

DOI: 10. 20040/j. cnki. 1000-7709. 2023. 20220544

受油器故障激励下转子—轴承—转轮系统稳定性研究

武 菁, 张雷克, 王雪妮

(太原理工大学水利科学与工程学院, 山西 太原 030024)

摘要: 灯泡贯流式机组旋转部件与固定部件碰摩故障将极大影响机组的安全稳定运行。针对含故障受油器部件的灯泡贯流式机组轴系碰摩系统, 建立了多振源激励下含故障受油器灯泡贯流式机组转子—转轮弯扭耦合振动模型及其运动微分方程。利用 Floquet 理论讨论了系统周期解稳定性。结果表明, 故障受油器的出现从加剧系统失稳可能及更迭稳态与非稳态频次切换层面显著改变了系统动态特性, 加剧了系统非稳态运行范围, 需引起足够重视。研究结果可为灯泡贯流式机组安全运行及稳定性分析提供借鉴。

关键词: 受油器; 弯扭耦合; 灯泡贯流式机组; 稳定性分析

中图分类号: TV734

文献标志码: A

文章编号: 1000-7709(2023)01-0172-04

1 引言

随着低水头水能资源的大力开发, 流道短且具有良好水流特性的灯泡贯流式机组在水电工程建设中逐渐扮演重要角色。为缩小实际安装体积, 并保证更高工作效率, 灯泡贯流式机组旋转部件与外部固定件间距不断向小间隙发展。因此, 在运行过程中, 机组轴系受各外激励影响易形成旋转部件与固定部件间的碰摩故障, 极大影响机组安全稳定运行。目前, 关于碰摩系统动力特性的研究成果较丰富^[1-6]。但现有的研究对象以高速转动机构为主, 仅少数目标针对以水力发电机组为代表的低速旋转机械中讨论的机组均为立式布置形式, 且研究重心多在转子单盘单向故障, 而关于灯泡贯流式机组因故障受油器作用导致转子—轴承—转轮系统的弯扭振动稳定性研究极少。鉴于此, 本文针对含故障受油器部件的灯泡贯流式机组转子—轴承—转轮系统碰摩问题, 推导建立了弯扭耦合作用下转子—转轮双盘运动模型及运动微分方程; 分析有无故障受油器系统随励磁电流参数变化稳定运动现象的差异, 以期对灯泡贯流式水力发电机组轴系非线性动力学特性分析和安全稳定运行提供参考。

2 灯泡贯流式机组转子—轴承—转轮系统

2.1 轴系动力学模型搭建

灯泡贯流式机组主要包括受油器、发电机、轴承、水轮机等部件。发电机与水轮机通过一根主轴联动, 组合轴承(推力轴承与导轴承)及水导轴承分别在主轴两端提供支撑。图 1 为灯泡贯流式

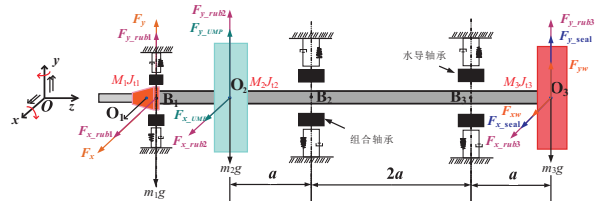


图 1 灯泡贯流式机组轴系模型简化示意图

Fig. 1 Simplified schematic diagram of shaft system for bulb tubular unit

机组轴系模型简化示意图, 其中 O_1 为受油器下浮动瓦处中心, O_2 为水轮发电机定子中心, O_3 为水轮机在转轮室的安装位置中心。对于受油器下浮动瓦处可视为套筒和轴承的组合, 碰摩发生在套筒位置, B_1 、 B_2 、 B_3 分别为受油器处轴承、组合轴承、水导轴承的形心位置; m_1 、 m_2 、 m_3 分别为受油器操作油管质量、发电机转子质量、水轮机转轮处质量; F_x 、 F_y 及 F_{x_rub1} 、 F_{y_rub1} 分别为受油器操作油管在 x 、 y 方向所受的时变油膜力和非线性碰摩力, F_{x_rub2} 、 F_{y_rub2} 和 F_{x_UMP} 、 F_{y_UMP} 分别为发电机转子在 x 、 y 方向所受的碰摩力和不平衡磁拉力, F_{x_rub3} 和 F_{y_rub3} 、 F_{xw} 和 F_{yw} 、 F_{x_seal} 和 F_{y_seal} 分别为水轮机转轮在 x 、 y 方向所受碰摩

收稿日期: 2022-03-21, 修回日期: 2022-04-25

基金项目: 国家自然科学基金项目(51709196)

作者简介: 武菁(1997-), 女, 硕士研究生, 研究方向为水轮发电机组动力学, E-mail: 18235128926@163.com

通讯作者: 王雪妮(1986-), 女, 博士、讲师, 研究方向为水工结构稳定性分析, E-mail: wangxueni@tyut.edu.cn

力、不平衡水力及非线性密封力。

为便于分析,对模型做如下假设:①不考虑陀螺效应及弓状回旋效应的影响;②仅考虑系统横向振动及扭转,忽略轴向振动;③受油器操作油管、转子和转轮假设为刚体,仅分析振动;各旋转部件考虑平移偏心率;④忽略发电机处漏磁和磁饱和影响。

2.2 微分方程推导

当主轴以 ω 旋转时,轴系旋转部件质心的坐标 (x_G, y_G) 可表示为:

$$\begin{cases} x_G = x_i + e_i \cos\varphi_i \\ y_G = y_i + e_i \sin\varphi_i \end{cases} \quad i = 1, 2, 3 \quad (1)$$

式中, x_1, y_1 为受油器操作油管形心位置; x_2, y_2 为转子形心位置; x_3, y_3 为转轮形心位置; e_1, e_2, e_3 分别为操作油管、转子、转轮的质量偏心率; $\varphi_1, \varphi_2, \varphi_3$ 分别为操作油管、转子、转轮各自形心与质心的偏心转角。

则在 x, y 方向的质心速度 V_{ix}, V_{iy} 分别为:

$$\begin{cases} V_{ix} = \dot{x}_G = A\dot{x}_i - e_i\dot{\varphi}_i \sin\varphi_i \\ V_{iy} = \dot{y}_G = \dot{y}_i + e_i\dot{\varphi}_i \cos\varphi_i \end{cases} \quad (2)$$

式中, \dot{x}_G, \dot{y}_G 分别为质心速度沿 x, y 方向的分量; \dot{x}_1, \dot{y}_1 均为操作油管形心处速度分量; \dot{x}_2, \dot{y}_2 均为转子形心速度分量; \dot{x}_3, \dot{y}_3 均为转轮形心速度分量; $\dot{\varphi}$ 为偏心转角速度。

考虑转子—轴承—转轮系统弯扭耦合下的数学模型,其动能由平动动能和转动动能组成;系统势能应考虑弹性轴势能、考虑转轴弹性、几何对称性及重力的影响;假设系统在 x, y 方向上存在阻尼,并考虑碰摩力、不平衡磁拉力、不平衡水力、时变油膜力及非线性密封力作用。采用 Lagrange 方程:

$$\frac{d}{dt} \left(\frac{\partial T}{\partial \dot{q}_i} \right) - \frac{\partial T}{\partial q_i} + \frac{\partial U}{\partial q_i} = Q_i \quad i = 1, 2, 3 \quad (3)$$

式中, T 为用各广义坐标 q_i 和广义速度 \dot{q}_i 表示的系统动能; U 为系统势能; t 为时间。

为便于计算和分析,做如下无量纲变换:

$$\begin{cases} T = \omega t \\ \frac{d}{dt} = \omega \frac{d}{dT}; \frac{d^2}{dt^2} = \omega^2 \frac{d^2}{dT^2} \\ X_1 = x_1/\delta_f; Y_1 = y_1/\delta_f \\ X_2 = x_2/\delta_0; Y_2 = y_2/\delta_0 \\ X_3 = x_3/\delta_b; Y_3 = y_3/\delta_b \\ \dot{X} = dX/dT; \dot{Y} = dY/dT \\ \ddot{X} = d^2X/dT^2; \ddot{Y} = d^2Y/dT^2 \\ \dot{\theta} = d\theta/dT; \ddot{\theta} = d^2\theta/dT^2 \end{cases} \quad (4)$$

可得系统运动微分方程:

$$\begin{cases} \ddot{X}_1 = -\frac{C_1}{m_1\omega} \dot{X}_1 - \frac{K_1}{m_1\omega^2} X_1 + \frac{e_1 [(1+\dot{\theta}_1)^2 \cos\varphi_1 + \dot{\theta}_1 \sin\varphi_1]}{\delta_f} + \\ \frac{H(E_1 + C_0 - \delta_f)F_x}{m_1\omega^2\delta_f} + \frac{H(E_1 - C_0 - \delta_f)F_{x_rub1}}{m_1\omega^2\delta_f} \\ \ddot{Y}_1 = -\frac{C_1}{m_1\omega} \dot{Y}_1 - \frac{K_1}{m_1\omega^2} Y_1 + \frac{e_1 [(1+\dot{\theta}_1)^2 \sin\varphi_1 - \dot{\theta}_1 \cos\varphi_1]}{\delta_f} + \\ \frac{H(E_1 + C_0 - \delta_f)F_y}{m_1\omega^2\delta_f} + \frac{H(E_1 - C_0 - \delta_f)F_{y_rub1}}{m_1\omega^2\delta_f} - \frac{g}{\omega^2\delta_f} \\ \ddot{X}_2 = -\frac{C_2}{m_2\omega} \dot{X}_2 - \frac{K_2}{m_2\omega^2} X_2 + \frac{e_2 [(1+\dot{\theta}_2)^2 \cos\varphi_2 + \dot{\theta}_2 \sin\varphi_2]}{\delta_0} + \\ \frac{F_{x_UMP}}{m_2\omega^2\delta_0} + \frac{F_{x_rub2}}{m_2\omega^2\delta_0} \\ \ddot{Y}_2 = -\frac{C_2}{m_2\omega} \dot{Y}_2 - \frac{K_2}{m_2\omega^2} Y_2 + \frac{e_2 [(1+\dot{\theta}_2)^2 \sin\varphi_2 - \dot{\theta}_2 \cos\varphi_2]}{\delta_0} + \\ \frac{F_{y_UMP}}{m_2\omega^2\delta_0} + \frac{F_{y_rub2}}{m_2\omega^2\delta_0} - \frac{g}{\omega^2\delta_0} \\ \ddot{X}_3 = -\frac{C_3}{m_3\omega} \dot{X}_3 - \frac{K_3}{m_3\omega^2} X_3 + \frac{e_3 [(1+\dot{\theta}_3)^2 \cos\varphi_3 + \dot{\theta}_3 \sin\varphi_3]}{\delta_b} + \\ \frac{F_{xw}}{m_3\omega^2\delta_b} + \frac{F_{x_rub3}}{m_3\omega^2\delta_b} + \frac{F_{x_seal}}{m_3\omega^2\delta_b} \\ \ddot{Y}_3 = -\frac{C_3}{m_3\omega} \dot{Y}_3 - \frac{K_3}{m_3\omega^2} Y_3 + \frac{e_3 [(1+\dot{\theta}_3)^2 \sin\varphi_3 - \dot{\theta}_3 \cos\varphi_3]}{\delta_b} + \\ \frac{F_{yw}}{m_3\omega^2\delta_b} + \frac{F_{y_rub3}}{m_3\omega^2\delta_b} + \frac{F_{y_seal}}{m_3\omega^2\delta_b} - \frac{g}{\omega^2\delta_b} \\ \dot{\theta}_1 = -\frac{C_{t1}}{(J_1 + 2m_1e_1^2)\omega} (1 + \dot{\theta}_1) - \frac{K_{t1}}{(J_1 + 2m_1e_1^2)\omega^2} \theta_1 + \\ \frac{m_1e_1\delta_f(\dot{X}_1 \sin\varphi_1 - \dot{Y}_1 \cos\varphi_1)}{J_1 + 2m_1e_1^2} - \frac{m_1e_1g \cos\varphi_1}{(J_1 + 2m_1e_1^2)\omega^2} + \\ \frac{M_{rub1}}{(J_1 + 2m_1e_1^2)\omega^2} \\ \dot{\theta}_2 = -\frac{C_{t2}(1 + \dot{\theta}_2)}{(J_2 + 2m_2e_2^2)\omega} - \frac{K_{t2}\theta_2}{(J_2 + 2m_2e_2^2)\omega^2} + \\ \frac{m_2e_2\delta_0(\dot{X}_2 \sin\varphi_2 - \dot{Y}_2 \cos\varphi_2)}{J_2 + 2m_2e_2^2} - \frac{m_2e_2g \cos\varphi_2}{(J_2 + 2m_2e_2^2)\omega^2} + \\ \frac{M_{rub2} + M_{UMP}}{(J_2 + 2m_2e_2^2)\omega^2} \\ \dot{\theta}_3 = -\frac{C_{t3}}{(J_3 + 2m_3e_3^2)\omega} (1 + \dot{\theta}_3) - \frac{K_{t3}}{(J_3 + 2m_3e_3^2)\omega^2} \theta_3 + \\ \frac{m_3e_3\delta_b(\dot{X}_3 \sin\varphi_3 - \dot{Y}_3 \cos\varphi_3)}{J_3 + 2m_3e_3^2} - \frac{m_3e_3g \cos\varphi_3}{(J_3 + 2m_3e_3^2)\omega^2} + \\ \frac{M_{rub3}}{(J_3 + 2m_3e_3^2)\omega^2} \end{cases} \quad (5)$$

式中, ω 为主轴旋转角速度; X_i, Y_i 为系统旋转部件无量纲位移量; \dot{X}_i, \dot{Y}_i 为旋转部件速度无量纲量; \ddot{X}_i, \ddot{Y}_i 为旋转部件加速度无量纲量; θ_i 为扭转角, $\dot{\theta}_i$ 为扭转角速度, $\ddot{\theta}_i$ 为扭转角加速度; δ_f 为操作油管和受油器浮动瓦之间的初始间隙; δ_0 为转子不偏心时的平均气隙长度; δ_b 为水轮机转轮与转轮室边缘间隙; C_0 为临界油膜厚度; C_1, C_2, C_3

分别为受油器振动阻尼、转子振动阻尼及转轮振动阻尼； C_{t1} 、 C_{t2} 、 C_{t3} 分别为受油器转动阻尼、转子转动阻尼及转轮转动阻尼； K_1 、 K_2 、 K_3 分别为受油器等效轴承、组合轴承轴承及水导轴承的刚度； K_{t1} 、 K_{t2} 、 K_{t3} 分别为下浮动瓦等效轴承抗扭刚度、组合轴承抗扭刚度及水导轴承抗扭刚度； e_1 、 φ_1 、 J_1 分别为操作油管的质量偏心、转角及转动惯量； e_2 、 φ_2 、 J_2 分别为发电机转子的质量偏心、转角及转动惯量； e_3 、 φ_3 、 J_3 分别为水轮机转轮的质量偏心、转角及转动惯量； E_1 、 E_2 、 E_3 分别为操作油管、转子及转轮旋转偏移量，可由 $E_i = (x_i^2 + y_i^2)^{1/2}$ ($i = 1, 2, 3$) 表示； g 为重力加速度； F_{rw} 、 F_{yw} 为作用在转轮上的水力不平衡力； M_{rub1} 、 M_{rub2} 、 M_{rub3} 分别为受油器、转子、转轮处碰摩弯矩； M_{UMP} 为转子所受不平衡磁拉力矩。

3 稳定性分析与结果

式(5)具非线性，采用 4 阶 Runge-Kutta 法对非线性方程式(5)进行数值计算，为提高计算精度和准确性，采取最后 200 个周期进行分析。系统模型主要参数为 $m_1 = 0.80 \times 10^5 \text{ kg}$ 、 $m_2 = 1.44 \times 10^5 \text{ kg}$ 、 $m_3 = 1.10 \times 10^5 \text{ kg}$ 、 $e_1 = 0.06 \times 10^{-3} \text{ m}$ 、 $e_2 = 0.08 \times 10^{-3} \text{ m}$ 、 $e_3 = 0.6 \times 10^{-3} \text{ m}$ 、 $k_r = 5.0 \times 10^7 \text{ N/m}$ 、 $k_c = 5.0 \times 10^8 \text{ N/m}$ 、 $K_1 = k_1 = 2.5 \times 10^7 \text{ N/m}$ 、 $c_1 = 2.0 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ 、 $k_{t1} = 2.0 \times 10^7 \text{ N/m}$ 、 $c_{t1} = 1.5 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ 、 $c_2 = 3.0 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ 、 $c_{t2} = 2.0 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ 、 $k_{t2} = 4.05 \times 10^7 \text{ N/m}$ 、 $c_3 = 3.5 \times 10^5 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ 、 $c_{t3} = 3.0 \times 10^4 \text{ N} \cdot \text{s/m}$ 、 $k_{t3} = 3.5 \times 10^7 \text{ N/m}$ 、 $J_1 = 2.0 \times 10^3 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 、 $J_2 = 2.6 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 、 $J_3 = 2.0 \times 10^4 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。

利用打靶法计算系统周期不平衡响应，以获取不同励磁电流作用下系统周期解。根据 Floquet 理论，若最大 Floquet 乘子模 $|\lambda|_{\max}$ 小于 1 则周期解稳定；若 $|\lambda|_{\max}$ 中至少有一个大于 1 则周期解不稳定；若 $|\lambda|_{\max}$ 等于 1，此时系统周期解处于临界稳定状态。

图 2 为是否考虑故障受油器情况下系统最大 Floquet 乘子模随励磁电流变化趋势图。由图 2 (a)可知，当 $I_j < 689 \text{ A}$ 时， $|\lambda|_{\max}$ 保持为恒定值，随着 I_j 的加大， $|\lambda|_{\max}$ 发生显著改变，故在此仅分析 $I_j = [690 \sim 1\ 200] \text{ A}$ 范围内系统动态特性情况，见图 2(b)。以纵坐标“1”为分界线，根据 $|\lambda|_{\max}$ 数值不同可将系统运动分为稳定、临界稳定及不稳定三种状态。不难发现，随着励磁电流

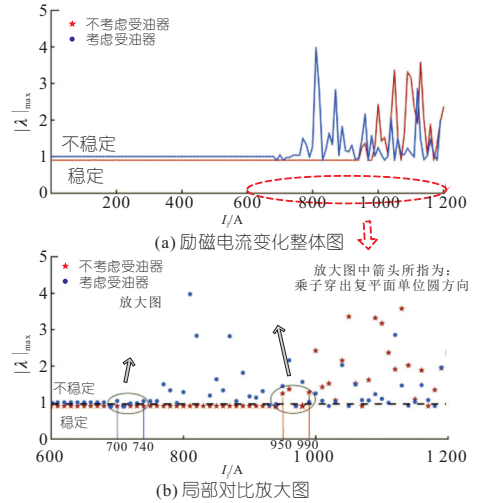


图 2 机组随励磁电流变化时 $|\lambda|_{\max}$ 对比图
Fig. 2 $|\lambda|_{\max}$ comparison chart of the unit changes with I_j

的增加， $|\lambda|_{\max}$ 多次发生明显波动，系统亦在稳定与失稳之间往复徘徊，Hopf 分岔、倍周期分岔和鞍结分岔等分岔形式不断显现。

当不考虑故障受油器时，在励磁电流 I_j 小于 940 A 范围内，其最大 Floquet 乘子位于复平面单位圆中，系统周期解处于稳定状态，机组在多源外激励下保持运动平衡。随着 I_j 逐渐增加，相应 UMP 扩大，在该电磁荷载持续影响下系统出现趋于失稳的态势。结合表 1 数据发现，此时系统最大 Floquet 乘子由实轴右半轴正数 1 穿出单位圆，系统发生鞍结分岔，相应周期解从稳定状态直接进入非稳定状态。当 I_j 进一步增至 990 A，系

表 1 考虑、不考虑故障受油器机组不同励磁电流下周解特性

Table 1 Characteristics of periodic solution under different excitation currents with and without faulty oil receiver

类别	励磁电流 I_j	最大 Floquet 乘子	最大 Floquet 乘子模 $ \lambda _{\max}$	结论	乘子穿出复平面单位圆示意图
不考虑故障	940	$-0.905 + 0i$	0.905	稳定	
受油器	950	$1.246 + 0i$	1.246	鞍结分岔	
考虑故障	980	$-0.905 + 0i$	0.905	稳定	
	990	$-1.276 + 0i$	1.276	倍周期分岔	
受油器	700	$1.038 - 0.152i$	1.049	Hopf 分岔	
	730	$0.961 - 0.218i$	0.985	稳定	
	740	$1.040 + 0.018i$	1.040	Hopf 分岔	

统最大 Floquet 乘子由实轴左半轴 -1 穿出单位圆,倍周期分岔予以显现,其响应由周期 1 分岔为周期 2 运动,相应系统转动部件进入非稳态。此后,因 I_j 不断加大引起的电磁激励作用愈发明显,系统非稳态响应更加突出,其最大 Floquet 乘子多在复平面单位圆外变动。

相比之下,故障受油器的加入令系统稳定性呈现出以下两个明显改变:①系统失稳可能性加大,稳定运行范围显著降低。在 $I_j=[0\sim 690]$ A 时,最大 Floquet 乘子处于单位圆外并接近其边缘,系统处于临界稳定状态,易受微小外激励作用发生扰动,从而增加失稳可能性。图 3 统计了系统随参数 I_j 变化, $|\lambda|_{\max}$ 超过、等于和小于 1 的比重。由图 3 可知,考虑故障受油器后,系统 $|\lambda|_{\max}=1$ 现象出现且占比超过 50%,响应呈现大范围临界稳定,而 $|\lambda|_{\max}>1$ 的比重相比此前明

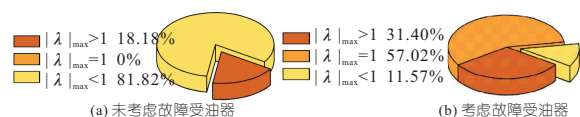


图 3 有无故障受油器系统 $|\lambda|_{\max}$ 分布情况

Fig. 3 Distribution of $|\lambda|_{\max}$ with or without faulty oil receiver

显增加,表明系统更易处于非稳态运行。总体上,故障受油器的存在使系统发生不稳定响应概率增加,相应散落在复平面单位圆外的最大 Floquet 乘子数量显著增高。此外,结合表 1 进一步分析可知,在 $I_j=700,740$ A 时系统最大 Floquet 乘子均以复数形式、通过 Hopf 分岔路径分别从 IV、I 象限穿出复平面单位圆并致使拟周期运动出现。②系统由稳态进入非稳态变化频次升高。对比最大 Floquet 乘子穿出单位圆的次数可得到机组随 I_j 增加由稳态到非稳态的分岔频次。整理结果可得,考虑故障受油器后,系统于 $I_j=700,740$ A 等数值在内共计发生 11 次由稳态到失稳状态改变;而忽略故障受油器情况下,系统仅在 $I_j=950,990,1080,1180$ A 4 个励磁电流数值条件下出现失稳状态,不稳定变化频次大大缩减。

Research on Rotor-Bearing-Runner System Stability Under Faulty Oil Receiver

WU Jing, ZHANG Lei-ke, WANG Xue-ni

(College of Hydro Science and Engineering, Taiyuan University of Technology, Taiyuan 030024, China)

Abstract: Malfunctions resulting from rub-impact between moving and stationary parts of bulb tubular unit will jeopardize the safety and stability of hydropower units. Aiming at the bulb tubular unit shaft rubbing system, a coupled bending-torsional rotor-runner system with faulty oil receiver under multi-vibration source and corresponding differential equation were established. The Floquet theory was applied to investigate the stability of periodic solution. The results reveal that when faulty oil receiver is taken into account, the system dynamic feature alters dramatically, which aggravates the possibility of system instability and alternates frequency transition between steady and non-steady state. This fault aggravates the unsteady vibration characteristics of different rotating parts, especially for the runner structure response trend, which needs to be paid enough attention. The results can provide useful references for safe operation and stability analysis of bulb tubular units.

Key words: oil receiver; coupled bending-torsional vibration; bulb tubular unit; stability analysis

4 结论

a. 针对故障受油器导致的灯泡贯流式机组碰摩问题,构建了考虑复合偏心不平衡磁拉力作用下机组转子—轴承—转轮弯扭耦合振动模型及其运动微分方程探究机组轴系稳定性。故障受油器使系统发生失稳运行概率增加,其最大 Floquet 乘子散落在复平面单位圆以外数量明显增高,相应机组稳定运行范围大幅缩减。同时,含故障受油器机组稳态、非稳态切换频次的提升令机组主轴及转动部件振幅摆度加大,严重影响设备及运行稳定性。

b. 受油器部件作为灯泡贯流式机组调节运行的重要组成部分,其故障的出现会影响系统整体响应,加剧系统非稳态发生概率并减小稳态运行范围,故开展机组分析时考虑因长期运行而产生故障的受油器部件十分必要。

参考文献:

- [1] MUSZYNSKA A. Rotor-to-stationary element rub-related vibration phenomena in rotating machinery-literature survey[J]. The shock and vibration digest, 1989, 21(3): 3-11.
- [2] LIU J Z, FEI Q G, WU S Q, et al. Nonlinear vibration response of a complex aeroengine under the rubbing fault[J]. Nonlinear dynamics, 2021, 106: 1869-1890.
- [3] 李志农,刘杰,卢文秀,等.转子系统盘轴松动故障动力学建模和仿真研究[J].机械工程学报,2020,56(7):60-71.
- [4] XIE Z L, ZHANG Y, ZHOU J Z, et al. Theoretical and experimental research on the micro interface lubrication regime of water lubricated bearing[J]. Mechanical systems and signal processing, 2021, 151: 107422.
- [5] 太兴宇,杨树华,马辉,等.叶尖碰摩诱发的转子系统振动响应数值分析与试验研究[J].机械工程学报,2019,55(19):112-120.
- [6] ZHANG L K, MA Z Y, WU Q Q, et al. Vibration analysis of coupled bending-torsional rotor-bearing system for hydraulic generating set with rub-impact under electromagnetic excitation[J]. Archive of applied mechanics, 2016, 86: 1665-1679.