

DOI: 10.20040/j.cnki.1000-7709.2025.20241868

基于信息融合与堆叠卷积网络的 TBM 推力和扭矩预测

杨耀红^{1,2}, 张哲¹, 陈建国³, 李群胜³, 刘宇翔¹

(1. 华北水利水电大学水利学院, 河南 郑州 450046; 2. 河南省水圈与流域水安全重点实验室, 河南 郑州 450046; 3. 河南省水利第一工程局集团有限公司, 河南 郑州 450000)

摘要:合理准确预测隧道掘进机的推力和扭矩是实现 TBM 智能化控制的关键问题之一。对此,提出一种两阶段知识数据双驱动时空堆叠卷积网络(KD-NTS-GAT)预测方法。首先基于专家知识表达与 NTS-NOTEARS 方法提出一种新的信息融合技术,通过聚类方法将离散的专家经验与 NTS-NOTEARS 连续指标进行映射并平滑融合,量化提取 TBM 关键运行参数之间的因果关系,显著提高了因果关系的真实性。然后,将因果关系作为先验知识进一步与堆叠卷积网络深度学习模型结合,用于预测 TBM 推力和扭矩。结合新疆输水隧洞工程 IV 标段,将 KD-NTS-GAT 方法与纯数据驱动结果进行对比分析,结果表明两阶段知识数据双驱动时空堆叠卷积网络具有更好的推力与扭矩预测能力。研究结论可为 TBM 施工智能化控制提供参考。

关键词: TBM; 信息融合; NTS-NOTEARS; 堆叠卷积网络

中图分类号: TV53

文献标志码: A

文章编号: 1000-7709(2025)09-0092-05

1 引言

隧道掘进机(TBM)作为一种现代化的隧道施工设备,在公路铁路工程、西部陆海新通道、国家水网、抽水蓄能电站、地下矿山等重大工程中得到了广泛应用。掘进机的推力和刀盘扭矩是两项至关重要的参数,过大的推力可能会导致永久隧道衬砌出现裂缝和损坏,甚至影响整体结构的完整性。高扭矩通常表现为刀盘磨损严重,可能导致卡机风险^[1]。近年来,TBM 参数预测方法也得到了迅速发展,大量机器学习、神经网络等人工智能方法得以应用^[2]。采用数据驱动方法获得不同参数的重要性分数^[3]、考虑时间维度^[4]、提取数据隐性特征和时间相关特征^[5]等方法以提高预测准确性。但它们仍主要依赖于数据模式,缺少理论模型支撑,在揭示输入和输出变量之间的非线性关系时,很难解释其内在逻辑^[6]。基于因果关系的模型更具解释性和鲁棒性,因为它们能够摒弃机器学习中的虚假关联关系,真实反映变量之间的相互影响^[7]。同时在工程施工过程中,专家基于现场管理的感知、对设备操控的体验及对复杂

问题的处理,形成了丰富的工程经验,这些经验知识是理解变量关系和指导 TBM 施工的宝贵财富。因此研究数据驱动与专家经验结合的人工智能方法,是解决掘进机推力和刀盘扭矩等参数精准预测的途径之一。为合理精准预测 TBM 施工推力和扭矩,本文提出了一种基于知识、数据双驱动两阶段 KD-NTS-GAT 方法,第一阶段为 KD-NTS,结合专家经验和数据驱动技术,发掘 TBM 关键参数之间的因果关系;第二阶段为 NTS-GAT,利用这些因果关系矩阵作为先验知识,结合数据驱动进行预测;该方法融合了知识驱动和数据驱动,旨在量化 TBM 关键参数之间的因果关系,以帮助模型更好地学习和推理。

2 研究方法

2.1 NTS-NOTEARS 因果发现算法

NTS-NOTEARS 是一种基于分数的时间序列数据结构学习方法,结构学习转化为数值优化问题,能够快速识别特征与目标变量之间的全局最优因果关系图^[8]。该网络捕获变量之间的非线性、滞后(切片间)和瞬时(切片内)关系。此方法使用给出的时间序列数据 $\{X^t:t=1,2,\dots,T\}$,一

收稿日期: 2024-10-04, **修回日期:** 2024-11-18

基金项目: 国家自然科学基金项目(51679089);河南省学科创新引智基地项目“智慧水利”(GXJD004);河南省水利厅科技攻关项目(GG202358)

作者简介: 杨耀红(1969-),男,教授、博导,研究方向为工程管理、资源环境管理,E-mail: yangyaohong@ncwu.edu.cn

维 CNN 学习局部不变特征并将它们在数据序列中聚合来学习高阶序列特征。两个变量之间边缘的估计依赖强度是它们的核权重的 L2 范数:

$$W_{ij}^k = \|\mathcal{O}_{i,j}^k\|_{L_2} \text{ for } k=1,2,\dots,K+1 \quad (1)$$

式中, W_{ij}^k 为权重强度。

最后,将权重阈值 W_{thres}^k 应用于每个时间步 k ,以修剪具有弱依赖性强度的边缘并定义每个变量的父集。NTS-NOTEARS 方法克服 NOTEARS 不能处理数据间非线性关系、先验知识(如禁止或必需边缘)作为附加的优化约束及时间序列中滞后性缺陷^[9]。

2.2 图注意力网络

注意力机制的图卷积神经网络(GAT)可以学习参数之间的拓扑结构关系,能够捕获节点间的复杂关系。GAT 的目标是计算两个节点之间的权重 e_{ij} 。 Wh_i 代表使用一个模型自己学习共享的权重向量 W 来对原始特征向量做维度转换, i, j 均转化之后拼接,再用一个全连接作为相似计算函数,激活函数为 LeakyRelu,此时全连接后产出一个值:

$$e_{ij} = \exp(\text{LeakyReLU}(a^T[Wh_i \| Wh_j])) \quad j \in N_i \quad (2)$$

所有的全连接值再做 softmax 归一化得到最终 i, j 节点的权重值 α_{ij} :

$$\alpha_{ij} = \text{softmax}_j(e_{ij}) = \frac{\exp(e_{ij})}{\sum_{k \in N_i} \exp(e_{ik})} \quad (3)$$

另使用多头注意力机制(multi-head attention)来稳定 self-attention 的学习过程,即对式(3)调用 K 组相互独立的注意力机制,然后将输出结果拼接起来:

$$h'_i = \left\| \sum_{k=1}^K \alpha_{ij}^k W^k h_j \right\| \quad (4)$$

式中, $\|$ 表示拼接操作; α_{ij}^k 为第 k 个注意力机制计算的权重系数; W^k 为对应的输入线性变换的权重矩阵。

2.3 BiLSTM 网络

除了变量之间的因果关系外,TBM 参数还存在时间依赖性^[10]。LSTM 可以记忆历史信息并将其应用于当前输出,从而实现网络中的状态反馈^[11]。LSTM 有一个特定的内存块,由输入门、输出门、遗忘门和单元状态组成,公式为:

$$f_t = \sigma(W_f \cdot [h_{t-1}, x_t] + b_f) \quad (5)$$

$$i_t = \sigma(W_i \cdot [h_{t-1}, x_t] + b_i) \quad (6)$$

$$\tilde{C} = \tanh(W_c \cdot [x_t, h_{t-1}] + b_c) \quad (7)$$

$$C_t = f_t \odot C_{t-1} + i_t \odot \tilde{C} \quad (8)$$

$$o_t = \sigma(W_o \cdot [h_{t-1}, x_t] + b_o) \quad (9)$$

式中, f_t 为时间 t 的输入门状态; h_{t-1}, x_t 分别为上一刻细胞隐藏状态、当前输入; W_i, b_i 分别为输入门的权重和偏置; W_c, b_c 分别为细胞状态的权重矩阵和偏项; \tilde{C} 为临时细胞状态; \tanh 为双曲切线激活函数; C_t, C_{t-1} 均为细胞状态; i_t 为记忆门; \odot 为 Hadamard; o_t 为输出门; W_o, b_o 分别为输出门的矩阵和偏置。

BiLSTM 算法作为 LSTM 的变异算法,在 LSTM 的基础上向前向序列层增加了一个后向序列层,从输入变量中提取更全面的信息,可以充分利用前一个时间序列的信息来预测下一个时间点的目标。BiLSTM 网络结构见图 1。

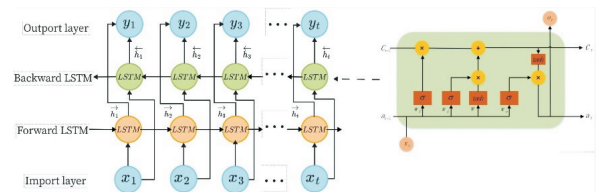


图 1 BiLSTM 网络结构图

Fig. 1 Structure diagram of the BiLSTM network

2.4 信息融合与堆叠卷积网络 KD-NTS-GA 模型

基于 NTS-NOTEARS 方法将专家经验和数据驱动相融合,检测并量化 TBM 关键操作参数之间的因果关系。然后,将 GAT 与 BiLSTM 相结合形成堆叠网络,从空间与时间两个维度进行处理,所发现的因果关系可以用作先验知识,进一步训练深度学习模型,实现推力与扭矩的精准预测。所提出的深度框架具有 2 层 GAT 网络和 3 层 BiLSTM 网络^[12]。每个 GAT 层均有 28 个神经元,激活函数是 ReLU。每个 BiLSTM 层有 200 个单元,选择 Adam 作为优化器,学习率设置为 0.001。MSE 为损失函数的度量。预测模型实施流程见图 2。

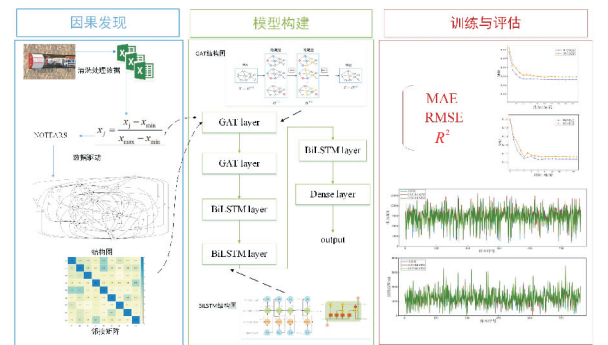


图 2 预测模型实施流程图

Fig. 2 Flowchart of the prediction model implementation

3 案例分析

3.1 工程背景

新疆隧洞工程,标段(桩号 23+600~40+823)隧洞由南向北依次穿过北天山南麓中一高山区及分水岭、北麓中一高山区及第三系断陷盆地等,地面高程 1 570~3 469 m。隧洞埋深>500 m 的洞段长度约占 88.7%,埋深>1 000 m 的洞段长度约占 50.0%,埋深>2 000 m 的洞段长度约占 6.7%,最大埋深为 2 242 m。采用一台开敞式 TBM 进行开挖,TBM 的主要技术参数见表 1。洞径为 6.53 m,隧洞坡度为 2‰,主要以 II(28.3%)、III(38.5)类围岩为主和少量 IV(15.4)、V(17.8%)围岩。

表 1 TBM 主要技术参数

Tab. 1 TBM specifications

技术参数	取值	技术参数	取值
刀盘开挖直径/mm	6 530	刀盘额定扭矩/(kN·m)	4 510
最大推进速度/(mm·min ⁻¹)	160	刀盘脱困扭矩/(kN·m)	10 045
额定总推力/kN	20 040	刀盘转速/rpm	0~9.8
最大总推力/kN	17 070	装机功率/kW	2 800

3.2 参数选取

全断面掘进机的载荷参数是整个顶升系统、支护系统和后配套系统共同作用的结果。因此,掘进机的推力和扭矩不可避免地受到地质条件、掘进机支护体系统的稳定性及后配套清渣速度等多方面综合影响。基于现有研究成果和专家经验^[12-13],选择的输入参数包括推进速度(X_1)、贯入度(X_2)、撑靴撑紧力(X_3)、刀盘功率(X_4)、刀盘转速(X_5)、推进泵压力(X_6)、皮带输送机电流(X_7),以及推力(Y_1)、扭矩(Y_2)。这些参数不但能够反映开挖过程中围岩等级情况,多个时间段的输入还能捕捉刀盘的磨损,设备运行状态变化。参数数据包括从时间状态 $t-1$ 到 $t-2$ 的 X_i 、 Y_i 的序列值,以及时间状态 t 下 X_1 、 X_2 、 X_3 、 X_5 、 X_7 序列值。采用 min-max 标准化处理原始数据,采用四分位距(IQR)方法剔除异常点。剔除后有 4 210 组数据,每个参数数值分布情况见表 2。

表 2 TBM 主要运行参数

Tab. 2 Main operating parameters of TBM

特征变量	单位	平均值	最小值	25%	50%	75%	最大值
X_1	mm/min	41.29	2.81	30.52	40.90	51.54	97.80
X_2	mm/r	16.46	2.00	12.8	16.23	20.64	46.71
X_3	kN	149 123.00	121 209.70	141 919.50	152 552.20	154 070.00	165 325.50
X_4	kW	201.44	10.38	123.21	182.99	195.17	719.65
X_5	rpm	1.58	0.51	1.20	1.70	1.92	2.52
X_6	kN	152.89	22.09	132.01	153.05	171.79	260.53
X_7	A	38.55	18.01	37.44	38.51	39.52	50.32
Y_1	kN	9 062.92	804.06	7 685.27	9 214.95	10 624.85	16 455.26
Y_2	kN·m	1 209.00	131.09	856.86	1 193.01	1 507.40	3 734.77

3.3 信息融合结果分析

为确定最佳最大时滞 τ , t 到 $t-3$ 的时间状

态被选为候选值,以证明最适合因果发现模型训练的时间状态。表 3 中列出了 y_1 、 y_2 的每个时间状态的模型评估结果。由表 3 可知, $\tau=2$ 为最合适的选择,该模型具有比 $\tau=0$ 、 $\tau=1$ 的结果更好的性能。

表 3 y_1 、 y_2 在不同时滞 τ 下的性能评价

Tab. 3 Performance evaluation of y_1 and y_2 under different time lags τ

指标	d	平均绝对误差	均方根误差	R^2
推力/kN	0	563.44	989.87	0.832
	1	516.49	857.25	0.871
	2	410.06	732.11	0.912
扭矩/(kN·m)	0	123.25	167.02	0.786
	1	93.37	118.13	0.923
	2	78.43	108.24	0.955
	3	82.16	112.04	0.938

获取数据驱动的因果关系后,通过对选取三位 TBM 操作相关的专家进行问卷调查与咨询,获取专家对不同参数之间的因果关系强度赋值,将赋值相对大小分为弱、较弱、一般、较强、强五种离散指标,分别用 1、3、5、7、9 表示,对参数之间因果关系强度进行评价。采用德尔菲法,通过专家讨论将意见逐渐收敛。图 3(a)为专家讨论后一致参数之间的因果关系和因果关系的强度。专家评价体系下与机器学习体系下因果强度映射关系见表 4。图 3(b)为专家经验作为先验知识以及在时滞系数等于 2 的情况下专家经验与数据驱动相融合的因果图。

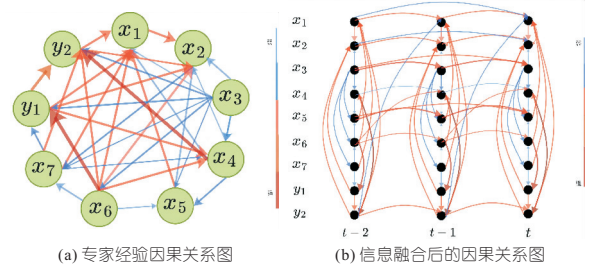


图 3 因果关系图

Fig. 3 Causal relationship diagram

表 4 专家经验离散指标与数据驱动聚类团体对应关系

Tab. 4 Correspondence between expert experience and data-driven

专家经验	1	3	5	7	9
数据驱动	(0.01~0.17)	(0.17~0.26)	(0.26~0.55)	(0.55~0.69)	(0.69~0.90)

将融合后的因果关系转化为邻接矩阵,见图 4。

3.4 预测结果分析

选取全部数据的 80% 进行模型训练,其余的 20% 数据进行训练模型的性能评估。为进行信息融合前后预测性能的对比分析,选取 NTS-GAT、

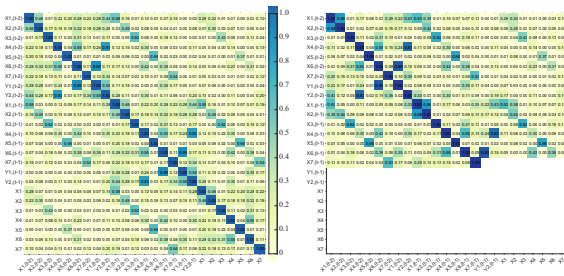


图 4 变量因果效应详细热图

Fig. 4 Detailed heatmap of variable causal effects

GCN-BiLSTM 模型分别进行预测性能测试,预测性能评价见表 5。由表 5 可知,NTS-GAT 与 GCN-BiLSTM 模型,在输入由专家经验融入的因果关系矩阵后显著提升算法性能。当 GCN-BiLSTM 邻接矩阵为融合专家经验的因果关系矩阵时,模型性能会逼近甚至高于纯数据驱动的 NTS-GAT 模型,这也展现出融合专家经验的知识数据双驱动因果关系矩阵会有更好的性能。同时可以看出,NTS-GAT 模型在输入专家融合因果关系矩阵相对于输入纯数据驱动的因果关系矩阵上的提升普遍高于 GCN-BiLSTM 模型。

表 5 信息融合前后模型预测性能评价

Tab. 5 Evaluation values of model prediction performance before and after information fusion

矩阵	指标	推力/kN		扭矩/(kN·m)	
		NTS-GAT	GCN-BiLSTM	NTS-GAT	GCN-BiLSTM
融合矩阵	平均绝对误差	410.06	657.35	78.43	97.85
	均方根误差	732.11	912.61	108.24	138.24
	R ²	0.912	0.865	0.955	0.926
数据驱动矩阵	平均绝对误差	688.65	751.26	107.19	109.43
	均方根误差	989.87	1 014.30	149.39	164.50
	R ²	0.864	0.833	0.911	0.896

为进一步验证所提 KD-NTS-GAT 模型的整体性能,选取其他模型进行对比,结果见表 6。传统的基于 BiLSTM 的模型,由于缺乏含有先验知识的邻接矩阵输入,也没有对参数间空间特征的捕捉,所以预测误差较大。另外,不含先验知识作为输入的 GCN-BiLSTM 堆叠模型的性能优于 BiLSTM 方法。表 6 中的相应结果同表 5 中输入数据驱动邻接矩阵作为先验知识的预测结果相比

表 6 KD-NTS-GAT、GCN-BiLSTM、BiLSTM 预测性能评估

指标	模型	平均绝对误差	均方根误差	R ²
推力/kN	NTS-GAT	410.06	732.11	0.912
	GCN-BiLSTM	766.91	1038.18	0.825
	BiLSTM	798.21	1128.62	0.799
扭矩/(kN·m)	NTS-GAT	78.43	108.24	0.955
	GCN-BiLSTM	123.25	179.11	0.879
	BiLSTM	156.86	197.63	0.851

略微逊色。这可能是因为纯数据驱动所给出的先验知识不完全准确,并且由于 GCN 网络虽然也能够捕捉空间特征,但传统的 GCN 假设图中的所有边均具有同等重要性,没有 GAT 网络符合实际。所提出的 NTS-GAT 预测模型方法在输入 KD-NTS 信息融合模型发掘的因果关系后对预测有更好的改进。总之,与 BiLSTM、GCN-BiLSTM 方法相比,NTS-GAT 分别实现了 34.34%、28.24% 的平均改进。结果进一步表明了 KD-NTS-GAT 在 TBM 载荷参数预测中的良好性能。

4 结论

针对 TBM 推力和扭矩精准预测问题,提出一种两阶段知识数据双驱动时空堆叠卷积网络(KD-NTS-GAT)预测模型。基于 NTS-NOTEARS 的信息融合方法,一定程度上克服了纯数据驱动因果关系发现模型的“黑箱”问题,提高了因果关系发现的可靠性。GAT 与 BiLSTM 相结合形成的堆叠网络,可以将数据空间结构学习和数据时间序列学习相结合,将表达可靠因果关系的邻接矩阵作为先验知识,融合到数据学习中,可以强化训练学习效果。通过纯数据驱动模型和知识数据双驱动模型的计算对比分析,进一步表明信息融合模型具有显著的预测优势。

参考文献:

- [1] JAKOBSEN P D, LANGMAACK L, DAHL F, et al. Development of the Soft Ground Abrasion Tester (SGAT) to predict TBM tool wear, torque and thrust[J]. Tunnelling and underground space technology, 2013, 38: 398-408.
- [2] LI J B, CHEN Z Y, LI X, et al. Feedback on a shared big dataset for intelligent TBM Part I: Feature extraction and machine learning methods[J]. Underground space, 2023, 11: 1-25.
- [3] LIU Z B, LI L, FANG X L, et al. Hard-rock tunnel lithology prediction with TBM construction big data using a global-attention-mechanism-based LSTM network[J]. Automation in construction, 2021, 125: 103647.
- [4] 周小雄, 龚秋明, 殷丽君, 等. 基于 BLSTM-AM 模型的 TBM 稳定段掘进参数预测[J]. 岩石力学与工程学报, 2020, 39(增刊 2): 3505-3515.
- [5] QIN C J, SHI G, TAO J F, et al. Precise cutterhead torque prediction for shield tunneling machines using a novel hybrid deep neural network[J]. Mechanical systems and signal processing, 2021, 151: 107386.
- [6] LI J B, CHEN Z Y, LI X, et al. Feedback on a shared big dataset for intelligent TBM Part II: Application and forward look[J]. Underground space,

2023, 11: 26-45.

[7] WANG K Y, ZHANG L M, FU X L. Time series prediction of tunnel boring machine (TBM) performance during excavation using causal explainable artificial intelligence (CX-AI)[J]. Automation in construction, 2023, 147: 104730.

[8] WANG H R, LI J M, ZHU G F. A data feature extraction method based on the NOTEARS causal inference algorithm[J]. Applied sciences, 2023, 13 (14): 8438.

[9] 苗海滨, 向朝建, 刘胜楠, 等. 专家知识增强的机器学习建模在高强高导铜合金开发中的应用[J]. 工程科学学报, 2023, 45(11): 1908-1917.

[10] FU X L, PAN Y, ZHANG L M. A causal-temporal graphic convolutional network (CT-GCN) approach for TBM load prediction in tunnel excavation [J]. Expert systems with applications, 2024, 238: 121977.

[11] HOU S K, LIU Y R. Early warning of tunnel collapse based on Adam-optimised long short-term memory network and TBM operation parameters [J]. Engineering applications of artificial intelligence, 2022, 112: 104842.

[12] WANG L T, ZHU F Z, LI J, et al. A data-driven approach for modeling and predicting the thrust force of a tunnel boring machine[J]. Journal of Zhejiang university-SCIENCE A, 2023, 24(9): 801-816.

[13] ZHAO D K, HE Y J, CHEN X, et al. Data-driven intelligent prediction of TBM surrounding rock and personalized evaluation of disaster-inducing factors [J]. Tunnelling and underground space technology, 2024, 148: 105768.

Prediction of Thrust and Torque of TBM Based on Information Fusion and Stacked Convolutional Neural Networks

YANG Yao-hong^{1,2}, ZHANG Zhe¹, CHEN Jian-guo³, LI Qun-sheng³, LIU Yu-xiang¹

(1. School of Water Conservancy, North China University of Water Resources and Electric Power, Zhengzhou 450046, China; 2. Henan Provincial Key Laboratory of Hydrosphere and Watershed Water Security, Zhengzhou 450046, China; 3. Henan Water Conservancy First Engineering Bureau Group Co., Ltd., Zhengzhou 450000, China)

Abstract: It is the key issues of reasonably and accurately predicting the thrust and torque of tunnel boring machines (TBM) to realize the intelligent control of TBMs. This paper proposes a two-stage prediction method of knowledge-data-driven spatio-temporal stacked convolutional network (KD-NTS-GAT). Firstly, based on expert knowledge and the NTS-NOTEARS method, a new information fusion technique is proposed. The discrete expert experience and the continuous NTS-NOTEARS indicators is mapped and smoothly fused through clustering. The causal relationships among the key operating parameters of the TBM is quantitatively extracted to improve the authenticity of the causal relationships significantly. Then, causality is further combined as a prior knowledge with stacked convolutional network deep learning model for predicting thrust and torque of TBM. Taking the bid IV of Xinjiang Water Conveyance Tunnel Project as an example, a comparative analysis of the KD-NTS-GAT method and the pure data-driven method shows that the KD-NTS-GAT has better prediction capability on thrust and torque. The conclusions can provide a reference for the intelligent control of TBM construction.

Key words: TBM; information fusion; NTS-NOTEARS; stacked convolutional network



(上接第 100 页)

[6] ROSS T J. Fuzzy Logic with Engineering Applications[M]. New York: John Wiley & Sons, 2010.

[7] 李本强, 胡颖, 侍克斌. 过水围堰导流系统瞬时风险分析[J]. 水电能源科学, 1997, 15(2): 42-46.

[8] 张超, 胡志根, 刘全. 基于最大熵原理的施工导流随机模糊风险分析[J]. 四川大学学报(工程科学版), 2012, 44(2): 59-63.

[9] 张超, 胡志根, 刘全. 梯级施工导流系统整体风险分析[J]. 水科学进展, 2012, 23(3): 396-402.

Prediction of Diversion Risk in the Later Stage of Cascade Power Station and Evaluation of Initial Impoundment Scheme

WANG Bei-bei¹, LIU Lian¹, LUO Li-zhe², HUANG Jian-wen¹, LIU Le³

(1. Hubei Key Laboratory of Construction and Management in Hydropower Engineering, College of Hydraulic & Environmental Engineering, China Three Gorges University, Yichang 443002, China; 2. Changjiang Survey, Planning, Design and Research Co., Ltd., Wuhan 430014, China; 3. Shanghai Excellent Ruixin Digital Technology Co., Ltd., Shanghai 200233, China)

Abstract: Predicting risks in later diversion stages is essential for the scientific evaluation of initial impoundment schemes for hydropower stations. Considering the gradual development process from dam overtopping to the failure of the diversion system, taking the later diversion systems of the upstream existing and downstream under-construction power stations as the research objects, a later diversion risk model for cascade power stations based on level sets is established, and the risk is expressed in the form of interval numbers. Based on the prospect theory, the initial impoundment scheme of the cascade power stations is evaluated by taking risk loss, relative storage reservoir power generation benefits and storage duration as the indicators. Finally, taking two adjacent under-construction power stations in the upper reaches of the Jinsha River as an example, the results show that when the level sets change from 0 to 1, the equivalent recurrence interval corresponding to the later diversion risk interval of the original impoundment scheme meets the flood design standard with a high safety margin. The staged storage time can be advanced by 40 days, which provides a reference for the safety and economy of advanced impoundment.

Key words: later diversion; initial impoundment; risk model; level sets; cascade power stations