

DOI: 10. 20040/j. cnki. 1000-7709. 2023. 20220654

# 非对称过水系统抽蓄机组调速系统稳定性分析

张楠<sup>1</sup>, 韩轩<sup>1</sup>, 薛小明<sup>1</sup>, 周建中<sup>2</sup>

(1. 淮阴工学院江苏省先进制造技术重点实验室, 江苏 淮安 223299; 2. 华中科技大学土木与水利工程学院, 湖北 武汉 430074)

**摘要:** 为研究非对称过水系统抽蓄电站的稳定性, 基于 Hopf 分岔理论, 先建立了带上游调压室的一管双机非对称过水系统抽蓄机组调速系统数学模型, 在此基础上进行了 Hopf 分岔分析获得了调速系统的理论稳定域, 并分析了不同控制参数下机组的动态响应特性, 验证其理论稳定域; 再揭示了一管双机式抽蓄机组动态响应的多尺度振荡特性及其产生机理; 最后, 探究了水流惯性时间常数、水轮机惯性时间常数和调压室时间常数对系统稳定性的影响规律。结果表明, 带上游调压室的一管双机非对称过水系统抽蓄机组调速系统的 Hopf 分岔是超临界的, 其稳定域由两条分岔线共同决定; 调压室及机组间的水力干扰使得机组的响应特性呈现明显的多尺度振荡特性; 较大的水流惯性时间常数和较小的水轮机惯性时间常数对系统稳定性有利, 调压室时间常数对系统的稳定性影响呈现饱和特性。研究结果对抽蓄机组的智能控制和电站过水系统设计优化具有重要的指导意义。

**关键词:** 抽蓄机组调速系统; 上游调压室; 非对称过水系统; 稳定性; Hopf 分岔

**中图分类号:** TV136 **文献标志码:** A **文章编号:** 1000-7709(2023)05-0153-05

## 1 引言

抽蓄电站过水系统多采用“一管多机”布置, 多台机组共用水力单元时, 一台机组的负荷增减将对另一台机组造成水力干扰, 对机组的运行稳定性产生严重威胁<sup>[1]</sup>。因此探寻一管多机布置形式对电站稳定性的影响尤为重要。目前, 关于抽蓄机组调速系统稳定性方面的研究已较多, 如 LAI X J 等<sup>[2]</sup>引入 Hopf 分岔理论研究了并网水轮发电机组调速系统稳定性, 揭示了调速系统多频率动态特性的产生机理; 徐新宇等<sup>[3]</sup>探究了水轮机非线性对调速系统稳定性的影响规律。然而上述研究仅仅集中于单管单机形式, 无法揭示一管多机对系统稳定性的影响规律。倪一丹等<sup>[4]</sup>基于 Matlab 数值仿真研究了一管四机水电站小波动稳定性, 但仅限于数值仿真, 无法获得控制参数的稳定域; 徐晶<sup>[5]</sup>研究了一管多机水电站调速系统的稳定性, 但其管道布置为对称形式。当前, 研究多以单管单机布置形式电站, 针对复杂管路的研究较少, 且针对复杂管路的研究均考虑的是对称式过水系统, 尚缺乏对非对称过水系统调速系

统稳定性的研究<sup>[6]</sup>。为此, 本文建立了带上游调压室的非对称过水系统调速系统数学模型, 运用 Hopf 分岔理论阐明了非对称过水系统对调速系统稳定性影响的一般规律, 并通过对比分析揭示了调速系统参数对系统稳定性的作用机理。

## 2 抽蓄机组调速系统数学模型

考虑图 1 所示的带上游调压室的一管双机式

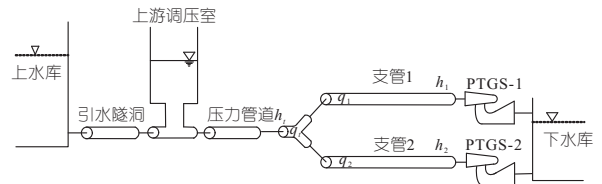


图 1 抽蓄电站示意图

Fig. 1 Schematic diagram of pumped storage power station

抽蓄电站, 其子系统主要包括引水隧洞、调压室、压力管道、水泵水轮机、发电机/电动机与调速器, 各子系统的数学模型中引水隧洞动力方程为:

$$h_s - 2q_y h_{y0} / H_{10} = T_{wy} dq_y / dt \quad (1)$$

式中,  $h_s$  为调压室水头偏差相对值;  $q_y$  为引水隧洞流量偏差相对值;  $h_{y0}$  为引水隧洞水头损失偏差相对值;  $H_{10}$  为机组初始工作水头;  $T_{wy}$  为引水

收稿日期: 2022-04-04, 修回日期: 2022-08-14

基金项目: 江苏省自然科学基金项目(BK20201069, BK20201065); 国家自然科学基金项目(51709122)

作者简介: 张楠(1991-), 男, 博士、讲师, 研究方向为水电站过渡过程控制, E-mail: zhangnanhust@163.com

隧洞水流惯性时间常数。

压力管道动力方程为：

$$-h_s - h_t - 2q_t h_{t0}/H_{10} = T_{wt} dq_t/dt \quad (2)$$

式中,  $h_t$  为分叉点处水头偏差相对值;  $q_t$  为主压力管道流量偏差相对值;  $h_{t0}$  为主压力管道水头损失偏差相对值;  $T_{wt}$  为主压力管道水流惯性时间常数。

压力管道支管 1 动力方程为：

$$h_t - h_1 - 2q_1 h_{10}/H_{10} = T_{w1} dq_1/dt \quad (3)$$

式中,  $h_1$  为机组 1 水头偏差相对值;  $q_1$  为分支管流量偏差相对值;  $h_{10}$  为分支管水头损失偏差相对值;  $T_{w1}$  为分支管水流惯性时间常数。

压力管道支管 2 动力方程为：

$$h_t - h_2 - 2q_2 h_{20}/H_{20} = T_{w2} dq_2/dt \quad (4)$$

式中,  $h_2$  为机组 2 水头偏差相对值;  $q_2$  为分支管流量偏差相对值;  $h_{20}$  为分支管水头损失偏差相对值;  $H_{20}$  为机组初始工作水头;  $T_{w2}$  为分支管水流惯性时间常数。

水泵水轮机力矩和流量方程为：

$$\begin{cases} m_t = e_y y + e_x x_t + e_h h \\ q_t = e_{qy} y + e_{qx} x_t + e_{qh} h \end{cases} \quad (5)$$

式中,  $m_t$  为水轮机力矩偏差相对值;  $e_y$ 、 $e_x$ 、 $e_h$  均为水轮机力矩传递系数;  $y$  为水轮机导叶开度偏差相对值;  $h$  为水轮机水头偏差相对值;  $x_t$  为水轮机转速偏差相对值;  $e_{qy}$ 、 $e_{qx}$ 、 $e_{qh}$  均为水轮机流量传递系数。

调压室连续性方程为：

$$q_s = q_t - T_F dh_s/dt \quad (6)$$

式中,  $T_F$  为调压室时间常数。

电动/发电机方程为：

$$T_a dx_t/dt = m_t - (m_g + e_g x_t) \quad (7)$$

式中,  $T_a$  为机组惯性时间常数;  $m_g$  为负载力矩偏差相对值;  $e_g$  为负荷自调节系数。

调速器方程为：

$$dy/dt = -(K_P dx_t/dt + K_I x_t) \quad (8)$$

式中,  $K_P$ 、 $K_I$  分别为比例增益、积分增益。

分叉管流量守恒方程：

$$\begin{cases} Q_{t0} = Q_{10} + Q_{20} \\ q_t = q_1 Q_{10}/Q_{t0} + q_2 Q_{20}/Q_{t0} \end{cases} \quad (9)$$

式中,  $Q_{t0}$  为主压力管道初始流量;  $Q_{10}$ 、 $Q_{20}$  均为分支管初始流量。

联立式(1)~(9)获得带上游调压室的一管双机抽蓄机组调速系统数学模型。

### 3 抽蓄机组调速系统 Hopf 分岔分析

Hopf 分岔理论<sup>[7]</sup>为一种非线性动力学系统

稳定性分析方法,可有效分析线性或非线性系统的稳定性。

#### 3.1 调速系统的平衡点

将系统模型写为  $\dot{x} = f(x, \mu)$ , 其中  $\mu$  为分岔参数。令式  $\dot{x} = 0$  可求取系统的平衡点  $x_E = (q_{yE}, h_{sE}, q_{1E}, q_{2E}, x_{1E}, x_{2E}, y_{1E}, y_{2E})^T$ , 即：

$$\begin{cases} q_{yE} = f^{-1}(\dot{q}_y = 0) \\ h_{sE} = f^{-1}(\dot{h}_s = 0) \\ q_{1E} = f^{-1}(\dot{q}_1 = 0) \\ q_{2E} = f^{-1}(\dot{q}_2 = 0) \\ x_{1E} = 0 \\ x_{2E} = 0 \\ y_{1E} = -\frac{e_{h1}}{e_{y1}e_{qh1} - e_{h1}e_{qy1}}q_{1E} + \frac{e_{qh1}}{e_{y1}e_{qh1} - e_{h1}e_{qy1}}m_{g1} \\ y_{2E} = -\frac{e_{h2}}{e_{y2}e_{qh2} - e_{h2}e_{qy2}}q_{2E} + \frac{e_{qh2}}{e_{y2}e_{qh2} - e_{h2}e_{qy2}}m_{g2} \end{cases} \quad (10)$$

式中, 下标  $E$  为该变量的稳态值。

#### 3.2 Hopf 分岔的存在性

系统在平衡点  $x_E$  处的雅各比矩阵为  $J(\mu) = Df(x_E, \mu)$ , 令  $\det(J(\mu) - I) = 0$  可得雅各比矩阵  $J(\mu)$  对应的特征方程为：

$$\lambda^8 + a^1 \lambda^7 + a_2 \lambda^6 + a_3 \lambda^5 + a_4 \lambda^4 + a_5 \lambda^3 + a_6 \lambda^2 + a_7 \lambda + a_8 = 0 \quad (11)$$

式中,  $\lambda$  为特征值;  $a_i$  ( $i = 1, 2, \dots, 8$ ) 为特征方程系数。

由 Hopf 分岔定理可知, 该系统稳定的充分必要条件为：

$$\begin{cases} a_i > 0 & i = 1, 2, \dots, 8 \\ \Delta_i > 0 & i = 1, 2, \dots, 7 \\ \Delta_7 = 0 \end{cases} \quad (12)$$

$$\sigma'(\mu_c) = \text{Re}\left(\frac{d\lambda}{d\mu} \Big|_{\mu=\mu_c}\right) \neq 0 \quad (13)$$

式中,  $\mu_c$  为临界分岔参数;  $\Delta_i$  为各阶赫尔维茨行列式。

联立式(12)、(13)即可求解得到调速系统稳定域边界。若  $\sigma'(K_1^*) > 0$ , 则分岔为超临界, 即  $\mu < \mu_c$  时系统稳定; 若  $\sigma'(K_1^*) < 0$ , 则分岔为亚临界, 即在  $\mu < \mu_c$  侧的小领域内系统出现稳定的极限环。

### 4 调速系统稳定性分析

#### 4.1 调速系统稳定域

以某抽蓄电站为例开展一管双机式非对称过水系统抽蓄电站稳定性分析, 电站基本参数见表

1. 两台机组发额定出力孤网正常运行, 调速器采用 PI 控制策略, 在  $t=0$  s 时刻均发生负荷阶跃扰动, 扰动量为  $m_{g1}=m_{g2}=-0.1$ 。

表 1 电站基本参数

Tab. 1 Basic parameters of power station

参数类型	参数	取值	参数类型	参数	取值
引水系统	$H_{10}/\text{m}$	182	PTGS-1	$e_{q1}$	0.5
	$H_{20}/\text{m}$	182		$e_{q1}$	0
	$Q_{10}/(\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1})$	360		$e_{q1}$	1.0
	$Q_{10}/(\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1})$	300	$e_{g1}$	0	
	$Q_{20}/(\text{m}^3 \cdot \text{s}^{-1})$	60	$T_{a1}/\text{s}$	8.61	
	$T_{w1}/\text{s}$	0.8	PTGS-2	$e_{h2}$	1.5
	$T_{w1}/\text{s}$	1.02		$e_{x2}$	-1.0
	$T_{w2}/\text{s}$	1.02		$e_{y2}$	1.0
	$h_{10}/\text{m}$	0.68		$e_{q2}$	0.5
	$h_{10}/\text{m}$	0.47		$e_{q2}$	0
$h_{20}/\text{m}$	1.19	$e_{q2}$		1.0	
$e_{y1}$	1.0	$T_{a2}/\text{s}$		4.50	
PTGS-1	$e_{h1}$	1.5	$e_{g2}$	0	
	$e_{x1}$	-1.0			
	$e_{y1}$	1.0			

以控制参数  $K_I$  为分岔参数、 $K_P$  为参变量, 对调速系统进行 Hopf 分岔分析, 非对称和对称式过水系统的调速系统稳定域见图 2(a)~(b), 非对称调速系统的横截系数  $\sigma'(K_I^*)$  见图 2(c)。

由图 2(a) 可知, 抽蓄机组调速系统存在 Hopf 分岔, 且随  $K_P$  的增加,  $K_I$  先增大后减小, 由此形成的分岔线与坐标轴围出了一片封闭凸区域。单管单机式调速系统的稳定域由单条分岔线构成, 而一管双机式抽蓄机组调速系统有两条分岔线组成, 且非对称过水系统的稳定性比对称式过水系统的稳定性更复杂, 两条分岔线出现交叉现象, 其系统稳定域由两条分岔线共同决定。由图 2(c) 可知, 两条分岔线对应的横截系数均大于零, 因此系统发生了超临界 Hopf 分岔, 即分岔线与坐标轴围成的凸区域为系统稳定域, 即为图 2(a) 中的染色区域。对比图 2(a)、(b) 中的稳定域可知, 非对称式过水系统的稳定域比对称式过水

系统的稳定域小, 非对称的过水系统布置形式使系统的稳定性有所下降。

为验证系统理论稳定域的正确性, 在控制参数平面内选取 3 个不同的状态点 ( $S_1$ 、 $S_2$ 、 $S_3$ ) 进行负荷扰动工况仿真, 并绘制 PTGS-1 和 PTGS-2 状态变量  $q_j$  ( $j=1, 2$ )、 $x_i$  ( $i=1, 2$ ) 和  $y_i$  ( $i=1, 2$ ) 的暂态响应及其相空间轨迹, 见图 3。

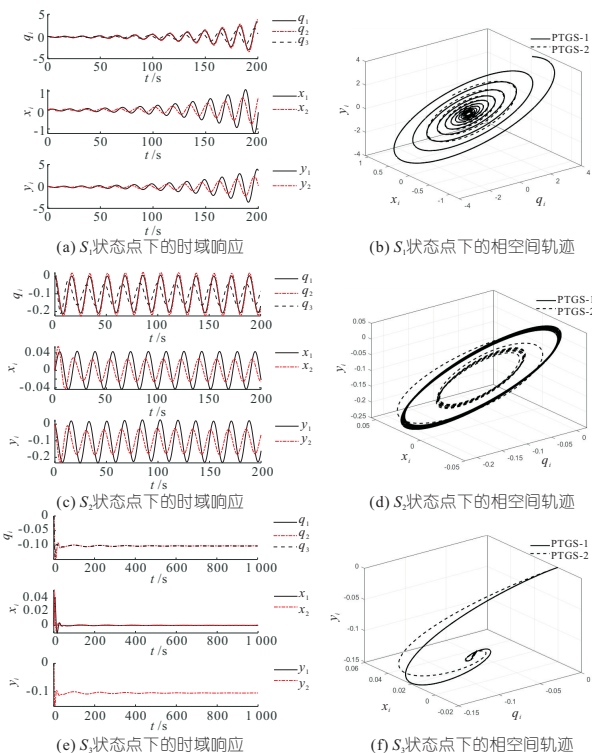


图 3 三个状态点下的时域响应和相空间轨迹

Fig. 3 Time responses and phase space trajectories under 3 state points

由图 3 可知: ①抽蓄机组调速系统的暂态时间响应及其相空间轨迹与理论分析结果相吻合。状态点  $S_1$  处于系统稳定域外, 因此系统状态变量  $q_i$ 、 $x_i$ 、 $y_i$  的时域响应呈现发散状态。此外, PTGS-2 比 PTGS-1 的振动幅值小, 这主要是因为  $S_1$  处于分岔线 1 以外、分岔线 2 以内, 对于分岔线 2 所确定的稳定域  $S_1$  是稳定的, 对于分岔线 1 所确定的稳定域  $S_1$  为发散的, 由此可知, PTGS-1 的稳定性主要有分岔线 1 围成的稳定域 1 主导, PTGS-2 的稳定性主要有分岔线 2 围成的稳定域 2 主导。②状态点  $S_2$  位于稳定域边界上, 系统处于临界稳定状态。系统状态变量  $q_i$ 、 $q_1$  直接进入稳定的等幅振荡, 而  $q_2$  经历了一定振幅衰减后进入等幅振荡状态。状态  $S_2$  位于稳定域 1 的边界上, 稳定域 2 内, 因此 PTGS-1 处于临界稳定, 即表现出等幅振荡的时间响应, PTGS-2 本来处于稳定状态, 但由于机组 PTGS-1 对 PTGS-2 的水力干扰, PTGS-2 的状态变量时间响应呈现

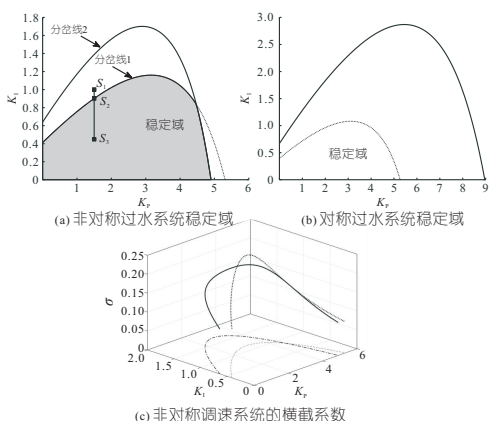


图 2 稳定域及横截系数  $\sigma'(K_I^*)$

Fig. 2 Stable domain and values of  $\sigma'(K_I^*)$

出先衰减再等幅振荡的过程。对状态点  $S_3$  位于稳定域以内,  $q_i$ 、 $x_i$ 、 $y_i$  时域响应波形在历经数周期衰减振荡后收敛至平衡点, 对应的相空间轨迹运动数圈后稳定在平衡点。

### 4.2 多尺度振荡特性

为探究设置调压室的一管双机式抽水蓄电站的多尺度振荡特性, 揭示其产生机理, 以  $S_4$  对应的状态变量  $x_1$  为例进行分析, 通过频谱分析辨识机组转速的多重振荡频率。  $x_1$  的傅里叶变换单边频谱图见图 4。

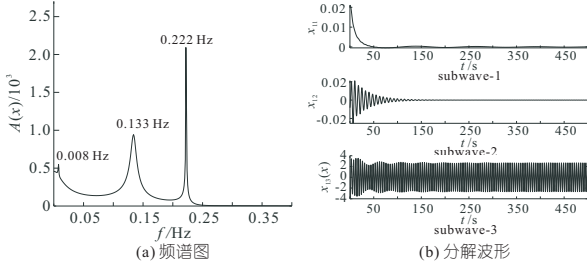


图 4 状态点  $S_4$  对应的  $x_1$  时域响应频谱图与分解波形  
Fig. 4 Spectrogram and subwaves of dynamic response of state variable  $x_1$  for  $S_4$

由图 4 可知,  $x_1$  的波动特性由三种不同频率的水力振荡叠加而成, 分别记为 subwave-1、subwave-2、subwave-3, 频率分别为 0.008、0.033、0.222 Hz。进一步采用频谱分析分离出三个子波。由图 2 可知, 状态点  $S_4$  位于稳定域 1 内, 稳定域 2 的分岔线上, 因此机组 1 的转速振荡衰减, 由机组 2 对机组 1 的干扰呈现等幅振荡, 分别对应 subwave-2、subwave-3, 即 subwave-2 由 PTGS-1 产生, subwave-3 是 PTGS-2 对 PTGS-1 的干扰。此外, 状态点  $S_4$  对应的状态变量  $x_1$  产生稳定的极限环, 由 Hopf 分岔理论可知此时特征方程存在一对纯虚特征根  $\lambda_{1,2} = \pm 1.397 0i$ , 其理论周期为  $T_{lim-4} = 4.497 6$  s, 故其频率  $f_{lim-4} = 0.222 3$  Hz, 若忽略理论计算误差, 可认为  $f_{lim-4} \approx f_{subwave-3}$ , 说明 subwave-3 为 PTGS-2 调速器调节下“压力管道—调速器—水泵水轮机—发电机”系统的固有振荡对 PTGS-1 的干扰, subwave-2 为 PTGS-1 调速器调节下“压力管道—调速器—水泵水轮机—发电机”系统的固有振荡。此外, 通过计算可发现 subwave-1 的振荡周期  $T_{subwave-1}$  与调压室水位波动的理论周期 ( $T_{surge} = 2\pi\sqrt{LyF/gf_y}$ ) 一致, 说明该波动是由上游调压室水位波动引起的低频振荡。

### 4.3 参数敏感性分析

为探究水流惯性时间常数、水轮机惯性时间常数和调压室时间常数对系统稳定性的影响规

律, 分析不同系统参数下的稳定域(图 5)。

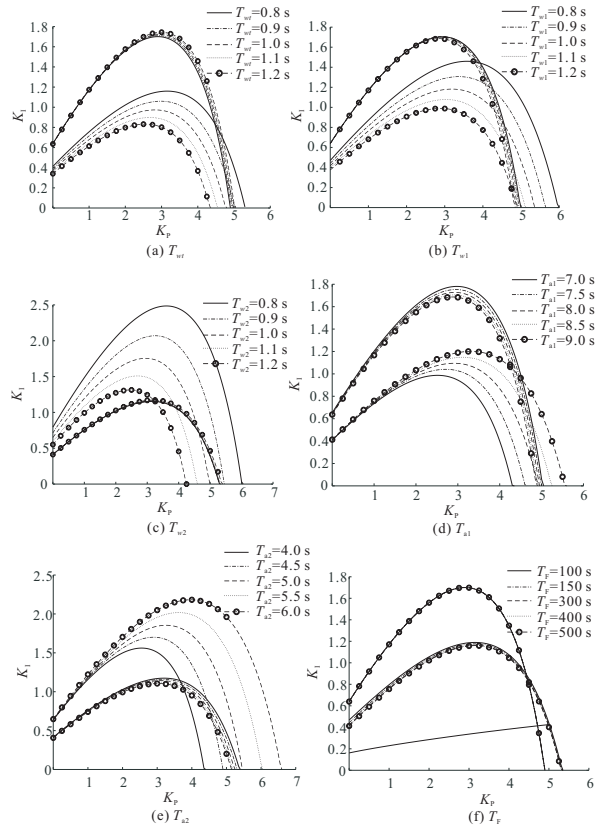


图 5  $T_{w1}$ 、 $T_{w2}$ 、 $T_{a1}$ 、 $T_{a2}$ 、 $T_F$  的影响规律  
Fig. 5 Effect of  $T_{w1}$  and  $T_{w2}$ 、 $T_{a1}$ 、 $T_{a2}$  and  $T_F$  on stable domain

由图 5(a)~(c)可知, 水流惯性时间常数  $T_{w1}$ 、 $T_{w2}$  均对系统稳定性有显著影响, 且  $T_{w1}$  的影响主要稳定域 1,  $T_{w2}$  影响主要稳定域 2。随水流惯性时间常数的增加系统稳定域逐渐减小, 不利于系统稳定。由图 5(d)、(e)可知, 水轮机惯性时间常数  $T_{a1}$ 、 $T_{a2}$  对系统稳定性有显著影响, 其中  $T_{a1}$  主要影响稳定域 1,  $T_{a2}$  主要影响稳定域 2。机组惯性时间常数的增大有利于本机组的稳定性, 而对另一支管的机组的稳定性产生微弱的负面影响。

本文调压室时间常数为 500 s, 此时调压室处于稳定状态, 因此调压室在系统稳定性的作用被隐藏, 为探究调压室不稳定状态下机组的暂态特性, 揭示调压室对系统稳定性的影响规律, 本文求解不同调压室时间常数下系统稳定域见图 5(f)。由图 5(f)可知, 当调压室处于不稳定状态时 ( $T_F = 100$  s), 此时系统的稳定域同时由三条分岔线决定, 与调压室稳定式的稳定域相比, 此时系统的稳定域显著变小, 当时间常数  $T_F > 150$  s 后调压室处于稳定状态, 随着  $T_F$  的继续增大此时系统综合稳定域基本不变。此外, 调压室时间常数仅对稳定域 1 有微弱影响, 对稳定域 2 无影响。

## 5 结论

a. 一管双机非对称过水系统抽蓄机组调速系统的 Hopf 分岔是超临界的,其稳定域由两条分岔线共同决定,两条分岔线出现交叉现象。在稳定域边界上,其调速系统的暂态时间响应呈现明显的多尺度振荡特性,由低、中和高频波叠加而成,其中低频波由上游调压室水位波动引起,中频波为该机组调速器调节下“压力管道—调速器—水泵水轮机—发电机”系统的固有振荡,高频波为另一台机组的干扰引起。

b. 管道水流惯性时间常数、水轮机惯性时间常数和调压室时间常数对系统综合稳定性有显著影响。较大的水流惯性时间常数对系统的稳定性不利,较大的水轮机惯性时间常数对本机组稳定性是有利的,对另一支管的机组稳定性不利,对系统的综合稳定性有利。调压室时间常数对系统的稳定呈现饱和特性。因此对这些参数进行优化整定能有效提升系统负荷扰动下的综合稳定性。

### 参考文献:

[1] 王洪亮,俞晓东,陈胜,等. 吉林台二级水电站水力

干扰过渡过程研究[J]. 水电能源科学,2009,27(5): 169-171.

- [2] LAI X J, LI C, GUO W, et al. Stability and dynamic characteristics of the nonlinear coupling system of hydropower station and power grid [J]. Communications in nonlinear science and numerical simulation, 2019. DOI: 10. 1016/j. cnsns. 2019. 104919.
- [3] 徐新宇,郭文成. 水轮机非线性特性作用下的水电站调速系统稳定性研究 [J]. 水电能源科学, 2020, 38(10): 121-125.
- [4] 倪一丹,周俊杰,刘怡. 基于 MATLAB 一管四机水电站小波动稳定分析[J]. 水电能源科学,2011,29(7):121-123.
- [5] 徐晶. 有调压室水电站多管多机时水力—调速系统的稳定性分析[J]. 四川水利,2002(6):12-14.
- [6] 胡嘉杨,赖旭,刘文彬. 不对称引水系统双闸门井最优面积组合研究 [J]. 水电能源科学, 2015, 33(3): 156-9.
- [7] KRAWCEWICZ W, WU J H. Theory and applications of Hopf bifurcations in symmetric functional differential equations[J]. Nonlinear analysis theory methods & applications,1999,35:845-870.

## Stability Analysis of Pump Turbine Governing System with Asymmetric Water Diversion System

ZHANG Nan<sup>1</sup>, HAN Xuan<sup>1</sup>, XUE Xiao-ming<sup>1</sup>, ZHOU Jian-zhong<sup>2</sup>

(1. Jiangsu Key Laboratory of Advanced Manufacturing Technology, Huaiyin Institute of Technology, Huaian 223299, China;

2. School of Civil and Hydraulic Engineering, Huazhong University of Science and Technology, Wuhan 430074, China)

**Abstract:** Based on Hopf bifurcation theory, the stability of pumped storage power station considering asymmetric water passing system is studied. Firstly, the mathematical model of the speed regulation system of the pumping and storage unit of the one-pipe two-machine asymmetric water passing system with the upstream surge chamber is established. On this basis, the Hopf bifurcation analysis is carried out to obtain the theoretical stability region of the speed regulation system, and the dynamic response characteristics of the unit under different control parameters are analyzed to verify its theoretical stability region. Furthermore, the multi-scale oscillation characteristics and its generation mechanism of the dynamic response of a pipe double pump storage unit are revealed. Finally, the influence laws of flow inertia time constant, turbine inertia time constant and surge chamber time constant on system stability are explored. The results show that the Hopf bifurcation of the speed control system of the pumping and storage unit of the one-pipe two-machine asymmetric overflow system with the upstream surge chamber is supercritical, and its stability region is determined by two bifurcation lines; The hydraulic interference between the surge chamber and the units makes the response characteristics of the units show obvious multi-scale oscillation characteristics; Larger flow inertia time constant and smaller turbine inertia time constant are beneficial to system stability, and the influence of surge chamber time constant on system stability presents saturation characteristics. The research results have important guiding significance for the intelligent control of pumping and storage units and the design optimization of water passing system in power stations.

**Key words:** pump turbine governing system; upstream surge tank; asymmetric water diversion system; stability; Hopf bifurcation