

DOI: 10. 20040/j. cnki. 1000-7709. 2023. 20222122

地下水流结构化与非结构化有限差分法模拟比较

丁文华, 张永祥, 郭 彤, 贾瑞涛

(北京工业大学城市建设学部, 北京 100124)

摘要: 选取合适、高效、准确的地下水流数值模型是进行数值模拟的重要基础。利用一个完整潜水井渗流算例的水位解析解和结构化传统模型、结构化加密模型、两种非结构化加密模型的水位数值解进行比较, 对其拟合程度及误差进行分析。结果表明, 4 种模型数值模拟的准确度均较好, 平均绝对误差均小于 0.1, R^2 均大于 0.98; 相较于结构化传统模型, 结构化加密模型准确度最好, 非结构化四级加密模型次之, 非结构化三级加密模型最差; 非结构化四级加密模型模拟准确度提升虽稍逊于结构化加密模型, 但使用网格数量减少了 90%, 计算效率提升, 并弥补了结构化加密模型多点加密适用性差的缺点, 是一种适用性强、高效、准确的地下水流数值模型。

关键词: 数值模拟; 地下水; 非结构化模型; 完整潜水井

中图分类号: P641

文献标志码: A

文章编号: 1000-7709(2023)09-0032-04

1 引言

为合理开发利用和保护地下水资源, 常使用数值模拟法研究地下水。其中有限差分法是一种基本数值方法, 其需要对空间进行离散化, 网格是离散化过程中必须的载体。井附近水位变化较大, 往往需要重点关注, 目前采用加密法改变网格剖分方式的数值模拟研究较多^[1, 2], 然而对于是否加密及加密引起的误差问题很少提及, 网格剖分方式的不同将影响模拟过程和结果, 进而影响运行模拟准确性和效率。为对比评估不同网格剖分方式的模型对于完整潜水井附近地区水位分布的模拟准确度和效率, 采用一个完整井的渗流过程进行模型验证, 使用解析解作为标准值, 将几种模型数值解进行对比, 分析不同模型对点状源汇进行数值模拟时的准确性, 以期能为包含抽(注)水井的工程项目提供参考。

2 数值模拟

针对包含抽水井的数值模型的水位分布误差问题, 采用一个位于不透水层上的完整潜水井(图 1)

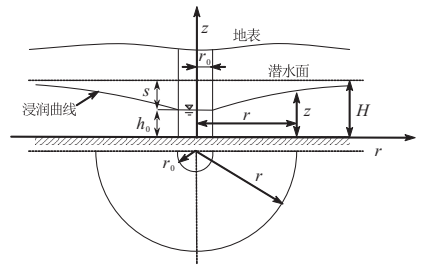


图 1 完整潜水井

Fig. 1 Fully penetrating well in a phreatic aquifer
的渗流过程作为算例进行模型验证。

2.1 计算原理

在天然状态下, 含水层厚度为 H , 井中水面与含水层的水面齐平。若从井中抽水, 井中及其周围水面将降低, 围绕井四周形成一个漏斗形浸润表面。对于均匀各向同性的介质, 降落漏斗是一个浸润曲线绕中心线旋转而成的旋转体。假设抽水量远远小于储水量, 且抽水量是一不变的常数, 那么经过一定时间后, 井中水面及降落漏斗会处于稳定状态; 除井壁附近外的地区, 浸润曲线曲率很小, 如忽略运动要素沿 z 轴的变化, 以断面平均值取代, 则可以视为一维恒定渐变渗流, 使用 Dupuit 公式进行计算, Dupuit 公式是一种理想井流公式, 在实际应用中较少使用, 但因其解析解的

收稿日期: 2022-10-13, 修回日期: 2022-11-30

基金项目: 国家重点研发计划(2016YFC0401404)

作者简介: 丁文华(1997-), 男, 硕士研究生, 研究方向为地下水流数值模拟, E-mail: dingwenhua1997@qq.com

通讯作者: 张永祥(1962-), 男, 博士、教授、博导, 研究方向为水资源与污染控制模拟技术, E-mail: yxzhang@bjut.edu.cn

准确性、唯一性这些特性,可使用 Dupuit 公式作为数值模型拟合程度的检验标尺,判断模型优劣。

根据 Dupuit 公式,设距井中心轴的半径为 r 处的某过流断面的浸润线纵坐标为 z ,完整潜水井的浸润方程^[3]为:

$$z^2 - h_0^2 = \frac{0.73Q}{k} \lg \frac{r}{r_0} \quad (1)$$

式中, h_0 为井中水深; Q 为出水量; k 为渗透系数; r_0 为井的半径。

当 r 趋向于 ∞ 时,抽水井对其影响微乎其微,可以认为 $z=H$,一般来说,当 r 超过距离 R 时,水面无限接近含水层厚度 H ,此时认为抽水井对 R 以外的范围无影响, R 即为影响半径。 R 值需通过带观测井的多孔抽水试验法求得。若无试验资料时,初步计算可采用经验公式^[4]:

$$R = 3\,000s\sqrt{k} \quad (2)$$

式中, s 为抽水后的水面降落深度, m 。

2.2 理想算例

考虑一个水平不透水层中半径 r_0 为 0.2 m 的完整潜水井,含水层厚度 H 为 10 m,渗透系数 k 为 0.000 6 m/s,抽水量 Q 为 0.016 49 m³/s,抽水相当长时间后,井中水深 h_0 稳定在 6 m,水面降落深度 s 为 4 m,影响半径 R 为 293.94 m,确定出浸润曲线各点水位值。浸润曲面的等值线分布应该为一组同心圆,所以仅计算第一象限内(包含数轴)非等距分布的 36×36 共 1 296 个点的水位值,分布图见图 2。

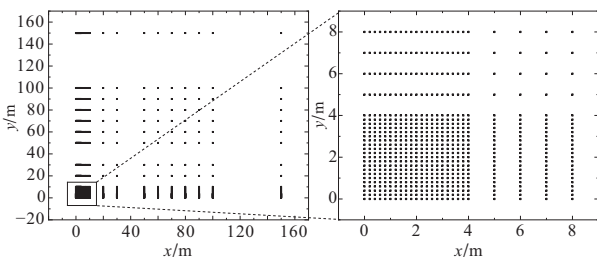


图 2 观测点布置

Fig. 2 Observation points arrangement

将各点坐标、水位保存为 (X, Y, H') 格式,将水位数据作为观测值输入模型。当 Y (或 X) = 0 时,第一行(或列)36 个水位值见表 1。

2.3 数值模拟

使用 Groundwater Modeling System(GMS) 软件进行数值模拟,采用概念模型建模^[5],将完整潜水井的位置设置在坐标原点处,定水头边界 ($H=10$ m) 设置为以原点为中心、边长为 600 m (大于影响半径)的正方形,边界外设置 30 m 的增加长度,防止边界匹配到范围外,最终模型范围为 660 m×660 m 的正方形区域(图 3),厚度为

表 1 代表性观测点坐标和水位值

Tab. 1 Coordinates and water level values of the first row (or column) of observation points

Y(X)	X(Y)	H'	Y(X)	X(Y)	H'	Y(X)	X(Y)	H'
/m	/m	/m	/m	/m	/m	/m	/m	/m
0	0	6.000	0	2.4	7.593	0	8	8.256
0	0.2	6.000	0	2.6	7.639	0	9	8.317
0	0.4	6.484	0	2.8	7.681	0	10	8.372
0	0.6	6.751	0	3.0	7.719	0	20	8.725
0	0.8	6.934	0	3.2	7.756	0	30	8.925
0	1.0	7.073	0	3.4	7.790	0	50	9.171
0	1.2	7.184	0	3.6	7.822	0	60	9.257
0	1.4	7.277	0	3.8	7.852	0	70	9.330
0	1.6	7.357	0	4.0	7.881	0	80	9.392
0	1.8	7.426	0	5.0	8.003	0	90	9.446
0	2.0	7.488	0	6.0	8.102	0	100	9.495
0	2.2	7.543	0	7.0	8.184	0	150	9.679

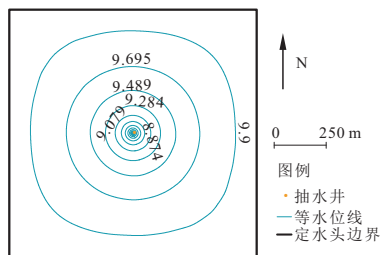


图 3 概念模型及等水位线图

Fig. 3 Conceptual model and contour map

10 m,抽水量按出水量 $Q=0.016\,49\text{ m}^3/\text{s}$,渗透系数设置为 0.000 6 m/s。

以求得的解析解为标准,共设置 4 种方案进行对比分析,分别为:①方案 1。传统网格模型 NOR。将网格大小设置为 5 m×5 m,均匀覆盖模型模拟范围。②方案 2。结构化加密网格模型 CGR。基本网格大小为 5 m×5 m,井附近处网格最小尺寸为 2 m×2 m。③方案 3。非结构化加密网格模型 USG1。基本网格大小为 16 m×16 m,井附近处通过二叉树方式三级加密到最小网格尺寸为 2 m×2 m。④方案 4。非结构化加密网格模型 USG2。基本网格大小为 20 m×20 m,井附近处通过二叉树方式四级加密到最小网格尺寸为 1.25 m×1.25 m。具体见图 4。

3 比较分析

3.1 误差分析

通过解析解与数值解的比较,4 种数值模型的所有观测点水位的数值解—解析解散点图见图 5,第一行各观测点水位线见图 6。

总体上,4 种模型的拟合情况均较好,从 R^2 来看,CGR>USG1>USG2>NOR,CGR 的拟合情况最好,USG1、USG2 次之,NOR 最差;NOR、

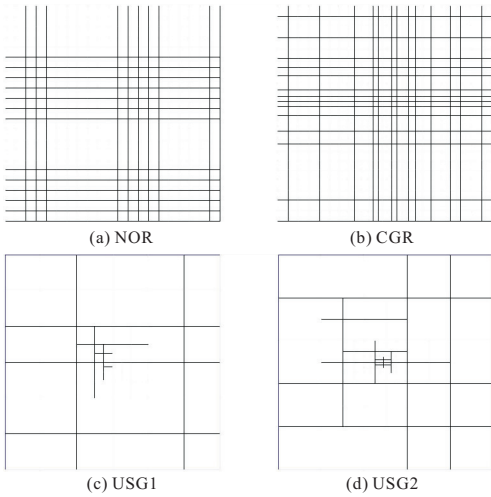


图 4 4 种方案的网格局部示意图

Fig. 4 Schematic diagram of the partial grid of the four solutions

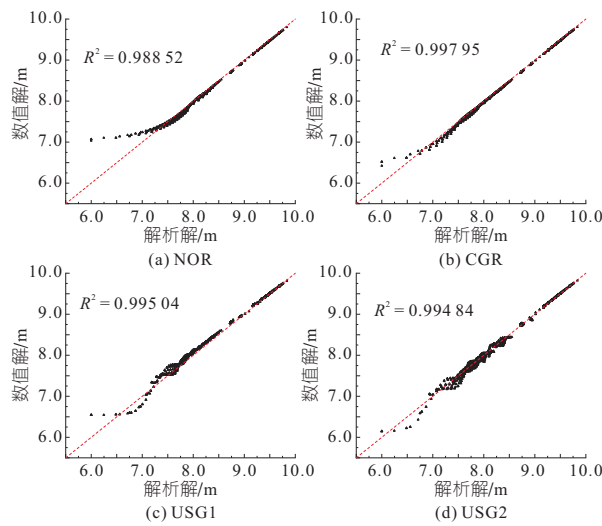


图 5 数值解—解析解散点图

Fig. 5 Scatter plot of numerical solution-analytic solution

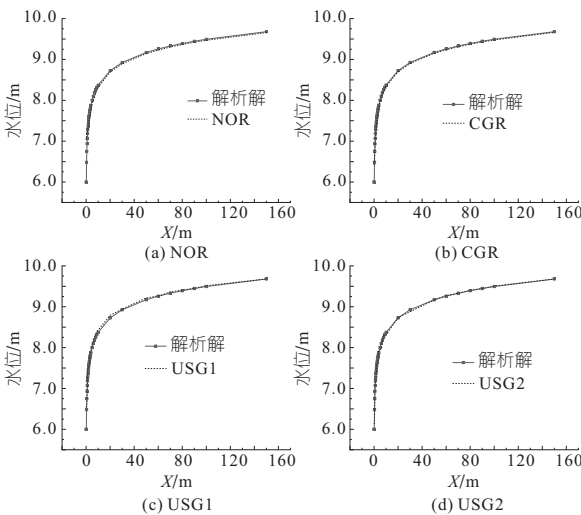


图 6 第一行观测点水位对比

Fig. 6 Comparison of water levels at the first row of observations

CGR 的大部分观测点的数值解均稍小于解析解, USG1 的大部分观测点的数值解均稍大于数值解; 水位小于 8 m 的观测点拟合情况各模型差异

较大, 由图 6 可知, 井处水位的准确度 $USG2 > CGR > USG1 > NOR$ 。

为确定局部的模拟准确度, 以井为左下端点在第一象限取边长为 7 m 的正方形, 使用正方形范围内的 575 个观测点进行局部误差分析, 得到观测点水位的数值解—解析解散点图见图 7。

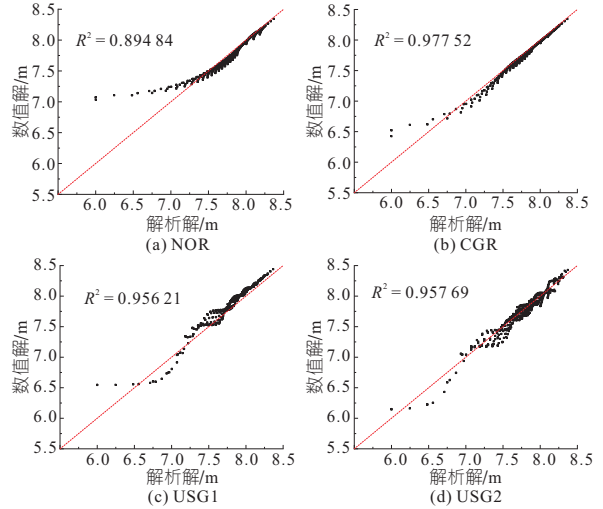


图 7 局部数值解—解析解散点图

Fig. 7 Scatter plot of local numerical solution-analytic solution

因模型整体误差主要来源于此局部地区, 所以局部误差相对于整体更大。从 R^2 来看, 拟合程度的优良排序为 $CGR > USG2 > USG1 > NOR$ ($>$ 表示优于), 前 3 者比 NOR 的准确度均提高了 5% 以上。

3.2 综合分析

4 种模型拟合情况的各种指标见表 2。

表 2 模型统计指标

Tab. 2 Statistics of models

模型	网格数/个	计算时间/s	平均绝对误差		均方根误差		R^2		误差方差	
			整体	局部	整体	局部	整体	局部	整体	局部
NOR	17 161	0.203	0.047	0.069	0.088	0.127	0.988 52	0.894 84	0.005	0.012
CGR	19 321	0.216	0.031	0.042	0.045	0.062	0.997 95	0.977 52	0.001	0.002
USG1	1 956	0.039	0.057	0.089	0.076	0.105	0.995 04	0.956 21	0.003	0.004
USG2	1 164	0.031	0.042	0.062	0.060	0.080	0.994 84	0.957 69	0.002	0.003

整体上, 相对于 NOR 模型来说 CGR 模型的拟合效果最好, 平均绝对误差减小了 34%, 均方根误差减小了近 50%, 误差的稳定性提升 80%, 但使用的网格数量最多、计算时间最长; USG2 模型拟合效果较好, 平均绝对误差减小了 11%, 均方根误差减小了 32%, 误差稳定性提升 60%, 使用网格数量最少, 减少了 90% 以上, 计算时间也最短; USG1 模型拟合效果相对一般, 平均绝对误差增大了 21%, 但均方根误差减少了 14%, 误差的稳定性也提升了 20%, 且使用网格数量为 NOR 和 CGR 模型的 10% 左右, 计算时间较短。对于稳态模型, 虽然计算时间数值较小, 偶然误差

影响较大,但时间值是在控制所有条件不变的情况下,连续运行 5 次模型取得计算时间平均值,其对于模型计算效率判断有一定参考意义;如进行瞬态模型模拟,每一个时间步长均需对所有网格计算一遍,计算时间的差异将被放大。

局部上,各模型的每个指标大小关系与整体基本相同,但井处水位数值解与 h_0 接近程度 $USG2 > CGR > USG1 > NOR (>$ 表示更接近), $USG2$ 模型对井处水位分布的刻画最为准确。

但 CGR 模型会加密经过关注地区的所有行和列,其对于多处分布的井需加密的情况适用性不强,模型范围内大多数网格均会被加密,网格数量巨大,计算量庞大,严重影响计算效率; USG 模型可以任意地、灵活地加密点、线和多边形区域,可进行多级加密,且不产生无关的加密网格,可有效提高计算效率。

4 结论

a. 对比解析解与 GMS 软件计算的数值解表

明,4 种模型整体上平均绝对误差均小于 0.1, R^2 均大于 0.98。

b. 相比未加密模型,结构化加密的模型拟合效果最好,但使用网格多,适用性差;非结构化加密的模型拟合效果稍逊,但适用性较好,使用网格少,局部水位分布刻画精确,是一种有效提高模拟效率和准确性的加密模型。

参考文献:

[1] 周念清,杨一流,江思珉. 非结构网格化方法求解地下水流数值模型[J]. 勘察科学技术, 2016(1): 14-17.

[2] ZHANG MENGLIN, HU LITANG, YAO LILI, et al. Numerical studies on the influences of the South-to-North Water Transfer Project on groundwater level changes in the Beijing Plain, China[J]. Hydrological processes, 2018,32(12): 1858-1873.

[3] 薛禹群,吴吉春. 地下水动力学[M]. 3 版. 北京:地质出版社, 2010.

[4] 闻德荪. 工程流体力学:水力学[M]. 北京:高等教育出版社, 2010.

[5] 贺国平,张彤,赵月芬,等. GMS 数值建模方法研究综述[J]. 地下水, 2007,29(3): 32-35,38.

Comparison of Structured and Unstructured Finite Difference Simulation of Groundwater Flow

DING Wen-hua, ZHANG Yong-xiang, GUO Tong, JIA Rui-tao

(Faculty of Architecture, Civil and Transportation Engineering, Beijing University of Technology, Beijing 100124, China)

Abstract: The selection of a suitable, efficient and accurate numerical model for groundwater flow is an important basis for numerical simulation work. The analytical solution of water level of seepage calculations of fully penetrating well in a phreatic aquifer was compared with the numerical solution of water level of structured conventional model, structured encrypted model and two unstructured encrypted models to analyze the degree of fit and error. The results show that the accuracy of the numerical simulation of all four models is quite good, and the average absolute error is less than 0.1, R^2 is greater than 0.98. Compared with the structured traditional model, the accuracy of the structured encryption model is the best, the unstructured 4-level encryption model is the second and the 3-level encryption model is the worst; The accuracy of the unstructured four-level encryption model is slightly worse than that of the structured encryption model, but the number of mesh is reduced by 90%. It is a highly applicable, efficient and accurate numerical model for groundwater flow, which improves the computational efficiency and makes up for the poor applicability of multi-point encryption of the structured encryption model.

Key words: numerical simulation; groundwater; unstructured model; fully penetrating well in a phreatic aquifer

(上接第 47 页)

Optimization and Comprehensive Evaluation of River Ecosystem Service Value Based on Functional Value Method

CAI Chen-yin¹, ZHAO Li-ke², XU Hui¹, GAO Yu-hui¹, TAN Meng-yuan¹

(1. College of Hydrology and Water Resources, Hohai University, Nanjing 210098, China;

2. Geological Survey of Jiangsu Province, Nanjing 210018, China)

Abstract: In order to fully reflect the natural environmental conditions and effects formed and maintained by the river ecosystem, which is the basis of human life, after in-depth analysis of the river ecosystem service function, the calculation method of carbon fixation and other functions was optimized. Based on the functional value method, a scientific and reasonable river ecosystem service value (ESV) evaluation methods covering more comprehensive functions was proposed, and Nanhe River ESV in Liyang City was studied with an example. The total ESV of Nanhe River in 2019 is 1.242 billion yuan, with the value of regulation, support, supply and cultural functions accounting for 76.5%, 12.2%, 11.1% and 0.2% respectively, which can provide reference for natural resource asset accounting and ecological compensation standards.

Key words: river ecosystem; functional value method; service function; economic value; Nanhe River