

DOI: 10. 20040/j. cnki. 1000-7709. 2023. 20230598

降雨—径流—渗流耦合作用下边坡流场研究

彭秀启¹, 冯永梅²

(1. 山东省临沂市水利资源开发服务中心, 山东 临沂 276000; 2. 山东省临沂市水利勘测设计院, 山东 临沂 276000)

摘要: 降雨会影响边坡流场特性, 由于流体的连续性, 坡表径流和坡体渗流通常存在耦合联动现象。其中, 坡表径流由 N-S 方程描述, 坡内渗流采用 Darcy 定律描述。在速度滑移水—土界面边界条件下, 通过分离变量法推导出流速分布、压强和流量的解析解及径流水面线的半解析解。此外, 采用显式龙格—库塔方法求出不同位置的水深、流速和流量值。结果发现, 边坡越陡, 流体运动越快且水深越浅; 降雨强度越大, 整体水深越深; 坡表处流速不等于 0; 且越靠近下游, 径流量的占比越大。研究结果可为边坡流场特性研究提供参考。

关键词: 均匀降雨; 流速分布; 边坡; 径流; 渗流

中图分类号: TV131

文献标志码: A

文章编号: 1000-7709(2023)10-0032-04

1 引言

降雨通常是坡表径流和坡体渗流的主要来源, 其对边坡流场特性起决定性作用^[1]。由于流体存在连续性, 径流与渗流在边坡表层存在耦合运动^[2], 这是径流与渗流搭接的主要区域, 也是流体流动状态发生变化的重点路径。因此, 有必要对边坡内外两种流体的耦合运动进行研究。对于降雨作用下边坡流场特性已开展了大量研究。LIU Y 等^[3]采用 N-S 方程描述径流, 通过 D-B 方程控制渗流, 在跳跃边界条件下推导出边坡径流与渗流耦合的界面流速, 并研究了边坡冲刷的概率; 刘俊新等^[4]采用圣维南坡面流控制方程结合曼宁公式描述坡表径流, 且利用水—气两相渗流的基本微分方程控制坡内渗流, 通过交替迭代实现坡表水和坡内水耦合; 蔡军等^[5]对 FLAC^{3D} 进行二次开发, 分析了降雨情况下边坡开挖时坡内渗流场变化情况; 刘杨等^[6]基于饱和—非饱和渗流理论研究了均匀降雨情况下含软弱夹层的高边坡内流场特性, 并分析了浸润曲线位置和渗流的主要路径; 曹硕鹏等^[7]研究了降雨对红粘土边坡流场特性的影响, 发现降雨强度增强入渗深度和入渗速度亦会增加, 易造成坡面松散层流失。此外, 还分析了降雨对隧道边坡和非饱和土坡的流场特性^[8-9]。但当前对边坡流场的研究忽略了降雨情况下径流与渗流的耦合作用。为此, 本文提出了均匀降雨作用下坡表径流与坡内渗流耦合模

型, 通过 N-S 方程描述坡表径流, 用线性 Darcy 定律描述坡内稳定渗流; 采用分离变量法结合显式龙格—库塔方法求解模型径流水面线、流速分布、压强和流量的理论表达式, 并分析了坡度和降雨强度对模型径流水面线、流速分布和流量的影响。

2 理论分析

流体在模型中可分为坡表无约束的径流和坡内土体缓慢运动的渗流两部分, 具体见图 1。由于流体在坡表和坡内的运动十分复杂, 为了简化分析, 做以下假设: ①流体处于充分发展稳定状态; ②边坡土体是均质各项同性的介质; ③坡表径流和土体中渗流满足层流; ④流体均为 Newtonian 流体; ⑤土层内流体为饱和渗流(径流与渗流间无流量交换), 流体仅向 x 方向运动; ⑥流体运动过程中无涡旋水泡产生。

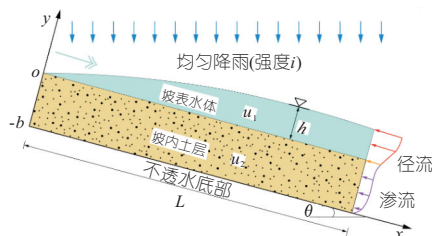


图 1 降雨作用下边坡流体运动示意图

Fig. 1 Schematic of slope fluid motion under the rainfall

2.1 控制方程

径流流体运动主要受连续性方程和 N-S 方

收稿日期: 2023-04-14, 修回日期: 2023-05-31

作者简介: 彭秀启(1967-), 男, 高级工程师, 研究方向为水利岩土工程, E-mail: 503122965@qq.com

程^[10-11]控制,分别为:

$$\partial\rho/\partial t + \nabla(\rho\mathbf{U}) = 0 \quad (1)$$

$$\rho(\partial\mathbf{U}/\partial t + (\mathbf{U}\nabla)\mathbf{U}) = -\nabla P + \mu\nabla^2\mathbf{U} + \mathbf{F} \quad (2)$$

式中, ρ 为流体密度; t 为时间; \mathbf{U} 为速度; ∇ 为梯度运算; ∇P 为压力梯度; μ 为动力粘度系数; \mathbf{F} 为体积力。

由于流体仅沿 x 方向运动,故 y 、 z 方向的流体运动速度为 0,且流动属于充分发展流,由连续性方程可得:

$$\partial u_1/\partial x = 0 \quad (3)$$

式中, u_1 为径流在流向(x 方向)的速度。

x 方向径流运动控制方程可简化为:

$$\mu\partial^2 u_1/\partial y^2 - \partial p/\partial x + \rho g \sin\theta = 0 \quad (4)$$

式中, μ 为动力粘度系数; p 为流体压力; g 为重力加速度; θ 为边坡坡角。

由于压强受水深 h 沿竖向方向分量($h \sin\theta$)的影响, $p = \rho g h \sin\theta$ 可转化为:

$$\mu \frac{\partial^2 u_1}{\partial y^2} - \rho g \sin\theta \frac{dh}{dx} + \rho g \sin\theta = 0 \quad (5)$$

径流流速的解析解可通过分离变量法对式(5)进行求解:

$$u_1 = -\frac{1}{2} \frac{\rho g \sin\theta}{\mu} \left(1 - \frac{dh}{dx}\right) y^2 + My + N \quad y > 0 \quad (6)$$

式中, M 、 N 均为待定系数。

土体中流体运动缓慢,属于理想渗流,其受达西定律控制^[11]:

$$\mathbf{V} = \mathbf{K}\mathbf{J} \quad (7)$$

式中, \mathbf{V} 为渗流流速张量, $\mathbf{V} = (u_{2x}, u_{2y}, u_{2z})$; \mathbf{K} 为渗透系数张量, $\mathbf{K} = (K_x, K_y, K_z)$; \mathbf{J} 为渗流水力梯度张量, $\mathbf{J} = (J_x, J_y, J_z)$ 。

当土体为各项同性均质土时,各方向的渗透系数相同,即 $K_x = K_y = K_z = K_p$,且水力梯度相等。此时,渗流流速在 x 方向可由达西定律计算:

$$u_2 = K_p J \quad (8)$$

其中 $K_p = k_p \gamma_w / \mu$ (9)

$$J = \Delta P / (\gamma_w L) \quad (10)$$

式中, u_2 为渗流在流向(x 方向)的速度; K_p 为渗透系数; J 为水力梯度; k_p 为土层的内在渗透率; γ_w 为水的重度; ΔP 为上下游水头差; L 为边坡长度。

此外, $\Delta h/L = \sin\theta$ 。则式(8)可转化为:

$$u_2 = \frac{k_p \rho g \sin\theta}{\mu} \quad y \leq 0 \quad (11)$$

由式(11)可知,渗流主要受坡角 θ 和土层渗透率 k_p 的影响。

2.2 边界条件

模型共包含 4 个边界条件:①径流水面($y = h$);②水土交界面($y = 0$);③土层底部($y = -b$);④边坡上游初始位置($x = 0$);⑤边坡下游末端位置($x = L$)。以上边界条件满足无风、无波浪的恒定流。

3 求解方法

为了求解待定系数 M 、 N ,将式(6)、(11)代入边界条件可得 M 、 N 具体表达式为:

$$M = \frac{\rho g \sin\theta}{\mu} \left(1 - \frac{dh}{dx}\right) h \quad (12)$$

$$N = \frac{\rho g \sin\theta}{\mu} \left[\left(1 - \frac{\partial h}{\partial x}\right) h \frac{\sqrt{k_p}}{\alpha} + k_p \right] \quad (13)$$

将式(12)、(13)代入式(6),可得径流流速分布表达式:

$$u_1 = \frac{\rho g \sin\theta}{\mu} \left[\left(1 - \frac{dh}{dx}\right) \left(-\frac{1}{2} y^2 + h y + \sqrt{k_p} h / \alpha\right) + k_p \right] \quad (14)$$

由式(14)可知,径流流速主要受坡角 θ 、水深 h 、位置 $\partial h/\partial x$ 、土层渗透率 k_p 和滑移系数 α 的影响。对比式(11)、(9)可知,当降雨强度一定时,径流-渗流的耦合主要取决于坡角 θ (坡度 S),土层渗透率 k_p 和滑移系数 α 这三个参数的相互作用。

通过对径流和渗流的流速积分,可得到两种流体的单宽流量表达式:

$$Q_1 = \int_0^h u_1 dy =$$

$$\frac{\rho g \sin\theta}{\mu} \left[\left(1 - \frac{dh}{dx}\right) \left(\frac{1}{3} h^3 + \frac{\sqrt{k_p}}{\alpha} h^2\right) + k_p h \right] \quad (15)$$

$$Q_2 = \int_{-b}^0 u_2 dy = \frac{k_p \rho g \sin\theta}{\mu} b dy \quad (16)$$

$$Q = Q_1 + Q_2 =$$

$$\frac{\rho g \sin\theta}{\mu} \left[\left(1 - \frac{dh}{dx}\right) \left(\frac{1}{3} h^3 + \frac{\sqrt{k_p}}{\alpha} h^2\right) + k_p (h + b) \right] \quad (17)$$

式中, Q_1 为坡表径流单宽流量; Q_2 为坡内渗流单宽流量; Q 为模型总单宽流量。

当流体运动达到恒定状态时,均匀降雨强度下的连续性方程可表示为:

$$dQ/dx = i \quad (18)$$

根据边界条件当 $x = 0$ 时,对式(18)积分可得:

$$Q = ix \quad (19)$$

将式(17)代入式(19),水深 h 和位置 x 的关

系可表示为:

$$\frac{dh}{dx} = 1 - \frac{ix\mu}{\rho g \sin\theta} - \frac{k_p(h+b)}{(h^3/3 + \sqrt{k_p}h^2/\alpha)} \quad (20)$$

由于式(20)不能直接求得水深 h 的解析解, 于是采用显式龙格-库塔求解公式。首先, 将 $dh/dx=0$ 代入式(20)可求得 $x=L$ 时的水深 h_L , 具体为:

$$0 = 1 - \frac{iL\mu}{\rho g \sin\theta} - \frac{k_p(h_L+b)}{(h_L^3/3 + \sqrt{k_p}h_L^2/\alpha)} \quad (21)$$

式(21)中的 h_L 可通过试算法获取, 其他位置对应的水深可通过显式龙格-库塔求得, 在求得水深后, 可通过式(19)求解流场流速分布, 具体的求解流程见图 2。

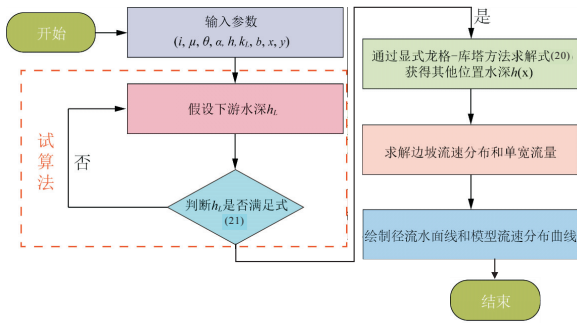


图 2 模型计算流程图

Fig. 2 Model calculation flow chart

4 分析讨论

在模型中, 流体密度 $\rho=1\ 000\ \text{kg/m}^3$; 动力粘度系数 $\mu=0.001\ \text{N}\cdot\text{s/m}^2$; 重力加速度 $g=9.81\ \text{m/s}^2$ 。此外, 模型研究土体为砂土, 渗透率 $k_p=7.33\times 10^{-10}\ \text{m}^2$; 孔隙率 $n=0.42$; 速度滑移系数 $\alpha=1$; 土层厚度 $b=0.01\ \text{m}$ 。

当降雨强度 $i=75\ \text{mm/h}$ 时, 图 3(a) 展示了不同坡度 S 下, 坡表径流自由水面线的分布情况。结果发现, 边坡越陡, 流体运动越快, 并且水深越浅。其中, $h_{L,\text{max}}$ 代表 $x=L$ 时下游最大水深。

当坡度 $S=0.001$ 时, 图 3(b) 展示了不同降

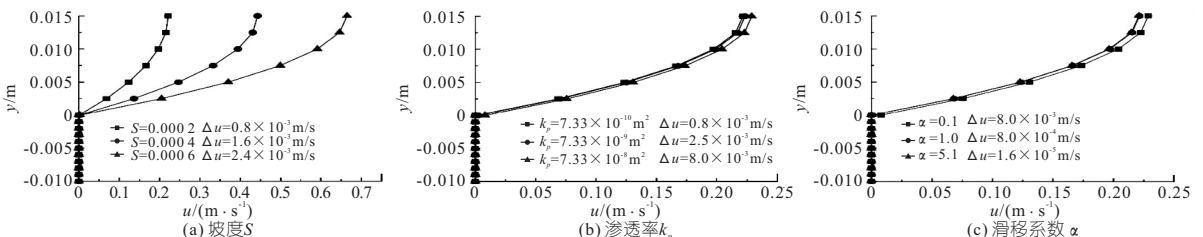


图 5 参数对径流-渗流耦合流速分布的影响

Fig. 5 Effects of parameter to coupling velocity distribution between runoff and seepage

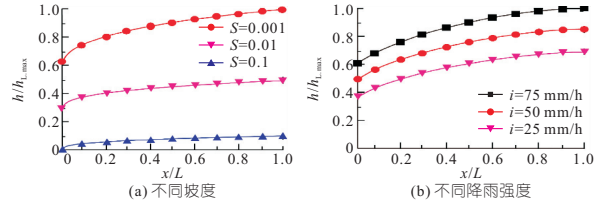


图 3 不同坡度、降雨强度下径流水面线

Fig. 3 Runoff water surface lines under different slopes and rainfall intensity

雨强度 i 下, 坡表径流自由水面线的分布情况。结果表明, 降雨强度越大, 径流整体水深越深; 越靠近下游, 径流水深分布越均匀。

此外, 径流水深 $h=0.015\ \text{m}$ 、坡度 $S=0.001$ 、降雨强度 $i=75\ \text{mm/h}$ 、模型断面流速分布见图 4。由图 4 可知, 径流表面流速达到最大值, 坡面流速分布曲线呈平方分布。坡表处流速并不等于 0, 土层中渗流流速分布呈线性分布, 且渗流与径流的过渡处存在一个滑移速度, 而土层的透水性对径流和渗流的耦合具有重要意义。

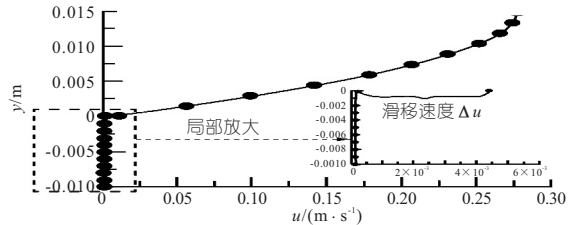


图 4 模型流速分布 ($S=0.001; i=75\ \text{mm/h}$)

Fig. 4 Model velocity distribution

($S=0.001; i=75\ \text{mm/h}$)

由于径流-渗流耦合作用下的流速分布及耦合过渡区域主要受坡度 S 、土层渗透率 k_p 和滑移系数 α 影响, 进一步分析不同参数对径流-渗流耦合流速分布及水-土界面 ($y=0$) 滑移速度差 ($\Delta u=u_1-u_2$) 的影响, 具体见图 5。由图 5 可知, 模型流速随 S, k_p 的增加而增加, 随 α 的增加而减小, 其中 S 的变化对流速的影响最显著。这说明高透水性的陡坡具有更大的径流-渗流耦合流速。此外, 随 S, k_p 的增加, 水土交界面处速度滑移现象越明显, 滑移系数 α 越小, 径流与渗流在界面处流速值越接近。

当坡度 $S=0.1$, 降雨强度 $i=75 \text{ mm/h}$, 模型不同位置渗流量和总流量的比值见图 6。

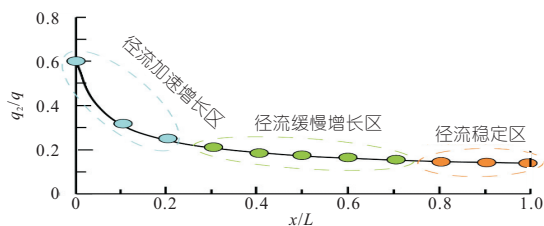


图 6 不同位置渗流流量和总流量的比值

Fig. 6 Ratios between seepage discharge and total discharge under different locations

由图 6 可知,在初始位置($x=0$)渗流量所占比例大于径流量,主要原因是上游径流水深较小,径流区域较小,使得径流单宽流量较小。此外,越靠近下游,径流水面线逐渐增大,而径流区域不断扩大,径流量的占比逐渐增大,而渗流量占比逐渐减小。总体上,边坡上游到下游,径流量变化大体可分为三个区域,即径流加速增长区($0 \leq x/L \leq 0.2$)、径流缓慢增长区($0.2 < x/L \leq 0.7$)、径流稳定区($0.7 < x/L \leq 1$)。

5 结论

a. 通过 N-S 方程描述径流,采用 Darcy 定律描述渗流;在水-土速度滑移界面边界条件下实现两种流体的耦合联动。

b. 通过分离变量法,求得流速分布和流量的解析解。并通过显示龙格-库塔方法求得径流水面线分布情况和模型具体的流速和流量值。

c. 边坡越陡,流体运动越快,并且径流水深越浅。降雨强度越大时,径流整体水深越深;越靠近下游,径流量的占比越大。

Study on Slope Flow Field Under Coupling Interaction of Rainfall-runoff-seepage

PENG Xiu-qi¹, FENG Yong-mei²

(1. Linyi Water Resources Development Service Center, Linyi 276000, China;

2. Linyi Water Resources Survey and Design Institute, Linyi 276000, China)

Abstract: Rainfall will affect the characteristics of slope flow field. Due to the continuous flow of fluid, the surface runoff and slope seepage usually exist a coupling linkage phenomenon. The surface runoff is described by the N-S equation, while the Darcy's law is used to describe the seepage in the slope. The analytical solutions of velocity distribution, pressure and discharge as well as the semi-analytical solution of runoff surface line are derived by the separation of variables method under the velocity slipping boundary condition at the interface between runoff and soil. In addition, the explicit Runge-Kutta method is adopted to solve the water depth, velocity and discharge values at different locations. The results show that the steeper the slope is, the faster the fluid movement and the shallower the water depth is. The greater the rainfall intensity is, the deeper the overall water depth is. The flow velocity at the slope surface is not equal to 0. The closer to the downstream, the larger the proportion of runoff flow discharge is. The study can provide reference for the research of the slope flow field characteristics.

Key words: uniform rainfall; velocity distribution; slope; runoff; seepage

参考文献:

- [1] 张岩岩. 径流-渗流耦合作用下降雨型滑坡稳定性分析研究 [D]. 重庆:重庆大学, 2018.
- [2] 张培文. 降雨条件下饱和-非饱和土径流渗流耦合数值模拟研究 [D]. 大连:大连理工大学, 2002.
- [3] LIU Y, ZHANG S, FU W X, et al. Incipient motion criteria of wide-grading particles on loose soil slopes under coupling of runoff and seepage[J]. International journal of geomechanics, 2023, 23(5): 1-13.
- [4] 刘俊新, 刘育田, 胡启军. 非饱和地表径流-渗流和流固耦合条件下降雨入渗对路堤边坡稳定性研究 [J]. 岩土力学, 2010, 31(3): 903-910.
- [5] 蔡军, 许胜才. 基于 FLAC~(3D) 软件 FISH 语言二次开发的降雨工况下航道工程开挖边坡渗流场的分析 [J]. 水电能源科学, 2021, 39(10): 156-159.
- [6] 刘杨, 胡斌, 盛建龙, 等. 含缓倾软弱夹层矿山高边坡降雨渗流特性研究 [J]. 水利水运工程学报, 2021(5): 67-75.
- [7] 曹硕鹏, 付宏渊, 高乾丰, 等. 降雨作用下裂隙红黏土边坡渗流特征与冲刷模式 [J]. 中国公路学报, 2022, 35(5): 33-43.
- [8] CHEN H, YAN Q, CHEN W. Influence analysis of rainfall infiltration on stability of slope and existing small diameter bias double tunnels [J]. International journal of applied environmental sciences, 2017, 12(9): 1631-1648.
- [9] KIMOTO S, OKA F, GARCIA E. Numerical simulation of the rainfall infiltration on unsaturated soil slope considering a seepage flow [J]. Geotechnical engineering, 2013, 44(3): 1-13.
- [10] 丁洲祥, 朱合华, 蔡永昌, 等. 大变形流固耦合理论中 Darcy 定律的表述方法 [J]. 岩石力学与工程学报, 2007(9): 1847-1854.
- [11] NIELD D A. The Beavers-Joseph boundary condition and related matters: A historical and critical note [J]. Transport in porous media, 2009, 78(3): 537-540.