

DOI: 10.19666/j.rlfed.202209200

# 基于弹性梁理论的在役拉杆轴向载荷测量方法与应用

陈尚军<sup>1</sup>, 彭钰君<sup>2</sup>, 于学会<sup>3</sup>, 王军民<sup>1</sup>, 杨国华<sup>2</sup>,  
程勇明<sup>1</sup>, 安付立<sup>1</sup>, 陈盛广<sup>1</sup>

(1.西安热工研究院有限公司, 陕西 西安 710054;  
2.华电国际电力股份有限公司奉节发电厂, 重庆 404652;  
3.西安建筑科技大学理学院, 陕西 西安 710055)

[摘要] 基于弹性梁理论, 建立了横向加载条件下在役拉杆轴力理论计算模型及预加应力梁的三维有限元模型, 对在役支吊架拉杆轴力测量方法进行了研究, 讨论了不同长径比和横向载荷对拉杆中点挠度的影响。研究表明, 理论预测结果与有限元计算结果吻合较好; 在工程应用方面给出了以横向载荷容差度及挠度容差值为指标的固支段拉杆长径比的优选方案。该方法可用于快速测量不卸载拉杆的轴向载荷。

[关键词] 支吊架; 在役拉杆; 轴力预测; 有限元; 弹性梁

[引用本文格式] 陈尚军, 彭钰君, 于学会, 等. 基于弹性梁理论的在役拉杆轴向载荷测量方法与应用[J]. 热力发电, 2023, 52(4): 144-150. CHEN Shangjun, YU Xuehui, WANG Junmin, et al. Measurement method and application of axial force of tie rod in-service based on elastic beam theory[J]. Thermal Power Generation, 2023, 52(4): 144-150.

## Measurement method and application of axial force of tie rod in-service based on elastic beam theory

CHEN Shangjun<sup>1</sup>, PENG Yujun<sup>2</sup>, YU Xuehui<sup>3</sup>, WANG Junmin<sup>1</sup>, YANG Guohua<sup>2</sup>,  
CHENG Yongming<sup>1</sup>, AN Fuli<sup>1</sup>, CHEN Shengguang<sup>1</sup>

(1. Xi'an Thermal Power Research Institute Co., Ltd, Xi'an 710054, China;  
2. Fengjie Power Plant of Huadian International Power Co., Ltd., Chongqing 404652, China;  
3. School of Science, Xi'an University of Architecture and Technology, Xi'an 710055, China)

**Abstract:** Based on the elastic beam theory, a theoretical calculation model for the axial force of the in-service tie rod under transverse loading conditions and the three-dimensional finite element model of the prestressed beam are established. The axial force measurement method of the tie rod of the in-service support hanger is studied, and the influence of different length-to-diameter ratios and transverse loads on the deflection of the midpoint for the tie rod are discussed. The results show that the theoretical prediction results are in good agreement with the finite element calculation results. In terms of engineering applications, an optimal scheme for the length-diameter ratio of the fixed support section of the tie rod is given based on the transverse load tolerance and deflection tolerance value. This method can be used to quickly measure axial load of tie rod when it is not uninstalled.

**Key words:** hangers; in-service tie rod; axial force prediction; finite element; elastic beam

拉杆是工程中最常见的受力构件, 广泛应用于各悬吊系统<sup>[1]</sup>。传统的拉杆轴力测量方法, 如应变片测量法、传感器串联法等均需对拉杆进行卸载操作, 无法直接获取拉杆轴力绝对值, 应用局限性

较大<sup>[2]</sup>。近年来因吊架拉杆受力偏离设计值而导致拉杆断裂、悬吊设备损坏的事故时有发生<sup>[3-9]</sup>。因此, 对在役状态下重要悬吊系统拉杆轴力进行精确测量具有重要工程意义<sup>[10-12]</sup>。

收稿日期: 2022-09-14

第一作者简介: 陈尚军 (1992), 男, 硕士, 工程师, 主要研究方向为结构强度与管道支吊技术, chenshangjun@tpri.com.cn。

传统支吊架拉杆为二力杆,即只承受轴向拉、压载荷,不承受弯矩作用。若在拉杆法向施加横向载荷,此时受力模型可简化为弹性梁在拉伸、弯曲载荷耦合作用下的变形响应问题。对于传统简支梁或固支梁结构,其发生弯曲变形时的变形量远远小于梁的横向尺寸,因此可不考虑轴向力对梁弯曲的影响。而支吊架拉杆具有比传统梁结构更大的长径比,当其受到横向载荷作用时,弯曲变形较大,此时轴向力对弯曲变形的影响不能忽略,须同时考虑横向载荷和轴向载荷对弯曲变形的影响<sup>[13-18]</sup>。

黄小波等<sup>[13,19-22]</sup>研究了简支梁在纵横向载荷作用下的弯曲响应,并给出了求解拉杆在役轴力的理论公式,但拉杆两端简支约束的假设使得该理论不适于含有功能部件支吊架结构(如变力弹簧吊架、恒力弹簧吊架等)在役轴力的预测。刘文华等<sup>[23]</sup>推导出了考虑空间纵横弯曲有限元的单元刚度矩阵和形函数,但有限元模型只验证了平面结构,未进一步讨论不同因素对结果的影响。房军等<sup>[24]</sup>基于纵横弯曲理论,建立了隔水管总体的挠曲方程,并考虑顶张力的影响,得到了不同顶张力下隔水管随深水变化的规律。刘文华等<sup>[25]</sup>基于纵横弯曲理论,得到了简支梁在轴力逐渐增大情况下对变形和弯矩的放大系数,分析了剪力和约束条件对内力和变形的影响,并用有限元模型进行了验证,但并未给出能够计算在役轴力的理论公式与方法。

本文基于弹性梁理论,考虑常见支吊架吊杆的实际服役工况,建立了固支边界条件的拉杆轴力预测理论模型,探讨了横向载荷和轴力对弯曲变形的影响;利用预加应力方法,建立有限元模型,分析了横向载荷和长径比对理论计算结果的影响,为在役拉杆轴向载荷的测量方法提供理论与技术依据。

## 1 理论模型

### 1.1 模型简化

以拉杆长度为 $L_0$ 的刚性吊架为例,吊杆两端通过销接装置分别与结构件及悬吊设备连接,刚性吊架拉杆轴力计算原理如图1所示。计算时选取拉杆长度为 $L$ ,在其两端加持加载装置,约束 $A$ 、 $B$ 两点的转动和平动,并在 $AB$ 杆的中点施加横向载荷 $F$ ,如图1a)所示。细长杆( $L/d \geq 20$ )受到横向和轴向载荷作用时,由于其产生的弯曲变形较大,需考虑轴向载荷对弯曲变形的影响。拉杆在横向和轴向载荷共同作用下的变形和受力如图1b)所示。

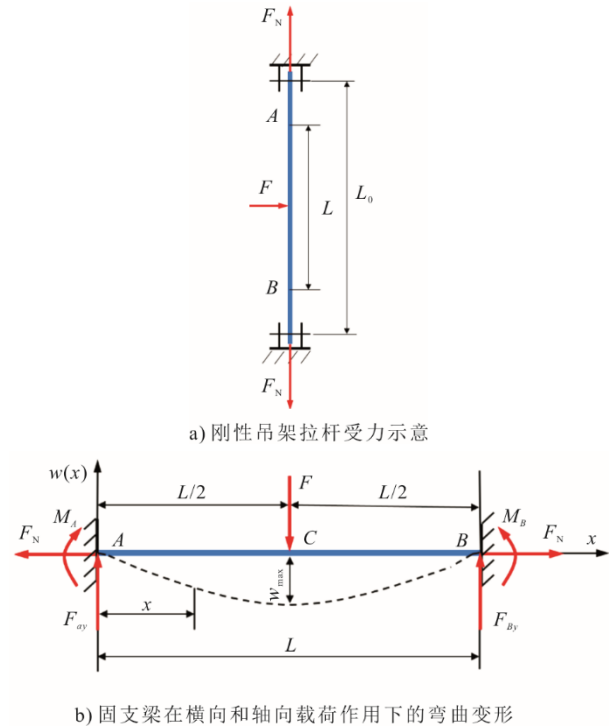


图1 刚性吊架拉杆轴力计算原理  
Fig.1 Calculation principle of axial force for rigid hanger

### 1.2 在役拉杆轴向载荷计算模型

假设拉杆的长度为 $L$ ,材料的弹性模量为 $E$ ,对应弯曲变形方向的截面惯性矩为 $I$ ,则其抗弯刚度为 $EI$ ,变形后拉杆的挠度方程为:

$$EIw''(x) = M(x) = M_A + F_{Ay}x + F_N w(x) \quad (0 \leq x \leq L/2) \quad (1)$$

$$EIw''(x) = M(x) = M_A + F_{Ay}x + F_N w(x) - F(x - L/2) \quad (L/2 \leq x \leq L) \quad (2)$$

式中: $x$ 为杆在变形前轴线上任一点的横坐标; $w(x)$ 为该点的挠度; $M(x)$ 为截面 $x$ 上的弯矩; $F_{Ay}$ 为拉杆在 $A$ 点处沿着 $y$ 方向的约束力; $F_N$ 为拉杆的服役轴向载荷; $F$ 为拉杆在 $C$ 点处的横向载荷。

本方法中拉杆视为均匀等截面直杆,式(1)与式(2)均为常数非齐次线性微分方程,令 $k^2 = F_N/EI$ ,则其通解为:

$$w(x) = Ae^{kx} + Be^{-kx} - \frac{F}{2k^2 EI} x - \frac{M_A}{k^2 EI} \quad (0 \leq x \leq L/2) \quad (3)$$

$$w(x) = Ce^{kx} + De^{-kx} - \frac{F(L-x)}{2k^2 EI} - \frac{M_A}{k^2 EI} \quad (L/2 \leq x \leq L) \quad (4)$$

且

$$w'(x) = Ake^{kx} - Bke^{-kx} - \frac{F}{2k^2 EI} \quad (0 \leq x \leq L/2) \quad (5)$$

$$w'(x) = Cke^{kx} - Dke^{-kx} + \frac{F}{2k^2EI} \quad (6)$$

$$(L/2 \leq x \leq L)$$

式中:  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$  和  $M_A$  为未知系数, 可由拉杆的边界条件与连续条件确定。

由边界条件可得:  $w(x=0)=0$ ,  $w'(x=0)=0$ ,  $w(x=L)=0$ ,  $w'(x=L)=0$ 。根据连续条件可得:  $x=L/2$  时,  $w^-(L/2)=w^+(L/2)$ ,  $\theta^-(L/2)=\theta^+(L/2)$ ; 固支梁的支座反力  $F_{Ay}=F_{By}=F/2$ ,  $\theta$  为横截面的转角。把边界条件及连续条件代入式(3)一式(6)可得:

$$A + B - \frac{M_A}{k^2EI} = 0 \quad (7)$$

$$Ce^{kL} + De^{-kL} - \frac{M_A}{k^2EI} = 0 \quad (8)$$

$$Ak - Bk - \frac{F}{2k^2EI} = 0 \quad (9)$$

$$Cke^{kL} - Dke^{-kL} + \frac{F}{2k^2EI} = 0 \quad (10)$$

$$Ae^{Lk/2} + Be^{-Lk/2} = Ce^{Lk/2} + De^{-Lk/2} \quad (11)$$

$$Ake^{Lk/2} - Bke^{-Lk/2} = Cke^{Lk/2} - Dke^{-Lk/2} + \frac{F}{k^2EI} \quad (12)$$

由式(7)一式(12)得到  $A$ 、 $B$ 、 $C$ 、 $D$ 、 $M_A$  的表达式分别为:

$$A = \frac{F}{2(1+e^{kL/2})EI k^3}, \quad B = -\frac{e^{kL/2}F}{2(1+e^{kL/2})EI k^3},$$

$$C = \frac{e^{-kL/2}F}{2(1+e^{kL/2})EI k^3}, \quad D = -\frac{e^kLF}{2(1+e^{kL/2})EI k^3}, \quad (13)$$

$$M_A = -\frac{-1+e^{kL/2}F}{2(1+e^{kL/2})k}$$

由此得到拉杆在轴向载荷  $F_N$  与横向载荷  $F$  共同作用下的挠度方程为:

$$w(x) = \frac{F}{2(1+e^{kL/2})EI k^3} (e^{kx} - e^{kL/2}e^{-kx}) - \frac{Fx}{2k^2EI} - \frac{(1-e^{kL/2})F}{2(1+e^{kL/2})EI k^3} \quad (0 \leq x \leq L/2) \quad (14)$$

$$w(x) = \frac{F}{2(1+e^{kL/2})EI k^3} (e^{kL}e^{-kx} - e^{-kL/2}e^{kx}) - \frac{F(L-x)}{2k^2EI} - \frac{(1-e^{kL/2})F}{2(1+e^{kL/2})EI k^3} \quad (L/2 \leq x \leq L) \quad (15)$$

由此可得拉杆中点处挠度为:

$$w\left(x = \frac{L}{2}\right) = \frac{L^3(4e^{u/2} - 4 - u - ue^{u/2})F}{4EI(1+e^{u/2})u^3} \quad (16)$$

式中:  $u = kL = L\sqrt{F_N/EI}$ 。

由式(16)可知, 当拉杆的尺寸与材料确定后, 拉杆中点处的挠度仅与轴向载荷  $F_N$  和横向载荷  $F$  有关。工程应用时, 可通过测量横向加载载荷  $F$  及跨中加载点处的挠度值  $w(x=L/2)$ , 并将测量值代入式(16)即可得到拉杆的轴向载荷  $F_N$ 。

## 2 有限元模型的验证

为模拟拉杆真实服役工况, 利用有限元软件分别建立预加轴力拉杆的初始模型与计算模型。取拉杆长度  $L=1\ 000$  mm, 截面直径  $d=24$  mm, 弹性模量  $E=206$  GPa, 泊松比  $\mu=0.3$  的拉杆, 预加轴向载荷  $F_N=20$  kN, 横向载荷  $F=10$  kN, 2个模型的材料参数和单元网格均相同。有限元模型计算后的应力云图如图2所示。

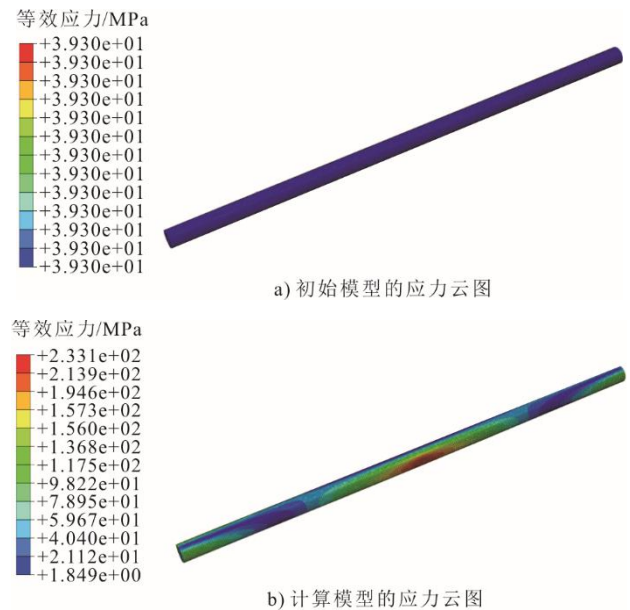


图2 模型的应力云图

Fig.2 Stress contour of model

对拉杆进行结构化网格划分, 网格类型选用线性减缩积分单元, 此单元位移求解精度高。为进行网格敏感性验证, 选取不同网格数量的模型进行计算, 结果见表1。

表1 不同网格数量的计算结果  
Tab.1 FE results for different mesh numbers

方案	网格大小/mm	网格数量/个	节点数量/个	平均纵横比	中点挠度值/mm
1	3.0	38 525	45 751	1.49	3.954 3
2	2.5	68 500	79 522	1.43	3.934 0
3	2.0	184 300	190 905	1.42	3.917 5
4	1.5	358 550	385 422	1.37	3.907 5
5	1.0	1 076 500	1 256 520	1.33	3.899 5

由表 1 可知, 随着网格数的增加, 拉杆的中点挠度值变化较小。不同网格尺寸下的挠度变化如图 3 所示。综合考虑计算资源和时效性, 采用方案 4 的网格配置。

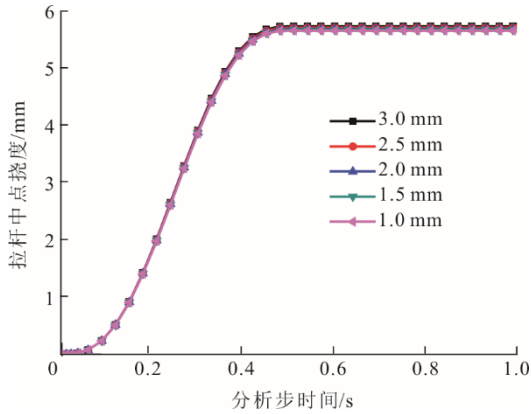


图 3 不同网格尺寸的挠度值  
Fig.3 Deflection values for different mesh sizes

将初始模型预加轴向载荷拉杆的应力分布导入计算模型中, 即在计算模型的初始步施加轴向载荷, 此轴向载荷为拉杆的服役轴向载荷, 拉杆两端为固定约束, 并在拉杆中点位置施加横向载荷, 可得拉杆的中点挠度, 将其代入上节中的轴向载荷公式, 可得在役拉杆轴向载荷。

### 3 计算结果与讨论

#### 3.1 理论模型与有限元模型结果的对比

有限元计算中设定拉杆的服役轴向载荷为 20 kN, 并在其中点位置施加大小不同的横向载荷  $F(5 \leq F \leq 20 \text{ kN})$ , 每 2.5 kN 为一个增量, 图 4 对比了不同横向载荷下拉杆中点挠度的理论预测值和有限元计算结果。由图 4 可见, 现有有限元数值计算结果与理论结果吻合较好, 二者最大误差仅为 1.1%。

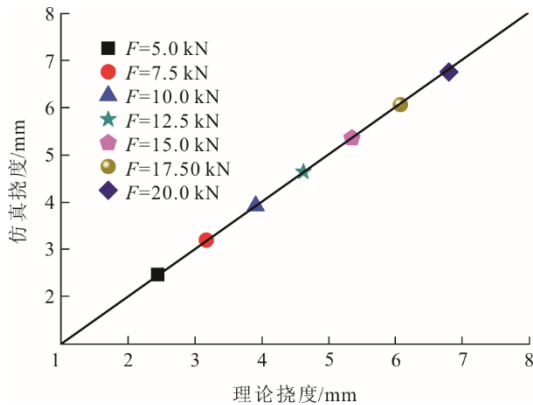


图 4 拉杆中点位置挠度的有限元计算结果和理论预测值对比  
Fig.4 Comparisons between the FE results and theoretical predictions for the midpoint deflection of tie rod

通过有限元仿真计算可获得拉杆在不同横向和轴向载荷共同作用下的跨中挠度, 将该值代入式(16), 即可获得轴向载荷的理论预测值。假设拉杆所受横向载荷  $F$  的变化范围为  $0.5 \text{ kN} \leq F \leq 6.5 \text{ kN}$ , 每 0.5 kN 为一个增量, 其服役轴向载荷预设值的变化范围为  $10 \text{ kN} \leq F_N \leq 40 \text{ kN}$ , 且每 10 kN 为一个增量, 图 5 给出了在役拉杆在不同横向载荷作用下的轴向载荷理论预测结果。由图 5 可见: 当横向载荷  $F$  为 1.5~2.5 kN 时, 轴向载荷的理论计算值与其预设值最为接近; 当横向载荷  $F$  小于 1.5 kN 时, 理论计算值比预设值 (服役轴向载荷) 偏小, 这是由于有限元计算的挠度值略大于理论计算的挠度值, 虽然二者的挠度值差别很小, 但将挠度值代入式(16)得到的轴向载荷被放大了; 当横向载荷  $F$  大于 2.5 kN 时, 理论计算结果比预设值偏大, 这是由于在进行理论推导时未考虑固支端轴向约束力对弯曲变形的影响, 随着横向载荷的增加, 该轴向约束力对弯曲变形的影响不能忽略。

综上所述, 当拉杆的几何尺寸确定, 通过施加一定的横向载荷, 可以获得拉杆精确的服役轴力。然而在实际工程中, 拉杆的几何尺寸随服役工况变化, 因此需对几何尺寸的影响作进一步的分析。

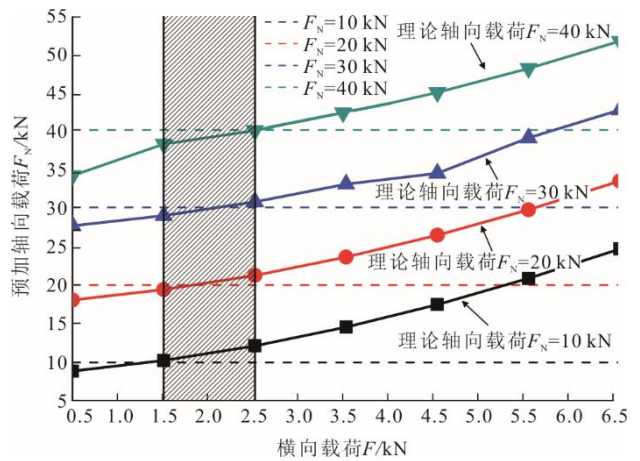


图 5 拉杆轴向载荷的理论值和预设值对比  
Fig.5 Comparisons between the theoretical predictions and preset values for the axial force of tie rod

#### 3.2 长径比的影响

为了研究拉杆几何尺寸对服役轴向载荷计算的影响, 本文设计了长径比  $L/d$  分别为 20、40、60、80、100 的 5 种拉杆, 其中拉杆截面直径  $d=24 \text{ mm}$ , 有限元模型中设定拉杆服役轴向载荷  $F_N=20 \text{ kN}$ 。为研究拉杆长径比对理论轴向载荷精度的影响, 定义理论轴向载荷相对误差为:

$$\delta = \frac{|F_{N,analytical} - F_N|}{F_N} \quad (17)$$

式中： $F_{N,analytical}$  为拉杆轴向载荷的理论计算值； $\delta$  越接近零，在役拉杆的轴向载荷预测值越准确。

图 6 给出了拉杆轴向载荷理论计算值误差控制在 5% 内时，5 种长径比拉杆适合施加横向载荷  $F$  的比值范围，对应的载荷范围分别为 42.400~45.600 kN, 1.800~2.200 kN, 0.680~1.080 kN, 0.480~0.840 kN, 0.078~0.082 kN。由图 6 可见，随着拉杆长径比的增加，所需施加的横向载荷逐渐减小。

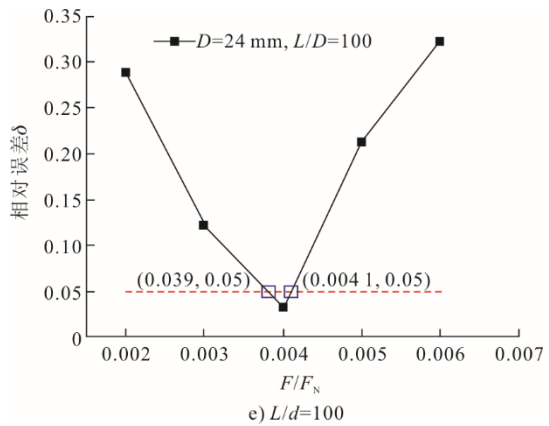
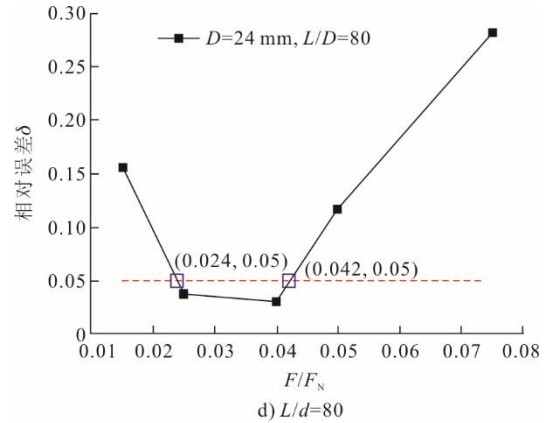
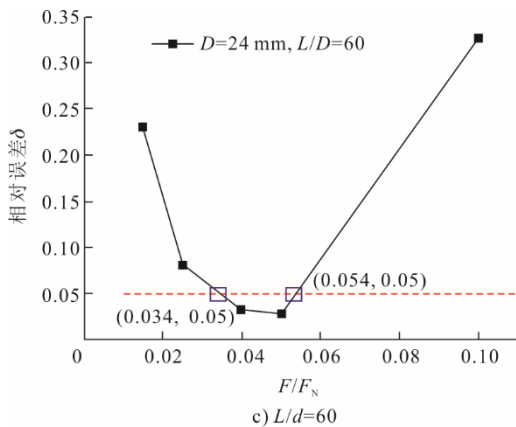
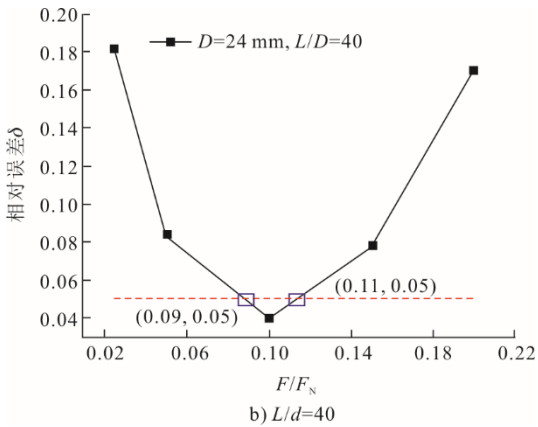
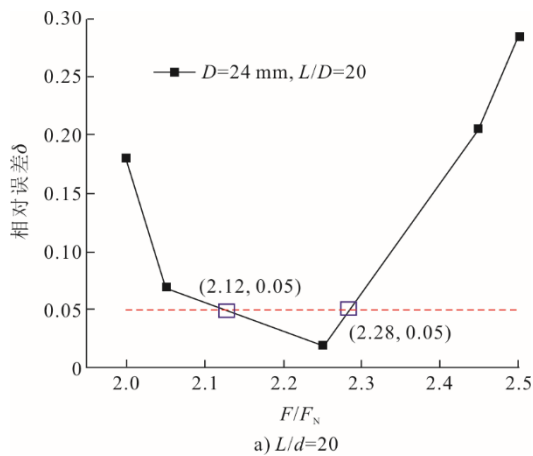


图 6 轴向载荷计算误差不大于 5% 时各长径比下横向载荷比值范围

Fig.6 The range of lateral force ratio of tie rod with different length-diameter ratios when the calculation error of axial force is less than 5%

工程应用中，使用加载装置确定拉杆跨距，并对拉杆施加横向载荷及固支约束，通过位移测量装置测量加载点处的拉杆挠度。由于现场测试环境无法提供稳定性高的加载载荷及使用精度高的位移测量设备，故在测试前需对拉杆的横向载荷容差度、挠度容差值与固支段拉杆长径比间的关系进行研究。此处，定义拉杆的横向载荷容差度  $\kappa$ 、挠度容差值  $\eta$  为：

$$\kappa = \frac{F_2 - F_1}{(F_2 + F_1) / 2} \quad (18)$$

$$\eta = W_2 - W_1 \quad (19)$$

式中： $W_2$ 、 $W_1$ 、 $F_2$ 、 $F_1$  分别为  $\delta=5\%$  时拉杆挠度和横向载荷的上、下限。

图 7 给出了拉杆直径  $d=24$  mm，拉杆服役轴向载荷  $F_N=20$  kN 时，拉杆横向载荷容差度、挠度容差值随固支段拉杆长径比增加的变化规律。由图 7 可见，当固支段拉杆长径比为 80 时，横向载荷容差度及挠度容差值均达到最高，此时  $\kappa=54.5$ ， $\eta=2.6$  mm。

当被测拉杆直径为 24 mm 时,选取固支段拉杆长度为 1920 mm,可保证理论预测轴力值相对误差小于 5%的同时,横向加载载荷存在 54.5%的选择空间,挠度容差值达到 2.6 mm。此拉杆长径比配置能够极大地减小测试结果对挠度测量装置及加载装置的要求,具有更强的工程可实施性。

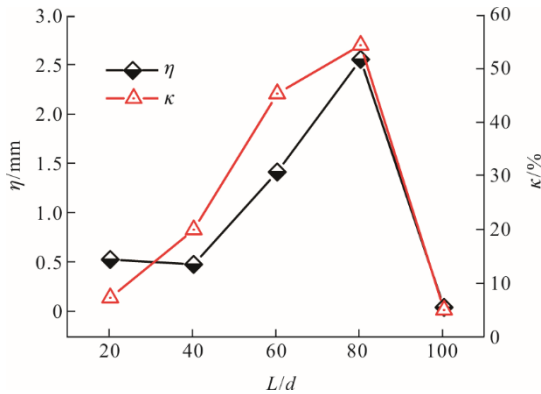


图7 不同长径比下挠度和横向载荷容差度变化曲线  
Fig.7 Variation curves of tolerance of deflection and lateral load under different length-diameter ratios

## 4 结 论

1) 基于弹性梁理论,建立了在役拉杆实际工作载荷的理论计算模型,给出了拉杆轴力、横向加载力及跨中加载点处的挠度值间的关系式。

2) 利用预加应力方法构建了固支梁弯曲的三维有限元模型,跨中加载点处有限元计算挠度值与理论预测值吻合较好。

3) 本文所述的基于弹性梁理论的在役拉杆轴力测量方法在实际应用时,应从横向载荷容差度、挠度容差值 2 个指标对固支段拉杆长径比进行优选。对截面直径  $d=24$  mm 的在役拉杆而言,选取固支段拉杆长度为 1920 mm,可保证理论预测轴力值相对误差小于 5%,同时横向加载力存在 54.5%的选择空间,挠度容差值可达到 2.6 mm。这极大地减小了测试结果对挠度测量装置及加载装置的要求,具有更强的工程可实施性,该方法可用于快速测量不卸载拉杆的轴向载荷。

### [参 考 文 献]

[1] 何继东, 江海, 踪创新. 抗震支吊架的应用与施工技术[J]. 建筑技术, 2010, 41(6): 533-535.  
HE Jidong, JIANG Hai, ZONG Chuangxin. Application of seismic support hanger and construction technology[J]. Architecture Technology, 2010, 41(6): 533-535.

[2] 胡恒康, 张培林. 平圩电厂 600 MW 机组刚性吊架承载试验的研究[J]. 中国电力, 1994(12): 48-51.

HU Hengkang, ZHANG Peilin. Study on bearing test of rigid hanger of 600 MW unit in Pingwei Power Plant[J]. Electric Power, 1994(12): 48-51.

[3] 康泽军, 王军民, 王必宁, 等. 某电厂 300 MW 机组主蒸汽管道恒力吊架螺纹吊杆断裂原因分析[J]. 热力发电, 2008, 37(12): 99-102.  
KANG Yujun, WANG Junmin, WANG Bining, et al. Fracture analysis of threaded hanger rod of main steam pipe of 300 MW unit in a power plant[J]. Thermal Power Generation, 2008, 37(12): 99-102.

[4] 覃泽棒, 黄浩坤, 肖志前. 某火力发电厂 600 MW 机组低温再热蒸汽管道恒力吊架吊杆断裂原因分析及解决方案[J]. 广东电力, 2012, 25(3): 109-113.  
QIN Zebang, HUANG Haokun, XIAO Zhiqian. Cause analysis on suspender breakage of constant force hanger for low-temperature reheating steam piping in 600 MW unit in a fossil-fuel power plant and solutions[J]. Guangdong Electric Power, 2012, 25(3): 109-113.

[5] 吴晓俊, 宋春毅, 王军民, 等. 某电厂 PHB 型恒力吊架螺纹吊杆断裂原因分析[J]. 热力发电, 2011, 40(9): 89-91.  
WU Xiaojun, SONG Chunyi, WANG Junmin, et al. Cause analysis of fracture occurred on screwed hanging rod PHB type constant force suspension bracket in one power plant[J]. Thermal Power Generation, 2011, 40(9): 89-91.

[6] 王海帅, 张鹏, 胡锋. 某恒力吊架弹簧连杆断裂原因分析[J]. 理化检验(物理分册), 2020, 56(4): 46-48.  
WANG Haishuai, ZHANG Peng, HU Feng. Cause analysis on fracture of spring linkage of a constant force hanger[J]. Physical Testing and Chemical Analysis(Part A:Physical Testing), 2020, 56(4): 46-48.

[7] 张本贺. 主蒸汽管道恒力吊架轴承断裂分析[J]. 电力安全技术, 2019, 21(5): 19-22.  
ZHANG Benhe. Analysis on the fracture of constant force suspension support bearing of the main steam pipe[J]. Electric Safety Technology, 2019, 21(5): 19-22.

[8] 赵星海, 郑明秀, 魏春明, 等. 火电厂蒸汽管道支吊架失效问题的研究[J]. 锅炉技术, 2010, 41(3): 5-7.  
ZHAO Haixing, ZHENG Mingxiu, WEI Chunming, et al. Research on steam pipe supports-hangers failure of thermal power plants[J]. Boiler Technology, 2010, 41(3): 5-7.

[9] 杜好阳, 丛兴平, 朱权, 等. 俄罗斯 E420-18.8-560KT 型锅炉主蒸汽管道弹簧吊架失效分析[J]. 吉林电力, 2005(4) 32-34.  
DU Haoyang, CONG Xiping, ZHU Quan, et al. Failure analysis of elastic suspension of main steam piping in boiler of type E420-18.8-560 KT made in Russia[J]. Jilin Electric Power, 2005(4): 32-34.

[10] 郭延军. 火力发电厂在役管道支吊架失效分析[J]. 热力发电, 2008, 37(2): 84-86.  
GUO Yanjun. Failure analysis of pipe supports & hangers in service of thermal power plants[J]. Thermal Power Generation, 2008, 37(2): 84-86.

[11] 王海帅, 张鹏, 钟蛟. 偏装方式对恒力吊架及管道受力状态的影响[J]. 广西电力, 2019, 42(6): 56-58.  
WANG Haishuai, ZHANG Peng, ZHONG Jiao. Influence of offset modes on the stress state of constant hanger and the pipeline[J]. Guangxi Electric Power, 2019, 42(6): 56-58.

[12] 范如君, 陈坤. 发电厂公用管道支吊架的布置和设计分析[J]. 广东电力, 2011, 24(10): 73-75.  
FAN Rujun, CHENG Kun. Analysis on layout and design

- of public pipe supports and hangers in power plants[J]. Guangdong Electric Power, 2011, 24(10): 73-75.
- [13] 黄小波, 潘万军, 朱晓锋, 等. 基于纵横弯曲理论在役测量刚性吊架的工作载荷[J]. 工程建设与设计, 2019(22): 4-6.  
HUANG Xiaobo, PAN Wanjun, ZHU Xiaofeng, et al. In-service measurement of the working load of the rigid hanger based on the theory of longitudinal and lateral bending[J]. Construction & Design for Project, 2019(22): 4-6.
- [14] 刘德贵, 周世军, 王宁, 等. 初始纵向、横向荷载效应对薄板静力性能影响分析[J]. 上海交通大学学报, 2016, 50(3): 336-344.  
LIU Degui, ZHOU Sijun, WANG Ning, et al. Analysis of effect of in-plane and transverse loads on static performance of plates[J]. Journal of Shanghai Jiaotong University, 2016, 50(3): 336-344.
- [15] 皇甫明, 王幼青, 张军. 纵横向荷载作用下桩的工作性状研究[J]. 哈尔滨工业大学学报, 2003(6): 743-746.  
HUANG Fuming, WANG Youqing, ZHANG Jun. Behavior of pile under combined axial and lateral loading[J]. Journal of Harbin Institute of Technology, 2003(6): 743-746.
- [16] 黄亮亮. 纵横向荷载作用下排桩性状的数值模拟[J]. 江苏建筑, 2010(3): 76-78.  
HUANG Liangliang. Numerical simulation on behaviors of axially and laterally loaded row-piles[J]. Jiangsu Construction, 2010(3): 76-78.
- [17] 康豫军, 姚军武, 王必宁, 等. 恒力吊架荷载离差对管系热位移影响的研究[J]. 热力发电, 2009, 38(5): 72-76.  
KANG Yujun, YAO Junwu, WANG Bining, et al. Study on the influence of load deviation of constant-forced hanging bracket upon piping's thermal displacement[J]. Thermal Power Generation, 2009, 38(5): 72-76.
- [18] 刘明, 郭延军, 何桂宽, 等. 火电厂汽水管道热胀位移异常综合评估及处理[J]. 理化检验(物理分册), 2018, 54(4): 256-261.  
LIU Ming, GUO Yanjun, HE Guikuan, et al. Comprehensive assessment and treatment on abnormal thermal expansion displacement of steam water pipelines of thermal power plants[J]. Physical Testing and Chemical Analysis(Part A:Physical Testing), 2018, 54(4): 256-261.
- [19] 杨敬林, 张琴, 徐春霞, 等. 纵横向荷载作用下简支梁的弯曲变形分析[J]. 江西科学, 2015, 33(5): 733-735.  
YANG Jinglin, ZHANG Qin, XU Chunxia, et al. Analysis of bending deformation of simple beam under vertical and horizontal loads[J]. Jiangxi Science, 2015, 33(5): 733-735.
- [20] 殷有泉, 邸元. 纵横弯曲中轴力对最大正应力的影响[J]. 力学与实践, 2016, 38(5): 570-572.  
YIN Youquan, DI Yuan. Effect of axial force on the maximum normal stress of beam with longitudinal-transverse bending[J]. Mechanics in Engineering, 2016, 38(5): 570-572.
- [21] 秦世伦, 李亚兰. 简单刚架中的纵横弯曲效应问题[J]. 力学与实践, 2011, 33(2): 91-92.  
QIN Shilun, LI Yanlan. Longitudinal and transverse bending effects in simple rigid frames[J]. Mechanics in Engineering, 2011, 33(2): 91-92.
- [22] 黄小波, 朱晓锋, 蒋思阳, 等. 管道吊架载荷的超声波测量方法[J]. 今日制造与升级, 2021(12): 83-85.  
HUANG Xiaobo, ZHU Xiaofeng, JIANG Siyang, et al. Ultrasonic measurement method of pipe hanger load[J]. Manufacture & Upgrading Today, 2021(12): 83-85.
- [23] 刘文华, 付志一, 杨庆山. 考虑纵横弯曲的空间杆系有限元计算[J]. 中国安全科学学报, 2004(12): 65-69.  
LIU Wenhua, FU Zhiyi, YANG Qingshan. Computing method on FEM for vertical and horizontal bending spatial bar[J]. China Safety Science Journal, 2004(12): 65-69.
- [24] 房军, 王宴滨, 高德利. 应用纵横弯曲梁理论分析隔水管受力变形[J]. 石油矿场机械, 2014, 43(10): 21-24.  
FANG Jun, WANG Yanbin, GAO Deli. Analysis of riser mechanical behavior beam-column theory[J]. Oil Field Equipment, 2014, 43(10): 21-24.
- [25] 刘文华, 杨庆山, 郑庆祥. 框架计算中纵横弯曲分析的影响因素[J]. 福州大学学报(自然科学版), 2005(51): 110-114.  
LIU Wenhua, YANG Qingshan, ZHENG Qingxiang. Influence factors of vertical and horizontal bending members in frame calculation[J]. Journal of Fuzhou University(Natural Science Edition), 2005(51): 110-114.

(责任编辑 邓玲惠)