

DOI: 10.19666/j.rlfed.202302025

基于热阻分析的管道层流换热机理及 强化换热作用研究

张玮瑛¹, 陈力勤², 贾玉文¹

(1.中国原子能科学研究院核工程设计研究所, 北京 102413;
2.中国原子能科学研究院反应堆工程技术研究所, 北京 102413)

[摘要] 传热传质过程的分析对传热传质工作设备的性能改善有重要的指导意义。通过对边界层内热阻的分析, 探索管道层流内部对流热阻与导热热阻在边界层内的发展, 建立了符合宏观表征的机理模型(R-P模型)。使用该模型分析了在不同雷诺数 Re 和普朗特数 Pr 条件下的热阻分布规律, 探究了管内层流强化换热的内在机理, 并指导扰流结构的优化设计。结果表明, 入口段导热作用占主导, 完全发展后对流作用占比逐渐增大。 Re 和 Pr 影响换热的机理不同: Re 增大, 换热一定加强; Pr 增大, 只是增大了对流作用的占比, 且在 Pr 小于1.8范围内, 导热热阻始终占主要作用。同时发现, 在管道层流添加扰流结构反而会降低换热效果。

[关键词] 对流换热机理; 热阻分析模型; 热阻分布规律; 强化对流换热优化

[引用本文格式] 张玮瑛, 陈力勤, 贾玉文. 基于热阻分析的管道层流换热机理及强化换热作用研究[J]. 热力发电, 2023, 52(7): 119-125. ZHANG Weiyang, CHEN Liqin, JIA Yuwen. Research on the mechanism of laminar heat transfer in pipes and enhanced heat transfer effect based on thermal resistance analysis[J]. Thermal Power Generation, 2023, 52(7): 119-125.

Research on the mechanism of laminar heat transfer in pipes and enhanced heat transfer effect based on thermal resistance analysis

ZHANG Weiyang¹, CHEN Liqin², JIA Yuwen¹

(1.China Institute of Automatic Energy, Department of Nuclear Engineering Design, Beijing 102413, China;
2.China Institute of Automatic Energy, Reactor Engineering Technology Research Institute, Beijing 102413, China)

Abstract: The analysis of heat and mass transfer process has important guiding significance for the performance improvement of heat and mass transfer equipment. Through the analysis of the thermal resistance in the boundary layer, the author explores the development of the convective thermal resistance and thermal conduction thermal resistance in the laminar flow of the pipeline in the boundary layer, and establishes a mechanism model (R-P model) that conforms to the macroscopic characterization. The thermal resistance distribution law under the condition of Re and Pr , explored the internal mechanism of laminar flow enhanced heat transfer in the tube, and guided the optimal design of the flow-around structure. The results show that the heat conduction is absolutely dominant in the inlet stage, and the proportion of convection gradually increases after the full development. The mechanism of Re and Pr affecting heat transfer is different. When Re increases, the heat transfer must be strengthened. When Pr increases, it only increases the proportion of convection, and in the range of ($Pr < 1.8$), thermal resistance always plays a major role. At the same time, it was found that adding a turbulent flow structure to the laminar flow in the pipeline would reduce the heat transfer effect.

Key words: convective heat transfer mechanism; thermal resistance analysis model; thermal resistance distribution law; enhanced convective heat transfer optimization

提高换热器单位体内的换热面积和换热系数是提高换热器换热效率和性能的重要途径。气气电

路板式换热器通过内部紧密交错的微通道, 实现了单位体积内极高的换热面积, 微通道内的气体以层

收稿日期: 2023-02-27 网络首发日期: 2023-04-18

第一作者简介: 张玮瑛(1990), 女, 博士研究生, 主要研究方向为反应堆系统仿真及控制系统设计与验证, ustb5zwy@126.com.

流形式与壁面进行换热，因此强化层流内的换热能力可以有效提升换热器的性能。很多学者对此开展了研究。杨夷等^[1]针对高温气体微通道的结构及成型工艺选择、工作温度与回热器回热度的关系进行了研究。李瑞倾^[2]采用激光表面改性技术对碳钢管表面进行处理，并在常压下将改性管与光管进行了冷凝对比实验。Guo 等人^[3]提出了高斯模型用于描述微通道粗糙表面，并将该模型与其它模型进行了对比研究。Wang 等人^[4]数值研究了螺旋外波纹管的流动换热性能。Liu 等人^[5]数值研究了螺旋波纹管折流杆换热器壳侧换热和流动性能。Saysroy 等人^[6]数值研究了多通道扭带强化管的传热和流动性能。

但所有的研究开发流程很大程度上依赖经验，理论研究相对滞后，优化效率低。因此，研究强化机理，发展优化理论^[7]意义重大。目前强化传热理论主要是普朗特提出的边界层理论^[8]。边界层模型有 3 种（图 1）：Reynolds 模型认为流体导热作用传输热量和流体流动传输热量的物理机制互相独立^[9]，相当于二者并联作用；而 Prandtl 模型认为在离壁面附近区域内存在着 1 个紧靠导热传递热量的黏性底层，黏性底层之外通过流体微团将热量带离壁面，相当于二者间的串联作用^[10]；冷学礼等^[11]在对平板绕流的理论研究中，将 Reynolds 模型和 Prandtl 模型结合，构建出一种更能全面揭示换热机理的混合模型——R-P 模型。该模型认为在壁面附近存在 1 个完全依赖导热的区域，在导热层外界热量传递完全依赖对流。相比较于 Reynolds 模型和 Prandtl 模型，R-P 模型引入了一个新的概念——导热层^[12]。图 1 中 δ 为速度边界层厚度， δ_T 为温度边界层厚度， δ_i 为导热层厚度。

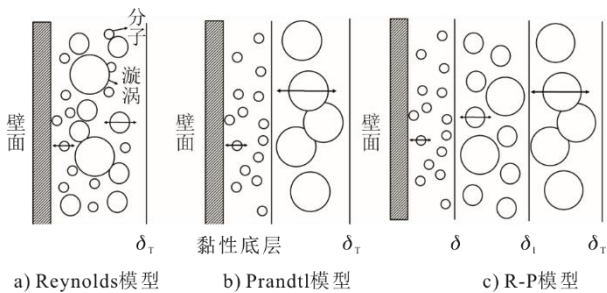


图 1 Reynolds 模型、Prandtl 模型和 R-P 模型
Fig.1 Diagram of Reynolds model, Prandtl model and R-P model

目前，针对管道层流的对流换热机理鲜有研究，主要是因为管道层流的边界层和速度边界层解析的求解非常困难，模型难以建立。为了探究管

道层流对流换热机理，本文采用数值模拟和正交试验设计的方法，建立了用于管道层流换热的 R-P 模型，并与表面传热系数进行对比，证明了 R-P 模型在管道层流换热的合理性，使用该模型对内插扰流元件等强化手段进行重新理解，探究其加强换热的内在机理。

1 物理模型及研究方法

1.1 物理模型

管道层流计算模型如图 2 所示。为简化计算，该模型为轴对称，故只计算任意 1 个沿中心线的剖分截面。流体入口为速度入口 0.4 m/s；出口为压力出口，数值为 1 个标准大气压；壁面温度 T 为 800 K。整个流域长 1 m，直径 5 cm，壁面恒定温度 T ，壁面坐标为 $r=0$ m，以 $r=0.0025$ m 作为中心线。研究的工质为空气。计算过程涉及动力黏度、比热容、密度、导热系数 4 个基本物性参数，均为温度的函数，直接调用软件内置的物性数据库。同时研究了不同扰流结构在对流换热的作用机理，在 $x=0.5$ m 处加入了矩形凸、三角形凸、圆形凸和圆形凹的扰流结构。4 种扰流结构的管道层流域如图 3 所示。

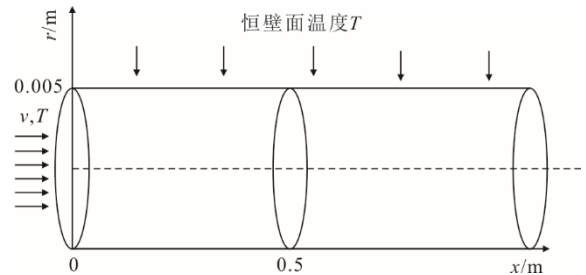


图 2 管道层流示意
Fig.2 Diagram of pipeline flow

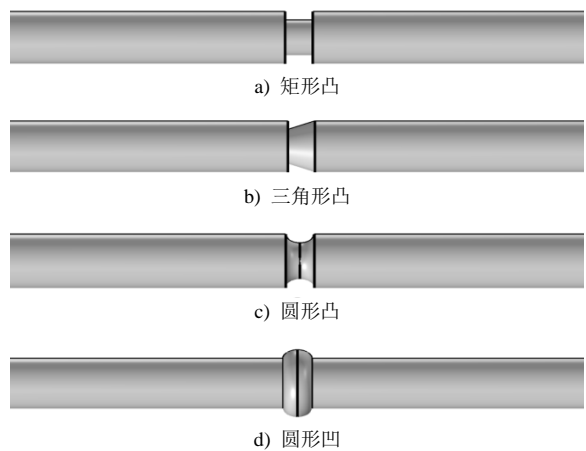


图 3 4 种扰流结构的管道层流域示意
Fig.3 Diagram of pipeline watershed with four turbulence structures

对于管道定常流动时，柱坐标形式的方程为：

$$\frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial v}{\partial x} = 0 \quad (1)$$

$$v \frac{\partial v}{\partial r} + u \frac{\partial u}{\partial x} = -\frac{1}{\rho} \frac{\partial p}{\partial x} + \nu \left(\frac{\partial^2 v}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial u}{\partial r} + \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \right) \quad (2)$$

$$\rho c_p \left(v \frac{\partial T}{\partial r} + u \frac{\partial T}{\partial x} \right) = 2\mu \left[\left(\frac{\partial u}{\partial x} \right)^2 + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u}{\partial r} \right)^2 \right] + \lambda \left(\frac{\partial^2 T}{\partial r^2} + \frac{1}{r} \frac{\partial T}{\partial r} + \frac{\partial^2 T}{\partial x^2} \right) \quad (3)$$

式中： T 为流体温度，K； ρ 为流体密度， kg/m^3 ； u 为轴向流速， m/s ； v 为径向流速， m/s ； λ 为导热系数， $\text{W/(m}\cdot\text{K)}$ ； c_p 为定压比热容， $\text{J/(kg}\cdot\text{K)}$ 。

1.2 数值求解器

数值求解器采用 COMSOL^[13]，矩阵求解器采用 PARDISO 算法^[14]。使用层流传热耦合模型，当连续性方程、动量方程和能量方程的相对容差下降到 10^{-6} 且出口温度不再变化时，认为计算收敛。

1.3 分析方法

为了研究管道换热内部的换热机理，建立完整的管道层流 R-P 模型，需要对每个网格单元的数值进行分析，如图 4 所示。整个分析的流程如下，先对模型求解，再将相关热工参数导出，算出每个网格的径向分布的径向数值热阻 R 、径向导热热阻 R_{con} 、径向对流热阻 R_{cov} 。

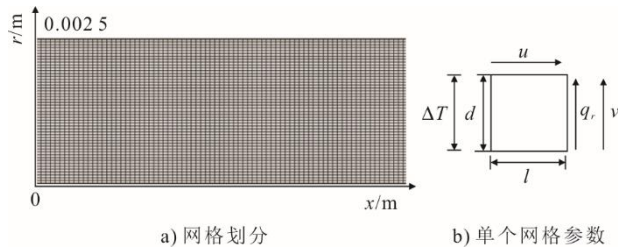


图 4 网格划分示意和单个网格参数示意

Fig.4 Diagram of grid division and single grid parameters

单个网格的径向数值热阻为：

$$R = \frac{\Delta T}{q_r} \quad (4)$$

式中： ΔT 为网格上下边界的温度之差； q_r 为穿过网格的径向热流密度； R 为网格内的有效热阻，根据热阻基本定义得到。

单个网格的径向导热热阻为：

$$R_{\text{con}} = \frac{d}{\lambda} \quad (5)$$

式中： d 为单个网格的径向长； R_{con} 为单个网格中的

导热热阻值。

单个网格的径向对流热阻为：

$$R_{\text{cov}} = \frac{d}{\rho c_p \nu} \quad (6)$$

式中： R_{cov} 为单个网格中的径向对流热阻值。

2 模型建立与验证

2.1 径向热阻分析并建立 R-P 模型

为了分析管道层流传热是否符合 P-R 模型，对计算流体力学 (CFD) 结果的径向热阻进行数据分析，选取 x 为 0.5 m 的横截面进行研究，计算出每个截面内的有效热阻 R ，并与导热热阻 R_{con} 和对流热阻 R_{cov} 对比，结果如图 5 所示。

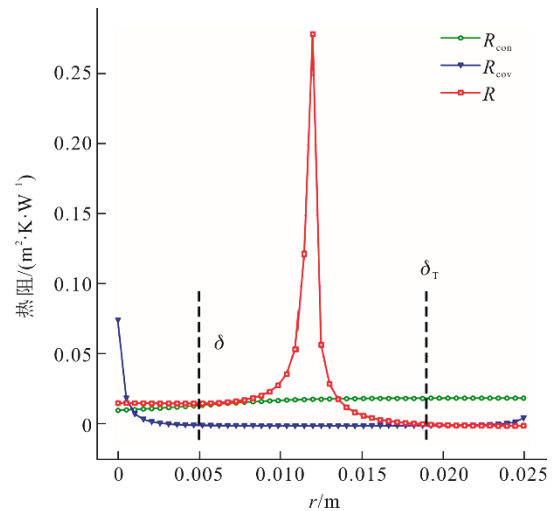


图 5 $x=0.5$ m 的径向热阻分布规律

Fig.5 Radial thermal resistance distribution at $x=0.5$ m

由图 5 可见， R 被 1 个尖峰分割为 2 个区域。在尖峰之前，与 R_{con} 重合，说明在这一区域导热占主导作用，称之为导热层；尖峰之后，与 R_{cov} 重合，说明此时换热机理发生了转变，径向对流换热逐渐占据主导作用，称之为核心区。结果表明，管道层流对流换热机理符合 R-P 模型，其中尖峰位置即导热层向核心区过渡的分界点，即是 R-P 模型中的导热层厚度 δ 。

导热层 δ 是 R-P 模型的关键，决定了导热和对流的作用比重。根据文献[15]的描述，平板扰流层流传热中的导热层厚度 δ 是 Pr 和速度边界层厚度 δ 的函数，因此推断管道层流传热中的 δ 也是 Pr 和 δ 的函数。通过不断调整 Pr 的引入形式，得到了 δ 的解析式和完整的 R-P 模型，并定义 r_{con} 为整个横截面的导热热阻之和， r_{cov} 为径向对流热阻之和， r 为有效径向热阻之和， k 为径向传热系数：

$$\delta_1 = \delta \cdot \frac{1}{Pr^{1/3}} \tag{7}$$

$$r_{con} = \sum_0^{\delta} R_{con} \tag{8}$$

$$r_{cov} = \sum_{\delta_1}^{\delta_T} R_{cov} \tag{9}$$

$$r = r_{con} + r_{cov} \tag{10}$$

$$k = \frac{1}{r} \tag{11}$$

2.2 R-P 模型与表面传热系数对比验证

2.1 节从微观验证了管道层流换热符合 R-P, 但 R-P 模型是否符合经典传热学中的表面传热系数 h 还不确定, 因此本节采用正交变量法, 针对不同的 Pr 和 Re , 设计了正交表 (表 1), 分析 k 与 h 之间的误差, 结果如图 6 所示。

表 1 Pr 、 Re 正交表
Tab.1 Orthogonal experimental design

工况序号	Pr	Re	误差/%
1-1	0.59	700	8.4
1-2	0.59	1 050	11.4
1-3	0.59	1 400	12.2
1-4	0.59	1 750	13.4
1-5	0.59	2 100	14.6
1-6	0.59	2 400	14.3
1-7	0.20	1 400	18.9
1-8	0.25	1 400	13.5
1-9	0.35	1 400	6.5
1-10	0.59	1 400	9.7
1-11	1.76	1 400	13.0

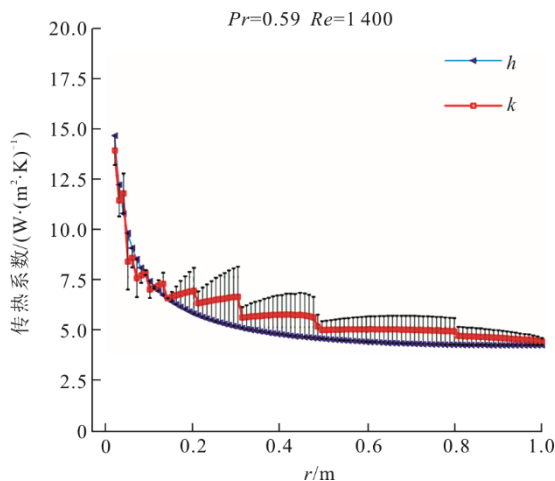


图 6 误差分析
Fig.6 Diagram of error

由图 6 可见, 径向换热系数 k 与表面传热系数 h 的分布趋势一致, 说明 R-P 模型在原理上基本符合实际规律, 但二者存在一定的误差。由表 1 可见,

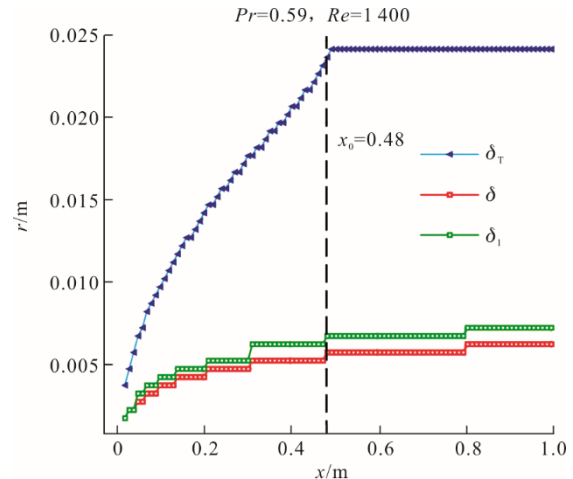
误差会随着 Pr 和 Re 的不同而变化。将误差较大的特征数边界条件排除, 可以认为在 $700 < Re < 2\,300$, $0.2 < Pr < 1.8$ 范围内, k 与 h 之间的误差较小, R-P 模型理论符合真实物理规律。

3 基于 R-P 模型的强化换热手段分析

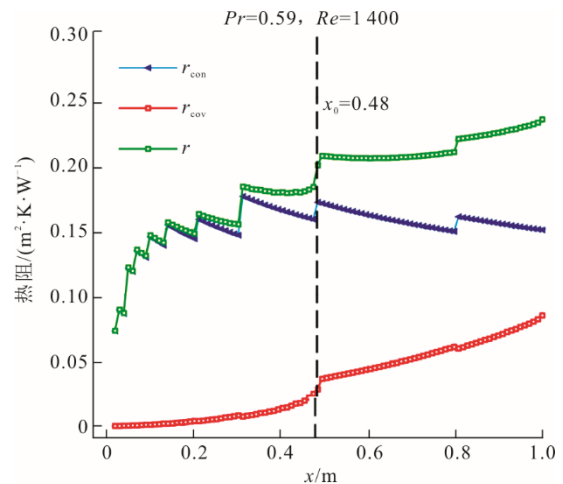
传统强化传热技术基本都围绕减薄或者破坏层流边界层, 增强流体内部扰动这一理论出发。相对应地, 本文从 R-P 模型的角度出发, 研究了单一特征数下的热阻分布规律, 不同特征数下的热阻变化规律和不同扰流结构的热阻变化规律。

3.1 单一特征数下管道内部热阻分布规律

R-P 模型认为层流的径向热阻是由 r_{con} 和 r_{cov} 串联组成, 这二者的分布规律决定了表面换热的强度, 因此本文研究了单根管道的 r_{con} 、 r_{cov} 分布规律, 其结果如图 7 所示。



a) 温度、速度、导热边界层轴向分布



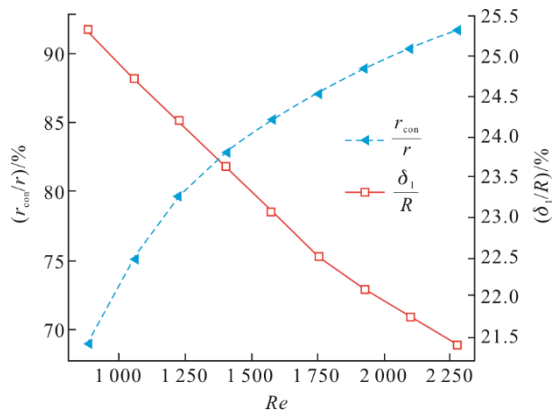
b) 导热、对流、总热阻轴向分布

图 7 温度、速度、导热边界层及热阻沿轴向分布
Fig.7 Axial distribution of temperature, velocity, heat conduction boundary layer, heat conduction, convection, and total thermal resistance

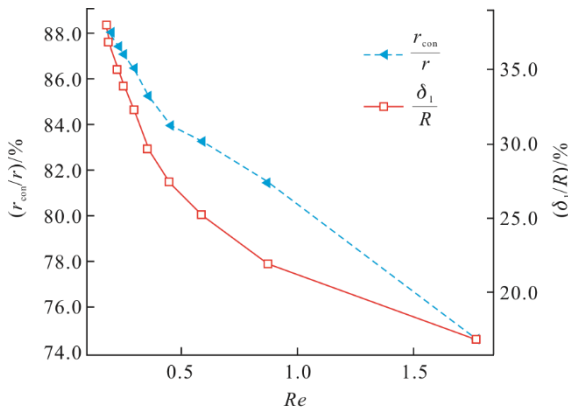
从图 7b)可以看出, 2 个热阻在 $x_0=0.42\text{ m}$ 处出现了明显的分段。从图 7a)得知, x_0 是温度边界层 δ_T 发展至管道中心的位置。在 x_0 之前, 总热阻 r 迅速增大, 表面传热系数迅速减小, 为入口阶段。在这一阶段内, 总热阻 r 与导热热阻 r_{con} 基本重合, 说明导热作用占主导; 入口段的导热层 δ_1 较薄, 故换热能力较强。在 x_0 之后, 即完全发展段, 在这一阶段, 总热阻 r 基本平稳, 全部流体域为边界层流动, 对流热阻 r_{cov} 占比逐渐增大。因此, 在完全发展段加强对径向流动的扰动, 即加强导热区和核心区之间的流体混合, 对换热提升的效果更好。

3.2 不同特征数下管道内部热阻变化规律

为了探究特征数对对流换热产生影响的底层原理, 使用 R-P 模型研究了不同 Re 和 Pr 条件下, 导热热阻占比 r_{con}/r 和导热层厚度占比 δ_1/R 的变化规律, 参数正交表见表 1, 结果如图 8 所示。



a) 导热热阻占比 r_{con}/r



b) 导热层厚度占比 δ_1/R

图 8 导热热阻占比和导热层厚度占比变化

Fig.8 The proportion of heat conduction resistance and the proportion of heat conduction layer thickness vary with Re and Pr

由图 8a)可以看出, 随着 Re 增大, 导热层 δ_1 不断缩小, 而导热热阻 r_{con} 所占总热阻的比例却在不断增大。在 $Re=2\ 250$ 附近, r_{con} 几乎占据了总热阻

95%以上, 说明随着 Re 的增大, 导热热阻 r_{con} 和对流热阻 r_{cov} 都会减小; 同时 Re 越高, r_{con} 占比越大。因此, 在高 Re 条件下的换热流动中, 导热系数成为了限制表面换热的瓶颈。

由图 8b)可以看出, 随 Pr 的增加也会导致导热层 δ_1 不断缩小, 同时导热热阻 r_{con} 所占比重也随之减小。这是由于 2 方面原因导致: 首先是因为导热层 δ_1 越薄, 导热层越小, 核心区域增加; 其次是因为导热层 δ_1 逐渐靠近壁面, 径向速度显著减小, 导致对流热阻逐渐增加。因此 Pr 越高, 对流对换热起到的影响越显著, 这也解释了 Pr 为何可以作为动量扩散能力和热扩散能力的一种度量, 但在 $Pr<1.8$ 范围内, 导热热阻占比始终在 76% 以上, 为主要影响因素。

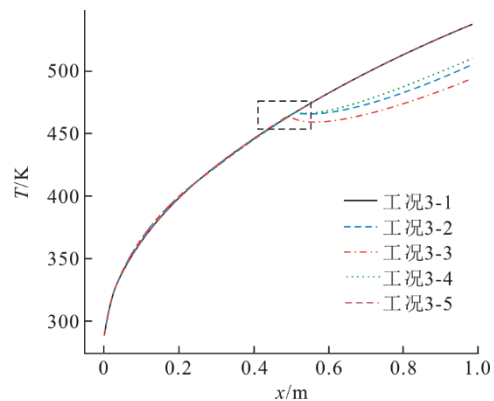
3.3 不同扰流结构的热阻分析

4 种扰流结构的参数见表 2。

表 2 扰流形状参数
Tab.2 Spoiler shape table

工况序号	构型	出口温度/K	误差/%
3-1	直道	536	8.4
3-2	方形凸	504	11.4
3-3	三角凸	492	12.2
3-4	圆形凸	510	13.4
3-5	圆形凹	536	14.6

使用 R-P 模型对扰流结构内部温度分布、流速分布及边界层进行分析, 结果如图 9—图 11 所示。从图 9a)可以看出, 管道层流的扰流结构不但不会加强换热, 反而会降低换热。从图 9b)可以发现: 工况 3-2、工况 3-3、工况 3-4 中的流体刚经过凸扰流结构时, 流体温度相比于直道产生了 1 个短暂的小幅上升, 但又都迅速下降, 其中三角凸结构降幅最大; 而工况 3-5 中的流体在经过凹扰流结构后基本不产生影响。



a) 温度分布

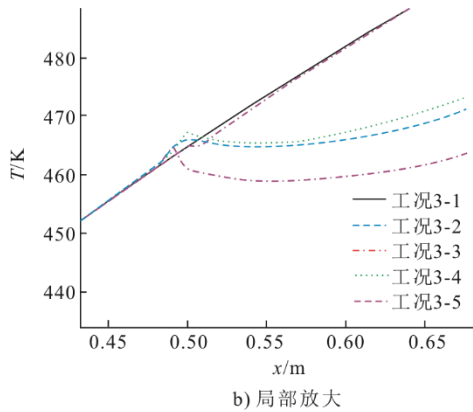


图9 不同扰流结构沿轴向的温度分布和局部放大
Fig.9 Temperature distribution along the axial direction of different spoiler structures and partial enlarged view

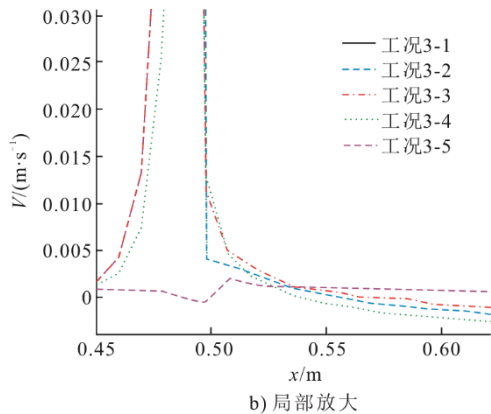
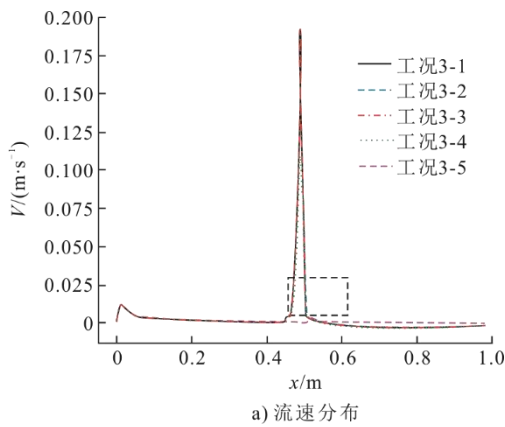


图10 不同扰流结构沿轴向的径向流速分布和局部放大
Fig.10 Radial flow rate distribution along the axial direction of different spoiler structures and its partial enlarged view

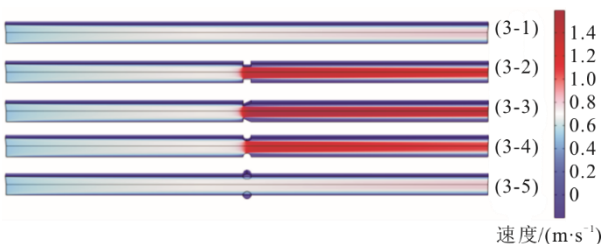


图11 不同扰流结构的边界层
Fig.11 Diagram of boundary layer

从图 10b)可以看出, 流体在经过凸扰流结构后, 径向速度都产生了大幅的波动, 但又迅速降低, 甚至低于直流道。这说明扰流结构反而降低了管道层流的径向速度, 增大了对流热阻 r_{cov} 。

从图 11 可以看出, 工况 3-2、工况 3-3、工况 3-4 中的流体再经过凸型扰流结构后, 出现了类似于后台阶流动所产生的流动死区, 速度边界层 δ (图中蓝色与白色交界位置) 被抬高, 从而增大了导热热阻 r_{con} , 而凹型扰流结果对速度边界层 δ 几何没有影响。

综上所述, 管道层流的凸扰流结果会同时增大导热热阻 r_{con} 和对流热阻 r_{cov} , 因此扰流结构并不适合用于管道层流。

4 结 论

1) 管道层流换热可以分为 2 个阶段: 在入口效应阶段, 导热作用占绝对主导; 而在完全发展段, 径向对流作用占比随流动逐渐增大, 对换热的影响也越来越大。

2) 在层流范围内, Re 增大, 导热热阻和径向对流热阻都会减小, 同时导热热阻的占比越来越高。 $Re=2\ 300$ 条件下, 导热热阻占据了总热阻的 95%, 是影响换热的关键因素。

3) 在层流范围内, Pr 增大, 导热层减小, 对流作用占比增大, 但总热阻变化未知; 且综合来说, 在 $Pr<1.8$ 内, 导热热阻始终占主要影响。

4) 在管道层流中, 加强换热最有效的手段是通过增大 Re 减薄导热层, 而通过添加扰流片破坏边界层的方法并不适合, 因为扰流结构会同时增大导热热阻和对流热阻, 换热反而因此降低。

[参 考 文 献]

[1] 杨夷, 霍红磊. 高温氦氙气体微通道回热器的传热流动特性分析[J]. 原子能科学技术, 2018, 52(12): 2156-2163.
YANG Yi, HUO Honglei. Analysis of heat transfer and flow characteristics for high temperature helium-xenon gas microchannel regenerator[J]. Atomic Energy Science and Technology, 2018, 52(12): 2156-2163.

[2] 李瑞卿. 激光表面处理对降低材料表面能及强化凝结传热的研究[D]. 衡阳: 南华大学, 2012: 1.
LI Ruiqing. Study on laser surface modification to reduce the material surface energy and enhance condensation heat transfer[D]. Hengyang: University of South China, 2012: 1.

[3] GUO Lin, XU Huijin, GONG Liang. Influence of wall roughness models on fluid flow and heat transfer in microchannels[J]. Applied Thermal Engineering, 2015, 84: 399-408.

- [4] WANG W, ZHANG Y, LI B, et al. Numerical investigation of tube-side fully developed turbulent flow and heat transfer in outward corrugated tubes[J]. *International Journal of Heat and Mass Transfer*, 2018, 116: 115-126.
- [5] LIU J J, LIU Z C, LIU W. 3D numerical study on shell side heat transfer and flow characteristics of rod-baffle heat exchangers with spirally corrugated tubes[J]. *International journal of thermal sciences*, 2015, 89: 34-42.
- [6] SAYSROY A, EIAMSA A S. Enhancing convective heat transfer in laminar and turbulent flow regions using multi-channel twisted tape inserts[J]. *International Journal of Thermal Sciences*, 2017, 121: 55-74.
- [7] 王俊博. 对流换热过程的优化研究及其评价[D]. 武汉: 华中科技大学, 2018: 1.
WANG Junbo. Optimization study and evaluation for convective heat transfer[D]. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology, 2018: 1.
- [8] 赵汉中. 工程流体力学[M]. 第1版. 武汉: 华中科技大学出版社, 2011: 1.
ZHAO Hanzhong. Engineering fluid mechanics[M]. 1st edition. Wuhan: Huazhong University of Science and Technology Press, 2011: 1.
- [9] SCHIUNDER E U. Analogy between heat and momentum transfer[J]. *Chemical Engineering and Processing: Process Intensification*, 1998, 37(1): 103-107.
- [10] 杨世铭, 陶文铨. 传热学[M]. 第4版. 北京: 高等教育出版社, 2006: 1.
YANG Shiming, TAO Wenquan. Heat transfer[M]. 4th edition. Beijing: Higher Education Press, 2006: 1.
- [11] 冷学礼, 张冠敏, 田茂诚, 等. 层流边界层内对流换热的热阻分析[C]//第九届全国水动力学学术会议暨第二十二届全国水动力学研讨会论文集: 2009: 188-193.
LENG Xueli, ZHANG Guanmin, TIAN Maocheng, et al. Thermal resistance analysis of convective heat transfer in laminar boundary layers[C]//In Proceedings of the 9th National Conference on Hydrodynamics and the 22nd National Symposium on Hydrodynamics. 2009: 188-193.
- [12] 过增元, 庄文红. 对流换热的物理机制分析及其应用[J]. *工程热物理学报*, 1992, 13(1): 52-56.
GUO Zengyuan, ZHUANG Wenhong. Physical mechanism analysis and application of convective heat transfer[J]. *Journal of Engineering Thermophysics*, 1992: 13(1): 52-56.
- [13] 李柯柯, 徐颖, 李金宝, 等. 基于 COMSOL 的多孔介质热-流-变形耦合数值模拟[J]. *当代化工*, 2022, 51(2): 441-445.
LI Keke, XU Ying, LI Jinbao, et al. Numerical simulation of coupled thermal-fluid-deformation of porous media based on COMSOL[J]. *Contemporary Chemical Industry*, 2022, 51(2): 441-445.
- [14] 李淑君, 王惠泉, 赵文玉, 等. 基于 COMSOL 多物理场耦合仿真建模方法研究[J]. *机械工程与自动化*, 2014(4): 19-20.
LI Shujun, WANG Huiquan, ZHAO Wenyu, et al. Research on modeling and simulation method of multi-physics field coupling based on COMSOL[J]. *Machinery & Automation*, 2014(4): 19-20.
- [15] 唐晓寅, 张赞牢, 王建华, 等. 管流速度边界层解析[J]. *后勤工程学院学报*, 2008, 24(2): 37-41.
TANG Xiaoyan, ZHANG Zanlao, WANG Jianhua, et al. Analysis of the velocity boundary layer in pipeline flow[J]. *Journal of Logistical Engineering University*, 2008: 24(2): 37-41.

(责任编辑 刘永强)