

DOI: 10.19666/j.rlfed.202406148

# 基于 VSG-ELM 模型的疲劳裂纹扩展 剩余寿命预测

郑卫东<sup>1</sup>, 熊伟<sup>1</sup>, 李晓燕<sup>1</sup>, 白培强<sup>1</sup>, 林思宇<sup>1</sup>,  
崔雄华<sup>2</sup>, 吕延军<sup>3</sup>, 石瑞<sup>3</sup>

(1. 华电能源股份有限公司玉环电厂, 浙江 台州 317604;

2. 西安热工研究院有限公司, 陕西 西安 710054;

3. 西安理工大学机械与精密仪器工程学院, 陕西 西安 710048)

**[摘要]** 火电机组超期服役成为趋势, 但汽轮机转子钢疲劳裂纹却严重影响机组运行安全。转子钢疲劳裂纹扩展试验数据缺失, 随机模型建模与求解计算量大使得疲劳裂纹剩余寿命 (RUL) 预测受限。在对已有疲劳裂纹扩展试验及随机模型分析基础上, 提出了基于整体趋势扩散 (MTD) 技术的高斯隶属度信息扩散 (GMIE) 样本域的方法生成虚拟样本, 运用期望分位数回归 (ER) 与极限学习机 (ELM) 神经网络模型相结合预测疲劳裂纹扩展的 RUL。对特定循环周次下疲劳裂纹扩展的 RUL 进行预测, 通过与已有数值分析方法的 RUL 概率密度函数 (PDF) 曲线和疲劳裂纹扩展曲线对比, 得出平均绝对百分比误差 ( $\delta_{MAPE}$ ) 为 2.78%, 验证了所提方法的有效性, 为汽轮机转子系统安全运行提供了有力支持。

**[关键词]** 整体趋势扩散; 疲劳裂纹扩展; VSG-ELM; 剩余寿命预测

[引用本文格式] 郑卫东, 熊伟, 李晓燕, 等. 基于 VSG-ELM 模型的疲劳裂纹扩展剩余寿命预测[J]. 热力发电, 2025, 54(2): 145-153. ZHENG Weidong, XIONG Wei, LI Xiaoyan, et al. Remaining useful life prediction for fatigue crack growth based on VSG-ELM model[J]. Thermal Power Generation, 2025, 54(2): 145-153.

## Remaining useful life prediction for fatigue crack growth based on VSG-ELM model

ZHENG Weidong<sup>1</sup>, XIONG Wei<sup>1</sup>, LI Xiaoyan<sup>1</sup>, BAI Peiqiang<sup>1</sup>, LIN Siyu<sup>1</sup>,  
CUI Xionghua<sup>2</sup>, LYU Yanjun<sup>3</sup>, SHI Rui<sup>3</sup>

(1. Yuhuan Power Plant, Huadian Energy Co., Ltd., Taizhou 317604, China;

2. Xi'an Thermal Power Research Institute Co., Ltd., Xi'an 710054, China;

3. School of Mechanical and Precision Instrument Engineering, Xi'an University of Technology, Xi'an 710048, China)

**Abstract:** Overdue service of thermal power units has become a trend, but fatigue crack of turbine rotor steel seriously affects the operation safety of steam turbine units. Due to the lack of the fatigue crack growth (FCG) test data of rotor steel, and large computation cost for stochastic model modeling and solution, the estimation of fatigue crack remaining useful life (RUL) is currently insufficient. On the basis of fatigue crack growth tests and analysis on its random models, a modified Gaussian membership information expanded (GMIE) sample domain method is proposed to generate virtual samples based on mega trend diffusion (MTD). Meanwhile, an extreme machine learning (ELM) neural network combined with the expective regression (ER) model is used to predict the RUL of fatigue crack propagation. The RUL of fatigue crack propagation under a specific cycle is calculated. By comparing the results with the RUL probability density function (PDF) curve and fatigue crack propagation curve of the existing numerical analysis methods, it shows that mean absolute percentage error ( $\delta_{MAPE}$ ) is 2.78%, which verifies the effectiveness of the proposed method and provides robust support for safe operation of the turbine rotor systems.

收稿日期: 2024-06-02

第一作者简介: 郑卫东 (1975), 男, 高级工程师, 主要研究方向为火力发电厂自动化控制, 13656567598@163.com。

通信作者简介: 吕延军 (1972), 男, 博士, 教授, 主要研究方向为机械可靠性、工业润滑与工程摩擦学, yanjunlu@xaut.edu.cn。

**Key words:** mega-trend-diffusion; fatigue crack propagation; VSG-ELM; remaining useful life prediction

汽轮机高、中压转子是亚临界大型火力发电机组的关键部件,其运行时长期承受扭转、热应力、高温、高压、高转速和恶劣蒸汽等<sup>[1-2]</sup>。由于频繁启停或负荷变动使得转子局部区域承受交变应力,形成低周疲劳裂纹等类似缺陷<sup>[3-4]</sup>,并在转子表面或内部应力集中处缓慢扩展。疲劳裂纹使得部件承载能力降低,或将导致转子脆断,威胁汽轮机运行安全<sup>[5-7]</sup>。对于超期服役即运行时间超过 30 年或 20 万 h 的火电机组,汽轮机转子发生疲劳裂纹损伤的概率更高。因此,研究汽轮机的转子寿命,尤其是疲劳裂纹损伤导致汽轮机转子寿命受限问题至关重要<sup>[8-9]</sup>。分析其疲劳裂纹扩展(fatigue crack growth, FCG)状态、进行剩余寿命(remaining useful life, RUL)预测是科学评估其运行安全性和制定技术改造措施的重要手段<sup>[10]</sup>。

然而,现有的火电机组寿命评估多针对关键高温部件的蠕变持久寿命,对汽轮机转子疲劳寿命仅按启停寿命消耗进行简单计算,难以综合评估其寿命状态<sup>[11-12]</sup>。在可靠性领域,循环荷载作用下的 FCG 数据是典型的退化数据<sup>[13]</sup>。部分学者基于这一特性采用具有随机效应的 Wiener 过程进行 FCG 的 RUL 预测研究<sup>[10,14]</sup>。针对金属材料 FCG 的 RUL 预测研究,通常是基于相关的 FCG 数据,再结合建立的裂纹扩展随机模型,运用数值分析方法计算 RUL 的概率密度函数(probability density function, PDF)实现 RUL 预测<sup>[15-16]</sup>。除了 Wiener 过程,已有的裂纹扩展随机模型还包括概率进化<sup>[17]</sup>、连续的马尔可夫过程<sup>[18]</sup>、标量随机微分方程<sup>[19]</sup>等。

虽然随机模型精度很高,但其模型建立需要明确的先验知识和大量的经验数据来初始化模型参数,且数学模型推导及 PDF 数值求解过程复杂。数据驱动方法通过对历史数据进行分析来建立相关特征,采用机器学习算法构建退化过程的前后期映射关系,最终实现 RUL 预测<sup>[20-21]</sup>。通过机器学习能够分析测量数据,准确进行 RUL 预测,从而省去复杂的数学建模和数值求解过程<sup>[21]</sup>。相较于其他算法,极限学习机(extreme learning machine, ELM)是一种用于单层前馈神经网络的学习算法<sup>[22]</sup>,在 RUL 预测方面具有学习速度快、泛化能力强、预测精度高的特点<sup>[23]</sup>。

但是,获得一组有统计意义的汽轮机转子 FCG 试验数据耗时、耗力。目前国内外 FCG 随机模型的

建立主要是基于 Virkler 等人<sup>[24]</sup>的等幅裂纹扩展试验数据。有部分学者运用 Wu 等人<sup>[25]</sup>的数据进行 FCG 动力学研究<sup>[19]</sup>。国内外转子钢裂纹扩展速率的试验研究均基于双对数坐标系中分析裂纹扩展速率  $da/dt$  与应力强度因子  $\Delta K$  之间的关系,未考虑扩展裂纹长度  $a$  与循环周次  $t$  对剩余寿命的影响<sup>[26]</sup>。

在转子钢 FCG 的裂纹长度-循环周次数据不足的情况下,可采用虚拟样本生成(virtual sample generation, VSG)法扩充、填补缺失试验数据<sup>[27]</sup>。基于已有数据样本的统计特征和规律,生成大量具有相似特征和代表性的新数据样本,可有效提高 RUL 预测准确性和可靠性<sup>[28]</sup>。根据样本产生思路不同,VSG 法可分为基于领域先验知识<sup>[29]</sup>、基于扰动<sup>[30]</sup>和基于分布<sup>[31]</sup>。基于先验知识和某种概率分布是 VSG 常用的方法<sup>[32]</sup>,后者是通过对样本数据的学习及判断构建样本的近似分布模型,再使用抽样手段获取契合该分布的虚拟样本<sup>[33]</sup>。整体趋势扩散(mega-trend-diffusion, MTD)技术<sup>[34]</sup>是在某一概率下,将数据点当作某种分布的中间点,对称或非对称地向两边扩散出虚拟样本,能够填充一部分的信息间隔<sup>[33]</sup>。高斯分布虚拟样本生成(Gaussian distribution-virtual sample generation, GD-VSG)法是典型的模拟生成服从高斯分布的 MTD 技术。已有研究中,VSG 法在汽轮机转子钢 FCG 的 RUL 预测方面鲜有应用<sup>[33-35]</sup>。

基于以上分析,针对转子钢 FCG 数据缺失,随机模型建模与求解计算量大的问题,本文提出运用 VSG 与 ELM 相结合以拓展转子钢 FCG 的 RUL 预测方法。具体研究过程包括在分析 FCG 试验数据及其随机模型的基础上,基于 GD-VSG 法的 MTD 技术提高虚拟样本合理性与适应性,再用 ELM 神经网络结合期望分位数回归(expectile regression, ER)模型的方法预测转子钢 FCG 的 RUL。

## 1 疲劳裂纹扩展

金属材料发生疲劳破坏要历经裂纹萌生、裂纹稳定扩展和裂纹失稳扩展 3 个阶段,所以疲劳分析既要研究裂纹萌生,又要研究裂纹稳定扩展<sup>[3]</sup>。根据这一概念,汽轮机转子中允许存在初始裂纹。然而,在下一个修复日期之前,它们的生长速率必须在有限的范围内,才能使转子在具有足够的 RUL 情况下安全工作。

### 1.1 疲劳裂纹扩展试验数据处理

本文以《火力发电厂金属材料手册》<sup>[36]</sup>和 Wu 等人<sup>[25]</sup>监测的FCG数据作为参考研究转子钢FCG过程。试验随机选取了 30 个样本，裂纹长度从 18 mm 开始，每隔 5 000 个循环周次，共记录了 7 个 FCG 离散点，最大监测循环周次为 40 000 次。此外，每隔 2 mm 记录了 20~30 mm 裂纹尺寸对应的循环周次，并记录了样本发生断裂的循环周次，具体如图 1 所示。从图 1 中不难看出，样本间差异显著，最小断裂循环周次为 43 172，而最大断裂循环周次可达到 75 300，在建立扩展模型时有必要考虑样本个体差异性。通过分析数据得知，FCG 过程存在非线性，进行显著性水平为 0.05 的非线性拟合，随机选取 5 个样本的拟合曲线如图 2 所示。

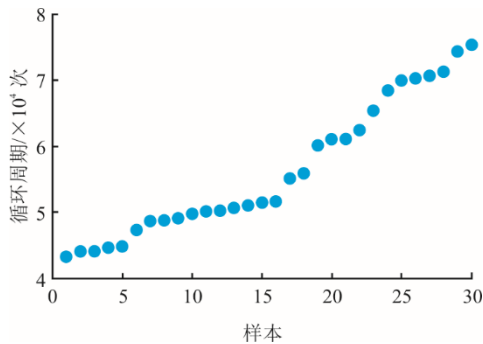


图 1 试验样本的失效循环周次  
Fig.1 Failure cycle of the test sample

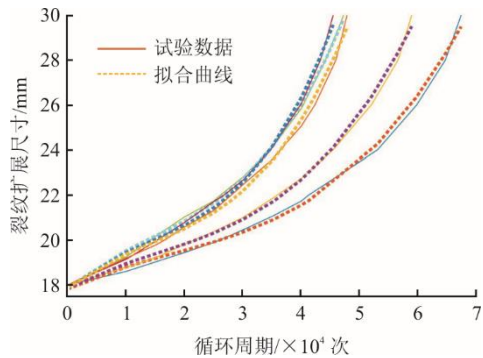


图 2 试验数据的非线性拟合  
Fig.2 Nonlinear fitting of the test data

### 1.2 疲劳裂纹扩展随机模型

考虑到裂纹的尺寸、材料的性能等因素，FCG 的随机模型可表示为<sup>[26]</sup>：

$$da(t)/dt = F(\Delta K, K_{max}, a, R, \dots)X(t) \quad t \geq 0 \quad (1)$$

式中： $da(t)/dt$  为裂纹扩展速率； $a(t)$  为试样疲劳荷载的加载循环周次为  $t$  时的裂纹长度； $X(t)$  为一个非负的平稳随机过程；函数  $F(\cdot)$  依赖于多个参数，以著名的 Paris 公式为例，等幅重复加载下可描述为：

$$F(a) = C[\Delta K(a)]^m \quad (2)$$

式中：参数  $C$ 、 $m$  为常数，取决于试样的材料和几何尺寸；在实验条件和试件尺寸确定的情况下，应力强度因子  $\Delta K(a)$  与裂纹长度  $a$  相关。Paris 公式适用于描述 II 区的裂纹扩展行为。

按照《金属材料轴向等幅低循环疲劳试验方法》(GB/T 15248—2008) 进行低周疲劳试验<sup>[37]</sup>得到测试材料的应变和寿命之间的关系，用 Masson-Coffin 公式进行分析：

$$\frac{\Delta \varepsilon}{2} = \frac{\sigma'}{E} (2t)^b + \varepsilon' (2t)^c \quad (3)$$

式中： $\Delta \varepsilon$  为应变范围； $\sigma'$  为疲劳强度系数； $E$  为杨氏弹性模量； $\varepsilon'$  为疲劳延性系数； $b$  和  $c$  分别为疲劳强度指数和疲劳延性指数； $t$  为循环周次。Manson-Coffin 公式是一个经验公式，对于疲劳寿命小于  $10^5$  次的金属材料描述效果比较好<sup>[38]</sup>。

以上随机模型可通过 Ito's 变换为随机微分方程形式<sup>[19]</sup>：

$$da(t) = b \exp(\alpha t) + c \exp(\beta t) dB(t) \quad (4)$$

式中： $B(t)$  为标准维纳过程； $b \exp(\alpha t)$  和  $c \exp(\beta t)$  分别为漂移系数和扩散系数； $\alpha$ 、 $\beta$ 、 $b$ 、 $c$  为未知参数。

将裂纹扩展用 Wiener 过程描述，且 FCG 数据服从正态分布时得到<sup>[13,39-40]</sup>：

$$a(t) \sim N(a_0 + b(\exp(\alpha t) - 1)/\alpha, c^2(\exp(2\beta t) - 1)/2\beta) \quad (5)$$

进一步地，裂纹长度  $a(t)$  在固定循环次数  $t$  下的概率密度函数同样呈正态分布。为了计算特定循环次数下裂纹长度的概率密度函数，我们引入后向 Kolmogorov 微分方程<sup>[41]</sup>：

$$\frac{\partial R(a, t)}{\partial t} = b \exp(\alpha t) \frac{\partial R(a, t)}{\partial a} + \frac{c^2 \exp(2\beta t)}{2} \frac{\partial^2 R(a, t)}{\partial a^2} \quad (6)$$

式中： $R(a, t)$  为与裂纹长度  $a(t)$  相关的可靠度函数。对于  $a_0 < a < a^*$ ，有初始条件  $R(a, 0) = 1$ ，边界条件  $R(a^*, t) = 0$ ，且  $\partial_\mu R(a_0, N)/\partial a = 0$ 。通过对后向 Kolomo-gorov 方程进行数值求解得到可靠度函数  $R(a, t)$ ，进而得到首次穿越裂纹长度失效阈值  $a^*$  对应循环次数  $t$  的概率密度  $p(t)$ 。

## 2 高斯分布虚拟样本生成

传统疲劳裂纹 RUL 预测仅基于试验数据，本文在分析裂纹扩展试验数据的基础上，通过 MTD 技术对数据进行扩展时，采用 GD-VSG 法来扩大样

本域的范围以增加样本量。

## 2.1 高斯分布虚拟样本生成法

GD-VSG 的核心是确定符合高斯分布的扩展变量域范围。在选择样本分布函数时,常用线性隶属度函数表示样本扩散情况,但实际上的 FCG 的观测点和采样点不是线性分布,而是服从高斯分布<sup>[42]</sup>。因此,在传统三角隶属度信息扩散(triangular membership information expanded, TMIE)函数基础上,引入高斯隶属度信息扩散(Gaussian membership information expanded, GMIE)函数以提高数据的可靠性<sup>[43]</sup>。

GMIE 方法如图 3 所示, min、max 分别表示样本数据中某个属性的最小值、最大值。A、B、C 3 点的坐标分别是 A(CL,1)、B(min,  $sk_L$ )、C(max,  $sk_U$ ),主扩展域包括[LB,A]和[C,UB]。GMIE 样本域的扩散由数据中心位置 CL 两侧的数据量,即可接受扩散数据下边界 LB 和上边界 UB 决定。其中 CL 可表示为:

$$CL = \frac{1}{n} \sum_{i=1}^n x_i \quad (7)$$

式中:  $x_i$  为数据集 X 每次的监测值; n 为监测值个数。LB、UB 可表示为<sup>[42]</sup>:

$$\begin{cases} LB = CL - \sqrt{-2c_1^2 \ln \beta} \\ UB = CL + \sqrt{-2c_2^2 \ln \beta} \end{cases} \quad (8)$$

$$c_1 = \sqrt{\frac{(\min - CL)^2}{-2 \ln(sk_L)}}$$

$$c_2 = \sqrt{\frac{(\max - CL)^2}{-2 \ln(sk_U)}}$$

式中:  $\beta$  为偏置变量,设置为 0.1。用发生概率表示 GMIE 函数,可见其偏度与相对量有关,则左偏度  $sk_L$  和右偏度  $sk_U$  可定义为:

$$\begin{cases} sk_L = \frac{N_L}{N_L + N_U + s_p} \\ sk_U = \frac{N_U}{N_L + N_U + s_p} \end{cases} \quad (9)$$

式中:  $N_L$ 、 $N_U$  为比 CL 小(大)的样本数量;  $s_p$  为调整偏度大小的修正因子,取值为 1。采用 GMIE 可有效避免不均匀采样造成左偏度  $sk_L$  和右偏度  $sk_U$  差异较大,能有效提高虚拟样本的准确性。

在原始样本周围生成高斯随机数,随机数据的均值和方差与虚拟样本的真实性密切相关,因此这 2 个参数的确定至关重要<sup>[44]</sup>。但在试验过程中不可

避免地会存在误差,其均值代表数据的真实性,方差则与监测精度相关。基于改进 GMIE 对扩展域范围进行非对称扩展,在结合正态分布的 68-95-99.7 准则,99.73% 的值位于均值的 3 个标准差内,即  $[\mu - 3\sigma, \mu + 3\sigma]$ 。得到标准差估计量为:

$$\hat{\sigma}(t_j) = \frac{UB(t_j) - LB(t_j)}{6} \quad (10)$$

式中:  $LB(t_j)$ 、 $UB(t_j)$  分别为 GMIE 计算时间  $t_j$  时的下边界和上边界。

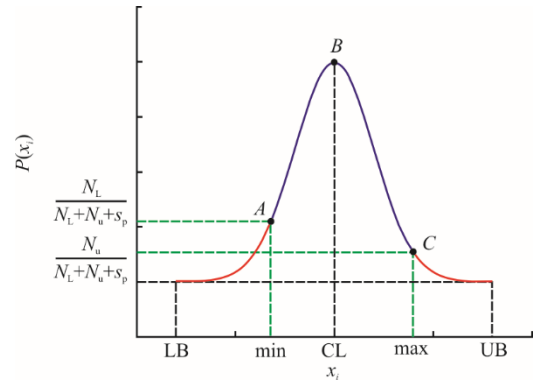


图 3 高斯隶属度信息扩散方法

Fig.3 Gaussian membership information expanded method

根据参考试验数据,样本在 10 000 循环周次时其裂纹尺寸均已达到 18 mm 以上,即设备已经发生故障,但未到达失效等级。此外,裂纹扩展过程具有单调递增性,扩展尺寸随着循环周次的增加呈非线性增长,直至断裂。在传统 GMIE 的基础上,用试验获得实际初始裂纹作为扩散数据的下边界 LB,用试验获得裂纹断裂阈值作为扩散数据的上边界 UB,更符合工程实际。图 4 为传统 GMIE 与本文改进 GMIE 生成虚拟样本在全裂纹扩展范围内的 PDF 对比曲线。

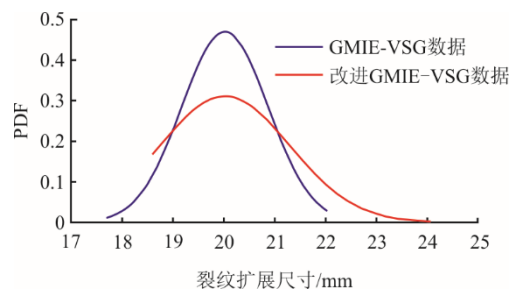


图 4 采用 GMIE-VSG 的裂纹扩展数据的 PDF

Fig.4 PDF of crack propagation data using GMIE-VSG

图 4 中改进后的 GMIE-VSG 数据比传统 GMIE-VSG 数据更扁平,其在均值附近分布数量明显减少,在高裂纹尺寸处的分布数量明显增加,且非对称分布特性更突出,这与裂纹扩展实际相符。因此,

改进后的 GMIE-VSG 数据具有更高适应性。

## 2.2 裂纹扩展虚拟样本生成

由于对运行中的转子进行 FCG 试验较困难,使得超期服役材料的 FCG 数据有限,本文提出采用 GD-VSG 法扩展样本后运用 ELM 神经网络进行 RUL 预测。采用 1.1 节的疲劳裂纹试验数据,将监测周期内的数据集表示为  $D=(A_{ij};i=1,\dots,m,j=1,\dots,n)$ ,其中  $A_{ij}$  为第  $i$  个样本在第  $t_j$  次循环周次时的裂纹扩展值。

首先,基于试验数据建立样本量  $m=30$ ,监测次数  $n=7$  的数据集  $D_s=(A_{ij};i=1,\dots,30,j=1,\dots,7)$ 。不同于以往,本文将每一次循环周次监测的扩展裂纹作为样本属性,即裂纹扩展尺寸作为输入,在扩展域内进行有效扩展。将试验数据集内所有样本的前 4 个属性作为训练集  $D_{tr}=\{(A_{ij}|i=1,\dots,30,j=1,2,3,4)\}$ ,其余属性为测试集  $D_{te}=\{(A_{ij}|i=1,\dots,30,j=5,6,7)\}$ 。根据本文提出的裂纹扩展尺寸  $a(t)$  服从正态分布  $N(\mu(t),\sigma^2(t))$ ,在已有循环周次  $t_j(j=1,\dots,m)$  基础上采用上述 GD-VSG 法生成裂纹扩展虚拟样本数据集  $D_{vir}=\{(A_{ij}|i=1,\dots,30,j=1,\dots,600)\}$ 。

本文选用平均绝对百分比误差 (mean absolute percentage error,  $\delta_{MAPE}$ ) 评估所使用的 GD-VSG 方法的模型性能,其计算公式为:

$$\begin{aligned}\delta_{MAPE} &= \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N (y_i - \hat{y}_i) / y_i \times 100\% \\ \bar{\delta}_{MAPE} &= \frac{1}{m} \sum_{i=1}^m \delta_{MAPE_i}\end{aligned}\quad (11)$$

式中:  $N$  为测试集样本的数量;  $y_i$ 、 $\hat{y}_i$  分别为第  $i$  个测试样本的真实值和估计值;  $m$  为独立试验的样本个数。 $\delta_{MAPE}$  的值越小,表示模型的性能越好,精度越高。使用  $\delta_{MAPE}$  评估模型性能,当推估超平面  $\hat{H}$  的  $\delta_{MAPE} < 10\%$  时,通过  $\hat{H}$  可产生与虚拟输入  $x$  对应的虚拟输出  $y$ 。虚拟样本生成方法的  $\delta_{MAPE}$  对比如图 5 所示。

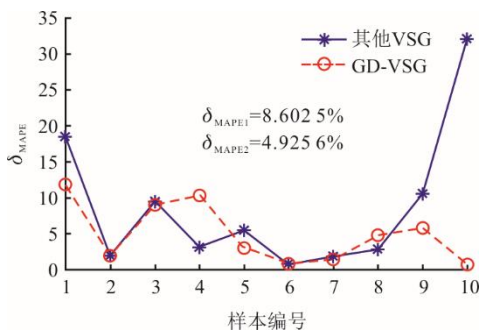


图5 虚拟样本生成方法的  $\delta_{MAPE}$  对比  
Fig.5 Comparison of  $\delta_{MAPE}$  between VSG methods

图 5 中由于样本差异,使用 GD-VSG 法后 4 号、8 号样本的  $\delta_{MAPE}$  值更大,为此本文通过  $\bar{\delta}_{MAPE}$  评估模型性能。使用 2 种 VSG 法的数据  $\delta_{MAPE}$  值均小于 10%,但通过 GD-VSG 方法的使用,样本精度得到改善,其  $\bar{\delta}_{MAPE}$  比其他 VSG 法提高了 3.7%,验证了模型性能。

## 3 基于 ELM 的 RUL 预测模型

### 3.1 期望分位数回归 (ER) 理论

由于分位数回归的损失函数不可微,ER 模型采用非对称最小二乘回归,通过优化  $Y-v$  关于  $v$  的期望损失来产生  $Y$  的  $\theta-E$  为<sup>[45]</sup>:

$$\begin{aligned}E_Y(\theta) &= \arg \min_v E[\rho_\theta(Y-v)] \\ \rho_\theta(u) &= |\theta - I(u < 0)| \cdot u^2\end{aligned}\quad (12)$$

式中:  $\theta \in (0,1)$  为损失函数的不对称程度;  $E_Y(\theta)$  为  $Y$  的  $\theta$  期望分位数;  $I(\cdot)$  为示性函数。ER 模型的本质是通过网络参数优化使损失函数  $L(\theta)$  达到最小。

### 3.2 极限学习机 (ELM) 神经网络

ELM 通过求解线性方程组,训练过程一次完成,避免了反向传播神经网络易陷入局部极值,在极快的收敛速度下提供了更好的泛化性能。机器学习中,基于原始数据建立的预测模型,即小样本集推估超平面  $\hat{H}$  用于表征对象的特征关系。可以表示为:

$$\begin{aligned}H: y &= F(x, \alpha) \\ \hat{H}: y &= F(x, \hat{\alpha})\end{aligned}\quad (13)$$

式中:  $\alpha$ 、 $\hat{\alpha}$  为广义参数。当小样本集推估超平面  $\hat{H}$  越接近总体超平面  $H$ ,则建模精度越高<sup>[22]</sup>。ELM 神经网络包含输入层、隐藏层和输出层 3 个层次,其结构原理如图 6 所示。其输出层节点值可以表示为:

$$f_j(x) = \sum_{i=1}^L \beta_i G_i(x_j) \quad j=1,\dots,N \quad (14)$$

式中:  $f_j$  为输出矩阵;  $x$  为输入向量;  $L$  为隐藏单元的数量;  $N$  为训练样本的数量;  $\beta_i$  为第  $i$  个隐藏层和输出层之间的权重向量;  $G$  为激活函数。不同隐藏神经元可以使用不同激活函数,本文选取的激活函数为 Sigmoid 函数。

$$G(a_i, b_i, x_j) = \frac{1}{1 + \exp(-(a_i x_j + b_i))} \quad (15)$$

式中:  $a$  为输入权重;  $b$  为隐藏层偏置。当 ELM 的  $a_i$ 、 $b_i$  被随机确定,隐藏层的输出矩阵  $H_G$  唯一确定。经过训练后,ELM 模型以零误差无限逼近样本的输出时,即  $\sum_{j=1}^N \|f_j - y_j\| = 0$ ,同时结合 ER 建立的非对

称二次损失函数为:

$$L(\theta) = \sum_j^N \rho_\theta [\sum_i^L \beta_i G_i(a_i, b_i, x_j) - Y_j] \quad (16)$$

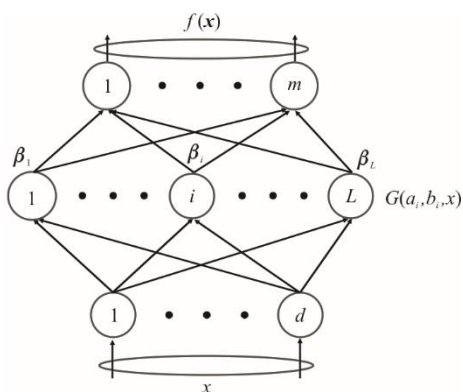


图 6 ELM 神经网络结构

Fig.6 The structure of ELM neural network

ELM 模型的等效线性系统为:

$$Y = H_G \beta \quad (17)$$

$H_G$  可表示为:

$$H_G = \begin{bmatrix} G(a_1, b_1, x_1) & \cdots & G(a_L, b_L, x_1) \\ \vdots & & \vdots \\ G(a_1, b_1, x_N) & \cdots & G(a_L, b_L, x_N) \end{bmatrix}_{L \times N} \quad (18)$$

依据 Moore-Penrose (MP) 广义逆理论, 输出权重  $\hat{\beta}$  为:

$$\hat{\beta} = H_G^{-1} Y \quad (19)$$

式中:  $H_G^{-1}$  为  $H_G$  的广义逆矩阵。由于训练样本中  $N > L$ , 且为防止过拟合, 加入正则化参数  $B$ , 式(19) 改写为:

$$\hat{\beta} = (H_G^T H_G + \frac{1}{B})^{-1} H_G^T Y \quad (20)$$

通过对历史数据的充分学习完成模型的训练过程, 建立 RUL 的预测模型为:

$$C_{i+1} = \text{ELM}(C_{i-T+1}, C_{i-T+2}, \dots, C_{i-1}, C_i) \quad (21)$$

式中:  $C_{i+1}$  为下一循环的裂纹长度预测值;  $T$  为输出矩阵的长度。将测试数据集代入该公式进行迭代预测, 从而得到每一循环的裂纹长度预测值, 最终计算得到 RUL。

### 3.3 剩余寿命预测与可靠性评估

本文提出的 VSG-ELM 模型进行 FCG 的 RUL 预测流程如图 7 所示, 可以概括为以下步骤。

1) 数据处理 根据裂纹扩展实验数据, 基于 MTD 技术采用 GD-VSG 法扩展样本量。裂纹尺寸作为模型输入, 循环周次作为输出。

2) ELM 模型构建 结合 ER 建立非对称二次

损失函数  $L(\theta)$ , 再通过网络参数优化使得损失函数最小。

3) RUL 预测 通过训练集对 ELM 模型进行训练, 用测试集进行验证, 实现 RUL 预测。

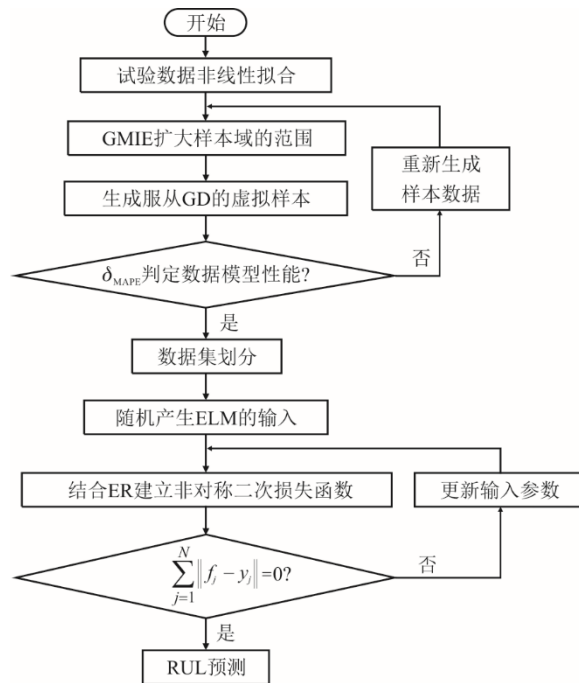


图 7 VSG-ELM 模型进行 FCG 的 RUL 预测流程  
Fig.7 The RUL prediction flow chart of FCG with VSG-ELM model

根据转子钢的运行特点, 其对可靠性和安全性要求较高, 选择使用首达时间概念定义转子钢寿命<sup>[5]</sup>, 即裂纹扩展尺寸首次超过失效阈值  $D_f$  的循环周次, 表示为:

$$N = \inf\{t > 0 : a(t) \geq D_f \mid a(0) < D_f\} \quad (22)$$

为了设备运行安全起见, 当转子裂纹深度尺寸达到转子半径 70% 时即认定失效。假设转子钢在离散循环周次  $t_j (t_j \geq 0)$  进行状态监测得到的裂纹扩展数据为  $A(t_j)$ , 若产品的寿命为  $N$ , 则在循环周次  $t_j$  时的剩余寿命  $N_k$  可表示为  $N_k = N - t_j$ 。利用寿命与剩余寿命的关系, 以及首达时间的概念得出剩余寿命  $N_k = \{t_k : N - t_j / t_k > t_j\}$ , 进而循环周次  $t_k$  的剩余寿命可以进一步表示为:

$$N_k = \inf\{t_k > 0 : a(t_k + t_j) \geq D_f \mid a(t_j) < D_f\} \quad (23)$$

式中:  $t_k$  为剩余寿命为  $N_k$  时的循环周次。

图 8 为样本 7 在循环周次为 35 000 次时使用 VSG-ELM 模型及文献[14]使用数值分析方法得到的 FCG 剩余寿命的 PDF 曲线。从图 8 中可以看出, 通过 VSG-ELM 方法的应用, 裂纹扩展 RUL 的 PDF 曲线变得更低更窄, 表明数据的概率密度更高且方

差更小，具体的剩余循环周次与数值分析方法相比误差在 5% 以内，证明本文所提方法的有效性。同一样本在不同循环周次下使用 VSG-ELM 方法得到的 RUL 预测结果见表 1。

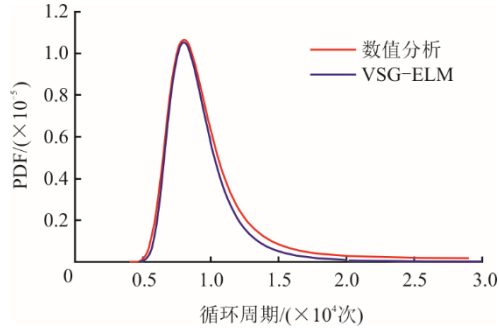


图 8 使用 VSG-ELM 模型前后 RUL 的 PDF 曲线  
Fig.8 PDF curves of RUL with or without using VSG-ELM model

表 1 使用 VSG-ELM 前后 RUL 预测对比  
Tab.1 The predicted RUL before and after using VSG-ELM

循环周次	VSG-ELM	数值分析	误差/%
30 000	14 277	14 158	0.84
35 000	8 995	8 853	1.60
40 000	3 899	3 761	3.67

图 9 为试验样本 1 在不同循环周次下的裂纹扩展尺寸曲线。由图 9 可知，当循环次数达到 50 000 时，VSG-ELM 方法预测的裂纹扩展尺寸为 23.197 1 mm，数值分析方法预测的裂纹扩展尺寸为 22.570 4 mm，两者相差 0.626 6 mm。通过计算，采用 VSG-ELM 方法的  $\delta_{MAPE}=2.78\%$ ，远小于 10%，进一步验证了本文所用方法的有效性，预测结果稳定。此外，采用 VSG-ELM 方法进行 RUL 预测，除去样本生成时间，仅训练模型的计算时间比数值方法进行迭代求解时间少约 30%，表明本文方法先进性。

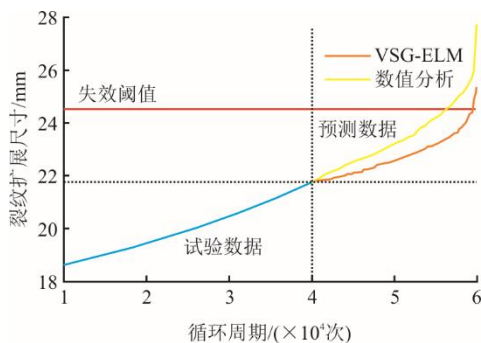


图 9 不同循环周次下的裂纹扩展尺寸曲线  
Fig.9 The crack propagation size curves with different cycles

## 4 结 论

针对汽轮机转子钢 FCG 试验数据不足，随机模型建模与求解计算量大的问题，本文提出基于裂纹扩展-循环周次试验数据，采用 VSG-ELM 模型来预测 FCG 的 RUL 的方法。通过建模与计算研究得出以下结论。

1) 基于 MTD 技术，将改进的高斯分布 GMIE 样本域扩展方法生成的虚拟样本，作为 ELM 神经网络预测裂纹扩展 RUL，其数据的  $\delta_{MAPE}$  提高了 3.7%，可在已有试验数据基础上有效扩展试验数据，为 RUL 预测提供数据基础。

2) 相较于建立 Wiener 等随机过程模型的数值分析方法，本文所用 VSG-ELM 方法结合 ER 模型对疲劳裂纹进行 RUL 预测，省去了复杂的数学建模与求解过程，其  $\delta_{MAPE}$  达到 2.78%，具有更好的预测精度和预测稳定性，为准确评估设备 RUL 和保障安全运行提供了有力支持。

3) 在裂纹扩展尺寸-循环周次试验数据基础上采用 VSG-ELM 模型预测 FCG 的 RUL，有效扩充了转子钢 RUL 预测的方法，但其预测精度的提升还需进一步优化模型得以实现。

### [参 考 文 献]

[1] 代海燕, 田宇, 王丽艳, 等. 蠕变疲劳裂纹扩展对汽轮机转子寿命的影响[J]. 大型铸锻件, 2021(3): 50-51.  
DAI Haiyan, TIAN Yu, WANG Liyan, et al. Influence of creep-fatigue crack propagation on life of steam turbine rotor[J]. Heavy Casting and Forging, 2021(3): 50-51.

[2] 刘成松, 侯松威, 刘晓芹, 等. 30Cr1Mo1V 汽轮机转子钢的精炼渣优化[J]. 钢铁研究学报, 2022, 34(10): 1098-1107.  
LIU Chengsong, HOU Songwei, LIU Xiaoqin, et al. Optimization of refining slag for 30Cr1Mo1V steam turbine rotor steel[J]. Journal of Iron and Steel Research, 2022, 34(10): 1098-1107.

[3] AHMED A, ROBERT E, DANIEL L, et al. Low cycle fatigue life modelling using finite element strain range partitioning for a steam turbine rotor steel[J]. Theoretical and Applied Fracture Mechanics, 2020, 107: 102510.

[4] 崔璐, 康文泉, 邹方, 等. 汽轮机转子 10%Cr 钢的高温低周疲劳特性[J]. 材料研究学报, 2021, 35(5): 371-380.  
CUI Lu, KANG Wenquan, ZOU Fang, et al. High temperature low cycle fatigue characteristics of steam turbine rotor steel 10%Cr[J]. Chinese Journal of Materials Research, 2021, 35(5): 371-380.

[5] 陈龙, 黄天立, 周浩. 基于比例型 Paris 公式和逆高斯过程的金属疲劳裂纹扩展随机模型[J]. 工程力学, 2021, 38(10): 238-247.  
CHEN Long, HUANG Tianli, ZHOU Hao. Stochastic modelling of metal fatigue crack growth using proportional Paris law and inverse Gaussian process[J]. Engineering Mechanics, 2021, 38(10): 238-247.

- [6] 严益民, 胡正飞, 林富生, 等. 汽轮机转子 30Cr1Mo1V 钢长期服役状态下的高温疲劳行为[J]. 材料工程, 2012(11): 38-41.  
YAN Yimin, HU Zhengfei, LIN Fusheng, et al. Fatigue behavior of 30Cr1Mo1V rotor steel at elevated temperature after long-term service[J]. Journal of Materials Engineering, 2012(11): 38-41.
- [7] ZHU M L, XUAN F Z, WANG G Z. Effect of microstructure on fatigue crack propagation behavior in a steam turbine rotor steel[J]. Materials Science and Engineering: A, 2009, 515(1-2): 85-92.
- [8] 何建军, 陈荐, 孙清民, 等. 加载速率对汽轮机转子钢低周疲劳损伤的影响[J]. 中国电机工程学报, 2011, 31(2): 62-66.  
HE Jianjun, CHEN Jian, SUN Qingmin, et al. Effect of loading rate on low-cycle fatigue damage of turbine rotor steel[J]. Proceedings of the CSEE, 2011, 31(2): 62-66.
- [9] 李东江, 王鹏, 蔡晖, 等. 汽轮机转子反 T 型叶根槽裂纹超声检测[J]. 热力发电, 2019, 48(12): 138-142.  
LI Dongjiang, WANG Peng, CAI Hui, et al. Ultrasonic detection of cracks of anti T-root grooves in turbine rotor[J]. Thermal Power Generation, 2019, 48(12): 138-142.
- [10] SI X S, WANG W B, HU C H, et al. Remaining useful life estimation based on a nonlinear diffusion degradation process[J]. IEEE Transactions on Reliability, 2012, 61(1): 50-67.
- [11] 侯方, 李久楷, 谢少雄, 等. 汽轮机转子钢常温与 600 °C 超高周疲劳行为研究[J]. 中国测试, 2016, 42(2): 9-14.  
HOU Fang, LI Jiukai, XIE Shaoxiong, et al. Very high cycle fatigue behavior of rotor steel for the steam turbine under room temperature and 600 °C [J]. China Measurement & Test, 2016, 42(2): 9-14.
- [12] 金震杰, 纪冬梅, 吴凌轩. 某超超临界汽轮机转子蠕变-疲劳损伤分析及寿命评估[J]. 汽轮机技术, 2022, 64(2): 123-128.  
JIN Zhenjie, JI Dongmei, WU Lingxuan. Creep-fatigue damage analysis and life assessment for a ultra-supercritical steam turbine rotor[J]. Turbine Technology, 2022, 64(2): 123-128.
- [13] WANG X. Wiener processes with random effects for degradation data[J]. Journal of Multivariate Analysis, 2010, 101(2): 340-351.
- [14] 司小胜, 胡昌华, 周东华. 带测量误差的非线性退化过程建模与剩余寿命估计[J]. 自动化学报, 2013, 39(5): 530-541.  
SI Xiaosheng, HU Changhua, ZHOU Donghua., Nonlinear degradation process modeling and remaining useful life estimation subject to measurement error[J]. Acta Automatica Sinica, 2013, 39(5): 530-541.
- [15] 郑建飞, 胡昌华, 司小胜, 等. 考虑不确定测量和个体差异的非线性随机退化系统剩余寿命估计[J]. 自动化学报, 2017, 43(2): 259-270.  
ZHEN Jianfei, HU Changhua, SI Xiaosheng, et al. Remaining useful life estimation for nonlinear Stochastic degrading systems with uncertain measurement and unit-to-unit variability[J]. Acta Automatica Sinica, 2017, 43(2): 259-270.
- [16] LI N P, LEI Y G, GUO L, et al. Remaining useful life prediction based on a general expression of stochastic process models[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2017, 64(7): 5709-5718.
- [17] 蒋鸣晓, 朱位秋. 疲劳裂纹扩展随机模型研究近期进展[J]. 力学进展, 1999, 29(1): 34-42.  
JIANG Mingxiao, ZHU Weiqiu. Recent developments in modeling of random fatigue crack growth[J]. Advances in Mechanics, 1999, 29(1): 34-42.
- [18] ZOU X L. Modeling of random fatigue crack propagation[J]. Advanced Materials Research, 2013, 2534: 756-759.
- [19] ALLEN E J. SDE models with exponential drift and diffusion for approximating fatigue crack growth dynamics[J]. Engineering Fracture Mechanics, 2018, 200: 75-85.
- [20] 丁恒, 黄凯, 田海建. 基于 VMD 和 ISSA-ELM 的锂离子电池剩余使用寿命预测 [J/OL]. 电源学报: 1-11[2022-06-09]. <https://kns.cnki.net/kcms/detail/12.1420.TM.20220608.1344.002.html>.  
DING Heng, HUANG Kai, TIAN Haijian. Prediction of remaining service life of lithium-ion battery based on VMD and ISSA-ELM[J]. Journal of Power Supply: 1-11[2022-06-09]. <https://kns.cnki.net/kcms/detail/12.1420.TM.20220608.1344.002.html>.
- [21] 王加昌, 郑代威, 唐雷, 等. 基于机器学习的剩余使用寿命预测实证研究[J]. 计算机科学, 2022, 49(增刊 2): 937-945.  
WANG Jiachang, ZHENG Daiwei, TANG Lei, et al. Empirical research on remaining useful life prediction based on machine learning[J]. Computer Science, 2022, 49(Suppl.2): 937-945.
- [22] HUANG G B, BAI Z, KASUN L L C, et al. Local receptive fields based extreme learning machine[J]. IEEE Computational Intelligence Magazine, 2015, 10(2): 18-29.
- [23] MO H, IACCA G. Evolutionary optimization of convolutional extreme learning machine for remaining useful life prediction[J]. SN Computer Science, 2024, 5(54): 1-17.
- [24] VIRKLER D A, HILLBERRY B M, GOEL P K. The statistical nature of fatigue crack propagation[J]. Journal of Engineering Materials and Technology, 1979, 101(2): 148-153.
- [25] WU W F, NI C C. A study of stochastic fatigue crack growth modeling through experimental data[J]. Probabilistic Engineering Mechanics, 2003, 18(2): 107-118.
- [26] 唐立强, 黎锐文, 李琪, 等. 亚临界温度条件下转子钢疲劳裂纹扩展速率[J]. 哈尔滨工程大学学报, 2000(4): 73-78.  
TANG Liqiang, LI Ruiwen, LI Qi, et al. Fatigue crack growth rate of rotor steel under the condition of subcritical temperature[J]. Journal of Harbin Engineering University, 2000(4): 73-78.
- [27] 张博玮, 郑建飞, 胡昌华, 等. 基于流模型的缺失数据生成方法在剩余寿命预测中的应用[J]. 自动化学报, 2023, 49(1): 185-196.  
ZHANG Bowei, ZHENG Jianfei, HU Changhua, et al. Missing data generation method based on flow model and its application in remaining life prediction[J]. Acta Automatica Sinica, 2023, 49(1): 185-196.
- [28] ZHU Q X, LIU D P, XU Y, et al. Novel space projection interpolation based virtual sample generation for solving the small data problem in developing soft sensor[J]. Chemometrics and Intelligent Laboratory Systems, 2021, 217: 104425.
- [29] CHEN Z S, ZHU B, HE Y L, et al. A PSO based virtual sample generation method for small sample sets:

- applications to regression datasets[J]. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2017, 59: 236-243.
- [30] 王丹丹, 汤健, 夏恒, 等. 基于多目标 PSO 混合优化的虚拟样本生成[J]. *自动化学报*, 2022, 45(8): 1-22.  
WANG Dandan, TANG Jian, XIA Heng, et al. Virtual sample generation method based on hybrid optimization with multi-objective PSO[J]. *Acta Automatica Sinica*, 2022, 45(8): 1-22.
- [31] LI D C, WEN I H. A genetic algorithm-based virtual sample generation technique to improve small data set learning[J]. *Neurocomputing*, 2014, 143: 222-230.
- [32] YANG J, YU X, XIE Z Q, et al. A novel virtual sample generation method based on Gaussian distribution[J]. *Knowledge-based Systems*, 2011, 24(6): 740-748.
- [33] CHEN W L, CHEN K. Nonlinear probabilistic virtual sample generation using Gaussian process latent variable model and fitting for rubber material[J]. *Computational Materials Science*, 2023, 230: 112477.
- [34] LI L, DAMARLA S K, WANG Y L, et al. A Gaussian mixture model based virtual sample generation approach for small datasets in industrial processes[J]. *Information Sciences*, 2021, 581: 262-277.
- [35] XU J, BRUCE S, TIRAPOT, et al. A Gaussian process based fleet lifetime predictor model for unmonitored power network assets[J]. *IEEE Transactions on Power Delivery*, 2023, 38(2): 979-987.
- [36] 《火力发电厂金属材料手册》编委会. 火力发电厂金属材料手册[M]. 北京: 中国电力出版社, 2001: 1.  
Editorial Board, *Handbook of Metal Materials for Thermal Power Plants*. Handbook of metal materials for thermal power plants[M]. Beijing: China Electric Power Press, 2001: 1.
- [37] 丁玲玲, 杨百勋, 田晓, 等. 高效超超临界汽轮机转子钢 FB2 的低周疲劳特性研究[J]. *动力工程学报*, 2018, 38(8): 682-688.  
DING Lingling, YANG Baixun, TIAN Xiao, et al. Study on low-cycle fatigue property of rotor steel FB2 for high-efficiency ultra-supercritical steam turbine units[J]. *Journal of Chinese Society of Power Engineering*, 2018, 38(8): 682-688.
- [38] 胡敏, 陈荐, 任延杰, 等. 30Cr1Mo1V 转子钢应力强度因子有限元分析[J]. *电力科学与技术学报*, 2009, 24(3): 72-76.  
HU Min, CHEN Jian, REN Yanjie, et al. FEM based stress intensity factor analysis for rotor steel 30Cr1Mo1V[J]. *Journal of Electric Power Science and Technology*, 2009, 24(3): 72-76.
- [39] HUDAK S, SAXENA A, BUCCI R, et al. Development of standard methods of testing and analyzing fatigue crack growth rate data-final report[R]. Westinghouse R & D Center Westinghouse Electric Corporation, 1978: 268.
- [40] SOLOMOS G P, LUCIA A C. Markov approximation to fatigue crack size distribution[J]. *Fatigue & Fracture of Engineering Materials & Structures*, 2007, 13(5): 457-471.
- [41] ROBERTS J B. First-passage probabilities for randomly excited systems: diffusion methods[J]. *Probabilistic Engineering Mechanics*, 1986, 1(2): 66-81.
- [42] WANG Z L, GU Y C, ZHANG S Y, et al. A transferred hybrid surrogate model integrating Gaussian membership virtual sample generation for small sample prediction: applications in metal tube bending[J]. *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, 2024, 129: 107560.
- [43] HAMEED I A. Using Gaussian membership functions for improving the reliability and robustness of students' evaluation systems[J]. *Expert Systems with Applications*, 2011, 38(6): 7135-7142.
- [44] PENG Z C, HUANG H Z, ZHOU J, et al. A new cumulative fatigue damage rule based on dynamic residual S-N curve and material memory concept[J]. *Metals*, 2018, 8(6): 456.
- [45] 聂灶金, 何晓霞, 吴传菊. 基于 ER-ELM 模型的锂离子电池剩余使用寿命预测[J]. *电源学报*, 2024, 22(1): 2-13.  
NIE Zaojin, HE Xiaoxia, WU Chuanju. Remaining useful life prediction of lithium-ion battery based on ER-ELM model[J]. *Journal of Power Supply*, 2024, 22(1): 2-13.

(责任编辑 邓玲惠)