

DOI: 10.20040/j.cnki.1000-7709.2025.20250587

# 考虑非恒定摩阻的超长引水隧洞水电站非线性暂态响应特性研究

郭文成, 王 乐, 舒柯栋

(华中科技大学土木与水利工程学院, 湖北 武汉 430074)

**摘要:** 非恒定摩阻在管道系统的水锤现象中具有非常复杂的作用, 对于超长引水隧洞电站, 充分考虑非恒定摩阻的影响十分必要。对此, 开展考虑基于非恒定摩阻的超长引水隧洞水电站非线性暂态响应特性研究。首先, 利用特征线法建立了基于瞬时加速度的非恒定摩阻的超长引水隧洞水电站系统模型, 然后进行该模型在负荷及频率扰动下的仿真计算, 最后使用伯德图法对该模型在频率扰动下的稳定性进行评估, 并结合能量方程研究非恒定摩阻参数对系统稳定性的影响。结果表明, 管道的非恒定摩阻主要作用于超长引水隧洞电站水轮机快速响应阶段。局部加速度影响系数( $k_1$ )、对流加速度影响系数( $k_2$ )增大时, 系统稳定性变差。此外,  $k_1$ 、 $k_2$ 的变化对系统在受到高频扰动时表现得更加敏感。

**关键词:** 水电站; 超长引水隧洞; 非恒定摩阻; 水力参数; 响应特性

**中图分类号:** TV734.4

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1000-7709(2025)09-0187-05

## 1 引言

在超长引水隧洞管道非恒定流分析时通常以瞬变管流基本方程为基础, 在摩阻项的处理中采用恒定状态下关系式, 这导致测试结果与一维瞬态流计算模型的计算结果之间出现差异<sup>[1]</sup>。为更好地理解 and 预测水锤现象中的能量变化, 需充分考虑非恒定摩阻的影响。目前, 已有一些考虑非恒定摩阻的水电站系统模型的研究; 如周领等<sup>[2]</sup>将非恒定摩阻引入水流冲击滞留气团的计算来预测瞬变过程中压力波动和能量衰减情况; YANG L Q 等<sup>[3]</sup>研究了考虑非恒定摩阻的水锤模型中管道系统摩擦阻力和节流孔板局部阻力对能量的耗散效应; PAN B 等<sup>[4]</sup>得出恒定摩阻只消耗能量, 而非恒定摩阻和管壁黏弹性既能保存能量又能消耗能量; WAN W 等<sup>[5]</sup>表明相较于非恒定摩阻, 恒定摩阻模型低估了在第一个波动周期后的管道能量损失; DUAN H F 等<sup>[6]</sup>研究发现粘弹性效应和非恒定摩阻分别作用于低频和高频的水锤波动。现有研究主要考虑非恒定摩阻相较于恒定摩阻模型对能量变化的影响, 本文进一步研究了非恒定

摩阻对流道及调压室的能量转换特性的影响以及非恒定摩阻对系统稳定性的影响机理。同时实现了对考虑非恒定摩阻的超长引水隧洞水电站在负荷扰动及频率扰动下的暂态响应过程的仿真。针对考虑非恒定摩阻的超长引水隧洞水电站在负荷扰动及频率扰动下水轮机与调压室的暂态响应过程及在频率扰动下流道与调压室的能量转化特征进行研究, 利用特征线法建立考虑非恒定摩阻的超长引水隧洞水电站系统模型, 进行该模型下超长引水隧洞水电站遭受负荷扰动、频率扰动仿真计算; 使用伯德图法对该模型下超长引水隧洞水电站在频率扰动下的稳定性进行评估, 并结合能量方程研究非恒定摩阻参数对系统稳定性的影响, 以期为工程实践提供指导。

## 2 数学模型

对于超长引水隧洞水电站, 其边界条件的模型已非常成熟, 本文则重点介绍管道模型及水流能量方程, 并基于特征线法建立考虑非恒定摩阻的超长引水隧洞水电站的瞬态响应系统模型。

弹性管道中水流的一维瞬态流动可以用连续性方程和动量方程<sup>[7-8]</sup>来表示:

**收稿日期:** 2025-04-01, **修回日期:** 2025-05-28

**基金项目:** 国家自然科学基金项目(52379089)

**作者简介:** 郭文成(1988-), 男, 副教授、博导, 研究方向为水电能源系统过渡过程与控制, E-mail: wencheng@hust.

$$\begin{cases} \frac{\partial H}{\partial t} + V \frac{\partial H}{\partial l} - V \sin\theta + \frac{a^2}{g} \frac{\partial V}{\partial l} = 0 \\ \frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial l} + g \frac{\partial H}{\partial l} + \frac{4}{\rho D} \tau_w = 0 \end{cases} \quad (1)$$

式中,  $H$  为测压管水头, m;  $t$  为时间, s;  $V$  为管道水流平均流速, m/s;  $l$  为沿管道纵轴的纵坐标, m;  $\theta$  为管道轴线与水平面的夹角;  $a$  为波速, m/s;  $g$  为重力加速度,  $\text{m/s}^2$ ;  $\rho$  为水密度, 取  $1\,000\text{ kg/m}^3$ ;  $D$  为管道直径, m;  $\tau_w$  为管壁摩擦力,  $\text{kg}/(\text{m} \cdot \text{s}^2)$ 。

$\tau_w$  由稳态摩阻  $\tau_{ws}$  与非恒定摩阻  $\tau_{wu}$  组成, 即  $\tau_w = \tau_{ws} + \tau_{wu}$ 。  $\tau_{ws}$ 、 $\tau_{wu}$  表达式<sup>[9]</sup>为:

$$\begin{cases} \tau_{ws} = \rho f V |V| / 8 \\ \tau_{wu} = \frac{\rho D}{4A} \left( k_t \frac{\partial Q}{\partial t} + \text{sign}(Q) a k_l \left| \frac{\partial Q}{\partial l} \right| \right) \end{cases} \quad (2)$$

式中,  $f$  为摩擦系数;  $A$  为管道截面积,  $\text{m}^2$ ;  $k_t$  为局部加速度影响系数;  $Q$  为管道流量,  $\text{m}^3/\text{s}$ ;  $\text{sign}(Q)$  为  $Q$  的符号函数;  $a$  为波速, m/s;  $k_l$  为对流加速度影响系数。

采用特征线法, 可将式(1)转化成为:

$$C^+ : \begin{cases} \frac{dQ}{dt} + \frac{gA}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{4A}{\rho D} \tau_w = 0 \\ dl/dt = a \end{cases} \quad (3)$$

$$C^- : \begin{cases} \frac{dQ}{dt} - \frac{gA}{a} \frac{dH}{dt} + \frac{4A}{\rho D} \tau_w = 0 \\ dl/dt = -a \end{cases} \quad (4)$$

式(3)、(4)可以被转化成为离散表达式:

$$\begin{cases} C^+ : Q_i^{n+1} = C_P - C_a H_i^{n+1} \\ C^- : Q_i^{n+1} = C_N + C_a H_i^{n+1} \end{cases} \quad (5)$$

其中  $C_a = B/(1 + k_t)$

式中,  $Q_i^{n+1}$  为管段  $i$  处第  $n+1$  时刻的流量;  $C_P$  为正向特征线相关系数;  $C_N$  为负向特征线相关系数;  $H_i^{n+1}$  为管段  $i$  第  $n+1$  时刻的水头;  $B$  为管道特性常数。

通过式(5), 可得  $Q_i^{n+1} = (C_P + C_N)/2$ 、 $H_i^{n+1} = (C_P - C_N)/(2C_a)$ 。

管道系统中水流的能量变化可有效体现超长引水隧洞水电站的瞬态响应, 而管道系统中水流能量方程可通过对式(1)进行积分得到:

$$\begin{cases} U = \frac{\rho A g^2}{2a^2} \int H^2 dt \\ T = \frac{\rho A}{2} \int V^2 dt \\ D' = \frac{4}{D} \int \tau_w Q dl \end{cases} \quad (6)$$

式中,  $U$  为管道内水流的弹性势能, J;  $T$  为管道内水流的动能 J;  $D'$  为水流由于摩擦阻力损失能量

的速率, J/s。

### 3 考虑非恒定摩阻的超长引水隧洞水电站暂态响应

基于数学模型分析负荷扰动及频率扰动两种工况下超长引水隧洞水电站暂态响应过程。所采用的超长引水隧洞水电站基本参数中额定水头  $H_0 = 288.0\text{ m}$ , 额定流量  $Q_0 = 228.6\text{ m}^3/\text{s}$ , 调压室面积  $F = 208\text{ m}^2$ , 超长引水隧洞长度  $L_H = 16\,662.16\text{ m}$ , 超长引水隧洞断面面积  $f_H = 56.55\text{ m}^2$ , 超长引水隧洞水头损失  $h_{H0} = 23.04\text{ m}$ , 压力管道长度  $L_P = 557.3\text{ m}$ , 压力管道断面面积  $f_P = 33.35\text{ m}^2$ , 压力管道水头损失  $h_{P0} = 5.76\text{ m}$ , 调速器参数  $K_P = 2.15$ ,  $K_i = 0.25\text{ s}$ ,  $K_d = 1.2\text{ s}^{-1}$ 。

在机组额定负荷工况下, 取机组的负荷扰动为突减 5%、10% 额定负荷, 超长引水隧洞水电站受负荷扰动后机组暂态响应见图 1 (图 1 中  $\Delta M_g$  为机组负荷扰动量)。

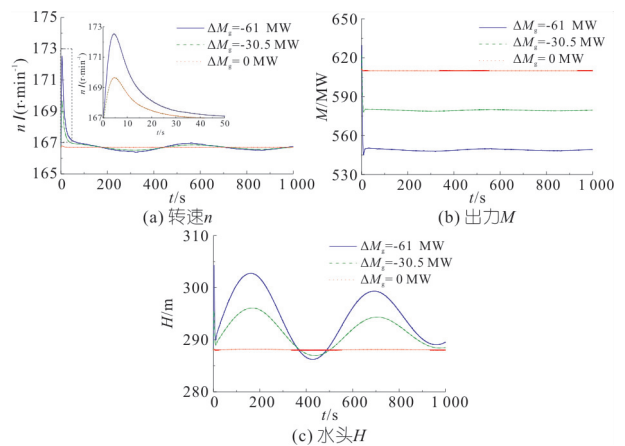


图 1 超长引水隧洞水电站在负荷扰动突减负荷下机组与调压室暂态响应时域图

Fig. 1 Time-domain diagram of the transient response of units and surge tank in the hydropower station with SLHT under step power disturbance

分析图 1 可知, 超长引水隧洞水电站在额定负荷运行时突减负荷, 机组转速先上升后下降, 随后在额定转速附近波动, 机组出力相较于机组转速更快地下降至与负荷相匹配的程度。机组水头先急速上升, 然后急速下降至 289 m 附近。

在机组额定负荷工况下, 取机组的阶跃频率扰动为额定负荷工况下分别突减 0.025、0.050 Hz。超长引水隧洞水电站受阶跃频率扰动后机组暂态响应见图 2 (图 2 中,  $\Delta n_{ref}$  为机组阶跃频率扰动量)。由图 2 可知, 超长引水隧洞水电站在遭受阶跃频率扰动后由于频率偏差, 机组转速、水头、出力均表现出先增大后减小的变化趋势, 同时

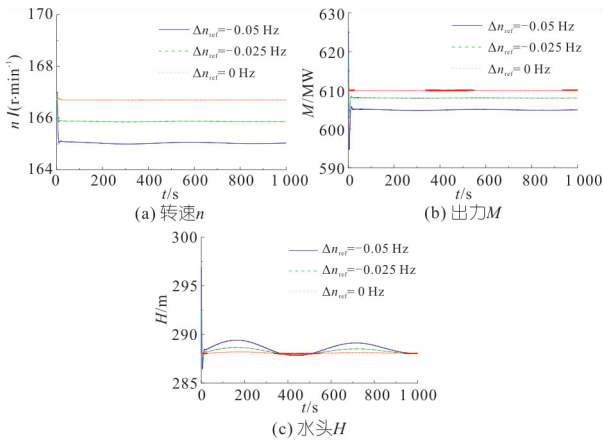


图 2 超长引水隧洞水电站在阶跃频率扰动下水轮机与调压室暂态响应时域图

Fig. 2 Time-domain diagram of the transient response of units and surge tank in the hydropower station with SLHT under step frequency disturbance

阶跃频率扰动越大各变量的变化幅度越大。

### 4 考虑非恒定摩阻的超长引水隧洞水电站暂态特性

基于建立的系统模型,使用伯德图法进一步研究非恒定摩阻参数对系统稳定性的影响,分析考虑非恒定摩阻的超长引水隧洞水电站暂态特性。

#### 4.1 局部加速度影响系数

在额定负荷工况下,对超长引水隧洞水电站施加的正弦波频率扰动的振幅为 0.001 p. u.,相当于电网频率中 0.05 Hz 的扰动振幅,扰动的振荡频率范围为 0.001~1 Hz。局部加速度影响系数  $k_t$  分别取值为 0、 $k_{t0}$ 、 $2k_{t0}$ 、 $3k_{t0}$ ,所得频率扰动伯德图见图 3。

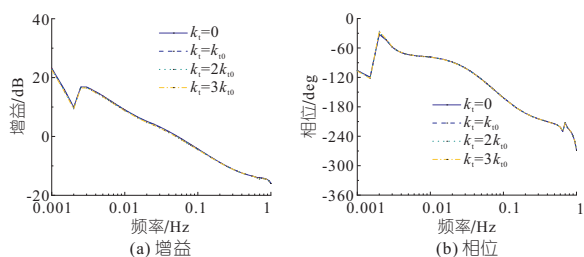


图 3 局部加速度影响系数  $k_t$  作用下超长引水隧洞水电站频率扰动伯德图

Fig. 3 Bode diagram of frequency disturbance in the hydropower station with super long headrace tunnel under the effect of local acceleration coefficient  $k_t$

分析图 3 可知,当  $k_t$  由 0 逐渐增大到  $3k_{t0}$  时,超长引水隧洞水电站的增益裕度与相位裕度均减小,可见在频率响应下的稳定性变差。不同  $k_t$  取值下的增益与相位未见明显差异。局部加速度影响系数  $k_t$  分别取值为 0、 $k_{t0}$ 、 $2k_{t0}$ 、 $3k_{t0}$  时,超长引水隧洞水电站在正弦波扰动频率为 0.002、0.002 5、0.67 Hz 下的流道能量变化见图 4。

由图 4(a)~(d)可知,当  $k_t$  增大时,流道能

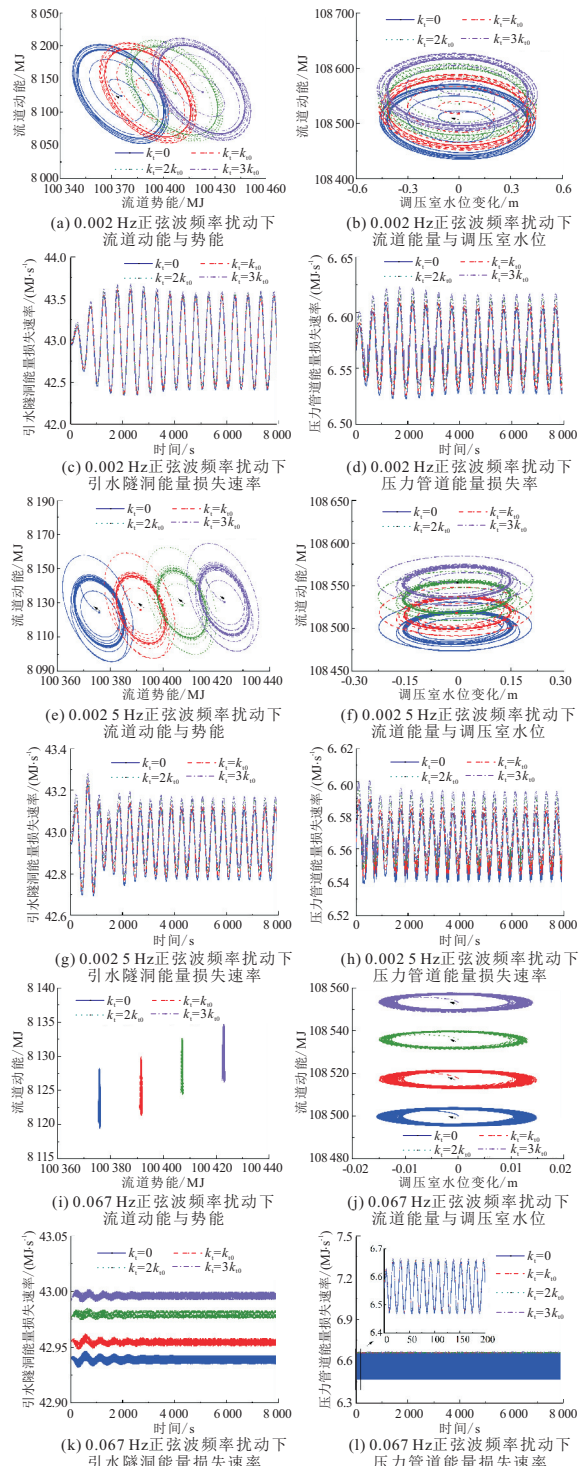


图 4 不同局部加速度影响系数时正弦波频率扰动下超长引水隧洞水电站流道能量与调压室水位暂态响应

Fig. 4 Transient response of tunnel energy and surge tank water level in ultra-long diversion tunnel hydropower station under sinusoidal frequency disturbance with different local acceleration influence coefficients

量及流道能量损失速率的波动幅度均增大,调压室水位波动幅度不变。流道势能波动幅度小于流道动能波动幅度。从流道能量损失速率来看,两者均呈现出先增大后减小的波动幅度,并以约 500 s 的周期进行波动, $k_t$  增大时流道的能量损失速率波动均值增大。不同的  $k_t$  取值下流道势

能波动差距较大,其原因是增大  $k_{10}$  会使得恒定流水头损失增加,为保持水轮机组工作水头取值不变,增大了上下游水位差值。

由图 4(e)~(h)可知,当  $k_1$  增大时,流道能量及流道能量损失速率的波动幅度增大,调压室水位波动幅度减小。流道势能波动幅度小于流道动能波动幅度。从流道能量损失速率来看,两者均呈现出先快速增大后减小至稳定的波动幅度,在稳定的波动幅度下以 400 s 为周期进行稳定波动,同时波峰与波谷均显现出以 1 500 s 的大周期进行波动,  $k_1$  增大时流道能量损失速率波动均值增大。

由图 4(i)~(l)可知,当  $k_1$  增大时,流道能量及流道能量损失速率的波动幅度增大,调压室水位波动幅度减小。流道势能波动幅度远小于流道动能波动幅度。从流道能量损失速率来看,引水隧洞能量损失速率在小尺度上以 16 s 的周期进行波动,而在大尺度上以 500 s 的周期进行波动,同时受到调压室水位波动与频率扰动信号的影响,并且引水隧洞能量损失速率随  $k_1$  增大而增大;压力管道能量损失速率则以 16 s 的周期进行波动,仅收到频率扰动信号的影响,  $k_1$  变化对于引水隧洞能量损失速率的影响更大。

#### 4.2 对流加速度影响系数

在额定负荷工况下,对超长引水隧洞水电站施加的正弦波频率扰动的振幅为 0.001 p. u., 相当于电网频率中 0.05 Hz 的扰动振幅,扰动的振荡频率范围为 0.001~1 Hz。对流加速度影响系数  $k_1$  分别取值为 0、 $k_{10}$ 、 $2k_{10}$ 、 $3k_{10}$ , 所得频率扰动伯德图见图 5。分析图 5 可知,当  $k_1$  由 0 逐渐增大到  $3k_{10}$  时,超长引水隧洞水电站的增益裕度及相位裕度均减小。不同  $k_1$  取值下的系统增益及相位未见明显差异。局部加速度影响系数  $k_1$  分别取值为 0、 $k_{10}$ 、 $2k_{10}$ 、 $3k_{10}$  时,超长引水隧洞水电站在正弦波扰动频率为 0.002、0.002 5、0.67 Hz 下的流道能量变化见图 6。

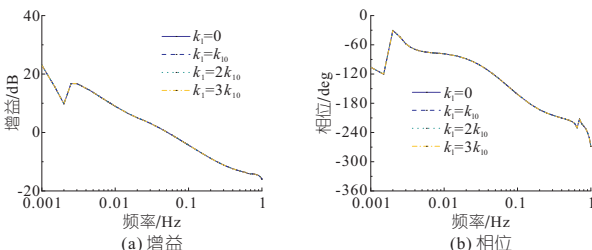


图 5 对流加速度影响系数  $k_1$  作用下超长引水隧洞水电站频率扰动伯德图

Fig. 5 Bode diagram of frequency disturbance in the hydropower station with super long headrace tunnel under the effect of convective acceleration coefficient  $k_1$

由图 6(a)~(d)可知,当  $k_1$  增大时,流道势能

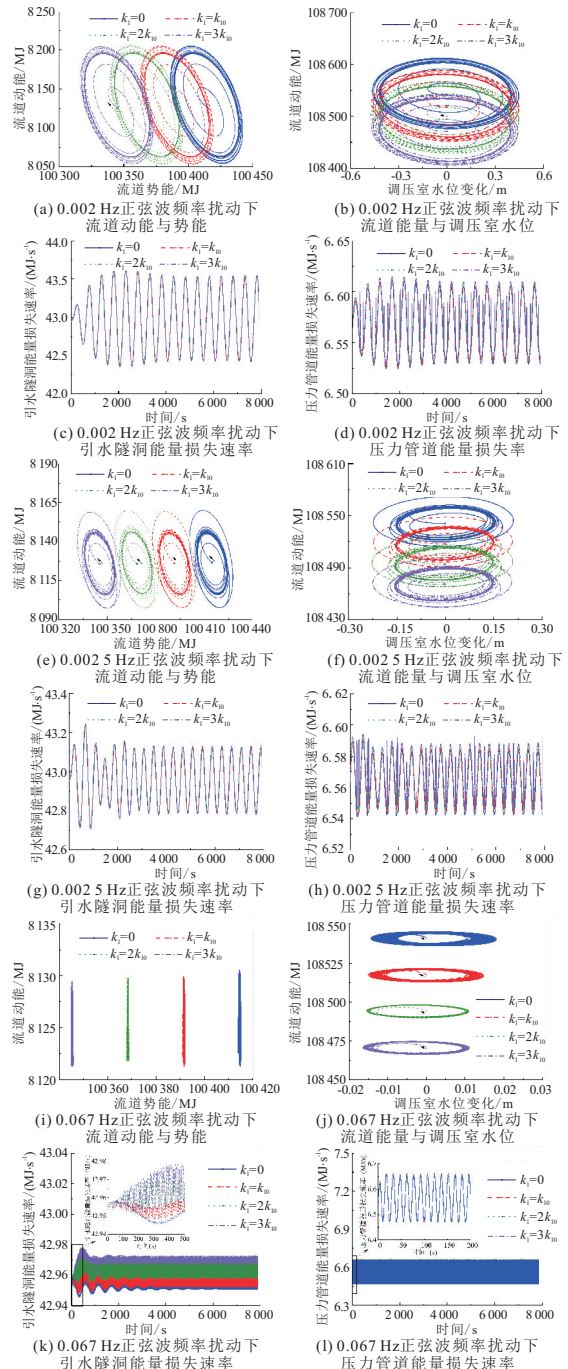


图 6 不同对流加速度影响系数时正弦波频率扰动下超长引水隧洞水电站流道能量与调压室水位暂态响应

Fig. 6 Transient response of tunnel energy and surge tank water level in ultra-long diversion tunnel hydropower station under sinusoidal frequency disturbance with different convective acceleration influence coefficients

均值降低,流道能量、流道能量损失速率及调压室水位波动幅度几乎不变。流道势能波动幅度小于流道动能波动幅度。从流道能量损失速率来看,两者均呈现出先增大后减小的波动幅度,并以约 500 s 的周期进行波动,  $k_1$  增大时流道的能量损失速率波动均值增大。

由图 6(e)~(h)可知,随着  $k_1$  的增加,流道势能的平均值下降,而流道能量、调压室水位、流道能量损失速率波动的幅度先增大后减小。流道势

能波动的幅度小于流道动能波动的幅度。从流道能量损失速率来看,两者均呈现出先快速增大后减小至稳定的波动幅度,在稳定的波动幅度下以 400 s 为周期进行稳定波动,同时波峰与波谷均显现出以 1 500 s 的大周期进行波动, $k_1$  增大时引水隧洞能量损失速率变化并不明显。

由图 6(i)~(l)可知,当  $k_1$  增大时,流道势能的平均值减小,流道能量及调压室水位波动幅度减小,引水隧洞能量损失速率的幅度增大。流道势能波动幅度远小于流道动能波动幅度。从流道的能量损失速率来看,引水隧洞能量损失速率在小尺度上以 16 s 的周期进行波动,而在大尺度上以 500 s 的周期进行波动,同时受到调压室水位波动与频率扰动信号的影响,并且随  $k_1$  增大引水隧洞能量损失速率更快地达到稳定的周期波动;压力管道能量损失速率则以 16 s 的周期进行波动,仅收到频率扰动信号的影响, $k_1$  对于引水隧洞能量损失速率的影响更大。

## 5 结论

a. 管道非恒定摩阻主要作用于超长引水隧洞水电站水轮机快速响应阶段。局部加速度影响系数  $k_1$ 、对流加速度影响系数  $k_1$  增大时,水轮机工作水头不变的条件下系统的稳定性变差。

b. 在正弦波扰动频率为 0.002、0.002 5 Hz 时,局部加速度影响系数  $k_1$ 、对流加速度影响系数  $k_1$  的增大对流道能量及调压室水位波动无明显影响。在正弦波扰动频率为 0.067 Hz 时, $k_1$  增大使得调压室水位波动幅度减小,而使流道能量及损失速率的波动幅度增大; $k_1$  增大时,流道

能量及调压室水位波动幅度减小,引水隧洞能量损失速率的幅度增大。

### 参考文献:

- [1] 李进平,杨建东. 非恒定摩阻对管道水力过渡过程的影响[J]. 武汉大学学报(工学版), 2002, 35(2): 13-17.
- [2] 周领,李文娟,刘德有,等. 管道内水流冲击滞留气团的二阶 Godunov 数学模型[J]. 水电能源科学, 2021, 39(4): 95-99.
- [3] YANG L Q, QIN B K, BO H L. Analysis of energy dissipation effects of resistance components in the water hammer process [C]//Volume 15: Student Paper Competition, 8-12 August 2022, Virtual, Online. 2022: V015T16A033.
- [4] PAN B, KERAMAT A, CAPPONI C, et al. Transient energy analysis in water-filled viscoelastic pipelines [J]. Journal of hydraulic engineering, 2022, 148(1): 04021051.
- [5] WAN W Y, MEHMOOD K. Instantaneous acceleration-based modeling of pumping systems response under transient events [J]. International journal of mechanical sciences, 2022, 224: 107354.
- [6] DUAN H F, GHIDAOU M, LEE P J, et al. Unsteady friction and visco-elasticity in pipe fluid transients[J]. Journal of hydraulic research, 2010, 48(3): 354-362.
- [7] CHAUDHR M H. Applied hydraulic transients [M]. Springer, 2014.
- [8] 结少鹏,乔艳伟,刘东虎,等. 长距离引水电站多调压井输水系统的水力过渡过程分析[J]. 水电能源科学, 2025, 43(4): 195-198, 34.
- [9] RAMOS H, COVAS D, BORGA A, et al. Surge damping analysis in pipe systems: Modelling and experiments [J]. Journal of hydraulic research, 2004, 42(4): 413-425.

## Study on Nonlinear Transient Response Characteristics of Hydropower Station with Super-long Headrace Tunnel Considering Unsteady Friction

GUO Wen-cheng, WANG Le, SHU Ke-dong

(School of Civil and Hydraulic Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

**Abstract:** Unsteady friction plays a very complex role in the water hammer phenomenon within pipeline systems. For hydropower station with super-long headrace tunnel (SLHT), it is crucial to consider the effects of unsteady friction adequately. This paper conducts a study on the nonlinear transient response characteristics of hydropower station with SLHT based on unsteady friction. Firstly, a system model of hydropower station with SLHT is established using the method of characteristics, incorporating unsteady friction based on instantaneous acceleration. Then, simulations of this model are performed under load and frequency disturbances. Finally, the stability of the model under frequency disturbances is evaluated using the Bode plot method, and the impact of unsteady friction parameters on system stability is investigated in conjunction with the energy equation. The results show that the unsteady friction in the pipeline primarily affects the rapid response phase of the water turbine in the hydropower station with SLHT. When the impact coefficients of local acceleration ( $k_1$ ) and convective acceleration ( $k_1$ ) increase, the system stability deteriorates. Moreover, changes in  $k_1$  and  $k_1$  make the system more sensitive to high-frequency disturbances.

**Key words:** hydropower station; super-long headrace tunnel; unsteady friction; hydraulic parameter; response characteristics