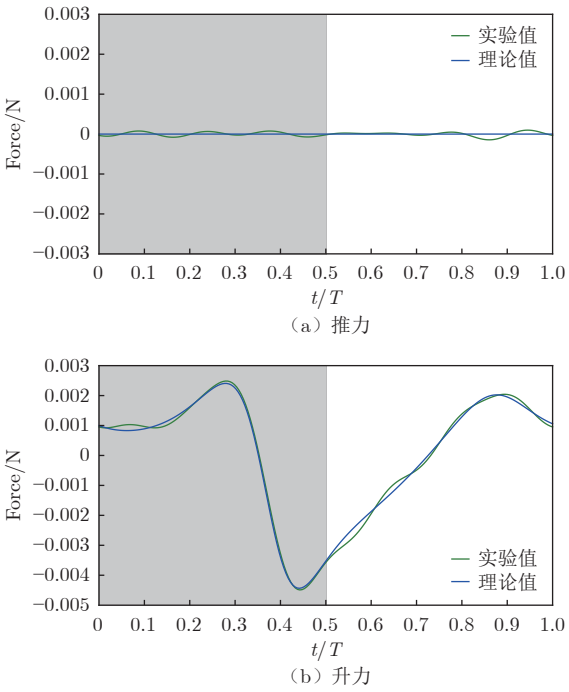


图8 惯性力实验值与理论值对比

Fig. 8 Comparison of experimental and theoretical values of inertia forces

实验挥拍频率为3 Hz。根据采样定理，采样频率不低于有效信号最高频率的2倍，方能完整保留原始信号。设定传感器有效采样频率为1 kHz，并采用巴特沃斯低通滤波器去除高频噪声。若设计的实际截止频率为9 Hz，通带纹波应不大于3 dB，阻带衰减不小于60 dB。根据设计原则确定巴特沃斯低通滤波阶数为3，对测力数据进行滤波处理，处理结果如图9所示。

对测力数据进行误差分析。使用质量分别为5、10、50和100 g的标准砝码对ATI六维力传感器进行标定，每个砝码取1000个数据点的平均值作为测量结果。假设当地重力加速度为9.8 m/s^2，则真实值和测量误差如表4所示。结果表明，测量值越大，相对误差越小。本实验中测量的受力量级约为0.1 N，相对误差约为1.02%，力传感器的量程和分辨率(见表2)能够满足实验要求。已有的应用和研究[24-25]表明，该传感器在运动状态下仍能得到较准确的测量结果。

2 实验结果分析

2.1 尼龙膜翼实验结果分析

采用BatTracker重构无膜翼和尼龙膜翼在3 Hz

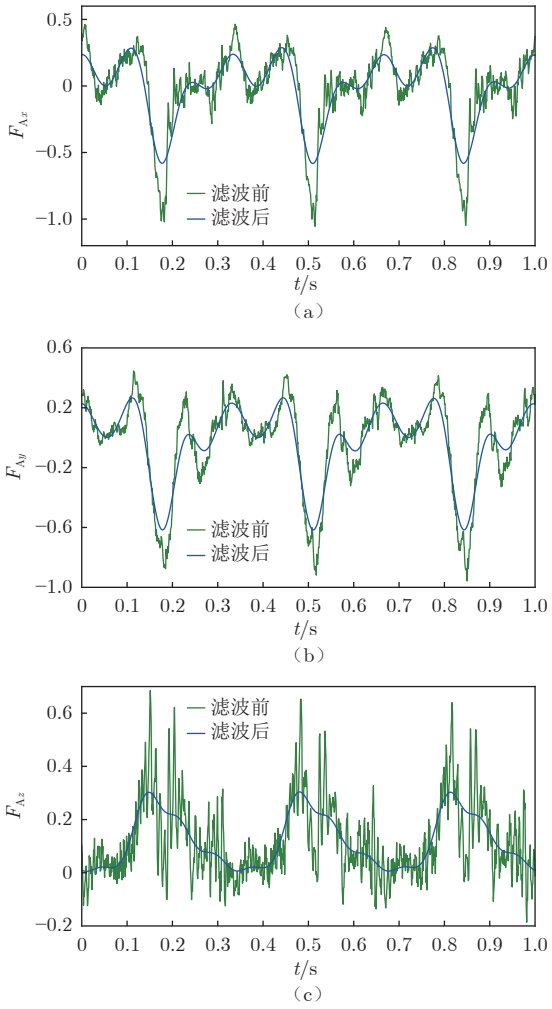


图 9　ATI 力传感器数据滤波前后对比

Fig. 9　Comparison of ATI force sensor data before and after filtering

表 4　ATI 力传感器测量误差

Table 4　Force sensor measurement error

砝码质量/g	重量真实值/N	重量测量值/N	误差值/N	相对误差
5	0.049	0.047	0.002	4.08%
10	0.098	0.097	0.001	1.02%
50	0.490	0.491	0.001	0.20%
100	0.980	0.982	0.002	0.20%

频率下的挥拍运动，结果如图 10 和 11 所示（图中为前视图，即 y–z 平面图）。

以翼尖弦长的中点在竖直方向上的移动距离定义幅值位移。受惯性影响，与基于刚性体计算的挥拍运动位移幅值相比，变形后的尼龙膜翼的位移幅值扩大了 18.8 mm，而无膜翼的位移幅值几乎不变。

图 12 展示了升力和推力方向上，一个周期内尼龙膜翼的惯性力变化。图中灰色虚线表示一个周期内挥拍角度的变化曲线。可以看出，整体（翼膜+骨架）惯性力曲线与骨架惯性力曲线高度重合，表明惯性力主要来源于骨架，翼膜惯性力很小。其原因在于：尼龙膜密度较小，且弹性模量较大、被动变形较小，导致其惯性力较小。升力方向上，惯性力在下拍和上挥的转换阶段达到峰值。尽管尼龙膜惯性力很小，但尼龙膜翼骨架部分的惯性力峰值稍大于无膜翼。结合变形结果来看，翼膜的存在增大了模型翼在挥拍方向上的变形。无膜翼惯性推力曲线正负波动的最大幅度大于尼龙膜翼骨架的惯性推力曲线。从变形上观察，翼膜约束了挥拍运动中骨架在推力

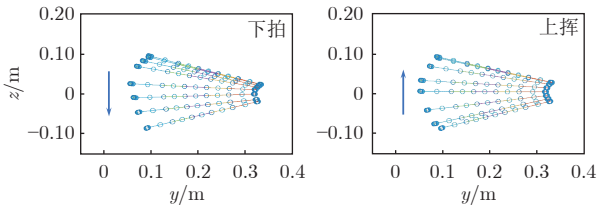


图 10　无膜翼的运动重建结果

Fig. 10　Kinematic reconstruction of membraneless wing

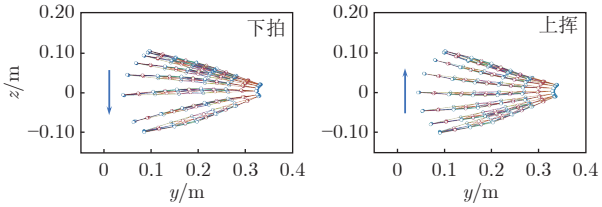


图 11　尼龙膜翼的运动重建结果

Fig. 11　Kinematic reconstruction of nylon membrane wing

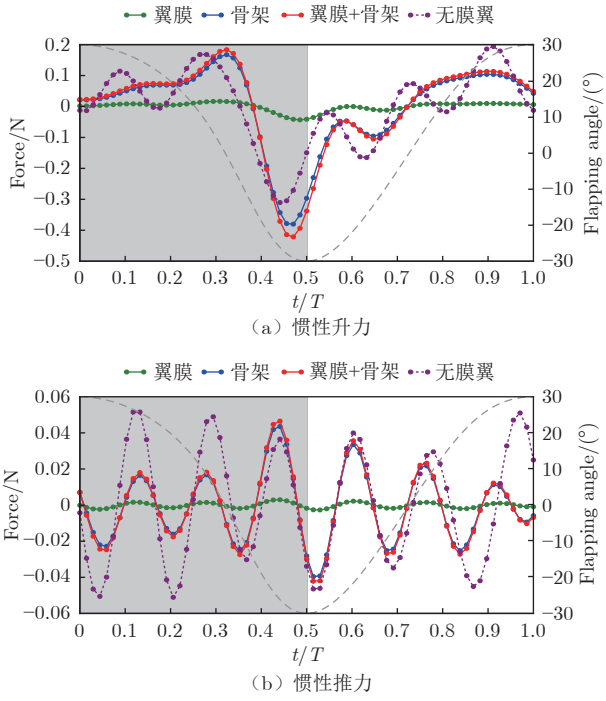


图 12　尼龙膜翼的惯性力

Fig. 12　Inertia force of nylon membrane wing

方向上的扩张，从而减弱了该方向上的惯性力。

实验在零来流、零迎角条件下进行，理论上推力应近似为 0，但实验结果表明仍存在一定推力（比升力低一个量级），且同样在下拍和上挥的转换阶段达到峰值。这可能是由于模型翼在挥拍运动中发生了扭转变形，改变了有效迎角，进而影响了推力。

计算了扭转角（展长中心处的中心弦线绕前缘旋转的角度）。实际计算时，将前后缘中点连线作为中心弦线，其与翼面（刚性翼面）的夹角即为扭转角。从图 13 中可以看到，模型翼发生了明显的扭转变形，在下拍阶段产生正向扭转，达到扭转角峰值后逐渐恢复，在上挥阶段以相同规律产生反向扭转。

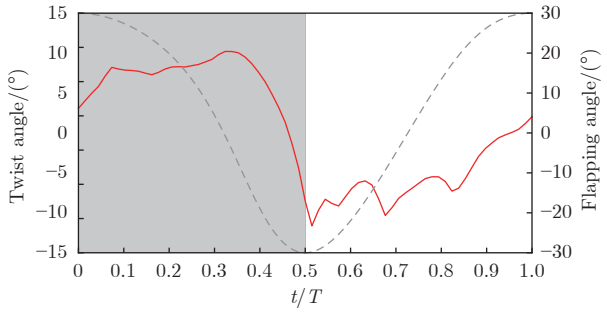


图 13 中心展长处的翼弦绕前缘的扭转角

Fig. 13 Twist angle of the wing chord around the leading edge at the center of the span

弦向截面上的弯曲变形称为“弓形变形”[26]。以翼膜拱起高度衡量，即 z 方向上翼膜相对于弦线的变形，如图 14 右上角小图所示：下拍阶段翼膜向上拱起，翼膜最大弓形变形（$z_{\max}/c$）始终保持正值，上挥阶段则相反；下拍和上挥阶段的最大弓形变形波动都不大，两者在转换阶段则会受惯性影响发生变形突变。此外，由于翼膜两边都与骨架相连，最大弓形变形主要集中于翼展中段（展向位置 y/c）。

从升力和推力方向的测力数据中分别剔除基于变形计算得到的惯性力，即可得到模型翼受到的气

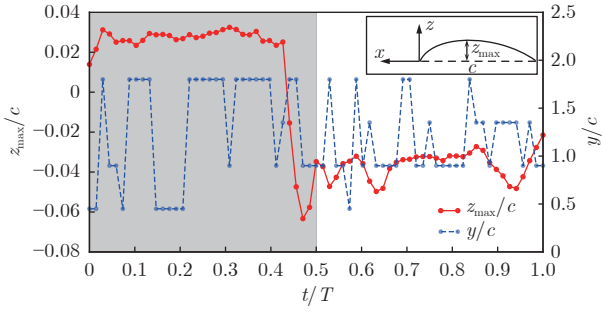


图 14 尼龙膜翼最大弓形变形及其展向位置

Fig. 14 Maximum camber and its spanwise location of nylon membrane wing

动升力和推力，如图 15 所示。可以看到，在下拍阶段，模型翼主要产生正升力，上挥阶段则主要产生负升力，符合挥拍运动的气动力规律。惯性力量级与升力相当，在下拍转换为上挥时，惯性力峰值甚至大于升力峰值，可见惯性力影响不可忽略。

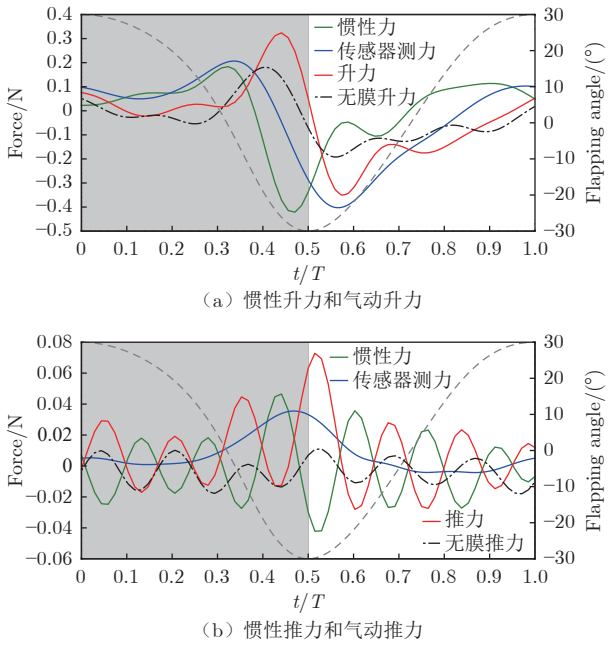


图 15 尼龙膜翼的惯性力和气动力

Fig. 15 Inertia and aerodynamic forces of nylon membrane wings

2.2 乳胶膜翼实验结果分析

采用 BatTracker 重构了翼膜厚度为 0.3 mm 的乳胶膜翼在 3 Hz 频率下的挥拍运动。与基于刚性体计算的挥拍运动位移幅值相比，运动变形的乳胶膜翼的位移幅值扩大了 28.1 mm，比相同频率下尼龙膜翼和无膜翼的位移幅值扩大得更大，如图 16 所示。

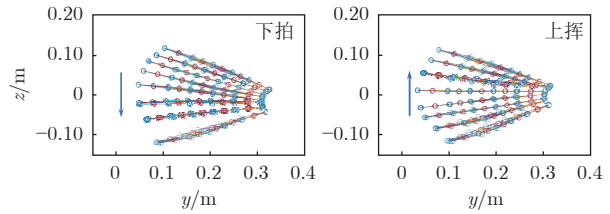


图 16 乳胶膜翼运动重建结果

Fig. 16 Kinematic reconstruction of latex membrane wing

图 17 展示了升力和推力方向上，一个周期内的乳胶膜翼惯性力变化。与尼龙膜翼类似，升力方向上的惯性力在下拍与上挥的转换阶段达到峰值；不同的是，密度更大、弹性模量更小的乳胶翼膜在升力方向上的惯性力峰值明显大于尼龙翼膜。乳胶翼膜的惯性力峰值大于其骨架的惯性力峰值，整体（翼

膜+骨架)惯性力不再以骨架惯性力为主。尼龙膜翼和乳胶膜翼的翼膜惯性力曲线相位均滞后于骨架惯性力曲线，这是由于骨架在翼根处主动运动，翼膜被动运动，导致运动相位滞后。

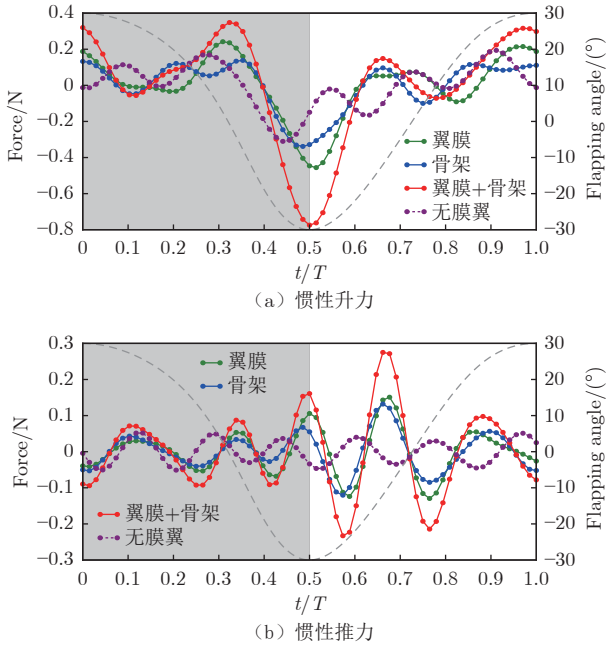


图 17　乳胶膜翼的惯性力

Fig. 17　Inertia force of latex membrane wing

如图 18 所示：与尼龙膜翼不同，柔性更大的乳胶膜翼的最大弓形变形(z_{max}/c)不再呈现出下拍与上挥阶段“拱起”方向相反的规律，而是表现出更复杂的波动变化，变形幅值也更大；与尼龙膜翼相比，乳胶膜翼最大弓形变形出现的位置(y/c)更加分散。

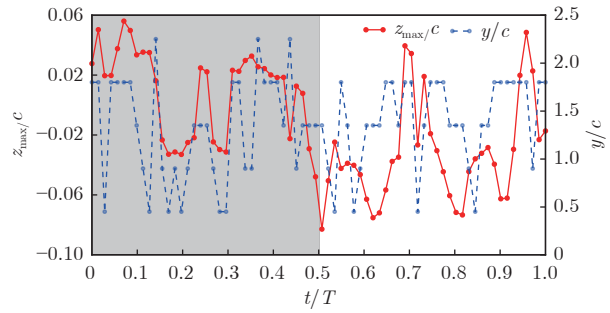


图 18　乳胶膜翼的最大弓形变形及其展向位置

Fig. 18　Maximum camber and its spanwise location of latex membrane wing

从升力和推力方向上的测力数据中分别剔除惯性力，即可得到乳胶膜翼受到的升力和推力，如图 19 所示。与尼龙膜翼的升力曲线相似，乳胶膜翼在下拍阶段主要产生正升力，上挥阶段则主要产生负升力。惯性力与升力量级相当，在下拍转换为上挥时，惯性力峰值略大于升力峰值。乳胶膜翼的正负升力峰值均大于尼龙膜翼的正负升力峰值，这是由于柔性更大的材料被动变形更大，气动力也更大。尼龙膜翼和乳胶膜翼的升力峰值均明显大于无膜翼，可见柔性膜翼有效提升了升力。

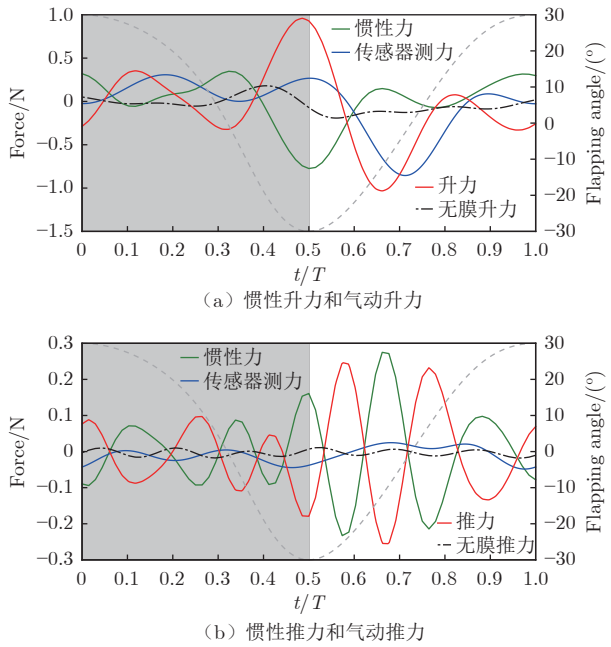


图 19　乳胶膜翼的惯性力和气动力

Fig. 19　Inertia and aerodynamic forces of latex membrane wings

2.3　翼膜厚度的影响

为探究翼膜厚度对气动特性的影响，对厚度为 0.3、0.5、0.8、1.0 和 1.5 mm 的乳胶翼膜惯性力和气动力进行对比分析。不同厚度翼膜的弯曲刚度(EI，E 为材料弹性模量，I 为截面惯性矩)如表 5 所示。

表 5　不同厚度翼膜的弯曲刚度

Table 5　Flexural stiffness of membranes with different thicknesses

翼膜厚度h/mm	翼膜弯曲刚度EI/(10^{-5} N·m^2)
0.3	1.188 × 10^{-2}
0.5	5.5 × 10^{-2}
0.8	0.2253
1.0	0.44
1.5	1.485

从图 20 的惯性力曲线看出，随着翼膜厚度增大，惯性影响逐渐增强，惯性力峰值增大，相位滞后也更大。图 21 的气动力曲线也呈现出相似规律：随着厚度增大，气动力峰值增大，相位滞后更显著。结合图 22 的挥拍运动位移幅值扩大变形来看：厚度较小时，随着厚度增大，位移幅值扩大变形迅速增大；

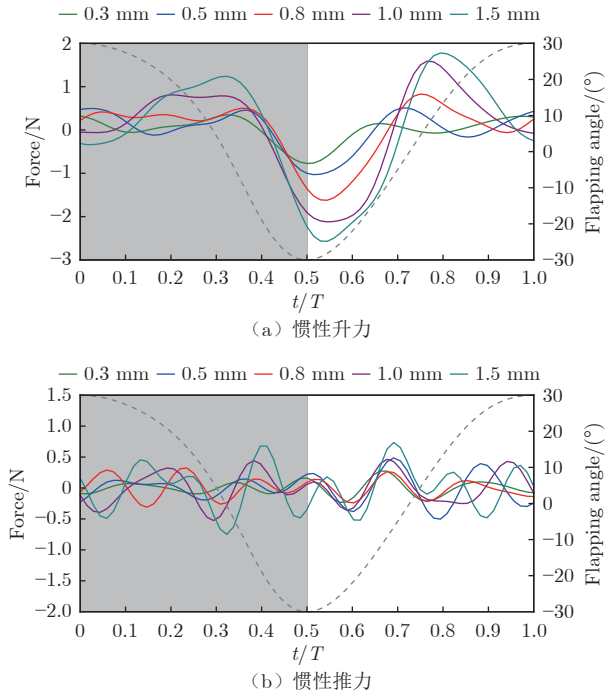


图 20 不同厚度柔性翼的惯性力

Fig. 20 Inertia forces of flexible wings with different thicknesses

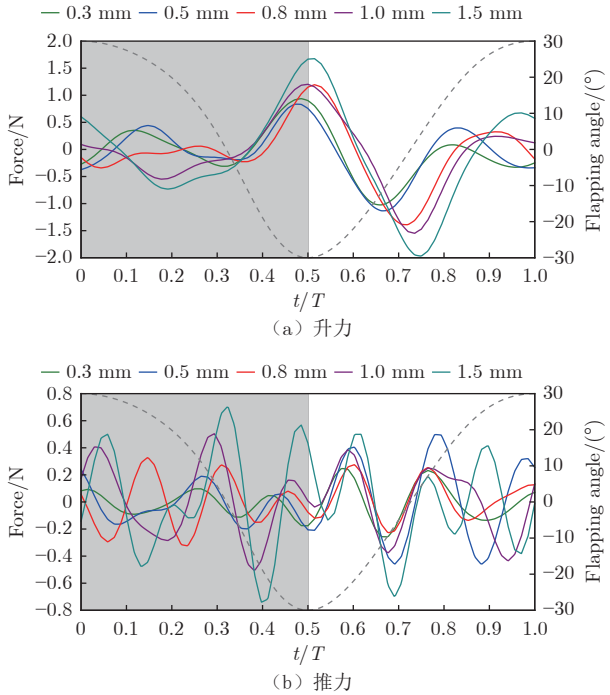


图 21 不同厚度柔性翼的气动力

Fig. 21 Aerodynamic forces of flexible wings with different thicknesses

厚度较大时，翼膜弯曲刚度也显著增大，位移幅值扩大变形变化不大。厚度增大导致惯性效应增强，使得位移幅值扩大变形增大，惯性力和气动力增大；但厚度增大带来的气动力提升似乎不足以抵消质量负载的增大，这可能也是蝙蝠翼膜很薄的原因。

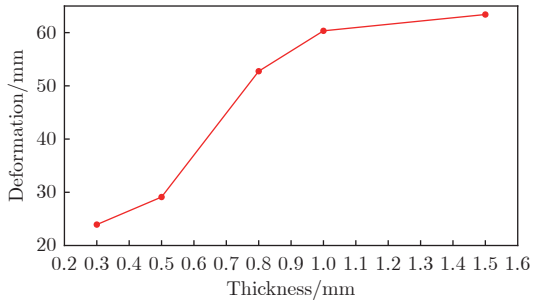


图 22 不同厚度柔性翼的挥拍运动位移幅值扩大变形

Fig. 22 Flapping amplitude expansion of flexible wings with different thicknesses

3 结 论

本文搭建了基于多目视觉的拍摄平台，获取了柔性膜翼挥拍运动图像，采用多目视觉算法从二维图像中重构了运动过程并获得了实时变形量，从力传感器测得的受力中剔除了基于变形计算得到的惯性力，获得了气动力数据。对柔性膜翼的变形、惯性力与气动力数据进行了分析，主要结论如下：

1)基于多目视觉的动态柔性翼重建方法的测量误差约为 2.36%，实现了动态大变形翼挥拍运动中的变形、惯性力与气动力测量。

2)无膜翼、尼龙膜翼和乳胶膜翼均存在不同程度的挥拍运动位移幅值扩大。柔性较大的乳胶膜翼变形更大，惯性力和气动力也更大。挥拍运动中的扭转变形导致了推力的产生。尼龙膜翼和乳胶膜翼的最大弓形变形主要出现于翼展中段，但柔性较大的乳胶翼膜的最大弓形变形位置更加分散，波动变化也更大。

3)随着翼膜厚度增大，模型翼的被动变形增大，惯性力和气动力增大且相位滞后，但与惯性力相比，增大的气动力仍然更小，尤其是当翼膜厚度较大时，继续增大翼膜厚度可能无法有效提升气动效率。

参考文献：

[1] BUNGET G, SEELECKE S. BATMAV: a biologically inspired micro-air vehicle for flapping flight: kinematic modeling[C]//Proc of the Active and Passive Smart Structures and Integrated Systems. 2008. doi: 10.1117/12.776365

[2] BUNGET G. BATMAV: a bio-inspired micro-air vehicle for flapping flight[M]. Raleigh: North Carolina State University, 2010.

[3] KARÁSEK M, MUIJRES F T, De WAGTER C, et al. A tailless aerial robotic flapper reveals that flies use torque coupling in rapid banked turns[J]. Science, 2018, 361(6407): 1089-1094. doi: 10.1126/science.aat0350

[4] DONG X, LI D C, XIANG J W, et al. Design and experimental study of a new flapping wing rotor micro aerial vehicle[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2020, 33(12): 3092-3099.
doi: 10.1016/j.cja.2020.04.024

[5] RAMEZANI A, CHUNG S J, HUTCHINSON S. A biomimetic robotic platform to study flight specializations of bats[J]. Science Robotics, 2017, 2(3): eaal2505.
doi: 10.1126/scirobotics.aal2505

[6] TAYLOR G K, THOMAS A L R. Dynamic flight stability in the desert locust Schistocerca gregaria[J]. Journal of Experimental Biology, 2003, 206(16): 2803-2829.
doi: 10.1242/jeb.00501

[7] SONG J L, LUO H X, HEDRICK T L. Performance of a quasi-steady model for hovering hummingbirds[J]. Theoretical and Applied Mechanics Letters, 2015, 5(1): 50-53.
doi: 10.1016/j.taml.2014.12.003

[8] XU R, ZHANG X D, LIU H. Effects of wing-to-body mass ratio on insect flapping flights[J]. Physics of Fluids, 2021, 33(2): 021902.
doi: 10.1063/5.0034806

[9] RISKIN D K, BERGOU A, BREUER K S, et al. Upstroke wing flexion and the inertial cost of bat flight[J]. Proceedings of the Royal Society B: Biological Sciences, 2012, 279(1740): 2945-2950.
doi: 10.1098/rspb.2012.0346

[10] HEDRICK T L, USHERWOOD J R, BIEWENER A A. Low speed maneuvering flight of the rose-breasted cockatoo (*Eolophus roseicapillus*). II. Inertial and aerodynamic reorientation[J]. The Journal of Experimental Biology, 2007, 210(Pt 11): 1912-1924.
doi: 10.1242/jeb.002063.

[11] FAN X Z, SWARTZ S M, BREUER K. Power requirements for bat-inspired flapping flight with heavy, highly articulated and cambered wings[J]. Journal of the Royal Society Interface, 2022, 19(194): 20220315.
doi: 10.1098/rsif.2022.0315

[12] WEIS-FOGH T. Energetics of hovering flight in hummingbirds and in drosophila[J]. Journal of Experimental Biology, 1972, 56(1): 79-104.
doi: 10.1242/jeb.56.1.79

[13] LIANG B, SUN M. Dynamic flight stability of a hovering model dragonfly[J]. Journal of Theoretical Biology, 2014, 348: 100-112.
doi: 10.1016/j.jtbi.2014.01.026

[14] RAHMAN A, TAFTI D. Role of wing inertia in maneuvering bat flights[J]. Bioinspiration & Biomimetics, 2023, 18(1): 016007.
doi: 10.1088/1748-3190/ac9fb1

[15] FAN X Z, BREUER K. Low-order modeling of flapping flight with highly articulated, cambered, heavy wings[J]. AIAA Journal, 2022, 60(2): 892-901.
doi: 10.2514/1.j060661

[16] YUSOFF H, ABDULLAH M Z, M ABDUL MUJEEBU, et al. Effect of skin flexibility on aerodynamic performance of flexible skin flapping wings for micro air vehicles[J]. Experimental Techniques, 2015, 39(1): 11-20.
doi: 10.1111/ext.12004

[17] WU P, STANFORD B K, SÄLLSTRÖM E, et al. Structural dynamics and aerodynamics measurements of biologically inspired flexible flapping wings[J]. Bioinspiration & Biomimetics, 2011, 6(1): 016009.
doi: 10.1088/1748-3182/6/1/016009

[18] HOPE D K, DELUCA A M, O'HARA R P. Investigation into Reynolds number effects on a biomimetic flapping wing[J]. International Journal of Micro Air Vehicles, 2018, 10(1): 106-122.
doi: 10.1177/1756829317745319

[19] YIN D F, ZHANG Z S, DAI M. Effects of inertial power and inertial force on bat wings[J]. Zoological Science, 2016, 33(3): 239-245.
doi: 10.2108/zs150182

[20] YIN D F, ZHANG Z S. The inertial power and inertial force of robotic and natural bat wing[J]. Comptes Rendus Mécanique, 2016, 344(3): 195-207.
doi: 10.1016/j.crme.2015.11.002

[21] YANG X W, SONG B F, YANG W Q, et al. Study of aerodynamic and inertial forces of a dovelike flapping-wing MAV by combining experimental and numerical methods[J]. Chinese Journal of Aeronautics, 2022, 35(6): 63-76.
doi: 10.1016/j.cja.2021.09.020

[22] TIOMKIN S, RAVEH D E. A review of membrane-wing aeroelasticity[J]. Progress in Aerospace Sciences, 2021, 126: 100738.
doi: 10.1016/j.paerosci.2021.100738

[23] ZHANG Z Y. A flexible new technique for camera calibration[J]. IEEE Transactions on Pattern Analysis and Machine Intelligence, 2000, 22(11): 1330-1334.
doi: 10.1109/34.888718

[24] BLEISCHWITZ R, De KAT R, GANAPATHISUBRAMANI B. On the fluid-structure interaction of flexible membrane wings for MAVs in and out of ground-effect[J]. Journal of Fluids and Structures, 2017, 70: 214-234.
doi:10.1016/j.jfluidstructs.2016.12.001

[25] ADDO-AKOTO R, HAN J S, HAN J H. Aerodynamic characteristics of flexible flapping wings depending on aspect ratio and slack angle[J]. Physics of Fluids, 2022, 34(5): 051911.
doi:10.1063/5.0094820.

[26] 朱博闻, 余永亮. 仿蝙蝠翼变形挥拍的气动力特性研究[J]. 中国科学院大学学报, 2025, 42(3): 304-314.
ZHU B W, YU Y L. Study on aerodynamic characteristics of deforming bat-like wing in forward flight[J]. Journal of University of Chinese Academy of Sciences, 2025, 42(3): 304-314.
doi: 10.7523/j.ucas.2023.051



作者简介：

林伟腾（1997—），男，广东茂名人，硕士研究生。研究方向：生物运动力学。

E-mail: linweiteng20@mails.ucas.ac.cn

（编辑：秦虹）