

DOI: 10.20040/j.cnki.1000-7709.2023.20222196

# 基于总位移模突变的土质边坡失稳判据研究

徐敬琦, 徐力群, 张国琛

(河海大学水利水电学院, 江苏 南京 210098)

**摘要:** 采用有限元强度折减法进行边坡稳定性分析时, 失稳判据的选择尤为重要, 但目前尚未达到共识。基于 ABAQUS 有限元软件, 提出了总位移模联合尖点突变理论来判断边坡安全系数的方法。对某经典边坡算例, 分别以计算不收敛、特征点位移突变、塑性区贯通和总位移模突变作为失稳判据计算其安全系数, 并与 Spencer 法计算结果进行对比。结果表明, 新的判据意义明确, 受人为干扰因素小, 适用范围广, 较传统三大判据具备一定优势。

**关键词:** 边坡稳定; 强度折减法; 失稳判据; 总位移模; 尖点突变理论

**中图分类号:** TU43; TV223.2<sup>+1</sup>

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1000-7709(2023)09-0143-04

## 1 引言

近年来, 由于计算机技术的高速发展和完善, 有限元强度折减法在边坡稳定性分析中已被广泛采用。在运用强度折减法分析边坡稳定性时, 不需要假设潜在滑动面并进行条分, 以其相关的边坡失稳判据得到边坡的稳定安全系数。但不同的边坡失稳判据可能对应不同稳定安全系数, 失稳判据的选择直接影响边坡稳定性分析。目前判断土坡达到临界破坏的评价标准主要有数值计算是否收敛、特征点的位移发生突变和塑性区从坡脚贯通到坡顶三种。但此三大判据均存在一定不足之处, 其中塑性区贯通判据存在的问题为临界时刻的判断受人为因素影响、塑性区贯通到坡顶并不意味着边坡整体失稳; 特征点位移突变判据存在的问题为特征点的选取位置不明确, 位移方式之间是否具有 consistency、突变临界时刻缺乏定量标准; 数值计算不收敛存在的问题为易受网格尺寸和收敛准则等的影响、计算不收敛与边坡失稳没有必然联系。针对传统判据的不足之处, 提出一种能够尽量规避此不足之处的新式判据, 并通过算例分析说明了此方法的有效性。

## 2 研究方法

### 2.1 强度折减法的原理与实现

强度折减法的基本原理是将边坡抗剪强度参数粘聚力  $c$ 、内摩擦角  $\varphi$  同时除以一个折减系数  $k$ , 进而得到一组新的抗剪强度值, 然后将这组新的参数值重新输入有限元软件中计算, 当计算至边坡达到极限状态时, 对应的折减数值  $k$  即为边坡的最小安全系数  $F_s$ 。折减后的抗剪强度参数  $c_m$ 、 $\varphi_m$  可分别表达为:

$$c_m = c / F_s \quad (1)$$

$$\varphi_m = \arctan \frac{\tan \varphi}{F_s} \quad (2)$$

强度折减法的实现, 可以在 ABAQUS 中预设一个场变量, 使材料参数随场变量的改变而改变, 能够简单实现强度参数减小的过程。

### 2.2 总位移模的概念

在有限元计算中, 随着折减系数的增大, 边坡整体的变形不断增大直至突变失稳。而边坡的位移参数并非均匀分布, 而是节点坐标的函数。假设边坡模型共有  $n$  个节点, 定义边坡的总位移模  $D$  为:

$$D = \sqrt{\sum_{i=1}^n (u_{ix}^2 + u_{iy}^2)} \quad (3)$$

式中,  $u_{ix}$  为节点  $i$  的水平位移;  $u_{iy}$  为节点  $i$  的垂直位移;  $n$  为边坡节点总数。

**收稿日期:** 2022-10-19, **修回日期:** 2022-11-20

**基金项目:** 国家重点研发计划(2019YFC1510802)

**作者简介:** 徐敬琦(1998-), 男, 硕士研究生, 研究方向为边坡稳定分析, E-mail: 1156239610@qq.com

**通讯作者:** 徐力群(1983-), 男, 博士、副教授, 研究方向为水工结构应力与变形, E-mail: xuliquan6.2@163.com

### 2.3 基于总位移模的尖点突变模型

借助尖点突变理论<sup>[1]</sup>建立边坡的总位移模  $D$  和折减系数  $k$  的尖点突变模型,假设边坡的总位移模  $D$  和折减系数  $k$  是连续变化的函数,将其进行 4 次多项式拟合:

$$D = f(k) = a_4 k^4 + a_3 k^3 + a_2 k^2 + a_1 k + a_0 \quad (4)$$

对式(4)进行变换,令  $d = a_3 / (4a_4)$ ,  $k = c - d$ ,代入式(4)得:

$$D = b_4 c^4 + b_2 c^2 + b_1 c + b_0 \quad (5)$$

其中

$$\begin{pmatrix} b_4 \\ b_2 \\ b_1 \\ b_0 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 6d^2 & -3d & 1 & 0 & 0 \\ -4d^3 & 3d^2 & -2d & 1 & 0 \\ d^4 & -d^3 & d^2 & -d & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} a_4 \\ a_3 \\ a_2 \\ a_1 \\ a_0 \end{pmatrix}$$

令  $c = x / \sqrt[4]{4b_4}$  ( $b_4 > 0$ ) 或  $c = x / \sqrt[4]{-4b_4}$  ( $b_4 < 0$ ),仅分析  $b_4 > 0$  的情况,代入式(5)得:

$$D = x^4 / 4 + ux^2 / 2 + vx + p \quad (6)$$

其中  $u = b_2 / \sqrt{b_4}$ ;  $v = b_1 / \sqrt[4]{4b_4}$ ;  $p = b_0$

式(6)以  $x$  为状态变量,以  $u, v$  为控制变量的尖点模型标准势函数。对式(6)求导,令其导数等于 0,即得平衡曲面方程为:

$$x^3 + ux + v = 0 \quad (7)$$

其在  $(x, u, v)$  空间中是一个有褶皱的曲面,图形由上、中、下三叶构成,上、下两叶稳定,中叶不稳定,无论  $u, v$  沿何种路径变化,相点均只在上叶或下叶平衡地变化,当它到达该叶的边缘时即发生突跳,因此曲面上有竖直切线,满足:

$$3x^2 + u = 0 \quad (8)$$

联立式(7)、(8),消除  $x$ ,得其分差集方程为:

$$4u^3 + 27v^2 = 0 \quad (9)$$

令失稳判别式  $\Delta = 4u^3 + 27v^2$ ,若  $\Delta > 0$  时,坡体处于稳定状态; $\Delta = 0$  时,坡体处于临界状态; $\Delta < 0$  时,坡体失稳破坏。

## 3 经典算例与分析

### 3.1 模型计算范围和网格划分

算例<sup>[2]</sup>为一均质土边坡,采用 ABAQUS 软件建立平面应变模型。模型底宽为 105 m,坡顶宽 55 m,坡高 20 m,模型总高度为 40 m,坡角为 45°。边界条件为限定模型两侧的水平位移和模型底部的水平和垂直位移。模型单元数为 2 534 个,节点数为 2 654 个。边坡几何尺寸示意图和网格划分图分别见图 1、2。

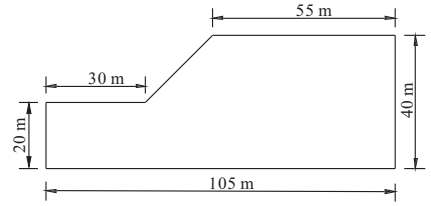


图 1 边坡几何尺寸示意图

Fig. 1 Schematic diagram of side slope geometry

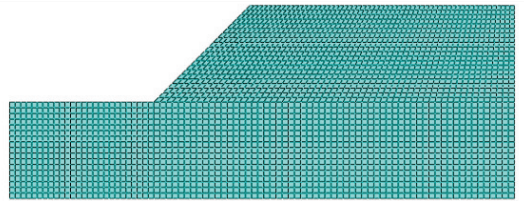


图 2 边坡网格划分图

Fig. 2 Slope grid division diagram

### 3.2 土体参数的选取和本构模型

非线性有限元法中岩土体本构模型采用理想弹塑性模型和 Mohr-Coulomb 屈服准则进行数值模拟,选用 Newton-Raphson 迭代法,服从非关联流动法则,剪胀角取 0。土体物理参数见表 1。

表 1 土体物理参数

Tab. 1 Physical parameters of soil body

指标	取值	指标	取值
重度 $\gamma / (\text{kN} \cdot \text{m}^{-3})$	20	弹模 $E / \text{MPa}$	100
粘聚力 $c / \text{kPa}$	42	泊松比 $\mu$	0.3
内摩擦角 $\varphi / (^{\circ})$	17		

### 3.3 整体稳定安全系数分析

#### 3.3.1 等效塑性区贯通判据

不同折减系数下的等效塑性应变区云图见图 3。随着折减系数的不断增大,等效塑性区逐渐从坡脚贯通至坡顶,当折减系数为 1.204 时,塑性区已贯通至坡顶,当折减系数为 1.224 时,数值计算不收敛。此判据的优点在于可以直观地考察边坡失稳全过程,缺点在于塑性区贯通的临界时刻缺乏客观依据,依赖人的主观判断。

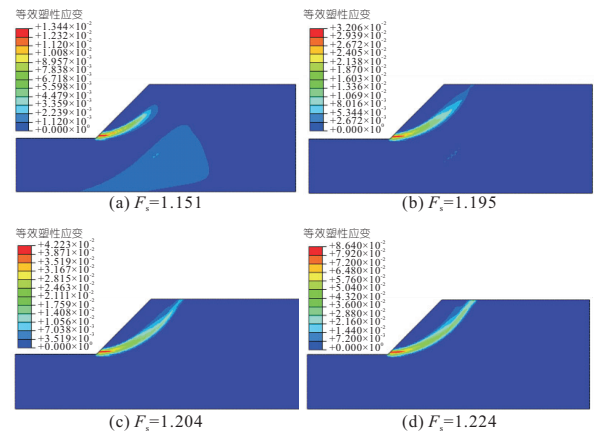


图 3 不同折减系数下的等效塑性区云图

Fig. 3 Cloud map of equivalent plastic zone with different discount factors

### 3.3.2 特征点的位移突变判据

为研究边坡特征点的选取问题,一方面按照传统方法沿着坡面分别选取坡顶和坡中作为监测点,考察其水平位移随折减系数的变化情况,另一方面提取整个边坡的最大水平位移作为研究对象,不同监测点的水平位移随折减系数变化见图 4。如图 4 所示,不同监测点之间的曲线形态有较大差异,难以真正统一。例如坡顶点的水平位移突变处较为曲折,而最大水平位移曲线在突变处较为平滑,因此所得安全系数也不相等。另外曲线拐点的选择同样受人为因素影响较大,由图 4 可知,拐点位置在折减系数 1.205~1.215 范围内。

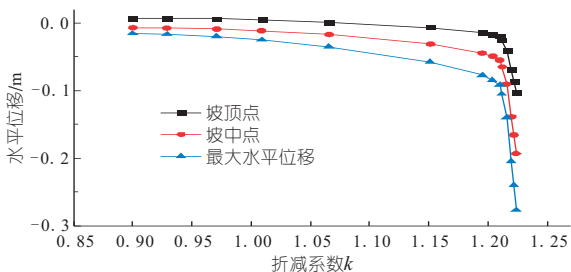


图 4 水平位移随折减系数变化曲线

Fig. 4 Curve of horizontal displacement with factor

### 3.3.3 总位移模突变判据

利用 Python 批量提取边坡所有节点在各级折减系数  $k$  下的位移分量,通过式(3)计算总位移模  $D$ ,绘制  $D-k$  关系曲线,见图 5。

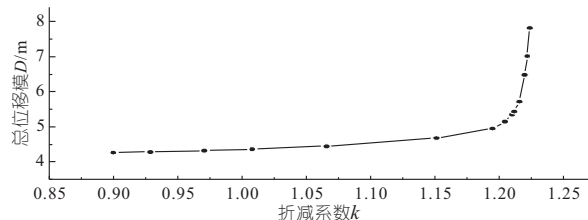


图 5 总位移模随折减系数变化曲线

Fig. 5 Total displacement mode changes with the reduction coefficient curve

当折减系数  $k$  为 1.210 时,对前 8 个包括  $k = 1.210$  共 9 个折减系数进行 4 次多项式拟合,得到:

$$D = f(k) = 738.8k^4 - 3\,021.23k^3 + 4\,624.24k^2 - 3\,138.81k + 801.202 \quad (10)$$

根据式(4)~(6),得尖点突变模型标准式为:

$$D = x^4/4 - 0.326\,1x^2/2 + 0.111x + 4.224 \quad (11)$$

此时,  $\Delta = 4u^3 + 27v^2 = 4 \times (-0.326\,1)^3 + 27 \times 0.111^2 = 0.194 > 0$ , 边坡处于稳定状态。

当折减系数  $k = 1.212$  时,对前 9 个包括  $k = 1.212$  共 10 个折减系数进行 4 次多项式拟合,得到:

$$D = f(k) = 975.57k^4 - 4\,002.64k^3 + 6\,144.23k^2 - 4\,181.51k + 1\,068.542 \quad (12)$$

根据式(4)~(6),得尖点突变模型标准式为:

$$D = x^4/4 - 0.453x^2/2 + 0.082\,5x + 4.218 \quad (13)$$

此时,  $\Delta = 4u^3 + 27v^2 = 4 \times (-0.638)^3 + 27 \times 0.131^2 = -0.188 < 0$ , 边坡处于失稳状态。

偏于安全考虑,根据尖点突变理论,总位移模突变判据所得的安全系数定为 1.210。

### 3.3.4 不同失稳判据结果对比

不同判据下的安全系数见表 2。

表 2 不同判据下的的安全系数

Tab. 2 Safety factors under different criteria

失稳判据	安全系数	失稳判据	安全系数
塑性区贯通	1.204	计算不收敛	1.224
特征点的位移突变	1.205~1.215	Spencer 法	1.200
总位移模突变	1.21		

Spencer 法是一种公认准确且被广泛采用的极限平衡分析法,它需同时满足作用在各条块上的力和力矩的平衡条件,求解相对严格,其假定相邻土条之间法向条间力和切向条间力的夹角为一固定常数,在瑞典条分法的基础上考虑了土条间的相互作用,但刚体极限平衡法无法计算边坡破坏时的应力及变形,也无法考虑岩土的本构关系。

由表 2 可知,有限元法所得结果与 Spencer 法相比略微偏大,此规律与文献[3,4]所得结果一致。而不同判据之间,塑性区贯通判据所得安全系数偏小,数值计算不收敛所得的安全系数偏大,特征点的位移突变判据与总位移模突变判据所得结果基本一致。这是因为随着折减系数的增大,土体抗剪强度不断降低,塑性区从坡脚处逐渐扩展,当塑性区贯通至坡顶后,边坡并不会立刻失稳,当折减系数继续增大到边坡无法承受时,滑体内的监测点位移随即发生突变,最终有限元法因边坡变形过大而无法求解同时满足静力平衡、本构关系和强度准则的方程而导致程序终止。从理论上解释了 3 类失稳判据所得结果的大小关系。

总位移模突变判据所得边坡稳定安全系数与 Spencer 计算的结果十分接近,误差仅为 0.83%,这表明总位移模突变判据准确可行,且总位移模是单一标值,其可以更好地反映边坡整体情况,避免了特征点位移突变判据中存在的监测点位置选取片面等问题,以其作为研究对象建立尖点突变模型,又解决了突变的临界时刻判断不明确的问题。综合来看,此判据受人为影响因素小,判定结果唯一,为边坡失稳的临界状态判断提供了一条新思路。

## 4 算例拓展

考虑到单一算例可能存在偶然性,为研究更为一般的情况,考察新的判据在更为一般情况下的适用性。在本文边坡模型的基础上,分别改变模型的坡角和土体参数,以不同判据计算边坡的安全系数,由于特征点位移突变判据所得结果并不唯一,用新判据替代特征点位移突变判据。

### 4.1 不同坡角的安全系数

保持表 2 土体参数不变,其他条件不变,只改变边坡角(分别为 30°、35°、40°、45°、50°),网格高度均为 1 m。不同失稳判据下,边坡安全系数随坡角的变化规律见表 3。Spencer 法取自赵尚毅等<sup>[5]</sup>的计算结果。

表 3 不同坡角的安全系数

Tab. 3 Safety factors for different slope angles

方法	不同坡角的安全系数				
	30°	35°	40°	45°	50°
数值计算不收敛	1.562	1.425	1.319	1.224	1.153
塑性区贯通	1.552	1.418	1.303	1.204	1.130
总位移模突变	1.559	1.419	1.310	1.210	1.131
Spencer 法 <sup>[5]</sup>	1.550	1.410	1.300	1.200	1.120

在计算不同坡角边坡的安全系数时,就精度而言,塑性区贯通判据与 Spencer 法相比最为接近,但泊松比  $\mu$  对边坡的塑性区分布范围影响较大,泊松比越大,塑性区范围越小<sup>[5]</sup>,然而泊松比的取值对安全系数的计算结果影响较小,所以不宜单独将塑性区贯通作为失稳判据。总位移模突变判据所得结果同样准确,与 Spencer 法相比,误差均在 1%之内;就稳定性而言,比较各判据所得安全系数与 Spencer 法计算结果差值的变异系数(标准差与平均值的比值),用于衡量数据间的离散程度。计算不收敛判据的变异系数为 40.1%,塑性区贯通判据的变异系数为 63.6%,总位移模突变判据的变异系数为 8.5%,总位移模突变判据的稳定性较好。

### 4.2 不同土体参数的安全系数

保持经典算例模型不变(坡角为 45°),只改变土的抗剪强度参数,土体参数以粘聚力  $c = 42$  kPa,内摩擦角  $\varphi = 17^\circ$  为基本参数,粘聚力变化范围为 25~42 kPa,内摩擦角变化范围 10°~20°。不同失稳判据下,边坡安全系数随内摩擦角和粘聚力的变化规律见图 6、7。

边坡的稳定安全系数与土体的内摩擦角和粘聚力呈正相关,数值计算不收敛判据所得结果始终偏大,等效塑性区贯通所得结果偏小,总位移模

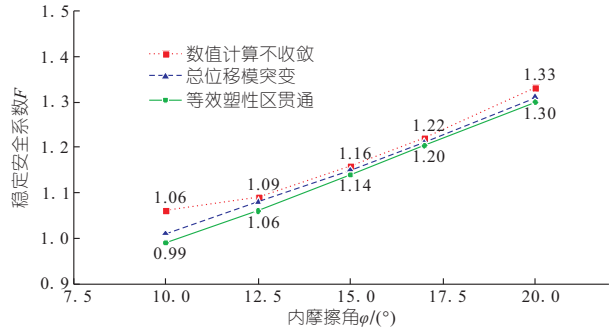


图 6  $c = 42$  kPa 时不同内摩擦角的稳定安全系数

Fig. 6 Stability factor of safety for different internal friction angles at 42 kPa cohesion

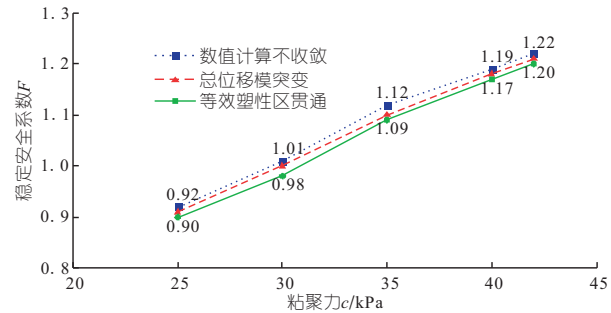


图 7  $\varphi = 17^\circ$  时不同粘聚力的稳定安全系数

Fig. 7 Stability factor of safety for different cohesions at an internal friction angle of 17°

突变判据所得结果处于两者之间,不同土体参数组合下展现的规律基本一致。新的判据总体上稳定性较好,可适用的土体参数范围较广。

## 5 结论

a. 本文提出了总位移模突变判据,此判据意义明确,操作简单,计算结果精度较高,且结果唯一,不易受到主观因素影响,结合尖点突变理论,可定量分析边坡稳定状态。

b. 大量计算表明,在有限元计算设置合理的情况下,塑性区贯通判据所得稳定安全系数偏小,数值计算不收敛所得结果偏大,位移突变判据所得结果居中,其中存在逻辑上的前后关系。

c. 不同边坡类型和不同土体参数会影响失稳判据的适用性。总位移模突变判据较为稳定且适用范围较广。

### 参考文献:

[1] 崔笑,张燎军,翟亚飞,等. 基于塑性应变能理论的边坡动力稳定性研究[J]. 人民长江, 2020, 51(4): 180-183, 190.

[2] 裴利剑,屈本宁,钱闪光. 有限元强度折减法边坡失稳判据的统一性[J]. 岩土力学, 2010, 31(10): 3337-3341.

## Study on Influence of Water-Rich Fault on the Stability of Surrounding Rock of Underground Cavern During Construction

LV Xiao-long<sup>1, 2, 3</sup>, JING Lai-hong<sup>1, 2</sup>, WANG Yu-jie<sup>3</sup>, ZHAI Li-jun<sup>1</sup>, TIAN Wan-fu<sup>1</sup>

(1. Yellow River Engineering Consulting Co. Ltd., Zhengzhou 450003, China; 2. Key Laboratory of Water Management and Water Security for Yellow River Basin, Ministry of Water Resources(Under Construction), Zhengzhou 450003, China;

3. Department of Geotechnical Engineering, China Institute of Water Resources and Hydropower Research, Beijing 100048, China)

**Abstract:** During the excavation of the construction adit, the Jiangmen Neutrino Underground Laboratory revealed three long and water rich cracks, and high-pressure jet water gushing appeared in local water exploration holes, which may have adverse effects on the stability of the surrounding rock of the tunnel. The influence of L1, L2, L3 on the deformation of surrounding rock of the experimental hall under different water pressures of the excavation face was systematically analyzed by using the discrete element method. The results show that the influence of water rich long cracks on the overall stability of the arch surrounding rock is small. The arch surrounding rock at L1 and L2 is not sensitive to the change of the drainage conditions of the excavation face. With the increase of the water pressure of the excavation face, the deformation of L3 arch shoulder increases sharply and the trend is not convergent. L2 has little effect on the deformation of the lower pool, and the shallow surrounding rock near L1 and L3 is obviously unloaded. Based on comprehensive analysis, 0.5 MPa is recommended as the control standard for shallow surrounding rock drainage at the excavation face of this project.

**Key words:** high pressure groundwater; large crack; super-large span; surrounding rock deformation; Jiangmen Neutrino Observatory

\*\*\*\*\*  
(上接第 119 页)

## Study on Influence of FLUENT Rigid Vegetation Diameter on Water Flow Characteristics of Open Channel

MA Jian-xin, SHI Xi, XIE Xiao-gang, SONG Ming-cong

(School of Civil Engineering, Lanzhou Jiaotong University, Lanzhou 730070, China)

**Abstract:** In order to investigate the influence of the vegetation in beach and river bottom on the water flow characteristics at different time periods, under the condition of changing the vegetation diameter (6-10 mm) only, the numerical simulation was used to study the variation of vertical velocity distribution, contoured velocity, water level and intensity of turbulence along the way at different vegetation diameter. The results show that the vertical velocity distribution shows an "S" distribution in the vegetation zone and a "J" distribution outside the vegetation zone; In general, the larger the diameter is, the lower the overall velocity is, the more obvious the upstream congestion of the water level is, and the larger the water surface slope ratio is; The turbulence intensity is proportional to the vegetation diameter; The turbulence intensity of water flowing through the vegetation is greater than that of the vegetation channel when the vegetation diameter is the same.

**Key words:** rigid vegetation; vegetation diameter; numerical simulation; multi-phase flow; turbulent strength

\*\*\*\*\*  
(上接第 146 页)

[3] 刘新荣,涂义亮,钟祖良. 基于能量突变的强度折减法边坡失稳判据[J]. 中南大学学报(自然科学版), 2016, 47(6): 2065-2072.

[4] 涂义亮,刘新荣,钟祖良,等. 三类边坡失稳判据的

统一性[J]. 岩土力学, 2018, 39(1): 173-180, 190.

[5] 赵尚毅,郑颖人,张玉芳. 极限分析有限元法讲座——II 有限元强度折减法中边坡失稳的判据探讨[J]. 岩土力学, 2005, 26(2): 332-336.

## Study of Slope Instability Criterion Based on Total Displacement Mode Mutation

XU Jing-qi, XU Li-qun, ZHANG Guo-chen

(College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China)

**Abstract:** The selection of instability criterion is particularly important when the finite element strength reduction method is used to analyze slope stability, but a consensus has not yet been reached. Based on ABAQUS finite element software, the method of total displacement mode combined with cusp catastrophe theory was proposed to judge the safety coefficient of slope. For a classical slope case, the safety coefficient was calculated by using calculation non-convergence, abrupt change of displacement of characteristic point, plastic zone penetration and abrupt change of total displacement mode as the instability criterion, and compared with Spencer method. The results show that the new criterion has a clear meaning, is less subject to human interference, has a wide range of application, and has certain advantages over the traditional three criteria.

**Key words:** slope stability; strength reduction method; instability criteria; total displacement mode; cusp catastrophe theory