

DOI: 10.20040/j.cnki.1000-7709.2023.20221935

水工沥青混凝土粘弹性特性试验研究

余梁蜀, 李加明, 庞 渊, 韩小柠

(西安理工大学土木建筑工程学院, 陕西 西安 710048)

摘要: 为研究水工沥青混凝土的粘弹性特性, 开展不同温度和应力条件下的弯曲蠕变试验。利用 Burgers 模型作为水工沥青混凝土粘弹性力学行为的本构模型, 通过最速下降迭代方法对试验数据进行非线性拟合, 得到不同试验条件的拟合曲线和 Burgers 模型参数, 分析参数的变化规律。利用 Origin 多项式拟合功能建立参数随着温度和应力变化的函数关系式, 预测水工沥青混凝土蠕变行为。试验结果表明, 利用最速下降法优化 Burgers 模型能够较好地拟合试验曲线, 拟合相关系数均大于 0.996, 特别是在稳定蠕变阶段, 拟合曲线与试验曲线最为接近; 在应力保持不变的情况下, Burgers 模型中各参数随着温度升高而降低; 在温度保持不变的情况下, 参数 E_1 、 E_2 在整体上随着应力的增大而增大, 参数 η_1 、 η_2 随着应力的增大而降低。

关键词: 水工沥青混凝土; 弯曲蠕变试验; 温度; 最速下降法; Burgers 模型

中图分类号: TV431⁺.5 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-7709(2023)09-0139-04

1 引言

水工沥青混凝土因其防渗性能优异, 适应基础变形能力强, 耐久性能好而广泛用作水利工程防渗体^[1,2]。同时水工沥青混凝土作为一种典型的粘弹塑性材料, 蠕变性能是评价水工沥青混凝土安全使用的重要指标之一^[3]。试验研究表明, Burgers 模型能够较好地反映沥青混凝土蠕变前两个阶段的粘弹性^[4-8]。因此, 从应力应变试验数据中获得 Burgers 模型参数, 进而利用 Burgers 模型来揭示水工沥青混凝土实际的受力状态, 具有重要意义。目前, 研究水工沥青混凝土蠕变特性的试验包括压缩蠕变和弯曲蠕变, 由于沥青混凝土面板在蓄水初期受水压力作用或垫层沉陷而承受弯曲作用, 故本文主要采用弯曲蠕变试验来研究防渗面板沥青混凝土的蠕变特性。采用最速下降法(具有结构简单、计算量小、具有全局收敛性且对初始值的选择要求不高等优点)处理试验数据。弯曲蠕变试验结果表明, 利用最速下降法优化的 Burgers 模型可较好拟合试验曲线。

2 弯曲蠕变试验

2.1 试验材料

试验选用克拉玛依[#]90 沥青, 骨料为碱性骨

料, 材质新鲜、质地坚硬。填料为碱性填料。沥青、骨料和填料的各项检测指标均满足《水工沥青混凝土施工规范》^[9]。试验所用水工沥青混凝土的级配指数为 0.4, 级配组成见表 1。

表 1 水工沥青混凝土级配组成

Tab. 1 Composition of hydraulic asphalt concrete grade

粒径/mm	质量百分比/%	粒径/mm	质量百分比/%
[13.200, 19.000)	13.39	[0.075, 2.360)	32.10
[9.500, 13.200)	10.53	<0.075	12.00
[4.750, 9.500)	18.13	沥青	6.70
[2.360, 4.750)	13.85		

2.2 试验设计

水位区下的沥青混凝土防渗面板温度较为稳定, 常年所处温度范围一般在 5~20 °C 之间。加载应力筛选方案为: ①方案 1。在 10 °C 进行弯曲蠕变试验, 选取 4 个不同的应力(0.465、0.512、0.560、0.618 MPa); ②方案 2。在 0.465 MPa 的加载应力下, 设置 4 个不同的试验温度(4、10、16、22 °C)。按照《水工沥青混凝土试验规程》^[10], 根据表 1 配合比要求制备尺寸为 250 mm × 35 mm × 40 mm(长 × 宽 × 高)的试件。试验采用西安理工大学防渗研究所研制的弯曲蠕变仪, 试验应力加载通过两端砝码控制, 试验数据由计算机自动采集。仪器放置在可控温的恒温室内, 试验开始前, 试件在设定试验温度下恒温不少于 35

收稿日期: 2022-09-17, 修回日期: 2022-10-24

作者简介: 余梁蜀(1964-), 女, 博士、教授, 研究方向为水工防渗和材料, E-mail: yliangshu@163.com

min,且温度误差不超过±0.5℃。

2.3 试验结果

进行不同温度和不同应力水平下的弯曲蠕变试验,得到水工沥青混凝土在10℃下4个不同加载应力下的蠕变规律见图1(a),同一加载应力下4个不同温度下的蠕变规律见图1(b)。

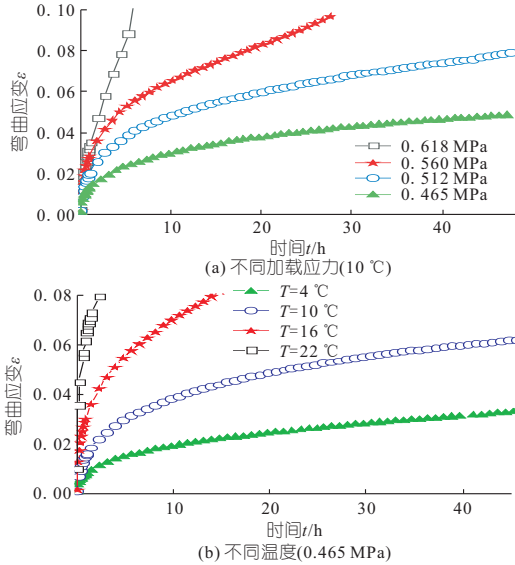


图1 不同加载应力、不同温度下的蠕变曲线

Fig.1 Creep test at different stresses and different temperatures

由图1(a)可知,应力较低时(0.465、0.512 MPa),两条试验曲线只包含蠕变过程的前两个阶段,分别为不稳定蠕变阶段和稳定蠕变阶段。在应力较高时(0.560、0.618 MPa),两条试验曲线包含蠕变整个过程,分别为不稳定蠕变阶段、稳定蠕变阶段和加速蠕变阶段。其中在不稳定蠕变阶段,水工沥青混凝土的应变随着时间不断增大,应变速率随时间减慢,弯曲变形发展很快,此阶段主要表现为瞬时弹性应变;在稳定蠕变阶段,水工沥青混凝土的应变随时间继续增加,应变速率趋于匀速,弯曲变形持续发展,此阶段主要表现为粘性流动。在加速蠕变阶段,水工沥青混凝土弯曲变形迅速增加,变形速率急剧上升,最后试件达到破坏。当加载应力不同时,随着应力的增大,同一时刻的应变值、应变速率也变大。试验曲线很好地反映了随着应力的增加沥青混凝土的变形特点。

由图1(b)可知,在温度较低时($T=4、10℃$),两条试验曲线同样只包含蠕变过程的前两个阶段,即不稳定蠕变阶段和稳定蠕变阶段。在温度较高时($T=16、22℃$),两条试验曲线包含蠕变的整个过程,即不稳定蠕变阶段、稳定蠕变阶段和加速蠕变阶段。随着温度的升高,同一时刻的应变值、应变速率也变大。试验曲线很好地反映了沥青混凝土的温度效应。

3 Burgers模型的最速下降迭代优化

3.1 Burgers模型

Burgers模型包含4个参数 $E_1、E_2、\eta_1、\eta_2$ ($E_1、E_2$ 均为弹性模量; $\eta_1、\eta_2$ 均为粘滞系数),由Maxwell单元(I)和Kelvin单元(II)串联在一起^[11]。Burgers模型的本构方程为:

$$\sigma + p_1\dot{\sigma} + p_2\ddot{\sigma} = q_1\dot{\epsilon} + q_2\ddot{\epsilon} \quad (1)$$

其中 $p_1 = \eta_1/E_1 + (\eta_1 + \eta_2)/E_1$

$$p_2 = \eta_1\eta_2/(E_1E_2); q_1 = \eta_1; q_2 = \eta_1\eta_2/E_2$$

式中, $\sigma、\dot{\sigma}、\ddot{\sigma}$ 分别为应力及其一、二阶偏导数; $\epsilon、\dot{\epsilon}、\ddot{\epsilon}$ 分别为应变的一、二阶偏导数。

蠕变柔量 $J(t)$ 的表达式为:

$$J(t) = \frac{1}{E_1} + \frac{t}{\eta_1} + \frac{1}{E_2}(1 - e^{-\frac{E_2}{\eta_2}t}) \quad (2)$$

3.2 最速下降法

最速下降法的基本思想是目标函数以下降速度最快的方向作为搜索方向,即以负梯度方向作为搜索方向,沿步长不断迭代求解目标函数的最优值,基本原理及详细计算公式见文献^[12]。其残差目标函数 $R(X)$ 为:

$$R(X) = \|f(X) - L\| \quad (3)$$

式中, $f(X)$ 为模型计算数据; L 为观察数据。

计算步骤如下。

步骤1 选取初值 $X^{(0)}$ 。

$$X^{(i)} = f_i - L_i \quad (4)$$

式中, f_i 为第 i 个数据的计算值; L_i 为第 i 个数据的观察值。

步骤2 计算梯度方向 $g^{(k)}$ 。若 $g^{(k)}=0$,则转至步骤5。

$$g^{(k)} = (g_1^{(k)} \quad g_2^{(k)} \quad \dots \quad g_t^{(k)}) = (\partial R/\partial x_1 \quad \partial R/\partial x_2 \quad \dots \quad \partial R/\partial x_t) \Big|_{X=X^{(k)}} \quad (5)$$

步骤3 计算过渡矩阵 $B(X^{(k)})$ 和步长 $\lambda^{(k)}$ 。

$$B(X^{(k)}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial x_1} & \frac{\partial f_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_1}{\partial x_t} \\ \frac{\partial f_2}{\partial x_1} & \frac{\partial f_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_2}{\partial x_t} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \frac{\partial f_n}{\partial x_1} & \frac{\partial f_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial f_n}{\partial x_t} \end{bmatrix} \Big|_{X=X^{(k)}} \quad (6)$$

$$\lambda^{(k)} = (f(X^{(k)}) - L)'B(X^{(k)})B'(X^{(k)})(f(X^{(k)}) - L) / [2(f(X^{(k)}) - L)'B(X^{(k)})B'(X^{(k)})B(X^{(k)}) \cdot B'(X^{(k)})(f(X^{(k)}) - L)] \quad (7)$$

步骤 4 计算新得近似值 $X^{(k+1)}$, 并计算 $R(X^{(k+1)})$ 。若 $R(X^{(k+1)}) \neq R(X^{(k)})$, 则转至步骤 2 继续迭代。

迭代方程为:

$$X^{(k+1)} = X^{(k)} + dX^{(k)} = X^{(k)} - \lambda^{(k)} g'^{(k)} \quad (8)$$

式中, d 为步长; $g'^{(k)}$ 为搜索方向。

步骤 5 终止迭代, 输出 $X^{(k+1)}$ 和 $R(X^{(k+1)})$, 结束。

3.3 Burgers 模型的最速下降优化

根据式(2)Burgers 弯曲蠕变柔量的模型公式, 令 $x_1 = E_1, x_2 = \eta_1, x_3 = E_2, x_4 = \eta_2$, 则有:

$$f(X) = 1/x_1 + t/x_2 + 1/x_3 - e^{-\frac{x_3 t}{x_4}} / x_3 \quad (9)$$

随着时间 t 的增大, $e^{-\frac{x_3 t}{x_4}}$ 趋于零, 则有:

$$f(X) = t/x_2 + 1/x_1 + 1/x_3 \quad (10)$$

可以看出式(10)是关于时间 t 的一次函数, 取蠕变曲线(只包含第 1、2 阶段)后 8 个数据, 采用线性拟合。再采用原始数据减去线性回归值, 获得二次数据(基本接近指数曲线), 进行指数回归计算。得最速下降法初值为 Burgers 模型的计算初值 $\tilde{x}_1, \tilde{x}_2, \tilde{x}_3, \tilde{x}_4$ 。

将初值代入式(4)~(8), 通过最速下降法迭代计算使目标函数最小的参数估计值 $\bar{X} = (\bar{x}_1, \bar{x}_2, \bar{x}_3, \bar{x}_4)$, 即 Burgers 模型参数的最优值。

4 最优模型参数研究

4.1 数据拟合

利用 ExcelVBA 运行最速下降法迭代步骤, 对试验数据拟合, 输出模型参数及相关系数见表 2。试验结果表明, 优化后的 Burgers 模型能够较好地拟合试验曲线, 两条曲线的相关性较高。

表 2 Burgers 模型各个参数

Tab. 2 Various parameters of Burgers

温度 / $^{\circ}\text{C}$	应力 /MPa	E_1 /MPa	η_1 / $(\text{MPa} \cdot \text{s})$	E_2 /MPa	η_2 / $(\text{MPa} \cdot \text{s})$	相关系数 R^2
10	0.465	81.768 35	1 138.755 18	19.785 94	74.603 67	0.998
10	0.512	98.590 07	865.378 31	20.668 47	48.227 07	0.998
10	0.560	76.108 41	291.969 44	15.043 21	18.575 86	0.999
10	0.618	142.900 32	46.520 01	38.596 43	10.066 53	0.999
4	0.465	258.608 49	1 898.562 90	56.991 16	132.406 85	0.998
10	0.465	81.768 35	1138.755 18	19.785 94	74.603 67	0.998
16	0.465	39.247 17	111.431 93	10.130 10	8.949 31	0.998
22	0.465	13.465 00	80.789 28	6.788 19	4.410 11	0.996

4.2 应力对模型参数的影响

为研究不同应力水平下 Burgers 模型中参数的变化规律, 由表 2 得到不同应力水平下粘弹性模型参数, 考虑 Burgers 模型参数与应力存在某

种函数关系, 利用 Origin 软件多项式拟合功能, 通过不同次数的多项式对比发现, η_1 采用直线拟合较好, η_2 采用二次多项式拟合较好, 得到不同模型参数随着应力的变化关系式为:

$$\begin{cases} E_1 = -2.31 \times 10^4 + 1.32 \times 10^5 \sigma - 2.50 \times 10^5 \sigma^2 + 1.57 \times 10^5 \sigma^3 \\ E_2 = -5.88 \times 10^3 + 3.41 \times 10^4 \sigma - 6.54 \times 10^4 \sigma^2 + 4.16 \times 10^4 \sigma^3 \\ \eta_1 = 4.65 \times 10^3 - 7.55 \times 10^3 \sigma \\ \eta_2 = 9.21 \times 10^2 - 2.86 \times 10^3 \sigma + 2.23 \times 10^3 \sigma^2 \end{cases} \quad (11)$$

根据此关系式绘出模型参数与应力水平的拟合曲线见图 2。由图 2 可知, 在恒定温度(10°C)下, 随着应力的增大, E_1, E_2 随应力的增加变化趋势保持一致, 拟合曲线整体上表现上升趋势。而参数 η_1, η_2 均随应力的增加逐渐减少。

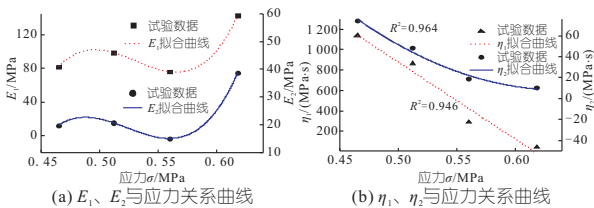


图 2 E_1, E_2, η_1, η_2 与应力关系曲线

Fig. 2 E_1, E_2, η_1, η_2 and stress relationship curve

4.3 温度对模型参数的影响

由表 2 得到不同温度下模型参数, 同样利用 Origin 中多项式拟合功能寻找参数与温度的函数关系, 对比不同次数的多项式函数, 发现 E_1, E_2 的变化规律利用指数函数表示较好, η_1, η_2 的变化规律利用二次函数表示较好, 参数与温度的关系式为:

$$\begin{cases} E_1 = 10.98 + 5.55 \times 10^2 e^{-0.22T} \\ E_2 = 5.97 + 1.21 \times 10^2 e^{-0.22T} \\ \eta_1 = 2.84 \times 10^3 - 2.40 \times 10^2 T + 5.06 T^2 \\ \eta_2 = 1.98 \times 10^2 - 17.11 T + 0.37 T^2 \end{cases} \quad (12)$$

根据此关系式绘出各模型参数与温度的拟合曲线见图 3。由图 3 可知, 随着温度的升高, Burgers 模型中的 4 个参数 E_1, E_2, η_1, η_2 均呈下降趋势, 说明水工沥青混凝土随着温度的升高会

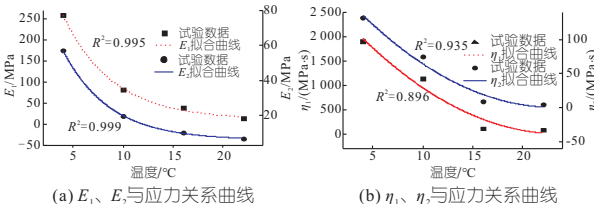


图 3 E_1, E_2, η_1, η_2 与温度关系曲线

Fig. 3 E_1, E_2, η_1, η_2 versus temperature curve

发生软化,高温性能降低。由参数随温度变化的规律来看,根据每个参数随温度下降的幅度,曲线被明显分为3段,第1段(4~10℃)曲线下降速度较快,第2段(10~16℃)曲线下降速度较前一段稍缓,第3段(16~22℃)曲线下降速度为3段中最慢。由此可见,沥青混凝土在较低温度时模型参数受温度变化更为敏感。

综合考虑应力和温度对参数的影响,模型参数受温度影响的变化规律更为明显,说明水工沥青混凝土对温度敏感性更强。

4.4 参数模型预测

为验证参数关系式的正确性,将10℃时加载应力0.465、0.512 MPa代入式(11),得到Burgers模型各参数,再对10℃时0.489 MPa下蠕变曲线进行预测,通过Origin绘图功能得到3条预测曲线,见图4(a)。由图4(a)可知,0.465、0.512 MPa下的蠕变预测曲线与试验曲线变化规律相同,且0.489 MPa的预测曲线亦介于0.465、0.512 MPa之间,说明在相同温度下,应力与模型参数的关系式预测结果较好。接下来再验证温度与模型参数的关系,在应力恒定情况下,先将温度分别为10、16℃代入式(12)得到参数,再对13℃下的蠕变曲线进行预测,利用Origin绘图功能绘出3条预测曲线,见图4(b)。由图4(b)可知,10、16℃下的预测曲线与试验曲线变化规律相同,且13℃的预测曲线也介于10、16℃之间,说明预测效果较好。

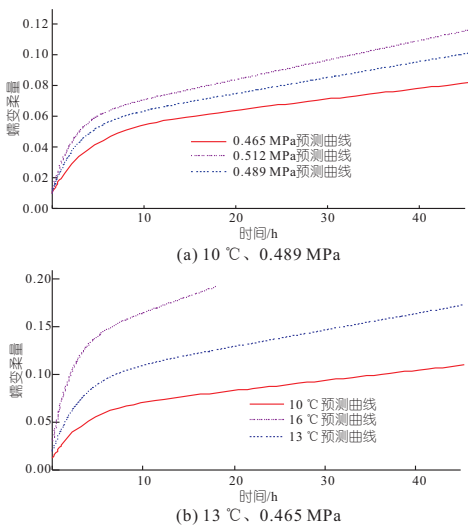


图4 蠕变预测曲线

Fig. 4 Creep prediction curve

5 结论

a. 在较低应力或较低温度下,水工沥青混凝土蠕变曲线只包含不稳定蠕变和稳定蠕变2个阶

段;在较高应力或较高温度下,试验曲线包含不稳定蠕变、稳定蠕变和加速蠕变3个阶段。随着应力或温度的增加,水工沥青混凝土在同一时刻的应变值和应变速率也越大。

b. 利用Burgers模型作为水工沥青混凝土粘弹性的本构模型,利用最速下降法拟合试验曲线,拟合曲线与试验曲线的相关性较好,特别是在稳定蠕变阶段,拟合曲线与试验曲线最为接近。

c. 在不同的温度下,水工沥青混凝土因高温性能减弱,Burgers模型参数 E_1 、 E_2 、 η_1 、 η_2 随着温度的升高而减小,沥青混凝土在较低温度区间模型参数受温度变化更为敏感;不同应力水平下,随着应力的增加, E_1 、 E_2 整体上表现上升趋势, η_1 、 η_2 随着应力的增加而减小。应力与温度相比较而言,水工沥青混凝土对温度的敏感性更高。

d. 利用Origin软件的多项式拟合功能,得到温度、应力和模型参数的关系式,通过验证,可以利用Burgers模型预测不同温度或不同应力下水工沥青混凝土蠕变行为。

参考文献:

- [1] 郝巨涛,刘增宏,汪正兴. 我国沥青混凝土防渗工程技术的发展与展望[J]. 水利学报,2018,49(9):1137-1147.
- [2] 余梁蜀,许庆余,王文进,等. 沥青混凝土低温性能试验和工程应用[J]. 水利学报,2006,37(5):634-639.
- [3] 朱兴一. 沥青混凝土的细观力学模型及数值模拟[D]. 杭州:浙江大学,2010.
- [4] 叶永. 沥青混合料粘弹塑性本构模型的实验研究[D]. 武汉:华中科技大学,2009.
- [5] 陈静云,周长红,王哲人. 沥青混合料蠕变试验数据处理与粘弹性计算[J]. 东南大学学报(自然科学版),2007,37(6):1091-1095.
- [6] 王柳江,薛晨阳,扎西顿珠,等. 低温条件下心墙沥青混凝土蠕变特性试验[J]. 河海大学学报(自然科学版),2021,49(5):419-424,481.
- [7] 朱晟,徐骞,王登银. 沥青混凝土的增量蠕变模型研究[J]. 水利学报,2011,42(2):192-197.
- [8] 郑健龙,吕松涛,田小革. 基于蠕变试验的沥青粘弹性损伤特性[J]. 工程力学,2008,25(2):193-196.
- [9] 中华人民共和国水利部. 水工沥青混凝土施工规范:SL514-2013[S]. 北京:中国水利水电出版社,2013.
- [10] 国家能源局. 水工沥青混凝土试验规程:DL/T5362-2018[S]. 北京:中国电力出版社,2018.
- [11] 杨挺青. 粘弹性力学[M]. 武汉:华中理工大学出版社,1990.
- [12] 王新洲. 非线性模型参数估计理论与应用[M]. 武汉:武汉大学出版社,2002.

