

doi: 10.19562/j.chinasae.qcgc.2025.04.014

参数动态调节的空气弹簧综合模型及电动客车 动力学特性分析*

冯桂珍^{1,2}, 张思豪^{1,2}, 李韶华¹, 李鹏源^{1,2}

(1. 石家庄铁道大学, 省部共建交通工程结构力学行为与系统安全国家重点实验室, 石家庄 050043;

2. 石家庄铁道大学机械工程学院, 石家庄 050043)

[摘要] 建立精确的空气弹簧模型是分析空气悬架电动客车振动特性的关键和前提。针对空气弹簧在不同承载质量下的特性存在差异,以某膜式空气弹簧为研究对象,考虑橡胶气囊作用力和承载质量变化因素,提出参数动态调节的空气弹簧综合模型,通过力学试验辨识橡胶气囊的关键参数,并验证了综合模型的精度与有效性。基于空气弹簧综合模型建立14座21自由度电动客车整车动力学模型,通过与相同参数的CarSim模型仿真对比验证模型的有效性。在此基础上,分析了空气弹簧非线性特性、车速、路面不平度及乘客分布对电动客车系统动力学特性的影响。研究表明,所提出的空气弹簧综合模型能适应承载质量和路面激励而动态调整模型参数;空气弹簧的迟滞力学特性不容忽视,相比于线性模型、不考虑迟滞力学特性的热力学模型、空气弹簧等效模型,空气弹簧综合模型使得车辆响应的悬架动挠度明显降低,分别减小22.95%、42.13%、18.20%。车速的提高、路面等级的降低以及乘客位置分布不均会使电动客车的平顺性恶化,距离客车质心位置越远的乘客乘坐的不适感越显著。

关键词: 电动客车;空气弹簧综合模型;参数动态调节;平顺性

The Comprehensive Model of Air Spring with Dynamically Adjustable Parameters and Dynamic Characteristics Analysis of Electric Bus

Feng Guizhen^{1,2}, Zhang Sihao^{1,2}, Li Shaohua¹ & Li Pengyuan^{1,2}

1. Shijiazhuang Tiedao University, State Key Laboratory of Mechanical Behavior and System Safety of Traffic Engineering Structures,

Shijiazhuang 050043; 2. School of Mechanical Engineering, Shijiazhuang Tiedao University, Shijiazhuang 050043

[Abstract] Establishing an accurate air spring model is key and crucial for analyzing the vibration characteristics of air suspension electric buses. For the variation in the characteristics of air springs under different load, a comprehensive model of the air spring with dynamically adjustable parameters is proposed, considering the effect of rubber airbag force and changes in payload, taking a membrane-type air spring as the research object. Key parameters of the rubber airbag are identified through mechanical experiments, and the accuracy and effectiveness of the proposed model are verified. Based on the comprehensive air spring model, a 14-seat, 21-degree-of-freedom electric bus dynamics model is established. The model's validity is verified through simulation comparison with a CarSim model with identical parameters. Subsequently, the influence of air spring nonlinear characteristics, vehicle speed, road roughness, and passenger distribution on the dynamic performance of the electric bus system is analyzed. The study shows that the proposed comprehensive air spring model can dynamically adjust its parameters in response to variation in load and road excitation. The hysteretic mechanical characteristics of the air spring cannot be ignored. Compared with linear models, thermodynamic models without considering hysteresis, and equivalent

* 国家自然科学基金(U22A20246)、河北省自然科学基金(A2024210033)、河北省高等学校科学技术研究项目(JZX2023014)和河北省省级科技计划(225676162GH)资助。

原稿收到日期为2024年09月22日,修改稿收到日期为2024年12月03日。

通信作者:李韶华,教授,博士,E-mail:lishaohua@stdu.edu.cn。

model of air spring, the comprehensive air spring model significantly reduces suspension deflection, with reduction of 22.95%, 42.13%, and 18.20%, respectively. Increase of vehicle speed, lower road quality, and uneven passenger distribution negatively affect the ride comfort of the electric bus, with discomfort increasing for passengers seated farther from the bus's center of gravity.

Keywords: electric bus; comprehensive air spring model; dynamic parameter adjustment; ride comfort

前言

随着全球城市化进程的加速,城市人口的不断增加对交通系统提出了更高的要求。电动客车因其环保、噪声低、载客量大等特点,成为缓解城市交通问题和减少环境污染的理想选择。作为客车悬架系统的重要组成部分,空气弹簧具有良好的非线性特性和减振性能,可增强乘坐舒适性^[1]。膜式空气弹簧(rolling lobe air spring, RLAS)刚度小,频率低,广泛应用于新能源乘用车、商用车、轨道车辆及空气悬浮座椅悬架^[2]。如何建立精确的空气弹簧动力学模型,对提升空气悬架电动客车的动力学特性分析具有重要意义。

精确合理的RLAS模型是整车系统建模和特性分析的基础。在现有的研究中,文献[3]~文献[5]中采用三次多项式的方法对其模型进行拟合,文献[6]~文献[8]中通过热力学理论建立RLAS垂向模型,RLAS因其结构的特殊使其受到橡胶因素的干扰,而以上这些方法并没有考虑这种影响。文献[9]~文献[11]中采用的是有限元方法对空气弹簧进行仿真分析,但无法表征其力与位移的滞回特性。文献[12]~文献[13]中采用压缩空气模型和橡胶气囊模型共同描述RLAS等效模型,但未将RLAS应用于整车模型进行分析。对于电动客车而言,文献[14]~文献[16]中对纯电动客车驱动系统的结构进行改善,林程等^[16]改善了电动客车AMT换挡执行机构参数时变下的换挡性能。Lim等^[17]从不同优化目标的角度对电动客车充电调度优化模型进行了综述。Lin等^[18]针对电动客车侧偏角与航偏角速度耦合问题引起的不稳定性进行了研究,陈龙等^[19]针对特殊行驶工况下空气悬架客车横向动力学失稳现象的研究问题,提出了一种系统非线性动力学建模和稳定性分析方法。现有的研究中,大多是针对电动客车驱动系统与悬架进行改进,涉及到引入RLAS的电动客车分析以及对考虑乘客位置的影响尚不多见。

为了更准确表征RLAS的动态特性,本文提出

了一种考虑橡胶气囊作用力和承载质量变化的RLAS综合模型。在该模型中,RLAS的弹性力通过压缩空气作用力进行表征,橡胶气囊特性则采用分数阶导数和库仑摩擦相结合的方式描述。通过多工况下的力学试验,对模型的准确性进行了分析和验证。基于RLAS综合模型,建立14座21自由度电动客车动力学模型。与CarSim模型的对比结果表明,所建立的空气悬架电动客车动力学模型可满足分析要求。在此基础上,分析了非线性因素、车速等对电动客车动力学特性及乘坐舒适性的影响。

1 膜式空气弹簧等效模型的建立

1.1 空气弹簧等效模型

RLAS的弹性变形依靠橡胶气囊沿着活塞上下卷曲压缩内部空气实现,其承受垂直方向的作用力 F 由橡胶气囊作用力 F_r 和气囊内压缩空气作用力 F_a 两部分组成,如图1所示。

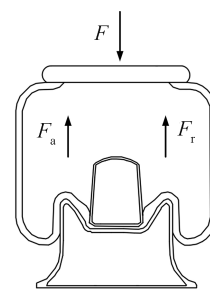


图1 膜式空气弹簧内部结构简图

1.1.1 压缩空气等效模型

假定RLAS内都是理想气体且在弹簧压缩或拉伸瞬态等温,通过对RLAS作用力进行位移求导得到压缩空气刚度 K_a 为

$$K_a = \frac{np_a A_{e0} \alpha}{V} - (p_a - p_0) \beta \quad (1)$$

式中: p_a 为某时刻气室内气体绝对压力; p_0 为大气压; V 为某时刻RLAS有效工作体积; n 为热力学多变指数; A_{e0} 为标准工作高度下RLAS的有效工作面积;

α 为有效体积变化率; β 为有效面积变化率。

1.1.2 橡胶气囊作用力

RLAS 橡胶气囊作用力由库仑摩擦和分数阶导数两部分组成,如图2所示。其中,库仑摩擦动刚度^[20]为

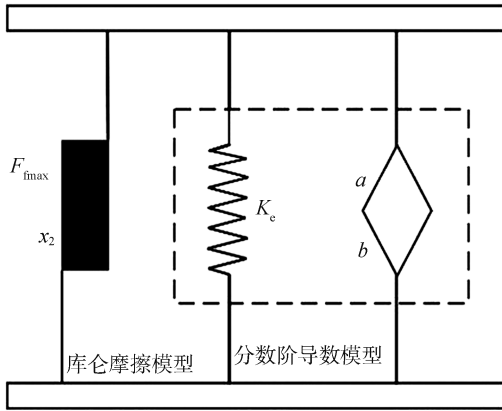


图2 橡胶气囊模型图

$$K_f = \frac{F_{fmax}}{2x_2A} \left(\sqrt{x_2^2 + A^2 + 6Ax_2} - A - x_2 \right) \quad (2)$$

式中: $\mu = \frac{F_{fA}}{F_{fmax}}$, F_{fA} 为摩擦力幅值, $F_{fA} = K_f A$; A 为输入激励的幅值; x_2 为最大摩擦力一半时所对应的位移。

分数阶导数力与位移关系为

$$F_v = K_e x + b D^a x \quad (3)$$

式中: K_e 为垂向线弹性刚度; b 为分数阶导数阻尼系数; a 为分数阶导数阶次; $D^a x$ 表示位移的分数阶导数; F_v 为分数阶导数模型产生的力。

参考文献[12]中的分数阶导数的动刚度 K_v 和滞后角 φ_v 以及库仑摩擦滞后角 φ_f ,橡胶气囊动刚度 K_r 为

$$K_r = \sqrt{(K_f \cos \varphi_f + K_v \cos \varphi_v)^2 + (K_f \sin \varphi_f + K_v \sin \varphi_v)^2} \quad (4)$$

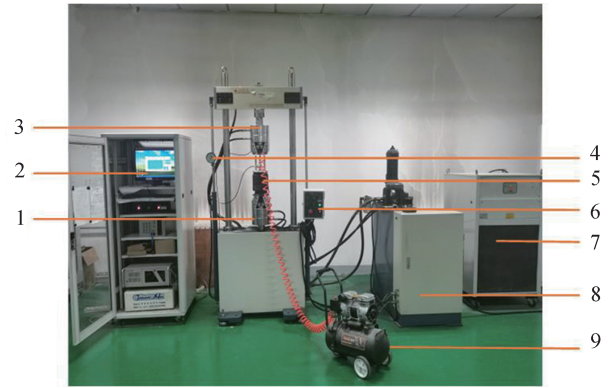
RLAS的等效刚度为

$$K = K_a + K_r \quad (5)$$

1.2 RLAS等效模型试验验证

1.2.1 力学特性试验

为验证RLAS模型的准确性,对某RLAS进行台架试验。试验台使用由台湾弘达集团股份有限公司生产的HT-9711型疲劳试验机,RLAS通过夹具与试验台架相联,如图3所示,利用空气压缩机经连接管道向空气弹簧充入一定气压气体。RLAS参数如表1所示。



1-疲劳试验机作动器;2-控制柜;3-传感器;4-压力表;5-空气弹簧;6-疲劳试验机控制开关;7-油温控制机;8-供油装置;9-空气压缩机。

图3 空气弹簧力学特性试验现场

表1 RLAS参数

参数	数值	参数	数值
绝对压强/MPa	0.15	标准高度/mm	230
有效面积 A_{e0} /m ²	0.025	有效体积 V_0 /m ³	0.003 96
体积变化率 α /(m ³ ·m ⁻¹)	0.05	面积变化率 β /(m ² ·m ⁻¹)	0

标准工作高度230 mm,气囊内绝对压强分别为0.15、0.20和0.25 MPa,对RLAS进行静态和动态加载试验,同时考虑气囊在不同初始气压下有效面积的不同。静态加载为频率0.01 Hz、振幅分别为4、6和8 mm的三角波激励信号,因激励加载较慢忽略橡胶气囊特性。动态特性试验的施加频率范围为0.5~5 Hz(步长0.5 Hz),振幅为4、6和8 mm的正弦激励信号。

1.2.2 橡胶气囊参数识别

库仑摩擦参数通过RLAS静态试验得到的力-位移滞回曲线进行辨识(见图4),得到最大摩擦力一半时所对应的位移为

$$x_2 = \frac{F_{fmax}}{K_{max} - (K_e + K_a)} \quad (6)$$

RLAS计算动刚度为

$$K_1 = \frac{F_b}{x_b} \sqrt{1 - \left(\frac{2F_{fmax}}{x_b} \right)^2} \quad (7)$$

式中: F_b 为RLAS最大载荷与最小载荷间的差值; x_b 为位移跨度值; $K_e + K_a$ 为曲线达到最大振幅之前的斜率; F_{fmax} 为 $K_e + K_a$ 斜率与纵轴交点对应的载荷; K_{max} 为曲线达到最大振幅之后的最大斜率。

分数阶导数参数通过动态试验辨识,由动态试验数据可得RLAS计算动刚度 K_1 ,橡胶气囊模型刚

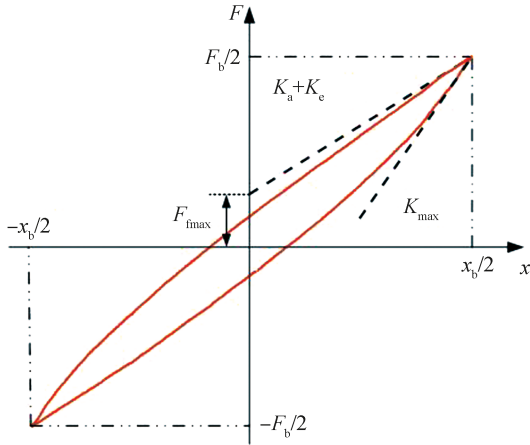


图4 RLAS力-位移滞回曲线

度值 $K_r = K_1 - K_a$, 分数阶导数模型刚度 $K_v = K_r - K_f$, 分数阶导数模型中分数阶导数项的刚度 $K_{vv} = K_v - K_e$, 对不同频率下的 K_{vv} 进行拟合处理得到分数阶导数阶次 a 和阻尼系数 b 。在不同工况下识别获得的参数如表2所示。

表2 橡胶气囊模型参数

压强/ MPa	模型参数					
	A_c/m^2	$K_c/(N \cdot mm^{-1})$	F_{fmax}/N	x_2/mm	a	$b/(N \cdot s^a \cdot mm^{-1})$
0.15	0.023	11.0	160	1.6	0.5	7.5
0.20	0.025	11.2	165	1.6	0.5	7.5
0.25	0.027	11.4	170	1.6	0.5	7.5

目前,橡胶气囊常用的建模方式有热力学模型和多项式模型等,这两种模型及分数阶导数模型与绝对气压0.25 MPa、振幅4 mm、频率1.5 Hz的试验值对比,如图5所示。

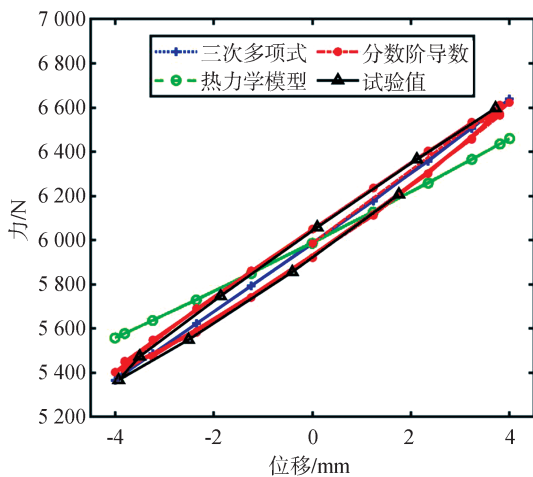


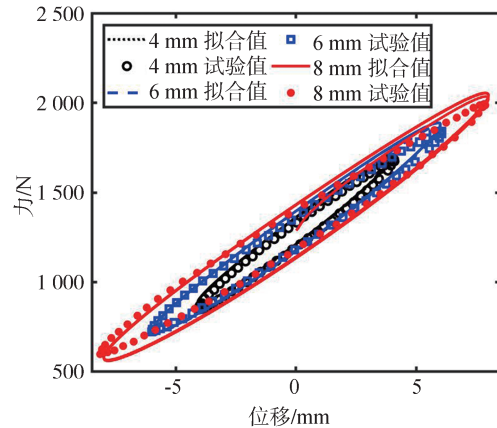
图5 空气弹簧力学模型对比

由图5可知,三次多项式模型和热力学模型都不能体现考虑RLAS橡胶气囊材料的黏弹性效应,然而在RLAS工作频率范围内,这种效应会影响其力学响应,因此采用库仑摩擦和分数阶导数表征橡胶气囊作用力更为精确。

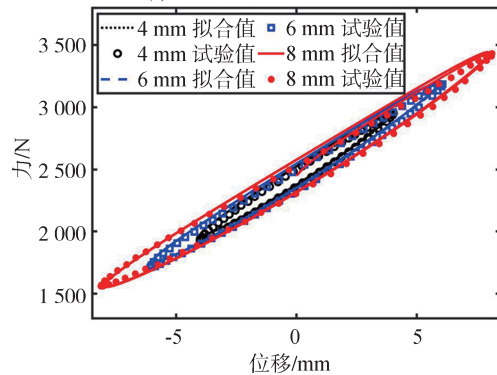
1.2.3 空气弹簧模型验证

限于篇幅,以激励频率1.5 Hz为例,气压0.15、0.20、0.25 MPa,振幅4、6、8 mm的力-位移滞回曲线拟合值与试验值如图6所示,表3为0.15和0.25 MPa、振幅4 mm、频率为0~5 Hz的动刚度仿真与试验结果。

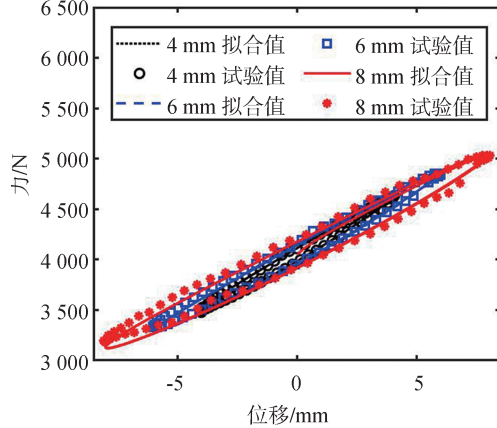
由图6和表3可知,试验值与仿真结果在最大位



(a)气压为0.15 MPa结果对比



(b)气压为0.20 MPa结果对比



(c)气压为0.25 MPa结果对比

图6 不同气压与振幅下的试验与拟合结果对比

移处相对误差小于2.48%,力-位移曲线损耗能量相对误差小于10%。试验得到的动刚度与仿真结果最大相对误差小于8.27%,因仿真过程假设RLAS压缩与拉伸为等温过程,与实际存在一定的偏差,试验过程受仪器精度、环境等因素的影响,导致试验与仿真结果存在一定的差异,但最大误差不超过10%,说明RLAS等效模型具有较高的精度。

表3 RLAS动刚度试验与仿真结果

气压	0.15 MPa			0.25 MPa		
	频率/ Hz	仿真/ ($\text{N}\cdot\text{mm}^{-1}$)	试验/ ($\text{N}\cdot\text{mm}^{-1}$)	误差/ %	仿真/ ($\text{N}\cdot\text{mm}^{-1}$)	试验/ ($\text{N}\cdot\text{mm}^{-1}$)
1.0	99.53	97.21	2.39	137.42	137.40	0.01
2.0	106.41	106.91	0.47	144.25	139.13	3.68
3.0	111.83	106.84	4.67	149.65	142.55	3.98
4.0	116.47	109.67	6.20	154.27	144.41	6.83
5.0	120.60	111.40	8.26	158.38	147.23	7.57

2 RLAS特性分析及综合模型建立

RLAS等效模型中的橡胶气囊动态性能受初始气压等因素的影响,接下来探讨初始气压对RLAS系统动刚度作用的影响规律,如图7和图8所示。

由图7和图8可知:

(1)在较高气压和较小激励幅值的情况下,库仑摩擦动刚度明显增加,表现为更强的抗变形能力;分数阶导数刚度随频率的增加而增大,受初始气压的影响较小,体现了橡胶气囊动刚度与初始气压、激励幅值、频率的相关性。

(2)RLAS动刚度随着初始气压的增大而提升,以4 mm、5 Hz为例,0.20和0.25 MPa时RLAS动刚度比0.15 MPa分别增大20.88%和39.97%,这是因为较高的初始气压意味着气囊内的空气具有更大的初始压缩状态,压缩性降低,从而使气囊的抗变形能力增强,因此,气压在决定RLAS动刚度方面起着关键作用。

综上所述,初始气压对于RLAS的动态特性具有显著影响。初始气压不仅决定RLAS的初始状态,还影响其动刚度、系统的整体动态响应。在实际应用中,RLAS的初始气压并非固定不变,而是会受到外界因素的影响,尤其是乘客上下车引起的承载质量变化,这种变化会对系统的初始气压产生动态影响,从而改变RLAS的性能。因此,研究如何动态计算RLAS的初始气压并准确更新系统参数具有重

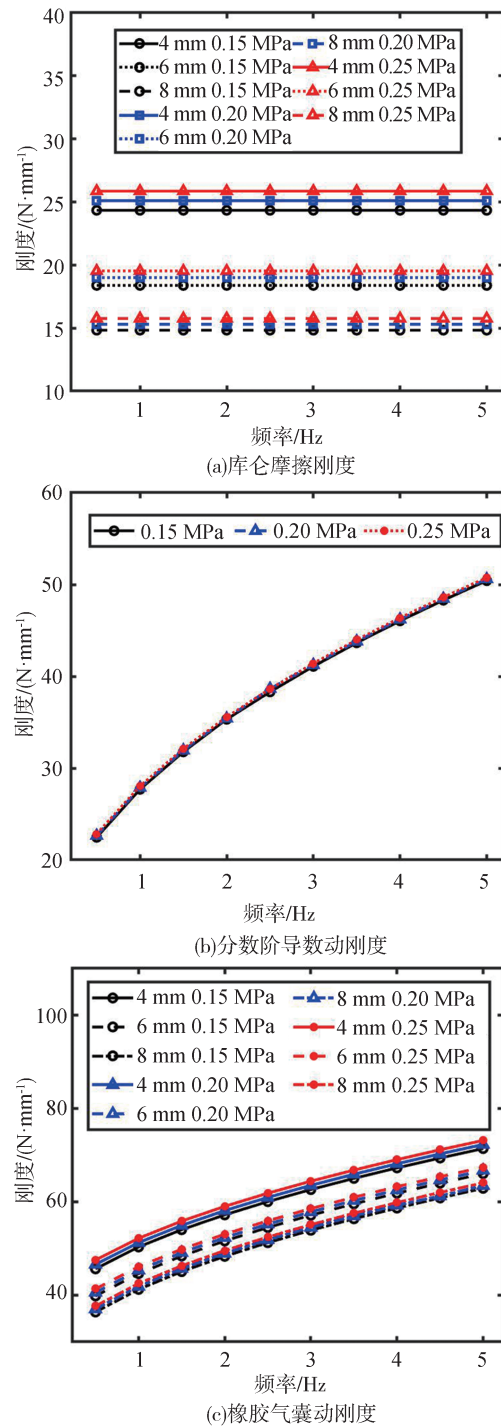


图7 橡胶气囊子模型与总模型动刚度

要意义。

为应对承载质量变化对RLAS动态特性的影响,本文提出一种RLAS综合模型(见式(8)),该模型能够根据乘客人数变化计算RLAS的初始气压,从而动态更新RLAS的系统参数,使系统在不同载荷条件下都能保持最精确的动态性能,模型原理如图9所示。

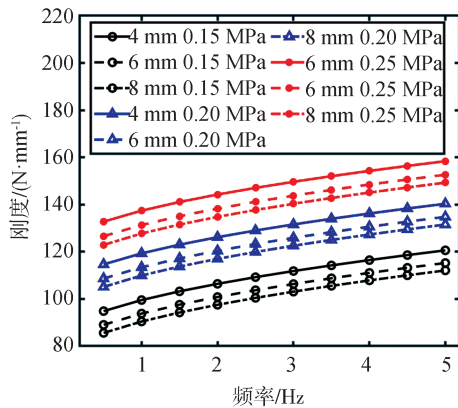


图8 RLAS等效刚度

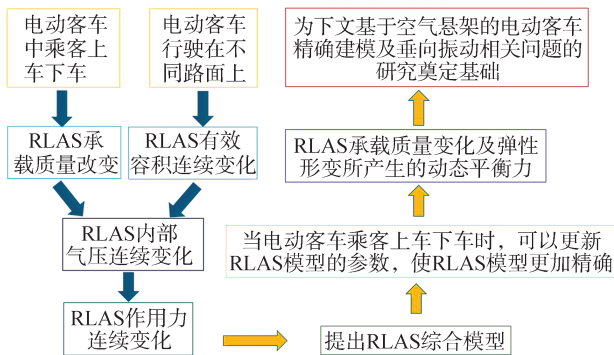


图9 RLAS综合模型原理图

$$\begin{cases} Y = N \times p + N_0 \\ F_k = \left[p \left(\frac{V_0}{V_0 - \alpha h} \right)^n - p_a \right] A_e + F_r - Mg \end{cases} \quad (8)$$

式中:自变量 p 为绝对压强; Y 是因变量,可以是有效面积 A_e 、最大摩擦力 F_{fmax} 、最大摩擦力一半时的位移 x_2 、线弹性刚度 k_e 、分数导数阶次 a 、分数导数阻尼系数 b ; N 和 N_0 分别为与 Y 映射的压强比例系数及方程常量; M 为RLAS承载质量; g 为重力加速度; F_r 为橡胶气囊力; V_0 为RLAS初始体积; α 为RLAS有效体积变化率; h 为RLAS形变位移; F_k 为RLAS动态平衡力。根据表2可得到因变量 Y 与压强的关系,如表4所示。

表4 因变量与压强的关系

系数	A_e/m^2	F_{fmax}/N	x_2/mm	$k_e/(N \cdot mm^{-1})$	a	$b/(N \cdot s^a \cdot mm^{-1})$
N	4×10^{-8}	1×10^{-4}	0	4×10^{-6}	0	0
N_0	0.017	145	1.6	10.4	0.5	7.5

根据客车空载时RLAS气囊内绝对气压,可得式(8)中参数 A_e 为 0.0292 m^2 , F_{fmax} 为 175.5 N , k_e 为 11.62 N/mm , x_2 为 1.6 mm , a 为 0.5 , b 为 $7.5 \text{ N} \cdot \text{s}^a / \text{mm}$ 。将该参数代入RLAS模型得到该压强下的刚度值,

将频率为 $0.5 \sim 3 \text{ Hz}$ 、振幅为 $2 \sim 5 \text{ mm}$ 时的动刚度试验值与仿真值对比,考虑篇幅因素,表5只列出振幅为2和5 mm的结果。

表5 RLAS动刚度试验与仿真结果

振幅	2 mm			5 mm		
	频率/Hz	仿真/ $(N \cdot mm^{-1})$	试验/ $(N \cdot mm^{-1})$	误差/%	仿真/ $(N \cdot mm^{-1})$	试验/ $(N \cdot mm^{-1})$
1.0	179.08	176.75	1.32	162.04	157.84	2.66
2.0	185.68	177.77	4.45	168.93	161.66	4.50
3.0	190.89	180.26	5.90	174.36	163.26	6.96

由表5可知,动刚度仿真与试验结果最大相对误差不超过6.96%,证明因变量与压强关系的正确性,说明综合模型的有效性,该模型能够在不同承载质量下动态调整RLAS模型的参数,精确计算由承载质量变化及弹性形变引起的动态平衡力,使其不仅确保电动客车悬架系统在复杂负载条件下的精确响应,也为后续基于空气悬架的电动客车精确建模及其垂向振动特性研究提供有力支撑。

3 空气悬架电动客车建模与动力学分析

3.1 电动客车动力学模型

随着客车技术的快速发展,装备空气悬架已成为主流趋势。相较于传统悬架,空气悬架能够显著提升客车综合性能^[19],基于前文提出的RLAS综合模型,将轮毂电机作为车轮附加质量,并考虑载荷分配,建立14座21自由度电动客车整车动力学模型,如图10所示。图中, x_1, x_2, x_3, x_4 分别为左前、右前、

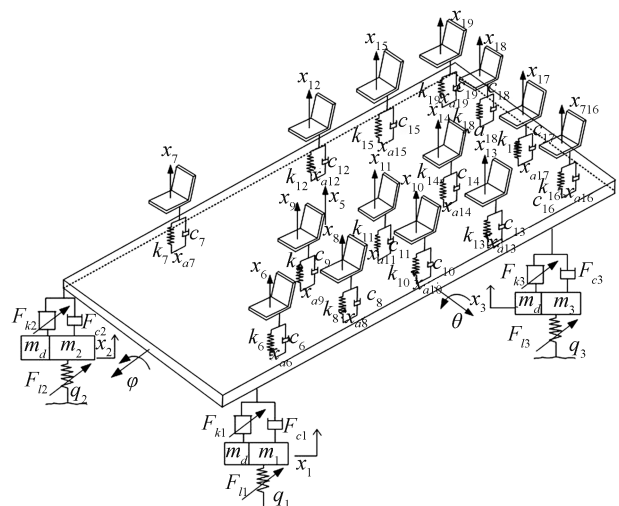


图10 21自由度电动客车动力学模型

左后、右后4个非悬挂质量的垂向位移; x_5 为车身质心处垂向位移; x_6 为驾驶员位置的垂向位移; $x_7 \sim x_{19}$ 分别为座椅1~13的垂向位移;座椅从右到左分别为第1至第4列; θ 为车身俯仰角; φ 为车身侧倾角; $F_{k1} \sim F_{k4}$ 为RLAS垂向作用力; $F_{c1} \sim F_{c4}$ 为悬架阻尼力; $F_{l1} \sim F_{l4}$ 为轮胎非线性等效力; $q_1 \sim q_4$ 为路面不平度激励。

限于篇幅,本文中主要分析电动客车的平顺性,客车满载参数如表6所示。

表6 电动客车满载参数

参数	数值	参数	数值
车身质量 m_5/kg	2 080	质心至第1排距离 a/m	1.93
座椅质量 kg	20	质心至第2排距离 b/m	0.93
乘客质量 kg	60	质心至第3排距离 c/m	0.07
非簧载质量 kg	75	质心至第4排距离 d/m	1.07
电机质量 kg	50	质心至第5排距离 e/m	2.07
座椅刚度 $/(kN \cdot m^{-1})$	21	质心至第1列距离 f_1/m	0.71
座椅阻尼 $/(N \cdot s \cdot m^{-1})$	570	质心至第2列距离 l_1/m	0.21
悬架阻尼 $/(N \cdot s \cdot m^{-1})$	1 300	质心至第3列距离 l_2/m	0.29
质心至前轴距离 m/m	2.23	质心至第4列距离 f_2/m	0.79
质心至后轴距离 n/m	1.77	质心至左侧轮距离 w_1/m	0.817 5
轮胎线性刚度 $k_{t1}/(kN \cdot m^{-1})$	241.1	质心至右侧轮距离 w_2/m	0.897 5
轮胎平方非线性刚度 $k_{t2}/(kN \cdot m^{-1})$	-1 191	侧倾转动惯量 $(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	1 207
		俯仰转动惯量 $(\text{kg} \cdot \text{m}^2)$	4 718

悬架与车身连接处垂向位移为

$$\begin{cases} x_{a1} = x_5 - m\theta + w_1\varphi \\ x_{a2} = x_5 - m\theta - w_2\varphi \\ x_{a3} = x_5 + n\theta + w_1\varphi \\ x_{a4} = x_5 + n\theta - w_2\varphi \end{cases} \quad (9)$$

座椅与车身连接处垂向位移为

$$\begin{cases} x_{a6} = x_5 - a\theta + f_1\varphi \\ x_{a7} = x_5 - a\theta - f_2\varphi \end{cases} \quad (10)$$

$$\begin{cases} x_{a8} = x_5 - b\theta + f_1\varphi \\ x_{a9} = x_5 - b\theta + l_1\varphi \end{cases} \quad (11)$$

$$\begin{cases} x_{a10} = x_5 + c\theta + f_1\varphi \\ x_{a11} = x_5 + c\theta + l_1\varphi \\ x_{a12} = x_5 + c\theta - f_2\varphi \end{cases} \quad (12)$$

$$\begin{cases} x_{a13} = x_5 + d\theta + f_1\varphi \\ x_{a14} = x_5 + d\theta + l_1\varphi \\ x_{a15} = x_5 + d\theta - f_2\varphi \end{cases} \quad (13)$$

$$\begin{cases} x_{a16} = x_5 + e\theta + f_1\varphi \\ x_{a17} = x_5 + e\theta + l_1\varphi \\ x_{a18} = x_5 + e\theta - l_2\varphi \\ x_{a19} = x_5 + e\theta - f_2\varphi \end{cases} \quad (14)$$

车身质心垂向振动方程为

$$m_5\ddot{x}_5 + F_{k1} + F_{k2} + F_{k3} + F_{k4} + F_{c1} + F_{c2} + F_{c3} + F_{c4} + F_{p6} + F_{p7} + F_{p8} + F_{p9} + F_{p10} + F_{p11} + F_{p12} + F_{p13} + F_{p14} + F_{p15} + F_{p16} + F_{p17} + F_{p18} + F_{p19} = 0 \quad (15)$$

车身俯仰振动方程为

$$I_t\ddot{\theta} + (F_{k3} + F_{k4} + F_{c3} + F_{c4})n + (F_{p13} + F_{p14} + F_{p15})d + (F_{p16} + F_{p17} + F_{p18} + F_{p19})e - (F_{k1} + F_{k2} + F_{c1} + F_{c2})m - (F_{p6} + F_{p7})a - (F_{p8} + F_{p9})b + (F_{p10} + F_{p11} + F_{p12})c = 0 \quad (16)$$

车身侧倾振动方程为

$$I_c\ddot{\varphi} + (F_{k1} + F_{c1} + F_{k3} + F_{c3})w_1 - (F_{k2} + F_{c2} + F_{k4} + F_{c4})w_2 + (F_{p6} + F_{p8} + F_{p10} + F_{p13} + F_{p16})f_1 - (F_{p7} + F_{p12} + F_{p15} + F_{p19})f_2 + (F_{p9} + F_{p11} + F_{p14} + F_{p17})l_1 - F_{p18}l_2 = 0 \quad (17)$$

驾驶员与13名乘客—座椅垂向振动方程为

$$m_i\ddot{x}_i - F_{pi} = 0 \quad (18)$$

4个车轮处垂向振动方程为

$$m_r\ddot{x}_r + F_{lr} - F_{kr} - F_{cr} = 0 \quad (19)$$

其中: $F_{pi} = k_i(x_{ai} - x_i) + c_i(\dot{x}_{ai} - \dot{x}_i)$, $i = 6 \sim 19$

$$F_{cr} = c_r(\dot{x}_r - \dot{x}_{ar}), F_{lr} = k_{l1}(x_r - q_r) + k_{l2}(x_r - q_r)^2, r = 1 \sim 4$$

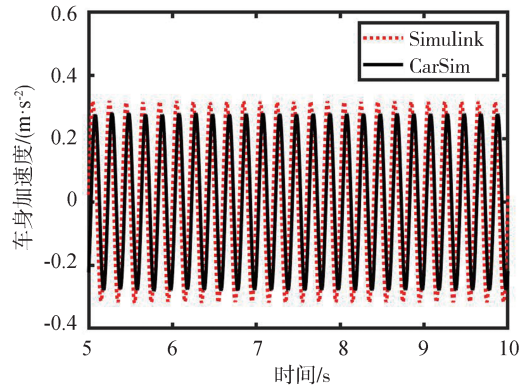
3.2 电动客车数值分析与CarSim模型响应对比

CarSim是一款成熟的车辆动力学仿真软件,使用表6中参数建立Carsim电动客车模型,如图11所示。由于软件限制,乘客与座椅都简化为质量块附加在车身上。为更直观地分析车辆响应的变化趋势,仿真工况选用振幅4 mm、频率5 Hz的正弦路面,车速设定为60 km/h匀速直线行驶,悬架动挠度与轮胎动载荷以左后轮为例,Simulink数值分析结果与CarSim响应结果的对比如图12所示。此外,表7列出在正弦路面5 Hz频率下,不同振幅条件电动客车的响应均方根值。

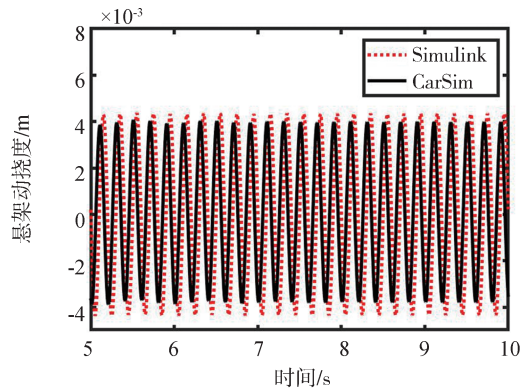
由图12可见,电动客车模型与CarSim模型在车身垂向加速度、悬架动挠度以及轮胎动载荷的响应变化趋势基本一致。然而,由于CarSim模型在建模时考虑了更加全面的因素且与Simulink求解方法不同,导致两者在响应幅值与相位上存在一定差异。根据表7的数据分析,在不同路面激励条件下,两种模型的响应均方根差异较小。因此,Simulink中搭



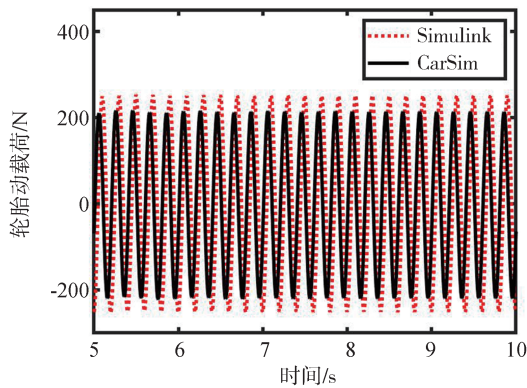
图11 CarSim 整车模型



(a)车身垂向加速度



(b)悬架动挠度(左后)



(c)轮胎动载荷(左后)

图12 Simulink 数值分析与 CarSim 响应对比

表7 客车响应均方根值对比

正弦路面	模型	车身垂向加速度/(m·s ⁻²)	悬架动挠度/mm	轮胎动载荷/N
4 mm	CarSim	0.198 0	3.155	153.6
	Simulink	0.229 1	2.752	177.6
6 mm	CarSim	0.296 0	4.143	357.9
	Simulink	0.343 7	4.733	285.0
8 mm	CarSim	0.391 9	5.503	463.3
	Simulink	0.458 2	6.310	380.0

建的电动客车模型在精度上能够满足后续分析的要求,具有较好的应用价值。

3.3 电动客车振动特性分析

以车身加速度 $a_{车}$ 、左后悬架动挠度 $L_{悬}$ 、左后轮胎动载荷 $F_{轮}$ 作为客车平顺性评价指标,同时通过平衡力矩的方式计算载荷分配,以驾驶员同列的乘客位置及最后一排位置的垂向加速度均方根(RMS)作为评价乘坐舒适性的指标,分析空气弹簧综合模型及非线性特性、车速、乘客分布情况对电动客车的影响。

3.3.1 电动客车空气弹簧模型的影响

选取A级随机路面,车速60 km/h,对4种不同形式悬架的电动客车进行对比,4种模型分别为采用振幅5 mm、频率3 Hz的RLAS试验等效刚度建立客车线性悬架模型,不考虑RLAS迟滞力学特性的热力学空气悬架模型,RLAS等效悬架模型以及采用RLAS综合模型的非线性悬架模型。设置空载、乘客乘坐座椅3~8位置的半载、满载3种工况,计算 $a_{车}$ 、 $L_{悬}$ 、 $F_{轮}$ 的RMS,结果如表8所示。A级路面的空载车辆频域响应曲线如图13所示,对应乘客位置的加速度均方根如图14所示。

表8 不同RLAS模式客车响应RMS

乘客情况	RLAS模型	$a_{车}/(m \cdot s^{-2})$	$L_{悬}/mm$	$F_{轮}/N$
空载	线性	0.234 8	1.760	336.7
	热力学	0.208 3	2.343	341.0
	等效	0.227 7	1.365	304.3
	综合	0.225 7	1.356	307.2
半载	线性	0.227 1	1.661	317.9
	热力学	0.218 3	2.179	343.4
	等效	0.225 6	1.331	293.0
	综合	0.229 8	1.238	297.1
满载	线性	0.277 1	2.257	402.9
	热力学	0.263 5	2.792	410.8
	等效	0.257 9	1.764	350.5
	综合	0.265 9	1.443	355.1

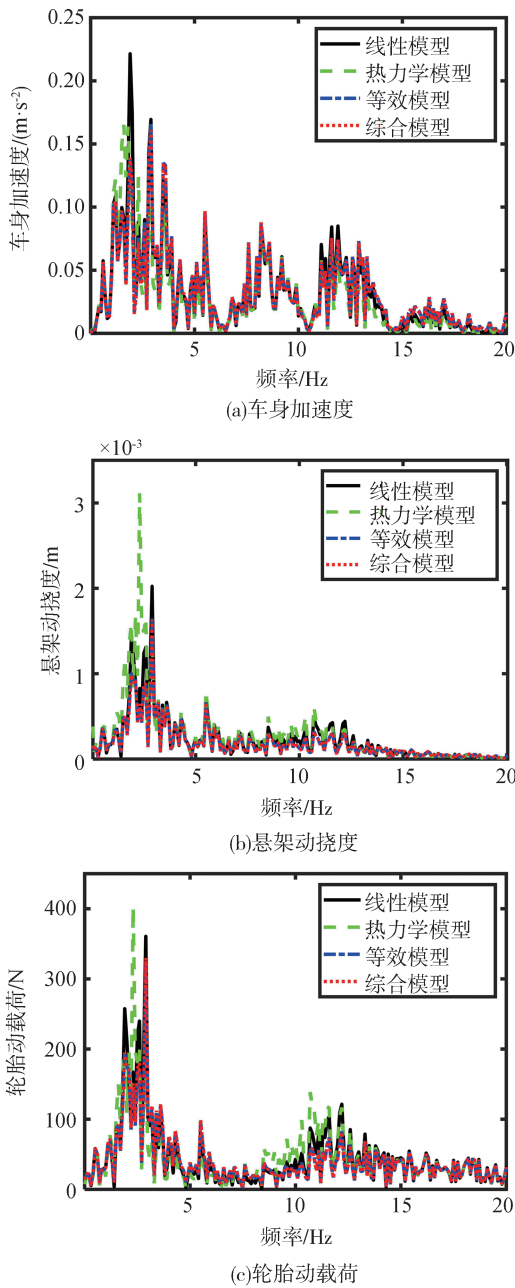


图13 不同RLAS模型的电动客车频域响应

由表8和图13及图14可知,从频域上看,相较于其他3种模型,RLAS综合模型对 $L_{悬}$ 的影响最大, $F_{轮}$ 和 $a_{车}$ 的影响次之。以空载为例,RLAS综合模型相对于线性模型的百分比变化分别是 $a_{车}$ 为-3.88%、 $L_{悬}$ 为-22.95%和 $F_{轮}$ 为-8.76%,乘客加速度均有减小,最大为-12.42%,说明综合模型更有效吸收路面冲击,控制悬架响应,提升乘坐舒适性,尤其在低频振动下,具有更好的抑制效果;RLAS综合模型相对于不考虑迟滞力学特性的热力学模型而言,百分比变化分别是 $a_{车}$ 为8.35%、 $L_{悬}$ 为-42.13%

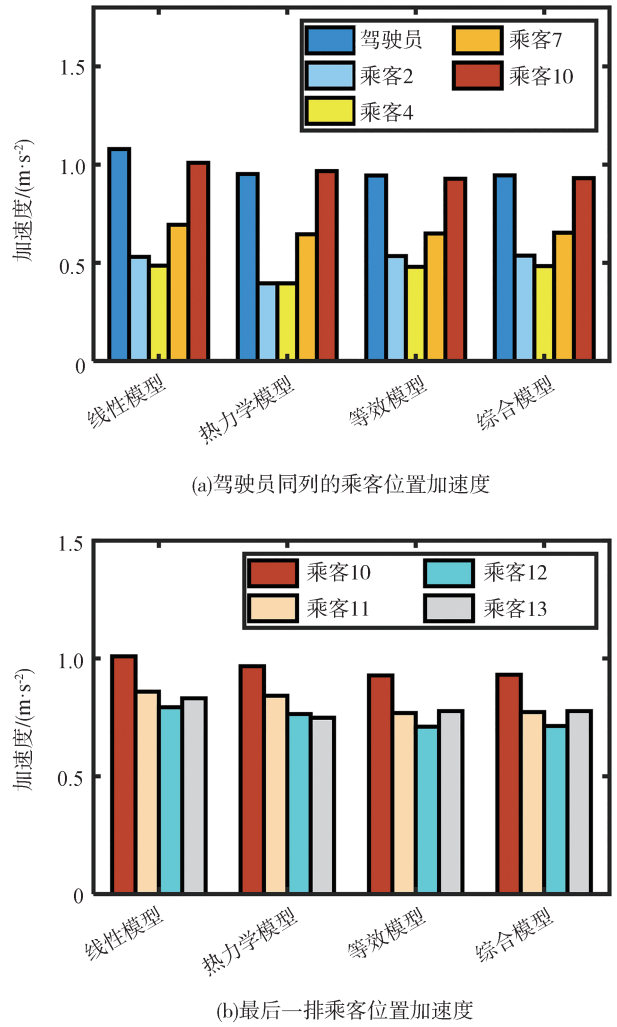


图14 不同RLAS模型的乘客位置加速度均方根对比

和 $F_{轮}$ 为-9.91%,乘客位置加速度最大为35.65%,结果差距较大,表明忽略RLAS的迟滞力学特性导致RLAS作用力变小,在与电动客车系统耦合中使得 $a_{车}$ 以及乘客加速度减小, $L_{悬}$ 和 $F_{轮}$ 增大。因此,RLAS的迟滞力学特性不容忽视。相较于RLAS等效模型,引入综合模型的电动客车的平顺性响应与座椅响应间存在差异,满载时 $a_{车}$ 、 $L_{悬}$ 、 $F_{轮}$ 及乘客位置加速度的最大百分比变化分别为3.10%、-18.20%、1.31%、5.02%。因此,RLAS综合模型为电动客车动力学分析提供了更为精确的参考。

3.3.2 车速的影响

取A-C级随机路面,车速为20、40、60 km/h时电动客车满载的时域响应RMS,如表9所示。A级路面时客车频域结果如图15所示,乘客位置的加速度RMS如图16所示。

对于客车系统而言,车速增加使得 $a_{车}$ 、 $L_{悬}$ 、 $F_{轮}$

表9 不同车速下客车响应RMS

路面等级	车速/(km·h ⁻¹)	$a_{车}/(m·s^{-2})$	$L_{悬}/mm$	$F_{轮}/N$
A级	20	0.183 6	1.054	257.3
	40	0.243 3	1.105	277.5
	60	0.265 9	1.443	355.1
B级	20	0.369 7	2.228	513.2
	40	0.473 9	2.281	541.3
	60	0.519 7	3.088	714.2
C级	20	0.733 5	4.704	1 025
	40	0.925 1	4.668	1 060
	60	1.021 0	6.553	1 436

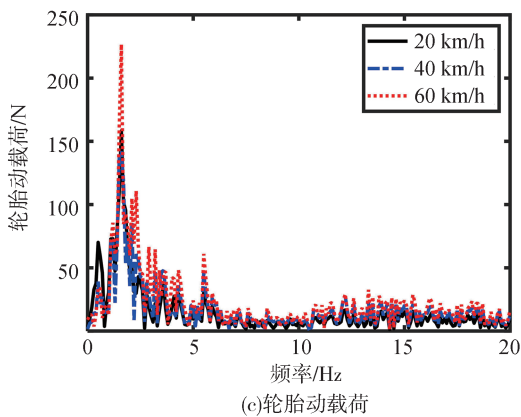
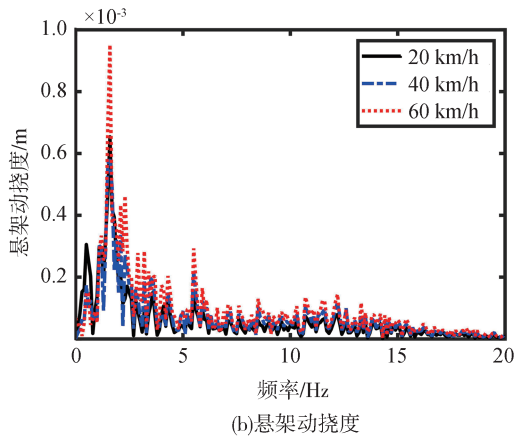
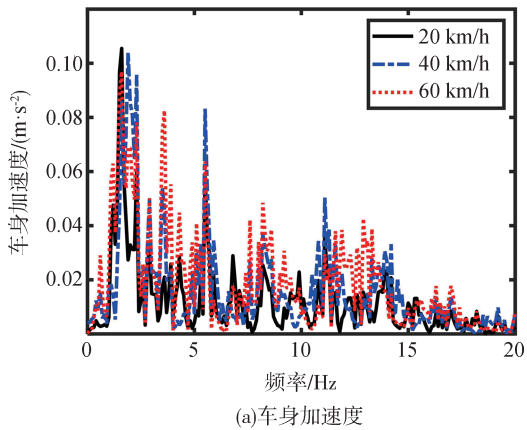


图15 不同车速的电动客车频域响应

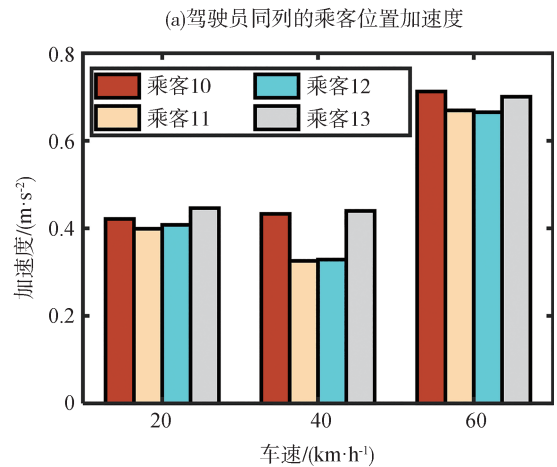
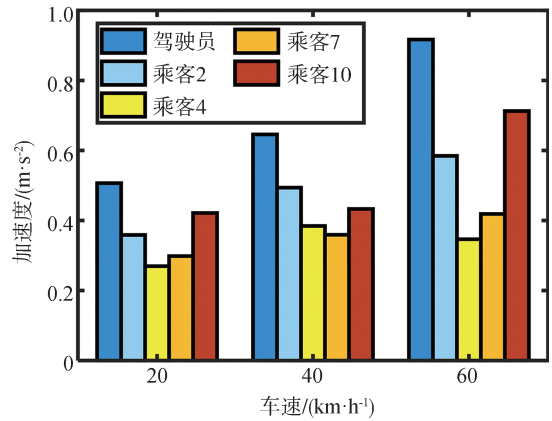


图16 不同车速的乘客位置加速度均方根值

的RMS增加,在40 km/h行驶时 $L_{悬}$ 和 $F_{轮}$ 的共振峰值明显降低,以B级路面为例,40和60 km/h相对于20 km/h的 $a_{车}$ 、 $L_{悬}$ 、 $F_{轮}$ 百分比变化分别为28.19%、2.38%、5.48%和40.57%、38.60%、39.17%。车辆在中速行驶时,悬架系统的振动吸收效果最佳,悬架动挠度和轮胎动载荷增长幅度较小,行驶平稳,车身加速度适中。高速行驶时,车身振动加剧,轮胎易脱离路面,导致平顺性下降;车速增加还会提升乘客的垂向加速度,尤其是距离车厢质心较远的乘客,不适感更明显。同排乘客因位置跨度小,体验差异较小。综上,车速对电动客车影响显著,体现了行驶限速的重要性。

3.3.3 乘客分布的影响

为研究乘客分布对客车系统的影响,假设6名乘客,乘客坐于位置1~6为前载分布,位置3~8为中载分布,位置9~14为后载分布。设置A~C级路面,车速60 km/h,平顺性评价指标见表10。B级路面下的频域分析如图17所示。

表10 不同分布模式客车响应RMS

路面等级	分布情况	$a_{\text{车}}/(m \cdot s^{-2})$	$L_{\text{悬}}/mm$	$F_{\text{轮}}/N$
A级	前载分布	0.239 7	1.478	340.2
	中载分布	0.227 4	1.300	311.2
	后载分布	0.307 1	1.388	322.7
B级	前载分布	0.467 5	3.132	676.7
	中载分布	0.444 2	2.759	621.1
	后载分布	0.593 2	2.917	637.4
C级	前载分布	0.917 0	6.566	1 350
	中载分布	0.871 9	5.801	1 243
	后载分布	1.154 0	6.150	1 275

由图17可知,中载分布在低频段的振动小于前、后载分布,高频段则三者基本相同。这表明中载分布的悬架系统对低频振动响应更稳定,能有效减少振动传递,降低垂向振动,均衡轮胎负荷,减少动态磨损和疲劳。结合表10分析,中载分布在各项性能指标上表现优异。以B级路面为例,中载和后载分布相较于前载分布的 $a_{\text{车}}$ 、 $L_{\text{悬}}$ 、 $F_{\text{轮}}$ 百分比变化分别为-4.98%、-11.91%、-8.22%和26.98%、-6.86%、-5.81%。中载分布因质心良好,能有效降低悬架动挠度、垂向加速度并均衡轮胎载荷,性能最优。

4 结论

通过考虑RLAS橡胶气囊的影响,并通过试验验证模型的准确性,提出了基于乘客上下车导致RLAS承载质量变化的综合模型,分析其非线性特性、车速、路面不平度及乘客分布对电动客车系统的影响。研究结果表明:

(1) 所提出的RLAS综合模型仿真与试验结果最大相对误差不超过6.96%,说明为应对承载质量的变化,RLAS综合模型能够根据乘客数量动态调节初始气压和系统参数,确保系统在不同载荷条件下始终保持精准的动力性能。

(2) 相比于线性悬架模型、热力学模型和RLAS等效模型的情况,综合模型在平顺性响应与座椅响应之间存在差异,特别是在悬架动挠度方面差异最为显著,分别减小22.95%、42.13%、18.20%,突显了在电动客车动力学分析中使用综合模型的必要性。

(3) 随着车速的不断增加、路况的恶化以及乘客分布的不均衡,车辆的平顺性进一步下降,尤其是距离车辆质心较远的乘客会感受到更为明显的不适感。

参考文献

[1] 张迪,刘琼,谢济兴,等.帘线参数对橡胶空气弹簧垂向刚度的影响研究[J].机械设计,2023,40(11):62-68.
ZHANG D, LIU Q, XIE J, et al. Effect of cord parameters on the vertical stiffness of rubber air springs [J]. Journal of Machine Design, 2023, 40 (11): 62-68.

[2] 陈俊杰,张盛蓬,刘昊,等.复杂轮廓膜式空气弹簧非线性结构参数统一模型[J].振动与冲击,2023,42(23):240-252.
CHEN J J, ZHANG S P, LIU H, et al. Unified model of nonlinear structural parameters for rolling lobeair spring with complex contour [J]. Journal of Vibration and Shock, 2023, 42 (23) : 240-252.

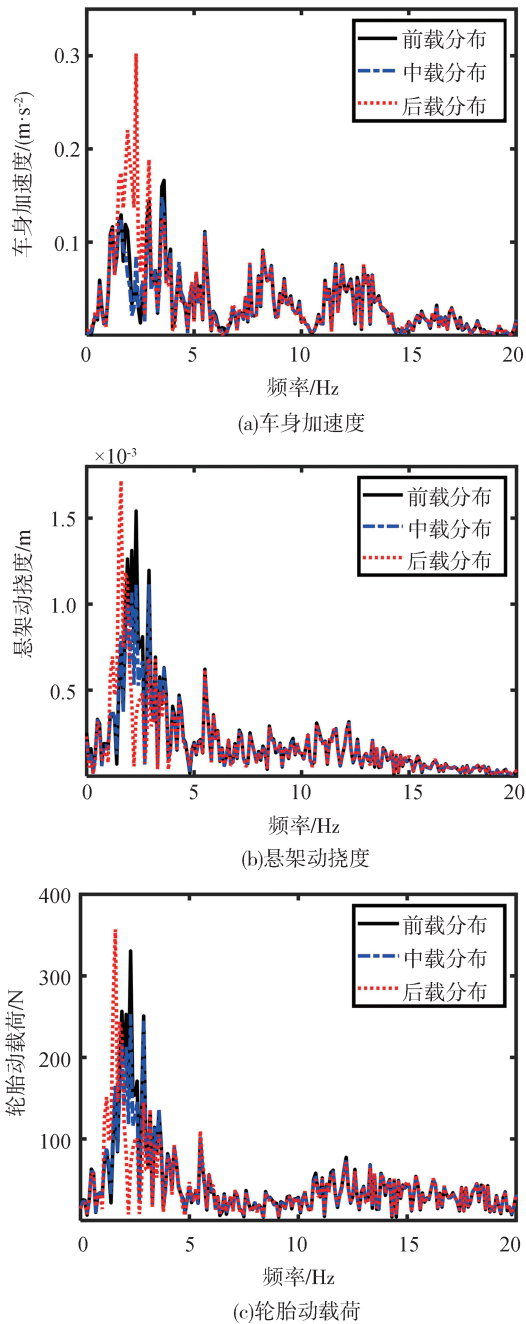


图17 不同乘客分布的电动客车频域响应

- [3] 王靖岳,郭胜,鄂加强.非线性空气弹簧数学模型的研究[J].机械设计,2019,36(6):20-23.
WANG J Y, GUO S, E J Q. Study on the mathematical model of non-linear air springs [J]. Journal of Machine Design, 2019, 36(6): 20-23.
- [4] 钟艳春,杨庆俊,包钢.多频激励下气动隔振系统非线性特性分析[J].中南大学学报(自然科学版),2011,42(12):3754-3759.
ZHONG Y C, YANG Q J, BAO G. Nonlinear characteristics analysis of pneumatic vibration isolation systems with a multi-frequency excitation [J]. Journal of Central South University (Science and Technology), 2011, 42(12): 3754-3759
- [5] 胡芳.非线性空气悬架模型的理论研究及实车试验[J].合肥工业大学学报(自然科学版),2007(11):1429-1432.
HU F. Theoretical investigation of the non-linear air suspension model and the automobile road test [J]. Journal of Hefei University of Technology (Science and Technology), 2007(11): 1429-1432.
- [6] 李子璇,郭明宇,周福强,等.空气弹簧系统建模及其高度控制策略[J].机电工程,2022,39(1):53-58.
LI Z X, WU M Y, ZHOU F Q, et al. Modeling of air spring and its height control strategy [J]. Journal of Mechanical & Electrical Engineering, 2022,39(1):53-58.
- [7] SOWAYAN A S. Stiffness of a nonlinear adiabatic polytropic air spring model: quantitative and conductive investigation [J]. Int Rev Model Simul, 2020, 13(3): 177-184.
- [8] 綦衡敏,张农,王东,等.安装ECAS和液压互联悬架的客车动态性能研究[J].汽车工程,2020,42(3):330-338.
QI H M, ZHANG N, WANG D, et al. Study on dynamic performance of a bus equipped with electronically controlled air spring and hydraulically interconnected suspension [J]. Automotive Engineering, 2020,42(3):330-338.
- [9] 李雪冰,曹金凤,危银涛.空气弹簧多变过程的有限元模拟[J].工程力学,2019,36(2):224-228.
LI X B, CAO J F, WEI Y T. Finite element modelling on polytropic process of air springs [J]. Engineering Mechanics, 2019, 36(2): 224-228.
- [10] 陈昊森,唐华平,王胜泽,等.自由膜式空气弹簧非线性有限元分析[J].现代机械,2018(4):46-50.
CHEN H S, TANG H P, WANG S Z, et al. Nonlinear finite element analysis of the free membrane-type air spring [J]. Modern Machinery, 2018(4): 46-50.
- [11] 顾信忠,李舜韶.车用空气弹簧弹性特性有限元分析[J].农业装备与车辆工程,2015,53(2):36-40.
GU X Z, LI S M. Finite element analysis on the stiffness characteristics of air spring of vehicle [J]. Agricultural Equipment & Vehicle Engineering, 2015,53(2): 36-40.
- [12] 杨树军,刘泓江,陈俊杰,等.变压强工况下膜式空气弹簧橡胶气囊迟滞力学特性统一模型研究[J].机械工程学报,2024,60(16):241-248.
YANG S J, LIU H J, CHEN J J, et al. Research on unified model of hysteretic mechanical characteristic of rubber bellows for rolling lobe air spring under variable pressure working conditions [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2024,60(16):241-248.
- [13] 陈俊杰,徐进嫒,沈钰杰,等.空气弹簧内部压缩气体热迟滞等效力学模型[J].汽车工程,2024,46(7):1294-1301.
CHEN J J, XU J Y, SHEN Y J, et al. Thermal hysteresis equivalent mechanical model of compressed air inside air springs [J]. Automotive Engineering, 2024,46(7):1294-1301.
- [14] 潘岱松,司辰伟,魏潇翔.纯电动客车内转子轮毂电机总成设计[J].客车技术与研究,2023,45(5):23-26,30.
PAN D S, SI C W, WEI X X. Design of internal rotor hub motor for electric buses [J]. Bus & Coach Technology and Research, 2023,45(5): 23-26,30.
- [15] 黄国坪.电动客车驱动桥电机设计与优化[J].客车技术与研究,2024,46(1):40-44.
HUANG G P. Design and optimization of drive axle motor for an electric bus [J]. Bus & Coach Technology and Research, 2024, 46(1): 40-44.
- [16] 林程,易江,田雨.电动客车AMT换挡执行机构状态估计及参数辨识[J].汽车工程,2022,44(8):1237-1250.
LIN C, YI J, TIAN Y. State estimation and parameter identification of shifting actuator of automatic transmission of electric vehicles [J]. Automotive Engineering, 2022,44(8):1237-1250.
- [17] LIM L K, AB M Z, HO W S, et al. Review of the energy forecasting and scheduling model for electric buses [J]. Energy, 2023, 263: 125773.
- [18] LIN J, ZOU T, ZHANG F, et al. Yaw stability research of the distributed drive electric bus by adaptive fuzzy sliding mode control [J]. Energies, 2022, 15(4): 1280.
- [19] 陈龙,陈明,孙晓强,等.空气悬架客车横向动力学建模和稳定性分析[J].汽车工程,2022,44(11):1746-1754.
CHEN L, CHEN M, SUN X Q, et al. Lateral dynamics modeling and stability analysis of bus with air suspension system [J]. Automotive Engineering, 2022,44(11):1746-1754.
- [20] BERG M. A model for rubber springs in the dynamic analysis of rail vehicles [J]. Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part F: Journal of Rail and Rapid Transit, 1997, 211(2): 95-108.