

DOI: 10.20040/j.cnki.1000-7709.2023.20221300

# 物质点法在岩石断裂数值模拟中的应用

高懿伟<sup>1</sup>, 许 韬<sup>2</sup>, 顾洪炎<sup>2</sup>, 任旭华<sup>1</sup>, 张继勋<sup>1</sup>, 张 辉<sup>1</sup>

(1. 河海大学水利水电学院, 江苏 南京 210098; 2. 中国电建集团成都勘测设计研究院有限公司, 四川 成都 610072)

**摘要:** 裂隙的存在严重影响了岩体结构稳定, 合理描述含裂隙岩石的非线性力学特性的变化规律是近些年研究的重难点。对此, 提出了一种考虑质点失效的光滑粒子动力学数值模拟方法(RSMPM)。RSMPM依据MPM算法的基本原理, 采用摩尔-库伦破坏准则, 在每一计算步中均遍历所有质点, 对达到破坏条件的质点进行失效处理, 以质点的失效过程来描述岩石的动态断裂过程。通过将单裂隙标准立方体试样、单裂隙巴西圆盘试样的数值模拟结果(裂纹扩展过程、主应力云图分布)与以往研究成果的对比验证了所提方法的准确性, 为光滑粒子动力学方法在岩石力学工程中的应用及岩石断裂机理的认识提供了参考。

**关键词:** RSMPM; 数值模拟; 裂纹扩展; 断裂力学

**中图分类号:** TV41

**文献标志码:** A

**文章编号:** 1000-7709(2023)03-0136-04

## 1 引言

岩石内部存在多种细观结构缺陷, 在环境或外载作用下, 缺陷处裂缝萌生、扩展, 使岩石结构呈现典型的非均质、非线性特征, 造成岩石不可逆的损伤。因此, 合理描述岩石非线性力学特性变化成为近些年的研究难点。由于裂纹的多样性及扩展过程的复杂性, 理论分析进展困难, 试验方法也面临着诸多难题。随着计算机技术的飞速发展, 数值模拟方法<sup>[1]</sup>越来越受到关注。有限元法是岩石断裂力学中最早的数值研究手段之一<sup>[2]</sup>, 但传统有限元法不能描述单元内的不连续面, 裂纹只能沿着单元边界或给定的路径扩展, 从而限制了裂纹扩展方向的任意性。扩展有限元法(XFEM)<sup>[3]</sup>可以很好地解决该问题, 然而 XFEM 在处理大变形问题上仍存在许多困难。离散元法(DEM)可通过建立不同的接触模型模拟裂纹扩展全过程, 但 DEM 需通过参数标定建立宏细观参数间的关系<sup>[4]</sup>, 且在模拟连续介质方面优势不大<sup>[5]</sup>。无网格方法<sup>[6]</sup>是在不使用网格的情况下构造近似函数, 可不受限制地向任意方向扩展, 已应用于动态断裂研究<sup>[7]</sup>, 但无网格方法也存在一定

的缺陷。物质点法(MPM)避免了有限元法中网格变形<sup>[8]</sup>等问题, 已初步应用于断裂力学模拟, 但仍存在一定不足<sup>[9]</sup>。鉴于此, 本文提出了一种考虑质点失效的光滑粒子动力学数值模拟方法(RSMPM), 采用 MPM 的原理及岩石力学中常见的摩尔-库伦破坏准则, 当质点达到破坏条件时对质点进行失效处理, 以质点的失效来模拟裂纹扩展, 以此来模拟岩石的动态断裂过程。与以往 MPM 断裂模拟相比, RSMPM 形式简便, 不需要使用多个速度场, 且所得裂纹为显示裂纹。研究结果为 MPM 在岩石断裂力学数值模拟中的应用提供了参考。

## 2 物质点法

物质点法(MPM)采用拉格朗日质点和欧拉网格双重描述, 将连续体离散为一组质点, 每个质点代表一块材料区域并携带该材料区域的所有物质信息, 如应力、速度、质量等。在每一计算步中, 采用一套新的背景网格, 质点和背景网格固连, 采用标准有限元法在背景网格上求解, 之后将网格节点信息映射回物质点, 在每个计算步结束后抛弃变形背景网格, 从而避免了拉格朗日法中因网

**收稿日期:** 2022-05-23, **修回日期:** 2022-07-07

**基金项目:** 云南省重大科技专项计划项目(202102AF080001); 中央高校基本科研业务费专项资金项目(B2Z0204001); 电建集团成都勘测院科技专项(821019716)

**作者简介:** 高懿伟(1995-), 男, 博士研究生, 研究方向为水工结构工程, E-mail: gaoyiwei@163.com

**通讯作者:** 许韬(1980-), 男, 硕士、正高级工程师, 研究方向为水电工程设计, E-mail: 14741626@qq.com

格畸变而产生的数值求解困难,具有更高的计算效率和稳定性<sup>[8]</sup>。

## 2.1 控制方程

在材料区域  $\Omega$  中,拉格朗日质量守恒方程为:

$$\rho(X, t)J(X, t) = \rho_0(X) \quad (1)$$

$$\sigma_{ij,j} + \rho b_i - \rho \ddot{u}_i = 0 \quad (2)$$

式中,  $\rho$  为当前时刻的密度;  $X$  为拉格朗日坐标;  $t$  为当前时间;  $J$  为变形梯度的行列式;  $\rho_0$  为初始时刻物体的密度;  $\sigma_{ij,j}$  为柯西应力;  $b_i$  为作用于物体的单位质量力;  $\ddot{u}_i$  为加速度; 下角标  $i, j$  为空间变量的分量,符合爱因斯坦求和约定。

边界条件公式为:

$$\sigma_{ij} n_j = \bar{t}_i \rightarrow \Gamma_t \quad (3)$$

$$u_i = \bar{u}_i \rightarrow \Gamma_u \quad (4)$$

式中,  $n_j$  为边界的外法线单位向量;  $\bar{t}_i$ 、 $\bar{u}_i$  分别为面力边界上的面力和速度边界上的速度;  $u_i$  为位移;  $\Gamma_t$ 、 $\Gamma_u$  分别为材料区域  $\Omega$  的给定面力边界和给定位移边界。

动量方程和给定面力边界条件的等效弱积分形式为:

$$\int_{\Omega} \rho \ddot{u}_i \delta u_i \, d\Omega + \int_{\Omega} \sigma_{ij} \delta u_{i,j} \, d\Omega - \int_{\Omega} \rho b_i \delta u_i \, d\Omega - \int_{\Gamma} \bar{t}_i \delta u_i \, d\Gamma = 0 \quad (5)$$

式中,  $\Gamma$  为材料域边界;  $\delta u_i$  为物质点虚速度。

## 2.2 MPM 基本原理

在物质点法中,材料区域  $\Omega$  被离散为一组质点,背景网格被用来计算空间导数和求解动量方程,背景网格只在每个时间步内与物体固连,在时间步结束时丢弃已变形的网格并为下一时间步生成新的背景网格。

质点  $P$  的位移  $u_{ip}$  可通过背景网格节点  $I$  位移  $u_{il}$  插值获得,即:

$$u_{ip} = N_{I_p} u_{il} \quad (6)$$

式中,  $N_{I_p}$  为背景网格节点  $I$  在质点  $p$  处的形函数。

将质点作为等效弱积分形式的积分点,并应用虚位移的任意性,其中背景网格节点  $p_{il}$  计算公式为:

$$p_{il} = m_l v_{il} \quad (7)$$

式中,  $m_l$  为背景网格节点质量;  $v_{il}$  为背景网格节点速度。

背景网格节点质量  $m_l$  计算公式为:

$$m_l = \sum_{p=1}^{n_p} N_{I_p} m_p \quad (8)$$

式中,  $m_p$ 、 $n_p$  分别为背景网格内物质点质量、数量。

背景网格节点内力  $f_{il}^{\text{int}}$  计算公式为:

$$f_{il}^{\text{int}} = - \sum_{p=1}^{n_p} \frac{m_p}{\rho_p} N_{I_p,j} \sigma_{ijp} \quad (9)$$

式中,  $\rho_p$  为背景网格内物质点密度;  $\delta_{ijp}$  为背景网格内物质点偏应力。

背景网格节点外力  $f_{il}^{\text{ext}}$  计算公式为:

$$f_{il}^{\text{ext}} = \sum_{p=1}^{n_p} m_p N_{I_p} b_{ip} \quad (10)$$

式中,  $b_{ip}$  为背景网格内物质点体力。

## 3 MPM 断裂处理

### 3.1 断裂准则

选用摩尔库伦准则为断裂准则<sup>[10]</sup>,摩尔库伦准则的表达式为:

$$\sigma_f = \sigma_t \quad (11)$$

$$\tau_f = c + \sigma_f \tan \varphi \quad (12)$$

式中,  $\sigma_f$ 、 $\tau_f$  分别为假想破坏面的最大拉应力与剪切应力;  $\sigma_t$  为材料的抗拉强度;  $c$  为材料的粘聚力;  $\varphi$  为材料的内摩擦角。

所有质点都需要判断其拉应力和剪应力是否超过最大拉应力  $\sigma_t$  和最大剪切应力  $\tau_t$ ,值得注意的是,在该算法中优先判断拉伸破坏(式(11)),当式(11)不满足时,再判断剪切破坏(式(12)),只要质点满足式(11)、(12)其中之一,即判定质点失效。

### 3.2 质点失效处理

在物质点法中,当判定质点失效后,将失效质点的偏应力置为零<sup>[11]</sup>,同时不再对其人工体积粘性的声速及压力进行修正。目前,有如下处理方式<sup>[12]</sup>可供选择:①质点失效后不能承受拉力,但能承受压力;②质点失效后既不能承受压力也不能承受拉力;③质点失效后能承受一定拉力,也能承受一定的压力,需设定承压阈值范围。本文主要模拟岩石受压力学行为,故选用第一种压力处理方式。

## 4 算例验证

为验证所提 RSMPM 数值模拟方法的准确性,对两个数值算例进行数值模拟,并将计算结果与现有试验结果或数值模拟结果进行对比分析。第 1 个算例为单倾斜裂隙标准立方体试样在单轴压缩下的裂隙扩展过程数值模拟,第 2 个算例为单裂隙巴西圆盘试样在单轴压缩下的裂隙扩展过程数值模拟。算例主要目的是展现裂纹的渐进破坏过程和裂纹形态变化规律,因此并不进行模型的参数标定<sup>[13]</sup>,将模型的弹性参数设定为一致,

密度  $\rho = 2\ 600\ \text{kg/m}^3$ , 弹性模量  $E = 17\ \text{GPa}$ , 泊松比  $\mu = 0.14$ 。

### 4.1 单裂隙的压剪破坏数值模拟

采用文献[14]中单裂隙的压剪数值模拟算例尺寸。试样为标准立方体, 长度为 50 mm, 高度为 100 mm, 试样中心预制一条长为 15 mm 的裂隙, 裂隙与水平向的夹角为  $45^\circ$ 。整个试样共离散为 79 976 个质点, 背景网格长度为 0.5 mm, 模型采用位移加载模式, 加载速率为  $5 \times 10^{-3}\ \text{m/s}$ , 计算时间步长取  $1.91 \times 10^{-5}\ \text{s}$ 。试样的粘聚力为 5.95 MPa, 内摩擦角为  $40^\circ$ , 抗拉强度为 2 MPa。

裂纹扩展前的最大主应力云图见图 1(a)、(b)。由图 1 可知, RSMPM 计算结果中主应力的最大值集中于裂纹尖端, 表明裂纹将于裂纹尖端开始扩展, 与 Abaqus 计算结果基本一致, 验证了所提 RSMPM 对岩石主应力计算结果的准确性。

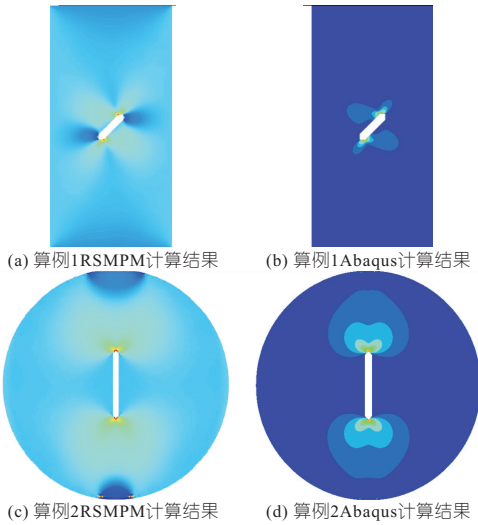


图 1 算例 1、2 最大主应力云图

Fig. 1 Maximum principal stress cloud for example 1 and 2

由试样的渐进破坏过程(图 2(a))可知,“翼形裂纹”从预制裂纹尖端产生,并沿加载方向上下

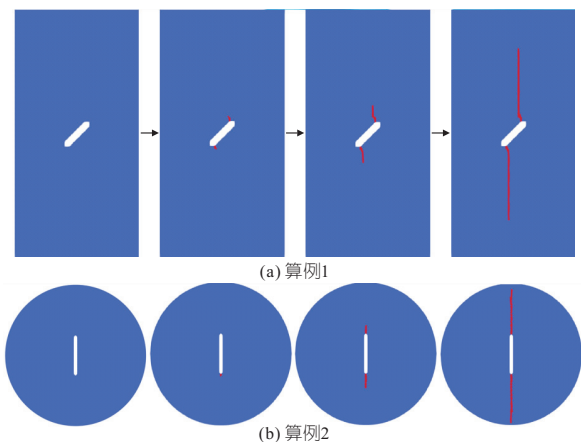


图 2 算例 1、2 裂纹扩展过程

Fig. 2 Crack extension process of example 1 and 2

扩展,其裂纹扩展形态与文献[14]中裂纹形态一致(图 3(a)),图 3(b)、(c)分别为文献[15]的试验结果和数值模拟结果,对比分析可知,RSMPM 数值模拟结果与文献[15]的试验结果和理论计算结果基本一致,验证了 RSMPM 在岩石断裂方面计算结果的准确性。图 3(d)为数值流形法计算结果<sup>[16]</sup>,对比分析可知,相比于文献[16]中直上直下的裂纹,RSMPM 方法更能体现出裂纹的真实扩展过程。

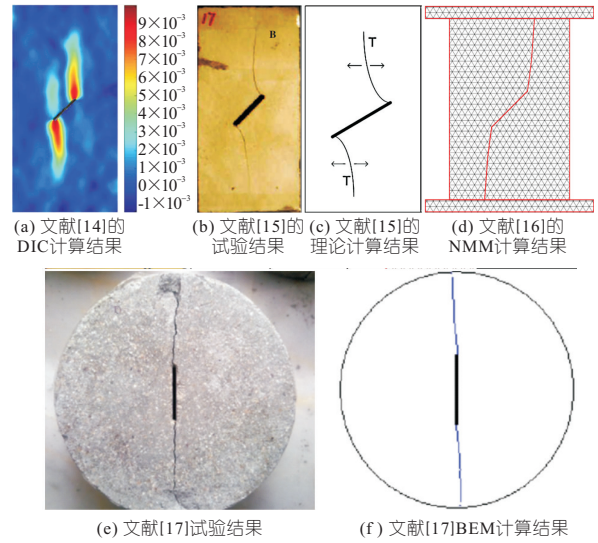


图 3 算例 1 与以往研究的对比

Fig. 3 Comparison of example 1 with previous studies

### 4.2 巴西圆盘的压剪破坏数值模拟

巴西圆盘的压剪数值模拟算例尺寸来源于文献[17]。试样为巴西圆盘,直径为 100 mm,试样中心预制一条长为 30 mm 的裂隙,裂隙与水平向夹角为  $90^\circ$ 。整个试样共离散成 50 732 个质点,背景网格长度为 0.5 mm,模型采用位移加载模式,加载速率为  $4 \times 10^{-3}\ \text{m/s}$ ,计算时间步长取为  $1.91 \times 10^{-5}\ \text{s}$ 。试样粘聚力为 5.95 MPa,内摩擦角为  $40^\circ$ ,抗拉强度为 2 MPa。

巴西圆盘裂纹扩展前的最大主应力云图见图 1(c)、(d)。由图 1(c)、(d)可知,与算例 1 类似,主应力的最大值集中于裂纹尖端,RSMPM 计算结果与有限元计算结果基本一致,再一次验证了 RSMPM 在应力云图方面计算的准确性。

由巴西圆盘试样裂纹扩展过程(图 2(b))可知裂纹首先产生于裂纹尖端,随后分别沿加载方向上下扩展,直至裂纹达到试样顶部和底部。

图 3(e)、(f)为文献[17]中试验结果和边界元法(BEM)数值模拟结果。由图 3(e)、(f)可知,RSMPM 数值模拟结果与试验结果和边界元法模拟结果基本吻合,再一次验证了 RSMPM 在岩石断裂方面计算结果的准确性。

## 5 结论

a. 提出了一种适用于岩石脆性断裂力学的物质点数值模拟方法(RSMPM),即利用 MPM 自身高效的计算效率和稳定性,以质点的失效过程来模拟岩石的脆性断裂过程。与以往 MPM 裂纹模拟相比,RSMPM 简便易行,无需使用多个速度场,所得裂纹为显示裂纹。

b. 单裂隙标准立方体试样和单裂隙巴西圆盘试样的单轴受压试验验证了所提数值模拟方法的准确性,与以往试验、数值模拟、有限元计算结果相比,均具有高度相似性。

### 参考文献:

- [1] 严鸿川,刘怀忠,肖明砾,等. 基于离散元的岩石断裂尺寸效应及断裂过程区演化特征分析[J]. 水电能源科学, 2020, 38(11):124-128.
- [2] 杨石扣,张继勋,任旭华. 基于改进数值流形法的接触裂纹问题研究[J]. 岩土力学, 2019, 40(5):2016-2021.
- [3] MORA D F, NIFFENEGGER M. A new simulation approach for crack initiation, propagation and arrest in hollow cylinders under thermal shock based on XFEM[J]. Nuclear engineering and design, 2022, 386:111582.
- [4] VAHAB S, HADI H, MOHAMMAD F. Fracture mechanism of brazilian discs with multiple parallel notches using PFC2D[J]. Periodica polytechnica civil engineering, DOI:10.3311/ppci.10310.
- [5] ZHOU P X, ZHAO Y, QIAN H Q. A novel meshless numerical method for modeling progressive failure processes of slopes[J]. Engineering geology, 2015, 192:139-153.
- [6] 张雄,刘岩. 无网格法[M]. 北京:清华大学出版社, 2004.
- [7] GOUDARZI M, MOHAMMADI S. Analysis of cohesive cracking in saturated porous media using an extrinsically enriched EFG method[J]. Computers

& geotechnics, 2015, 63(Jan.):183-198.

- [8] 张雄. 物质点法[M]. 北京:清华大学出版社, 2013.
- [9] WANG B, KARUPPIAH V, LU H, et al. Two-dimensional mixed mode crack simulation using the material point method[J]. Mechanics of advanced materials and structure, 2005, 12(6):471-484.
- [10] 王军磊,张继勋,张道法. 基于深埋隧洞围岩反馈分析的摩尔库伦准则优化[J]. 水电能源科学, 2018, 36(4):120-122, 119.
- [11] 周双珍. 人体冲击响应的物质点法数值模拟技术研究[D]. 北京:清华大学, 2012.
- [12] 杨鹏飞. 局部化破坏问题的物质点法研究[D]. 北京:清华大学, 2013.
- [13] YU S, REN X, ZHANG J, et al. An improved form of smoothed particle hydrodynamics method for crack propagation simulation applied in rock mechanics[J]. International journal of mining science and technology, 2021, 31(6):421-428.
- [14] LIU L, LI H, LI X, et al. Full-field strain evolution and characteristic stress levels of rocks containing a single pre-existing flaw under uniaxial compression[J]. Bulletin of engineering geology and the environment, 2020, 79(4):3145-3161.
- [15] ALIABADIAN Z, SHARAFISAFI M, TAHMASEBINIA F, et al. Experimental and numerical investigations on crack development in 3D printed rock-like specimens with pre-existing flaws[J]. Engineering fracture mechanics, 2021, 241:107396.
- [16] YANG S Q, JING H W. Strength failure and crack coalescence behavior of brittle sandstone samples containing a single fissure under uniaxial compression[J]. International journal of fracture, 2011, 168(2):227-250.
- [17] HAERI H, SHAHRIAR K, MARJI M F, et al. Experimental and numerical study of crack propagation and coalescence in pre-cracked rock-like disks[J]. International journal of rock mechanics and mining sciences, 2014, 67(4):20-28.

## Application of Material Point Method in Numerical Simulation of Rock Fracture

GAO Yi-wei<sup>1</sup>, XU Tao<sup>2</sup>, GU Hong-yan<sup>2</sup>, REN Xu-hua<sup>1</sup>, ZHANG Ji-xun<sup>1</sup>, ZHANG Hui<sup>1</sup>

(1. College of Water Conservancy and Hydropower Engineering, Hohai University, Nanjing 210098, China;

2. PowerChina Chengdu Engineering Corporation Limited, Chengdu 610072, China)

**Abstract:** The existence of fissures seriously affects the stability performance of rock structures, and how to reasonably describe the characteristic change law of nonlinear mechanics of rocks containing fissures has been an important research point in recent years. Based on this background, a smooth particle dynamics numerical simulation method (RSMPM) is proposed considering material point failure. The RSMPM was based on the basic calculation principle of the MPM algorithm, the Mohr-Coulomb damage criterion was adopted to traverse all material points in each calculation step, and the failure process was carried out for the material points that reach the damage condition. The dynamic fracture process of the rock was described by the failure process of the material points. The accuracy of the proposed numerical simulation method was verified by comparing the numerical simulation results (crack extension process, main stress cloud distribution) of single crack standard cube specimens and single crack Brazilian disc specimens with previous research results. The research results provide a certain reference for the application of smooth particle dynamics methods in rock mechanics engineering and the understanding of rock fracture mechanisms.

**Key words:** RSMPM; numerical simulation; crack expansion; fracture mechanics