DOI：10.19666/j.rlfd.202604100

基于 Crank-Nicolson 动态二端口模型的热电联产调度方法

袁丹青[1]，张磊[1]，陈靖彦[2]，武琦程[1]，林森[1]，朱逸飞[1]
（1. 三峡大学 电气与新能源学院，湖北 宜昌 443002；
2. 国网湖北省电力有限公司超高压公司宜昌运维分部，湖北 宜昌 443002）

［摘　　要］【目的】针对热电联产供热系统中长距离供热管道温度传播精确刻画、热惯性高效利用与电-热协同调度复杂度控制需求，提出一种基于 Crank-Nicolson 差分格式的热量迁移动态二端口模型。【方法】采用具有二阶时空精度的 Crank-Nicolson 格式离散流体能量守恒方程，构建管道热输运四点差分网格，建立供热管道首末端温度动态映射关系；利用离散方程的线性结构，通过离线矩阵递推对完整差分模型中的中间空间节点进行代数消元，形成首末端温度传输矩阵，使在线优化模型规模不随空间网格数增加而增长。【结果】算例结果表明，所提模型与完整 Crank-Nicolson 直接差分模型的温度响应基本一致，供、回水管末端温度平均绝对误差分别为 0.12℃和 0.11℃；在双管供热系统中，在线计算时间由 0.22s 降至 0.012s。【结论】所提模型在保持完整 Crank-Nicolson 直接差分模型温度响应特征的基础上，可降低在线计算规模和求解时间，并通过供热管网储热释放热电联产机组电出力调节空间，为热电联产系统灵活调峰和低碳运行提供建模支撑。

［关　键　词］热电联产；供热管网；热量迁移；Crank-Nicolson 差分；动态二端口模型

［引用本文格式］（本段作者勿动）作者姓名. 中文标题[J]. 热力发电，年，卷(期)：起始页码-终止页码.　作者姓名. 英文标题[J]. Thermal Power Generation，年，卷(期)：起始页码-终止页码.

A cogeneration dispatch method based on the Crank-Nicolson dynamic two-port model

Yuan Danqing[1], Zhang Lei[1], Chen Jingyan[2], Wu Qicheng[1], Lin Sen[1], Zhu Yifei[1]
(1. College of Electrical and New Energy, China Three Gorges University, Yichang 443002,China;
2. Yichang Operation and Maintenance Division, Extra High Voltage Company, State Grid Hubei Electric Power Co., Ltd., Yichang 443002, China)

Abstract: [Objective] In combined heat and power (CHP) heating systems, long-distance pipelines exhibit thermal inertia, transport delay and heat loss. These characteristics can provide flexibility for CHP dispatch, but they also increase the difficulty of describing temperature dynamics in optimization models. Steady-state and simplified delay models are usually unable to accurately represent temperature propagation, while full dynamic difference models introduce many internal spatial-node variables into online optimization. To improve temperature-propagation accuracy while controlling dispatch-model complexity, this paper proposes a dynamic two-port heat transfer model based on the Crank-Nicolson difference scheme. [Methods] The fluid energy conservation equation of the heating pipeline is discretized by the Crank-Nicolson scheme, which has second-order accuracy in both time and space. A four-point space-time grid is used to describe heat transport, and the dynamic mapping relationship between inlet and outlet temperature sequences is derived. By using the linear structure of the discretized equations, an offline matrix-recursion method is developed to algebraically eliminate intermediate spatial nodes. Thus, the outlet temperature of each pipeline is expressed as a linear combination of the inlet temperature sequence, the initial

收 稿 日 期：2026-04-29　修 回 日 期：2026-06-09　接 受 日 期：2026-06-16　网络首发日期：XXXX-XX-XX
基 金 项 目：国家自然科学基金项目（62233006）
Supported by：National Natural Science Foundation of China (62233006)
第一作者简介：袁丹青（2002），男，硕士研究生，主要研究方向为电力系统运行与控制、能源互联网与智能电网，3492741424@qq.com。
通信作者简介：陈靖彦（1998），男，硕士，主要研究方向为新能源电网与储能系统，cjy2471@qq.com。

temperature state and the environmental heat-loss term. The full Crank-Nicolson dynamic model is then transformed into a low-dimensional two-port transmission relationship suitable for electric-thermal coordinated dispatch. The proposed model is embedded into a CHP dispatch framework considering heat network constraints, node mixing, heat source and load balance, temperature limits, CHP operating region constraints, conventional unit constraints and wind power accommodation constraints. [Results] Case studies show that the proposed model produces temperature responses close to those of the full Crank-Nicolson direct difference model. In the double-pipe heating system, the average absolute errors of the outlet temperatures of the supply and return pipelines are 0.12 °C and 0.11 °C, respectively, and the online computation time decreases from 0.22 s to 0.012 s. In the multi-branch heating network, when the spatial step decreases from 20m to 5m, the online computation time of the full Crank-Nicolson model increases from 1.41 s to 5.31 s, whereas that of the proposed model changes only from 0.055 s to 0.060s. [Conclusion] The proposed dynamic two-port model retains the temperature propagation characteristics of the full Crank-Nicolson model while reducing the online optimization scale. After being embedded into CHP dispatch, it enables heating-network thermal storage and transport delay to release CHP downward regulation capability during high wind power periods, providing a low-dimensional modeling approach for flexible peak shaving and low-carbon operation of CHP systems in practical engineering applications.

Key words: combined heat and power; heating network; heat transport; Crank-Nicolson difference scheme; dynamic two-port model

近年来，新能源装机规模持续增长，供热季热电联产（combined heat and power，CHP）机组受以热定电约束，电出力调节空间有限，容易影响新能源消纳[1]。供热管网具有热惯性、传输时延和沿程热损特性，可在一定时间内存储和释放热量为 CHP 机组调峰提供灵活性[2]-[3]。现有供热网络模型在温度传播刻画、低维端口表达和调度嵌入方面仍有不足[4]-[5]，需要构建兼顾动态响应精度与在线计算效率的供热管网模型。

围绕供热管网热惯性利用与电-热协同调度问题，已有研究将热网储热、传输延时和热惯性量化引入调度模型，用于缓解 CHP 机组以热定电约束并提升新能源消纳能力[6]-[8]；也有研究从多重热惯性、热网灵活性恢复和实时灵活性释放等角度分析供热管网的调节价值[9]-[11]。上述研究表明，供热管网能够在一定时间尺度内提供电出力调节空间，但现有模型多侧重于储热容量、传输延时或灵活性边界的等效描述，对长距离供热管道温度波前传播、沿程热损累积及首末端温度动态映射关系刻画不足，难以同时兼顾温度传播精度和在线调度效率。

针对供热管道热量迁移建模，已有研究主要从解析表达、数值离散和低维端口表达等方面展开[12]-[14]；稳态、准稳态、等值储热和简化延时模型计算较简便，但对温度波形变化、沿程热损和首末端动态映射关系刻画有限；完整动态差分模型精度较高，但直接嵌入调度模型会引入大量管道内部空间节点，增加在线优化规模。Crank-Nicolson 格式在时间和空间上具有二阶精度，能够较好保持温度波前幅值、传播时延和沿程热损特征，且离散方程保持线性形式，便于通过矩阵递推构造端口化传输矩阵。已有时域二端口和动态等值建模方法为能源网络低维表达提供了参考[15]-[17]。本文以 Crank-Nicolson 高精度离散方程为基础构造端口化传输矩阵，在保持供热管道温度传播动态特征的同时降低在线调度模型维度，使热网动态特性能够更有效地嵌入 CHP 机组电-热协同调度。

围绕上述问题，本文开展两项工作：1）构建基于 Crank–Nicolson 差分格式的热量迁移动态二端口模型，建立长距离供热管道首末端温度的高精度动态映射关系；2）提出基于矩阵递推的离线端口化降维方法，通过矩阵递推对管道内部空间节点进行离线代数消元，形成适合调度嵌入的端口化传输矩阵，并将其嵌入含 CHP 机组的电-热协同调度模型。本文重点在于实现高精度热网动态模型的低维调度表达。

1 基于 Crank-Nicolson 差分格式的热量迁移动态模型

本文面向质量流量近似恒定的质调节供热场景。在该模式下，供水流量保持稳定，系统主要通过调节供水温度满足热负荷需求，管网水力工况相对稳定[4]。本文将在质量流量已知的前提下，推导管道热量迁移动态模型。

1.1 供热管道热量传输方程及离散

采用 Crank-Nicolson 格式，即在时间层 n 和 $n-1$ 之间进行平均。一级供热网络进行建模：

$$\frac{T_{i,n}-T_{i,n-1}}{\Delta t}+v\left[\frac{1}{2}\left(\frac{T_{i,n}-T_{i-1,n}}{\Delta x}+\frac{T_{i,n-1}-T_{i-1,n-1}}{\Delta x}\right)\right]+\frac{\lambda}{c\rho A}\left(\frac{T_{i,n}+T_{i,n-1}}{2}-T_{\mathrm{a}}\right)=0 \tag{1}$$

式中：ρ 为水的密度；A 为管道截面积；c 为水的比热容；m 为热水质量流量，质调节模式下取常数；λ 为管道单位长度综合传热系数；T_{a} 为环境温度；$T_{i,n}$ 为 n 时刻第 i 个空间节点的水温；$T_{i\text{-}1,n}$ 为 n 时刻上游节点 i-1 的水温；$T_{i,n\text{-}1}$ 为 n-1 时刻当前节点 i 的水温；$T_{i\text{-}1,n\text{-}1}$ 为 n-1 时刻上游节点 i-1 的水温。λ 用于表征管壁、保温层、土壤及外部环境等热阻对管道沿程散热的综合影响；由于供热管道外部环境或土壤温度在本文调度周期内变化较小，T_{a} 在算例中近似取定值。

为减少一阶差分在长距离温度传播过程中的数值弥散，并保持离散方程的线性结构，本文采用具有二阶精度的 Crank-Nicolson 差分格式对传热方程进行离散。

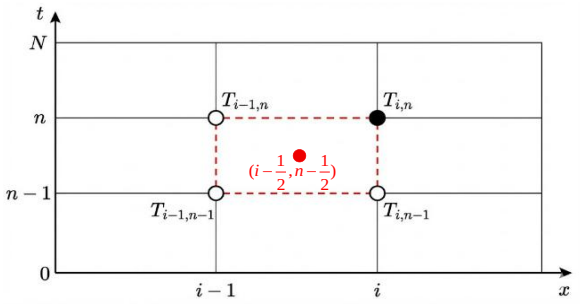


图 1 基于 Crank-Nicolson 格式的四点差分离散网格
Fig.1 Four-point discretization grid based on the Crank-Nicolson scheme

图 1 展示了基于 Crank-Nicolson 格式的时空离散网格。该网格采用四点差分模板，在时空中心点 $(i-1/2,n-1/2)$ 处，对偏导数进行算术平均近似。该格式通过对相邻两个时间层的空间温度梯度和热损项取平均，在提高温度传播刻画精度的同时，便于后续构造首末端温度传输矩阵。

时间导数项取相邻两个空间节点上的时间差分平均值：

$$\frac{\partial T}{\partial t}\approx\frac{1}{2}\left(\frac{T_{i,n}-T_{i,n-1}}{\Delta t}+\frac{T_{i-1,n}-T_{i-1,n-1}}{\Delta t}\right) \tag{2}$$

空间导数项取相邻两个时间层上的空间差分平均值：

$$\frac{\partial T}{\partial x}\approx\frac{1}{2}\left(\frac{T_{i,n}-T_{i-1,n}}{\Delta x}+\frac{T_{i,n-1}-T_{i-1,n-1}}{\Delta x}\right) \tag{3}$$

环境换热项采用四点温度平均值表示：

$$T-T_{\mathrm{a}}\approx\frac{1}{4}(T_{i,n}+T_{i-1,n}+T_{i,n-1}+T_{i-1,n-1})-T_{\mathrm{a}} \tag{4}$$

为简化代数推导过程，定义无量纲对流系数 $\alpha=\dfrac{v\Delta t}{2\Delta x}$ 与散热系数 $\beta=\dfrac{\lambda\Delta t}{2c\rho A}$。整理合并同类项后，即可得到各节点温度的递推关系式：

$$T_{i,n}=k_1T_{i-1,n}+k_2T_{i-1,n-1}+k_3T_{i,n-1}+C \tag{5}$$

其中，系数定义为：

$$k_1=\frac{\alpha}{1+\alpha+\beta} \tag{6}$$

$$k_2=\frac{\alpha}{1+\alpha+\beta} \tag{7}$$

$$k_3=\frac{1-\alpha-\beta}{1+\alpha+\beta} \tag{8}$$

$$C=\frac{2\beta T_a}{1+\alpha+\beta} \tag{9}$$

其中，Δt 时间步长，Δx 为空间步长，v 为管道内热水的流速，k_1 为上游节点当前时刻的权重，k_2 为上游节点上一时刻的权重，k_3 为当前节点上一时刻的权重，C 为环境温度影响常数项。

通常，初始时刻管道沿程的温度分布以及管道入口处随时间变化的水温是已知的。本文假设初始时刻管道各节点温度相等，且入口温度曲线给定，由此可以确定初始条件与边界条件为：

$$\begin{cases}T_{i,0}=T_{0,0}\\ T_{0,n}=T_{\mathrm{in}}\end{cases} \tag{10}$$

式中：$T_{i,0}$ 为初始时刻各空间节点 i 的温度，$T_{0,0}$ 为管道首端的初始温度，$T_{0,n}$ 为第 n 个时间步长时管道首端的温度，T_{in} 为管道入口处水温随时间的变化。

1.2 二端口传输矩阵递推方法

本节基于前文 Crank-Nicolson 差分方程，利用其线性结构建立管道出口温度序列 $\boldsymbol{T}_{\mathrm{out}}$ 与入口温度序列 $\boldsymbol{T}_{\mathrm{in}}$、初始工况 $\boldsymbol{T}_0$ 的映射关系，并通过矩阵递推离线生成二端口模型系数矩阵。

定义列向量 $\boldsymbol{T}_i$ 表示第 i 个空间节点在整个调度周期内的温度序列：

$$\boldsymbol{T}_i=[T_{i,1},T_{i,2},\ldots,T_{i,N}]^T \tag{11}$$

其中 N 为时间步长的总数。同理，定义 $\boldsymbol{T}_{i\text{-}1}$ 为上游相邻节点的温度向量。

为了建立 $\boldsymbol{T}_i$ 与 $\boldsymbol{T}_{i-1}$ 之间的直接联系，我们将上述标量方程在 n=1,...,N 的全时间域上展开，并整理为矩阵形式：

$$\boldsymbol{A}\boldsymbol{T}_i = \boldsymbol{B}\boldsymbol{T}_{i-1} + \boldsymbol{C}_i + \boldsymbol{T}_i^{(i)} \tag{12}$$

其中，矩阵 $\boldsymbol{A}$ 描述了当前节点 i 自身的时间演化惯性（由 1 和-k_3 构成）：

$$\boldsymbol{A} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & \cdots & 0 \\ -k_3 & 1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & -k_3 & 1 \end{bmatrix}_{N\times N} \tag{13}$$

矩阵 $\boldsymbol{B}$ 描述了上游节点 i-1 对当前节点的热传导影响（由 k_1 和 k_2 构成）：

$$\boldsymbol{B} = \begin{bmatrix} k_1 & 0 & \cdots & 0 \\ k_2 & k_1 & \cdots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \cdots & k_2 & k_1 \end{bmatrix}_{N\times N} \tag{14}$$

向量 $\boldsymbol{C}_i$ 包含环境温度影响项 C；$\boldsymbol{T}_i^{(i)}$ 包含初始时刻 t=0 的边界条件项。

由于矩阵 $\boldsymbol{A}$ 为下三角矩阵且对角线元素非零，其必然可逆。因此，可得相邻空间节点间的显式状态转移方程：

$$\boldsymbol{T}_i = \boldsymbol{P}\boldsymbol{T}_{i-1} + \boldsymbol{Q}_i \tag{15}$$

其中，状态转移矩阵 $\boldsymbol{P}$=$\boldsymbol{A}^{-1}\boldsymbol{B}$，常数项向量 $\boldsymbol{Q}_i = \boldsymbol{A}^{-1}(\boldsymbol{C}_i + \boldsymbol{T}_i^{(i)})$。

对于均匀管道，矩阵 $\boldsymbol{A}$ 和 $\boldsymbol{B}$ 仅取决于管道物理参数（v, λ, c, ρ）和离散步长（Δt, Δx），状态转移矩阵 $\boldsymbol{P}$ 沿管长方向保持恒定，无需随空间位置变化。

需要说明的是，式（15）由完整 Crank-Nicolson 直接差分方程组矩阵变形得到，与完整差分模型对应同一离散方程组。沿管道空间方向递推是对内部空间节点进行代数消元，仅改变方程组织形式和在线求解变量数量不改变原离散格式。

1.3 供热管道端口化模型构建

上述推导已建立管道节点温度与首端温度之间的线性关系。针对不同管道长度、直径等参数差异，下文给出系数矩阵的一般项形式，以便构造不同管道的端口化模型。

对于由 M 个空间步长组成的单根管道，其入口对应节点 0（$\boldsymbol{T}_{\text{in}}$=$\boldsymbol{T}_0$），出口对应节点 $\boldsymbol{M}$（$\boldsymbol{T}_{\text{out}}$=$\boldsymbol{T}_M$）。通过反复应用上述状态转移方程 M 次，即可建立从入口到出口的完整映射：

$$\boldsymbol{T}_{\text{out}} = \boldsymbol{P}^M \boldsymbol{T}_{in} + \sum_{j=0}^{M-1} \boldsymbol{P}^{M-1-j} \boldsymbol{Q}_{j+1} \tag{16}$$

上式即为本文提出的热量迁移动态二端口模型的标准形式：

$$\boldsymbol{T}_{\text{out}} = \boldsymbol{Y}\boldsymbol{T}_{\text{in}} + \boldsymbol{Z} \tag{17}$$

其中，$\boldsymbol{Y}$=$\boldsymbol{P}^M$ 为入口温度传输矩阵，代表入口温度波形随时间向出口传播的衰减与延迟特性；$\boldsymbol{Z}$ 为综合影响向量，聚合环境温度、初始温度分布对出口温度的叠加影响；$\boldsymbol{T}_{\text{out}}$ 为管道出口温度向量；$\boldsymbol{T}_{\text{in}}$ 为管道入口温度向量；$\boldsymbol{T}_0$ 为管道初始分布向量。

通过上述递推算法，矩阵 $\boldsymbol{P}$、$\boldsymbol{Y}$ 及向量 $\boldsymbol{Z}$ 的计算完全基于管道固有参数，可在调度优化开始前的离线阶段一次性完成,使得优化模型的规模不再随管道长度（空间网格数 M）增加而扩大，便于后续嵌入多场景计算和滚动调度过程。

1.4 二端口模型计算复杂度分析

在传统直接差分模型中，管道沿程空间节点温度均需参与在线求解。若系统共有 K 根管道，第 k 根管道包含 I_k 个空间节点，调度周期含 N 个时间步，则热网动态相关变量规模约为 $\sum_{(k=1)}^{K} I_k N$。空间步长减小时，空间节点数增加，在线变量和约束规模同步扩大。本文二端口模型在离线阶段对管道内部空间节点进行代数消元，在线阶段仅保留管道首末端温度和网络节点混合温度等端口变量，热网动态相关变量规模约为 KN。

由此可见，空间网格加密主要增加离线传输矩阵生成负担，不会同步扩大在线优化模型规模。当管道参数、网络拓扑和质量流量近似不变时，离线生成的传输矩阵可重复用于多场景计算和滚动调度。本文模型主要适用于质量流量近似恒定的质调节供热场景；对于量调节或混合调节下的变流量工况，仍需进一步扩展变流量动态二端口模型。

2 含 CHP 机组的电-热协同调度模型

2.1 调度目标函数

工业园区综合能源系统的运行成本包括系统火电机组运行成本、系统 CHP 机组运行成本、园区新能源消纳惩罚成本。表达式如下：

$$F_{\min} = C_{\text{G}} + C_{\text{chp}} + C_{\text{W}} \tag{18}$$

式中，C_{G} 为火电机组运行成本；C_{chp} 为 CHP 机组运行成本；C_{W} 为系统弃风成本。

目标函数中各项成本的具体计算方法如下式所示：

$$C_{\mathrm{G}}=\sum_{t=1}^{N}\sum_{j=1}^{N_{\mathrm{G}}}(a_{j,\mathrm{G}}P_{j,t,\mathrm{G}}+b_{j,\mathrm{G}}) \tag{19}$$

$$C_{\mathrm{chp}}=\sum_{t=1}^{N}\sum_{j=1}^{N_{\mathrm{chp}}}[a_{j,\mathrm{chp}}(P_{j,t,\mathrm{chp}})^2+b_{j,\mathrm{chp}}P_{j,t,\mathrm{chp}}+c_{j,\mathrm{chp}} \tag{20}$$
$$+d_{j,\mathrm{chp}}(H_{j,t,\mathrm{chp}})^2+e_{j,\mathrm{chp}}H_{j,t,\mathrm{chp}}+f_{j,\mathrm{chp}}H_{j,t,\mathrm{chp}}P_{j,t,\mathrm{chp}}]$$

$$C_{\mathrm{w}}=\sum_{t=1}^{N}\sum_{j=1}^{N_{\mathrm{W}}}\lambda_{j,s}(P_{j,t,\mathrm{w,max}}-P_{j,t,\mathrm{w}}) \tag{21}$$

式中，N_{G} 为火电机组数量；N_{chp} 为 CHP 机组数量；N_{W} 为风电机组数量；$P_{j,t,\mathrm{G}}$ 为 t 时刻火电机组 j 的出力；$a_{j,\mathrm{G}}$、$b_{j,\mathrm{G}}$ 分别为火电机组成本系数；$P_{j,t,\mathrm{chp}}$、$H_{j,t,\mathrm{chp}}$ 分别为 t 时刻 CHP 机组 j 的电功率出力和热功率出力；$a_{j,chp}$、$b_{j,chp}$、$c_{j,chp}$、$d_{j,chp}$、$e_{j,chp}$、$f_{j,chp}$ 为 CHP 机组 j 的运行费用相关系数；$\lambda_{j,s}$ 为风机 j 的弃风惩罚系数。$P_{j,t,\mathrm{w,max}}$ 为 t 时刻风机 j 的实际最大出力；$P_{j,t,\mathrm{w}}$ 为 t 时刻风机 j 的出力。

2.2 系统运行约束

含 CHP 机组的电-热协同调度模型约束包括供热管网约束和电力系统约束，前者刻画热量迁移、节点混合、热源与热负荷平衡及温度边界，后者约束机组出力、风电消纳、功率平衡和线路潮流。

2.2.1 供热管网运行约束

1）热量迁移动态约束：管道 k 的末端温度满足：

$$\boldsymbol{T}_{k,\mathrm{out}}=\boldsymbol{A}_{I(k)}\boldsymbol{T}_{k,\mathrm{in}} \tag{22}$$

式中：$\boldsymbol{T}_{k,\mathrm{out}}$ 为第 k 根管道所有时刻的末端温度；k 表示管道编号；$\boldsymbol{T}_{k,\mathrm{in}}$ 为第 k 根管道所有时刻的首端温度。

2）节点混合温度约束：

$$\sum_{k\in S_n^-}m_kT_{k,t,\mathrm{out}}=T_{l,t,\mathrm{in}}\sum_{l\in S_n^+}m_l \tag{23}$$

式中，m_k 为管道 k 中热水的质量流量；$T_{k,t,\mathrm{out}}$ 为 t 时刻管道 k 的末端温度；$T_{l,t,\mathrm{in}}$ 为 t 时刻管道 l 的首端温度；S_n^-、S_n^+ 分别为与节点 n 相连并从节点 n 结束和起始管道的集合。

3）换热站（热负荷）约束：

$$H_{j,t,\mathrm{LN}}=cm_{j,\mathrm{LN}}(T_{j,t,\mathrm{LN,s}}-T_{j,t,\mathrm{LN,r}}) \tag{24}$$

$$\underline{T}_r\le T_{j,t,\mathrm{LN,r}}\le\overline{T}_r \tag{25}$$

$$\underline{T}_s\le T_{j,t,\mathrm{LN,s}}\le\overline{T}_s \tag{26}$$

式中，$m_{j,\mathrm{LN}}$ 为换热站 j 入口处质量流量；c 为水的比热容；$H_{j,t,LN}$ 为换热站 j 在 t 时刻交换的热量；$T_{j,t,\mathrm{LN,s}}$、$T_{j,t,\mathrm{LN,r}}$ 分别为 t 时刻换热站 j 的进水、回水温度；$\overline{T}_{\mathrm{r}}$、$\underline{T}_{\mathrm{r}}$ 分别为回水管道温度上限和下限；$\overline{T}_{\mathrm{s}}$、$\underline{T}_{\mathrm{s}}$ 分别为供水管道温度上限和下限。

4）热源（CHP 机组）约束：

$$H_{j,t,\mathrm{chp}}=cm_{j,\mathrm{chp}}(T_{j,t,\mathrm{chp,s}}-T_{j,t,\mathrm{chp,r}}) \tag{27}$$

$$\underline{T}_{\mathrm{r}}\le T_{j,t,\mathrm{chp,r}}\le\overline{T}_{\mathrm{r}} \tag{28}$$

$$\underline{T}_{\mathrm{s}}\le T_{j,t,\mathrm{chp,s}}\le\overline{T}_{\mathrm{s}} \tag{29}$$

式中，$H_{j,t,\mathrm{chp}}$ 为热源 j 在 t 时刻发出的热量；$m_{j,\mathrm{chp}}$ 为热源 j 入口处质量流量；$T_{j,t,\mathrm{chp,s}}$、$T_{j,t,\mathrm{chp,r}}$ 分别为 t 时刻热源 j 供水、回水温度。

5）管网储热边界约束：

$$\sum_k m_k(T_{k,N,\mathrm{out}}+T_{k,N,\mathrm{in}})\ge\sum_k m_k(T_{k,0,\mathrm{out}}+T_{k,0,\mathrm{in}}) \tag{30}$$

式中，N 为调度周期总时段数；$T_{k,N,\mathrm{out}}$、$T_{k,N,\mathrm{in}}$ 分别为管道 k 在调度周期末的末端温度和首端温度；$T_{k,0,\mathrm{out}}$、$T_{k,0,\mathrm{in}}$ 分别为管道 k 在调度周期初的末端温度和首端温度。

2.2.2 电力系统运行约束

1）功率平衡约束：

$$\sum_{j=1}^{N_{\mathrm{G}}}P_{j,t,\mathrm{G}}+\sum_{j=1}^{N_{\mathrm{chp}}}P_{j,t,\mathrm{chp}}+\sum_{j=1}^{N_{\mathrm{W}}}P_{j,t,\mathrm{W}}=P_{t,\mathrm{LN}} \tag{31}$$

式中，$P_{t,\mathrm{LN}}$ 为 t 时刻有功负荷。

2）CHP 机组约束:

$$\underline{P}_{j,\mathrm{chp}}-c_{j,v}H_{j,t,\mathrm{chp}}\le P_{j,t,\mathrm{chp}}\le\overline{P}_{j,\mathrm{chp}}-c_{j,c}H_{j,t,\mathrm{chp}} \tag{32}$$

$$P_{j,\mathrm{co}}+c_{j,m}H_{j,t,\mathrm{chp}}\le P_{j,t,\mathrm{chp}}\le\overline{P}_{j,\mathrm{chp}}-c_{j,c}H_{j,t,\mathrm{chp}} \tag{33}$$

$$\underline{H}_{j,\mathrm{chp}}\le H_{j,t,\mathrm{chp}}\le\overline{H}_{j,\mathrm{chp}} \tag{34}$$

式中，$\overline{P}_{j,\mathrm{chp}}$、$\underline{P}_{j,\mathrm{chp}}$ 分别为 CHP 机组 j 冷凝运行工况下输出电功率的上限和下限；$c_{j,v}$、$c_{j,c}$ 为 CHP 机组 j 抽汽运行工况下输出的电功率对热功率的曲线斜率；$c_{j,m}$ 为 CHP 机组 j 背压运行工况下输出的电功率对热功率的曲线斜率；$P_{j,\mathrm{co}}$ 为 CHP 机组 j 背压曲线延伸段与电功率轴交点处的电功率值；$\overline{H}_{j,\mathrm{chp}}$、$\underline{H}_{j,\mathrm{chp}}$ 分别为 CHP 机组 j 输出热功率的上限和下限。

3）火电机组出力约束：

$$\underline{P}_{j,\mathrm{G}}\le P_{j,t,\mathrm{G}}\le\overline{P}_{j,\mathrm{G}} \tag{35}$$

式中，$\overline{P}_{j,\mathrm{G}}$、$\underline{P}_{j,\mathrm{G}}$ 分别为火电机组 j 的出力上限和下限；

4）火电机组爬坡约束：

$$\underline{D}_{j,\mathrm{G}} \le P_{j,t,\mathrm{G}} - P_{j,t-1,\mathrm{G}} \le \overline{D}_{j,\mathrm{G}} \tag{36}$$

式中，$\overline{D}_{j,\mathrm{G}}$、$\underline{D}j,\mathrm{G}$ 分别为火电机组 j 的上爬坡速率和下爬坡速率。

5）风电出力约束：

$$0 \le P_{j,t,\mathrm{W}} \le P_{j,t,\mathrm{w,pre}} \tag{37}$$

式中，$P_{j,t,\mathrm{w,pre}}$ 为 t 时刻风机 j 的预测最大出力。

至此，本文建立了基于 Crank-Nicolson 格式的二端口模型，并将其转化为带二次目标和线性约束的优化问题，算例部分采用 Gurobi 进行求解。

3 算例分析

本文算例基于 MATLAB R2021a 平台实现，计算环境为 AMD Ryzen 5 7500F 6-Core 处理器、32 GB 内存，优化模型采用 Gurobi 9.5 求解。

3.1 双管供热系统模型精度算例验证

为验证所提模型对长距离供热管道热量迁移过程的刻画能力，构建单热源、单热负荷的闭式双管供热系统。本文将一阶直接差分模型、完整 Crank-Nicolson 直接差分模型、传统一阶时域二端口模型[2]、简化延时二端口模型[19]与本文二端口模型进行对比。其中，完整 Crank-Nicolson 直接差分模型作为高精度基准，传统一阶时域二端口模型和简化延时二端口模型用于表征已有低维动态模型或端口化简化模型。各模型采用相同的管道参数、边界条件和质量流量如表 1 所示，供水管道与回水管道参数相同。设置时间步长 τ=10 s，空间步长 h=10 m，热负荷为 5 MW。

表 1 双管供热系统管道参数

Tab.1 Pipeline parameters of the double-pipe heating system

参数	A/m²	λ/(W·(m·℃)⁻¹)	m/(kg·s⁻¹)	L/km	T_a/℃
数值	0.05	0.25	36	5	0

计算结果如图 2 所示。供水管道水温在约 115 min 后趋于平稳，符合质量流量 36 kg/s 条件下热水流过 5 000m 管道所需的传输时间，体现出供热管道的传输时延和沿程热损特性。由图 2 可知，一阶直接差分模型在温度变化阶段存在一定数值弥散；传统一阶时域二端口模型和简化延时二端口模型虽能反映基本变化趋势，但对温度传播时延、局部峰谷和沿程热损的刻画不如本文模型。本文基于 Crank-Nicolson 的二端口模型与完整 Crank-Nicolson 直接差分模型的供、回水管道温度响应更接近，供水管末端温度和回水管末端温度的平均绝对误差分别为 0.12 ℃和 0.11 ℃，说明本文模型在保持端口化表达的同时，能够兼顾温度响应精度与在线调度需求。

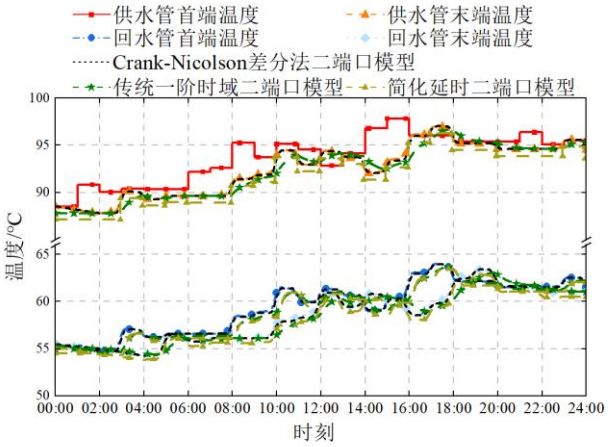


图 2 不同动态模型下供回水管温度响应对比

Fig.2 Comparison of temperature responses of supply and return pipelines under different dynamic models

由表 2 可知，一阶直接差分模型、完整 Crank-Nicolson 直接差分模型和本文二端口模型的在线计算时长分别为 0.018 s、0.220 s 和 0.012 s。完整 Crank-Nicolson 直接差分模型精度较高，但需在线保留管道沿程空间节点；一阶直接差分模型计算较快，但存在数值弥散。本文二端口模型通过离线矩阵递推消去中间空间节点，在保持 Crank-Nicolson 温度响应特征的同时，减少在线变量规模，兼顾计算精度与调度嵌入需求。

表 2 不同模型在线计算时长对比

Tab.2 Comparison of online computation time under different models

计算方法	计算时长/s
一阶直接差分模型	0.018
完整 Crank-Nicolson 直接差分模型	0.220
本文基于 Crank-Nicolson 的二端口模型	0.012

3.2 多支路供热网络适用性算例验证

为验证复杂管网拓扑下的适用性，构建含三根供水管道、三根回水管道、一台热源和三个热负荷的区域供热网络，并以完整 Crank-Nicolson 直接差分模型作为精度基准进行对比。系统采用质调节方式运行，管道参数见表 3，三个换热站热负荷分别为 2.5 MW、1 MW 和 1 MW。

表 3 多支路供热网络管道参数
Tab.3 Pipeline parameters of the multi-branch heating network

管道	A/m²	λ/(W·(m·℃)⁻¹)	m/(kg·s⁻¹)	L/km	T_a/℃
管道 1	0.05	0.25	36	5	0
管道 2	0.05	0.25	14	3.5	0
管道 3	0.05	0.25	7	2.5	0

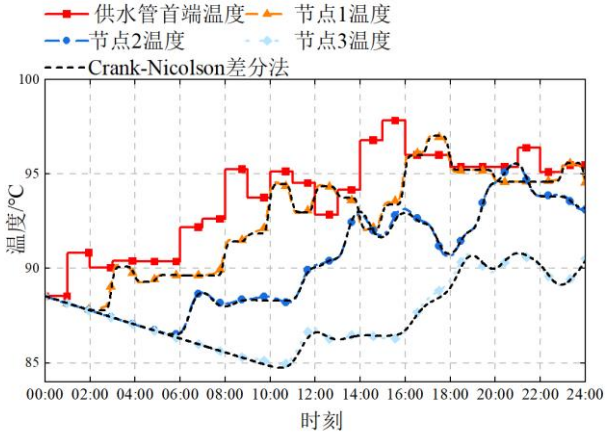


图 3 多支路供热网络供水侧节点温度响应对比
Fig.3 Comparison of supply-side node temperature responses in the multi-branch heating network

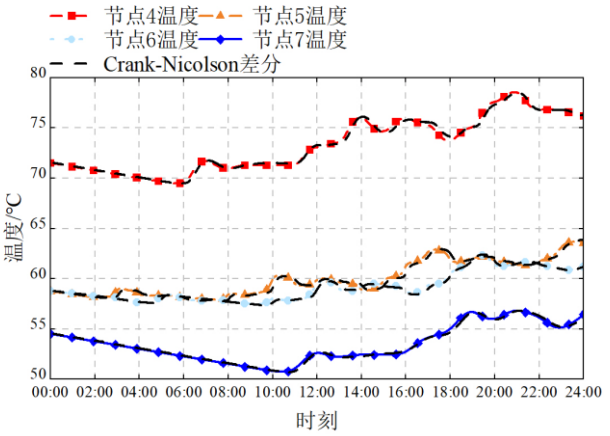


图 4 多支路供热网络回水侧节点温度响应对比
Fig.4 Comparison of return-side node temperature responses in the multi-branch heating network

图 3 和图 4 表明，在时间步长 10 s、空间步长 10 m 条件下，本文二端口模型与完整 Crank-Nicolson 直接差分模型的供、回水侧节点温度响应基本一致；供、回水管末端温度最大绝对误差分别为 0.18 ℃和 0.20 ℃，平均绝对误差均小于 0.15 ℃，满足调度计算精度要求。由表 4 可知，完整 Crank-Nicolson 直接差分模型、一阶直接差分模型和本文模型的计算时长分别为 2.68 s、0.18 s 和 0.057 s。本文模型通过离线矩阵递推消去中间空间节点，在线阶段仅保留管道端口温度变量，可减少在线变量和约束规模便于多场景重复求解。

表 4 多支路供热网络不同模型计算时长对比
Tab.4 Comparison of computation time under different models in the multi-branch heating network

计算方法	计算时长/s
一阶直接差分模型	0.18
完整 Crank-Nicolson 直接差分模型	2.68
本文基于 Crank-Nicolson 的二端口模型	0.057

为进一步说明空间网格加密对不同模型计算效率的影响，在保持管道参数、质量流量、热负荷和调度周期不变的条件下，改变空间步长进行计算，结果见表 5。

表 5 不同空间步长下多支路供热网络计算时间对比
Tab.5 Comparison of computation time of the multi-branch heating network under different spatial steps

空间步长/m	管道空间节点数	完整 Crank-Nicolson 直接差分模型在线计算时间/s	本文模型离线矩阵生成时间/s	本文模型在线计算时间/s
20	1100	1.41	0.74	0.055
10	2200	2.68	1.46	0.057
5	4400	5.31	2.93	0.060

由表 5 可知，空间步长由 20 m 减小至 5 m 时，管道空间节点数由 1 100 增加至 4 400，完整 Crank-Nicolson 直接差分模型在线计算时间由 1.41 s 增加至 5.31 s；本文二端口模型在线计算时间仅由 0.055 s 增加至 0.060 s，离线矩阵生成时间由 0.74 s 增加至 2.93 s。这说明空间网格加密带来的计算量主要转移至离线传输矩阵生成阶段，在线优化模型规模不会随管道内部空间节点数同步扩大。对于日前调度、滚动优化和多风电预测场景校核，离线生成的端口化传输矩阵可在管道参数、网络拓扑和质量流量近似不变时重复调用，从而减轻在线阶段的重复求解负担。对于更大规模供热网络、多热源环状管网、显著变流量工况或水热强耦合场景，本文方法仍需进一步扩展。

3.3 CHP 机组灵活调峰调度分析

为验证所提热量迁移动态二端口模型对 CHP 机组灵活调峰和新能源消纳的支撑作用，构建含 CHP 机组、常规火电机组、风电场和供热管网的电-热协同调度算例。对比模型设置如下：

模型 1：稳态热网模型；

模型 2：本文所提热量迁移动态二端口模型。

测试系统结构如图 5 所示，系统包含两台火电机组(G1、G2)；一台 CHP 机组；一个风电场(W)；3 个电负荷；3 个热负荷。常规火电机组参数、CHP 机组可行域参数及成本参数参考文献[18]中的电-热协同调度算例设置，具体见表 6—表 8，供热管道参数见表 9。本文选取典型日风电、电负荷和热负荷预测数据作为调度输入，预测曲线见图 6。调度周期为 24h，调度间隔为 1h。

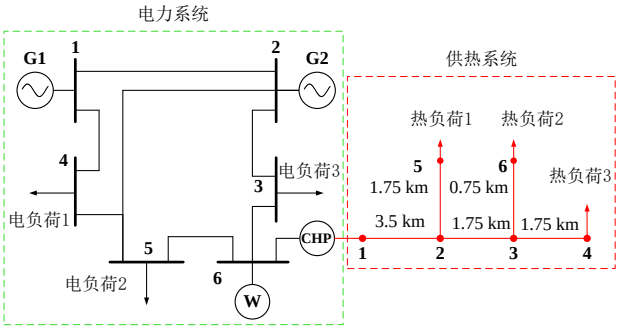


图 5 含 CHP 机组的电-热协同调度测试系统结构

Fig.5 Structure of the electric-thermal coordinated dispatch test system with a CHP unit

表 6 常规火电机组参数

Tab.6 Parameters of conventional thermal power units

机组	最小出力/MW	最大出力/MW	a_G/(元/MW)	b_G/元
1	100	220	13.5	177
G2	10	100	40	130

表 7 CHP 机组运行可行域参数

Tab.7 Operation feasible region parameters of the CHP unit

参数	$\underline{P}_{j,\mathrm{chp}}$	$\overline{P}_{j,\mathrm{chp}}$	$P_{j,\mathrm{co}}$	$\overline{H}_{j,\mathrm{chp}}$	$c_{j,m}$	$c_{j,v}$	$c_{j,c}$
数值	45	125	10	135	1.167	0.067	0.111

表 8 CHP 机组运行成本参数

Tab.8 Operating cost parameters of the CHP unit

成本系数	a_{chp}/(元/MW^2)	b_{chp}/(元/MW)	c_{chp}/元	d_{chp}/(元/MW^2)	e_{chp}/(元/MW)	f_{chp}/(元/MW^2)
数值	0.0032	17.7	181	0.00085	4.2	0.00125

表 9 电-热协同调度算例供热管道参数

Tab.9 Heating pipeline parameters in the electric-thermal coordinated dispatch case

节点	节点	A/m^2	λ/(W·(m·℃)$^{-1}$)	m/(kg·s^{-1})	L/km	T_a/℃
1	2	0.5	0.25	360	3.5	0
2	3	0.5	0.25	150	1.75	0
3	4	0.5	0.25	100	1.75	0
2	5	0.5	0.25	210	1.75	0
3	6	0.5	0.25	50	0.75	0

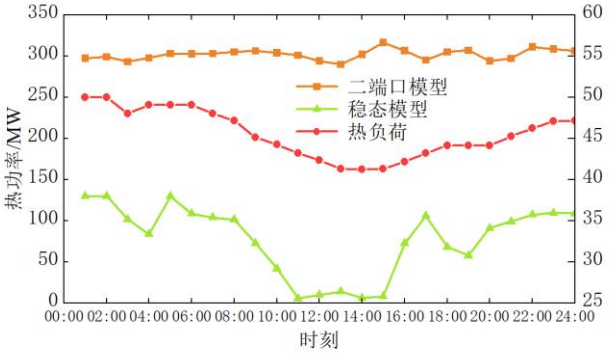


图 6 典型日负荷与风电预测曲线

Fig.6 Forecast curves of load demand and wind power on a typical day

两种模型下的运行成本和弃风成本如表 10 所示。采用稳态热网模型时，系统运行成本和弃风成本分别为 101 596 元和 10 303 元；采用动态二端口模型后，二者分别降至 97 408 元和 4 379 元。结果表明，计及供热管网热量迁移动态后，系统可利用管网储热和传输时延改善 CHP 机组电出力调节能力，从而提升风电消纳水平。

图 7 给出了两种模型下的风电场出力结果。稳态热网模型在 01:00—03:00 和 05:00—06:00 时段出现弃风，主要受 CHP 机组以热定电约束限制；采用动态二端口模型后，CHP 机组可通过提前供热和管网储热释放形成跨时段调节空间，从而减少风电高出力时段的弃风，同时弃风减少也说明风电消纳水平提高，可为系统低碳运行提供支撑。

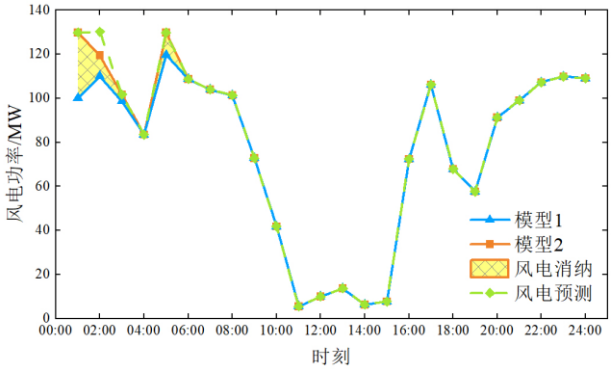


图 7 不同热网模型下风电消纳结果对比

Fig.7 Comparison of wind power accommodation results under different heating network models

表 10 不同热网模型下调度结果对比

Tab.10 Comparison of dispatch results under different heating network models

热网模型	系统运行成本/元	弃风成本/元
二端口模型	97 408	4 379
稳态模型	101 596	10 303

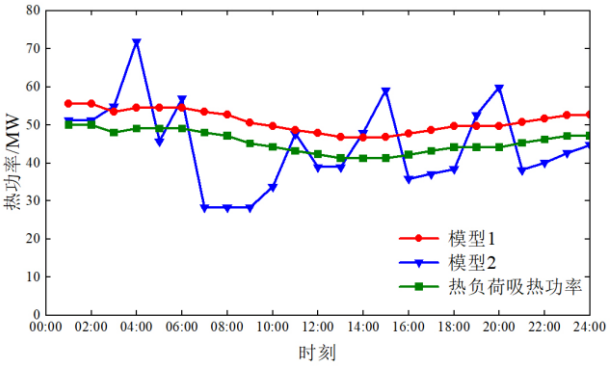


图 8 不同热网模型下 CHP 机组热出力与热负荷吸热功率对比

Fig.8 Comparison of CHP heat output and heat-load absorption power under different heating network models

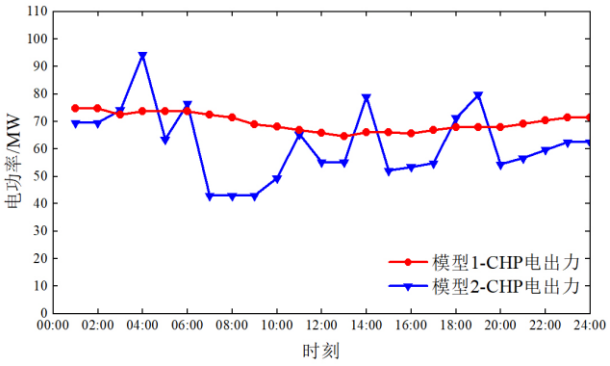


图 9 不同热网模型下 CHP 机组电出力调度结果

Fig.9 Dispatch results of CHP electric power output under different heating network models

图 8 和图 9 给出了两种模型下 CHP 机组热出力、热负荷吸热功率及电出力调度结果。稳态模型中，CHP 热出力基本跟随热负荷吸热功率变化，热源侧与负荷侧近似逐时平衡，机组电出力下调空间受限。采用动态二端口模型后，CHP 热出力与热负荷吸热通过供热管网储热和传输时延形成跨时段耦合，使 CHP 机组可在部分风电高出力时段降低电出力，为风电消纳释放调节空间。结合图 7 可知，在 01:00—03:00 等时段，动态二端口模型下 CHP 机组平均电出力较稳态模型降低约 5 MW，该下调空间主要用于增加风电消纳。

该过程受热负荷侧供、回水温度上下限、换热站热平衡和周期末储热约束限制。供水温度上限限制提前供热和管网储热能力，供水温度下限及回水温度约束限制后续放热能力，进而限定 CHP 机组可释放的调峰范围。CHP 机组电热耦合可行域决定调峰边界，供热管网则提供热量跨时段转移和存储通道，二者共同支撑系统灵活调峰和风电消纳。

需要说明的是，本文算例主要用于验证端口化模型与完整 Crank-Nicolson 离散模型的响应一致性及在线降维效果，尚未引入实测运行数据。实际应用中，仍需结合供热管网运行数据，对综合散热系数、边界条件和模型误差分布进行进一步校核。

4 结论

针对长距离供热管道热量迁移建模与电-热协同调度问题，本文提出基于 Crank-Nicolson 差分格式的动态二端口模型，通过矩阵递推对管道内部空间节点进行离线代数消元，形成首末端温度端口化传输关系。算例结果表明，所提模型能够刻画温度传播时延和沿程热损特征，在线阶段无需显式保留管道内部空间节点温度变量，适用于质量流量近似恒定、管网拓扑和管道参数相对稳定的质调节长距离供热网络。

将所提模型嵌入含 CHP 机组的电-热协同调度后，供热管网储热和传输时延可使 CHP 热出力与热负荷吸热形成跨时段耦合，在风电高出力时段释放机组电出力下调空间，提升风电消纳能力并降低运行成本。对于多热源环状供热网络、显著变流量工况和水热强耦合场景，仍需结合变流量传输矩阵更新、环网端口组合和水热联合建模方法进一步扩展。

[参 考 文 献]

[1] 王明军, 穆云飞, 孟宪君, 等. 考虑热能输运动态特性的电－热综合能源系统优化调度方法[J]. 电网技术, 2020, 44(1): 132-142.
Wang M J, Mu Yunfei, MENG Xianjun, et al. Optimal Scheduling Method for Integrated Electro-thermal Energy System Considering Heat Transmission Dynamic Characteristics[J]. Power System Technology, 2020, 44(1): 132-142.
[2] 张苏涵, 顾伟, 姚帅, 等. 综合能源网络统一建模及其应用(一): 时域二端口模型[J]. 中国电机工程学报, 2021, 41(19): 6509-6521.
Zhang S H, Gu W, Yao S, et al. Unified Modeling of Integrated Energy Networks in Time Domain and Its Applications (I): Two-port Models in Time Domain[J]. Proceedings of the CSEE, 2021, 41(19): 6509-6521.
[3] 李咏秋, 徐晋, 汪可友. 基于时域二端口模型的综合能源系统气网动态仿真算法[J]. 中国电机工程学报, 2024, 44(8): 3093-3105.
Li Y Q, Xu J, Wang K Y. Dynamic Simulation Algorithm

of Integrated Energy System Natural Gas Network Based on Time-domain Two-port Model[J]. Proceedings of the CSEE, 2024, 44(8): 3093-3105.

[4] 张磊, 郑丹, 卢天林, 等. 考虑工业园区 CHP 机组动态约束的低碳经济调度[J]. 电力建设, 2022, 43(12): 122-130.

Zhang L, Zheng D, Lu TL, et al. Low-Carbon Economic Dispatching in Industrial Park Considering Dynamic Constraints of CHP Units[J]. Electric Power Construction, 2022, 43(12): 122-130.

[5] 居文平, 吕凯, 马汀山, 等. 供热机组热电解耦技术对比[J]. 热力发电, 2018, 47(9): 115-121.

Ju W P, Lu K, Ma T S, et al. Comparison of thermoelectric decoupling technologies for heating units[J]. Thermal Power Generation, 2018, 47(9): 115-121.

[6] Zheng J , Zhou Z , Zhao J, et al. Integrated heat and power dispatch truly utilizing thermal inertia of district heating network for wind power integration[J]. Applied Energy, 2018, 211: 865-874.

[7] Li X, Li W , Zhang R, et al. Collaborative scheduling and flexibility assessment of integrated electricity and district heating systems utilizing thermal inertia of district heating network and aggregated buildings [J]. Applied Energy, 2020, 258(C): 114021-114021.

[8] 张磊, 罗毅, 罗恒恒, 等. 基于集中供热系统储热特性的热电联产机组多时间尺度灵活性协调调度[J]. 中国电机工程学报, 2018, 38(4): 985-998+1275.

Zhang L, Luo Y, Luo H H, et al. Scheduling of Integrated Heat and Power System Considering Multiple Time-scale Flexibility of CHP Unit Based on Heat Characteristic of DHS[J]. Proceedings of the CSEE, 2018, 38(4): 985-998+1275.

[9] 王耀函, 曾德良, 陈凯. 基于图解法的含储热罐供热机组特性分析[J]. 热力发电, 2017, 46(11): 57-60+84.

Wang Y H, Zeng D L, Chen K. Characteristic analysis for combined heat and power units with thermal storage device based on graph method[J]. Thermal Power Generation, 2017, 46(11): 57-60.

[10] 孙鹏, 滕云, 冷欧阳, 等. 考虑供热系统多重热惯性的电热联合系统协调优化[J]. 中国电机工程学报, 2020, 40(19): 6059-6071.

Sun P, Teng Y, Leng O Y, et al. Coordinated Optimization of Combined Heat and Power Systems Considering Multiple Thermal Inertia of Heating System[J]. Proceedings of the CSEE, 2020, 40(19): 6059-6071.

[11] 黄大为, 史博铭, 于娜, 等. 热电联产机组利用热网动态特性提升实时灵活性的自调度策略[J]. 中国电机工程学报, 2024, 44(20): 7983-7995.

Huang D W, Shi B M, Yu N, et al. Self-scheduling Strategy to Improve the Real-time Flexibility of CHP Unit by Utilizing Heat Network Dynamic Characteristics[J]. Proceedings of the CSEE, 2024, 44(20): 7983-7995.

[12] Zhang S H, Gu W , Zhang X P, et al. Fully analytical model of heating networks for integrated energy systems[J]. Applied Energy, 2022, 327.

[13] Chertkov M, Novitsky N N. Thermal transients in district heating systems[J]. Energy, 2019, 184: 22-33.

[14] 吴涛, 赖菲, 刘震, 等. 热电联产机组在深度调峰模式下的负荷智能分配[J]. 热力发电, 2021, 50(9): 119-127.

Wu T, Lai F, Liu Z, et al. Intelligent load distribution of combined heat and power units under deep peak regulation mode[J]. Thermal Power Generation, 2021, 50(9): 119-127.

[15] Yao S, Gu W, Lu S, et al. Dynamic Optimal Energy Flow in the Heat and Electricity Integrated Energy System[J]. IEEE Transactions on Sustainable Energy, 2020, PP(99): 1-1.

[16] Zheng W Y, Hou Y H, Li Z G. A Dynamic Equivalent Model for District Heating Networks: Formulation, Existence and Application in Distributed Electricity-Heat Operation[J]. IEEE TRANSACTIONS ON SMART GRID, 2021, 12(3): 2685-2695.

[17] Zhang S H, Gu W, Lu S, et al. Dynamic Security Control in Heat and Electricity Integrated Energy System With an Equivalent Heating Network Model[J]. IEEE TRANSACTIONS ON SMART GRID, 2021, 12(6): 4788-4798.

[18] 张磊, 王满康, 叶婧, 等. 兼具求解速度与隐私性的复杂供热管网等值简化模型[J]. 电力系统保护与控制, 2024, 52(10): 105-117.

Zhang L, Wang M K, Ye J, et al. An equivalent simplified model for a complex heating network with a balance between solution speed and privacy[J]. Power System Protection and Control, 2024, 52(10): 105-117.

[19] 张涛, 赵天悦, 蔡德福, 等. 计及气–热虚拟储能特性的综合能源系统日前优化调度[J]. 现代电力, 2025, 42(4): 650-658.

Zhang T, Zhao T Y, Cai D F, et al. Day-ahead optimal scheduling of integrated energy system considering gas-thermal virtual energy storage characteristics[J]. Modern Electric Power, 2025, 42(4): 650-658.

（责任编辑 XXX）