

doi: 10.19562/j.chinasae.qcgc.2024.12.013

# 交通信号与网联汽车速度协同优化方法研究\*

陈欣宇, 陈健, 钱立军, 王其东  
(合肥工业大学汽车与交通工程学院, 合肥 230009)

**[摘要]** 为提高信号交叉口的通行效率和车辆的燃油经济性, 本文提出了一种考虑驾驶员误差的交通信号与网联汽车速度协同优化方法。在交通层, 将交通信号优化问题转化为寻找车辆通过交叉口的最优序列的排序问题, 构建了交通信号优化的最优控制模型, 提出了一种基于动态规划的交通信号优化算法; 在车辆层, 考虑驾驶员误差的影响, 构建了车辆速度优化的最优控制模型, 提出了一种基于快速随机模型预测控制的网联汽车速度优化算法。仿真和智能网联微缩车试验结果表明, 本文提出的协同优化策略能够有效缓解交叉口车辆由于驾驶员误差导致的减速停车, 进一步降低了车辆的行程时间、怠速时间和燃油消耗。

**关键词:** 智能交通; 信号交叉口; 协同控制; 驾驶员误差

## Research on Cooperative Optimization Method of Traffic Signal and Speed of Connected Vehicles

Chen Xinyu, Chen Jian, Qian Lijun & Wang Qidong

Department of Automotive and Traffic Engineering, Hefei University of Technology, Hefei 230009

**[Abstract]** In order to improve the traffic efficiency at the signalized intersections and the fuel economy of vehicles, a cooperative optimization method of traffic signals and speed of connected vehicles considering the human driver error is proposed in this paper. In the traffic layer, by transforming the traffic signal optimization problem into a sequencing problem to find the optimal sequence of vehicles passing through the intersections, the optimal control model for traffic signal optimization is constructed and a traffic signal optimization algorithm based on dynamic planning is proposed. In the vehicle layer, the optimal control model for vehicle speed optimization is constructed by considering the influence of driver error, and a speed optimization algorithm based on fast stochastic model predictive control for connected vehicles is proposed. The simulation and intelligent connected micro-vehicle test results show that the co-optimization strategy proposed in this paper can effectively alleviate the deceleration and stopping of vehicles at intersections due to driver errors, and further reduce the travel time, idling time and fuel consumption of vehicles.

**Keywords:** intelligent transportation; signalized intersections; cooperative control; human driver error

### 前言

信号交叉口是城市交通系统的重要组成部分, 车流在此交汇、分离。在传统信号交叉口, 由于车辆

不能准确获取前方道路交通信息, 驾驶员往往无法做出合理的驾驶决策, 导致车辆出现急加减速、停车怠速等情况。研究表明, 车辆在交叉口的这些行为是其行程时间、燃油消耗和污染排放增加的主要原因<sup>[1]</sup>。

\* 国家自然科学基金面上项目(51875149)资助。

原稿收到日期为2024年05月20日, 修改稿收到日期为2024年06月19日。

通信作者: 钱立军, 教授, 博士, E-mail: qianlijun66@163.com。

智能网联技术的发展与应用将车辆和信号灯连接,为减少城市交叉口处的行程时间和燃油消耗提供了新的机会<sup>[2]</sup>。一方面,车辆可以利用交叉口的信号相位和时序(signal phase and timing, SPaT)信息,以最优速度接近、穿过和驶离交叉口,通过减少平均停车时间以减少交通拥堵,同时减少燃油消耗和CO<sub>2</sub>排放等。Baisravan等<sup>[3]</sup>提出了一种适用于城市拥堵交通环境下的燃油经济性的控制策略,并进一步提出了一种快速模型预测控制(fast model predictive control, FMPC)策略,减少了计算时间。刘春禹等<sup>[4]</sup>构建车辆旅行时间估计模型,以燃油消耗最小和通行效率最高为目标,对车辆进行动态轨迹规划和控制。另一方面,信号灯控制器可以通过V2I通信实时获取车辆的位置和速度等信息,基于上述信息优化交通信号相位和配时,从而提高交叉口的通行效率和降低车辆的燃油消耗<sup>[5]</sup>。Wan等<sup>[6]</sup>提出了一种智能网联环境下具有固定循环时间长度的信号灯控制方法,该方法利用车辆的速度、位置等信息优化信号灯的绿灯时间,以最小化整个交叉口车辆的行程时间和燃油消耗。

由于信号灯和车辆之间相互影响,仅考虑单独的交通信号优化或车辆轨迹优化对交叉口性能的提升效果有限。例如在信号灯配时固定的情况下,生态驾驶可能会导致交叉口的通行效率降低<sup>[7]</sup>。为解决该问题,研究人员对交通信号和车辆速度的协同优化进行了研究。Li等<sup>[8]</sup>提出了一种单车道交叉口的交通信号控制算法,该算法利用智能网联汽车与信号灯控制器的双向通信,采用滚动时域方法联合优化信号配时和智能网联汽车轨迹。Xu等<sup>[9]</sup>提出了一种交通信号和车辆轨迹协同优化方法,在交通层采用枚举法优化信号配时和车辆到达时间以最小化全部车辆的行程时间,在车辆层采用伪谱法优化发动机功率和制动力以最小化车辆的燃油消耗。然而,现有研究多假设网联汽车可以精确跟随优化速度行驶,较少考虑驾驶员误差对车辆速度轨迹的影响。

针对上述问题,本文提出一种交通信号与网联汽车速度协同优化策略。首先,设计了交通信号与网联汽车速度协同优化策略。然后,基于双层优化框架,分别构建了交通信号优化和网联汽车速度优化的最优控制模型,提出了基于动态规划(dynamic programming, DP)的交通信号优化算法和基于快速随机模型预测控制(fast stochastic model predictive control, FSMPC)的车辆速度优化算法。最后,通过

仿真和智能网联微缩车试验对所提出的协同优化策略进行验证。

## 1 协同优化策略设计

本文研究场景为城市双向四车道交叉口,如图1所示,每个方向的进口道分为左转和直行(包括右转)两个车道。为降低优化问题建模的复杂度,对研究场景做出如下假设:(1)所有车辆均为网联汽车,可通过V2I通信和路边单元进行实时信息交互;(2)所有网联汽车均由驾驶员操控,不考虑自动驾驶功能;(3)车辆遵循先进先出规则,不存在换道和超车;(4)V2I和V2V通信是实时准确的,不存在延时和丢包。

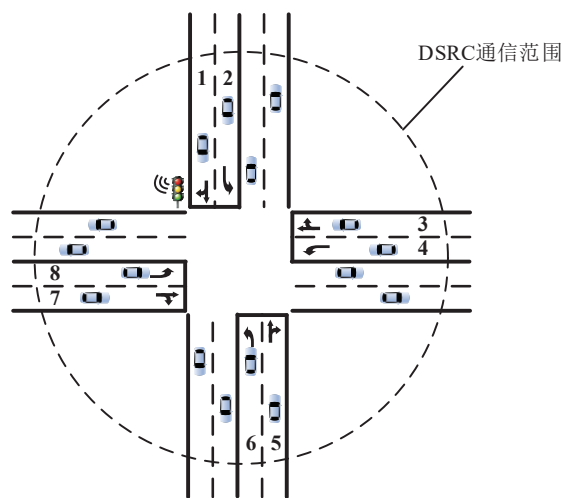


图1 场景示意图

基于双层优化框架,交通信号与网联汽车速度协同优化策略如图2所示。在交通层,路边单元通过V2I通信获取交叉口所有网联汽车的状态信息(例如位置、速度等),采用DP算法求解最优信号配时,优化目标为最小化交叉口全部车辆的行程时间和燃油消耗。在车辆层,网联汽车通过V2I和V2V通信获取前方交叉口的道路交通信息和周围车辆的状态信息,同时通过车载传感器获取自车的状态信息和驾驶员误差信息。基于上述信息,车载计算机首先计算车辆的目标车速以避免红灯停车和降低单位距离的燃油消耗,然后利用驾驶员误差模型预测未来一段时间内的驾驶员误差状态。将目标车速和预测的驾驶员误差作为输入,车载计算机采用FSMPC算法求解车辆的最优建议车速,并通过交互界面引导驾驶员操控车辆跟随建议车速行驶。

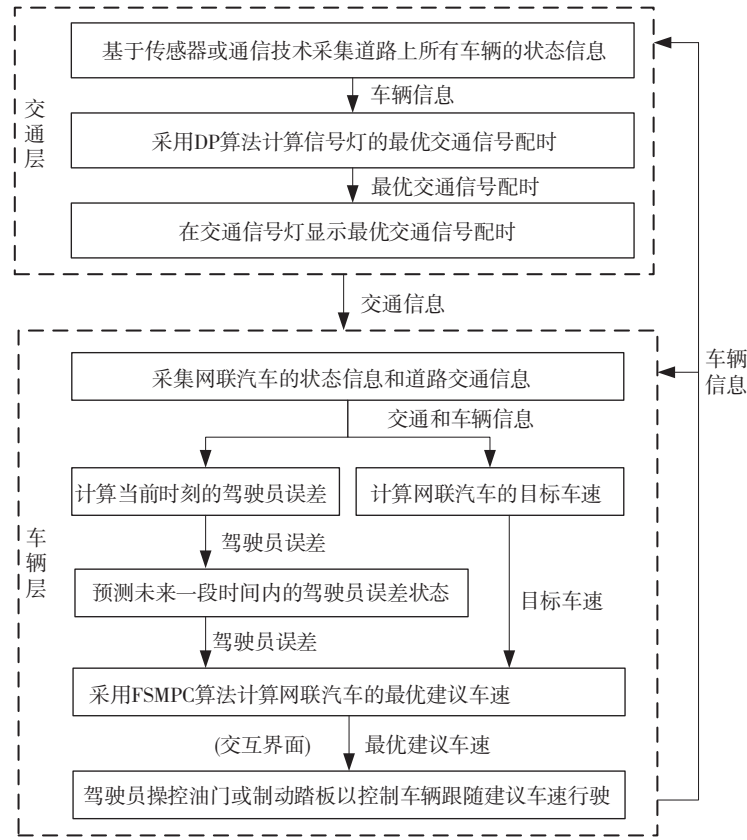


图2 协同优化策略示意图

## 2 基于动态规划的交通信号优化

### 2.1 车辆运动学模型

假设车辆以恒定的最大舒适加速度进行加减速,根据运动方式不同,其通过交叉口的方式可以分为3种:(1)加速;(2)减速;(3)匀速。车辆运动学模型可以由下式描述:

$$\dot{s} = v \quad (1)$$

$$\dot{v} = a \quad (2)$$

$$a = \begin{cases} a_{c, \max}, & v < v_{des} \\ -a_{c, \max}, & v > v_{des} \\ 0, & \text{其他情况} \end{cases} \quad (3)$$

式中: $s$ 和 $v$ 分别为车辆位置和速度; $a$ 为加速度; $a_{c, \max}$ 为最大舒适加速度; $v_{des}$ 为期望速度。

当车辆通过交叉口时,根据车辆离停车线的距离远近分为两种情况:(1)距离停车线较近时,以 $a_{c, \max}$ 加速或减速通过交叉口;(2)距离停车线足够远时,先加速或减速至期望速度,再匀速通过交叉口。因此,已知车道 $L$ 上车辆 $i$ 的速度为 $v_{i,L}$ ,离交叉口停

车线的距离为 $d_{i,L}$ ,可得车辆到达交叉口停车线的时间 $t_{i,L}^a$ 为

$$t_{i,L}^a = \begin{cases} \frac{-v_{i,L} + \sqrt{v_{i,L}^2 + 2d_{i,L}v_{des}}}{a_{c, \max}}, & a > 0 \text{ and } d_{i,L} \leq \frac{v_{des}^2 - v_{i,L}^2}{2a_{c, \max}} \\ \frac{(v_{des} - v_{i,L})^2 - 2a_{c, \max}d_{i,L}}{2a_{c, \max}v_{des}}, & a > 0 \text{ and } d_{i,L} > \frac{v_{des}^2 - v_{i,L}^2}{2a_{c, \max}} \\ \frac{-v_{i,L} + \sqrt{v_{i,L}^2 - 2d_{i,L}v_{des}}}{-a_{c, \max}}, & a < 0 \text{ and } d_{i,L} \leq \frac{v_{i,L}^2 - v_{des}^2}{2a_{c, \max}} \\ \frac{-(v_{des} - v_{i,L})^2 + 2a_{c, \max}d_{i,L}}{2a_{c, \max}v_{des}}, & a < 0 \text{ and } d_{i,L} > \frac{v_{i,L}^2 - v_{des}^2}{2a_{c, \max}} \\ \frac{d_{i,L}}{v_{i,L}}, & a = 0 \end{cases} \quad (4)$$

## 2.2 车辆燃油消耗模型

采用瞬时燃油消耗模型<sup>[10]</sup>来计算车辆的燃油消耗:

$$\dot{m}_{\text{fuel}}(t) = \alpha + \beta_1 P_{\text{T}}(t) + [\beta_2 Ma(t)^2 v(t)],$$

$$a(t) > 0 \quad (5)$$

$$P_{\text{T}}(t) = \max \left\{ 0, d_1 v(t) + d_2 v(t)^2 + d_3 v(t)^3 + Ma(t)v(t) \right\} \quad (6)$$

式中: $\dot{m}_{\text{fuel}}(t)$ 为车辆的燃油消耗率; $P_{\text{T}}(t)$ 为驱动车辆所需全部功率; $\alpha$ 为怠速燃油消耗率; $\beta_1$ 、 $\beta_2$ 、 $d_1$ 、 $d_2$ 和 $d_3$ 为燃油消耗模型参数,设置如表1所示。

表1 燃油消耗模型参数

参数	$\alpha$	$\beta_1$	$\beta_2$	$d_1$	$d_2$	$d_3$
数值	0.666	0.072	0.034 4	0.269	0.017 1	0.000 672

## 2.3 交通信号优化算法设计

本文考虑城市双向四车道交叉口,将信号灯设计为东西向左转、东西向直行/右转、南北向左转和南北向直行/右转4个相位,如图3所示。

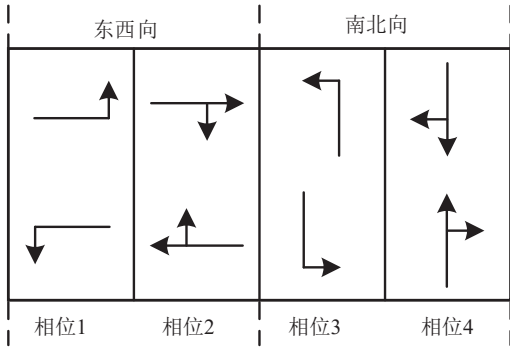


图3 信号相位方案

由于车辆的到达时间和燃油消耗为两个不同的量纲,本文引入权重系数,将其转化为经济成本<sup>[11]</sup>。定义最小化车辆经济成本的到达时间为最优到达时间:

$$t_{i,L,\text{opt}}^a = \arg \min (\omega_{\text{T}} t_{i,L}^a + \omega_{\text{F}} m_{i,L,\text{fuel}}) \quad (7)$$

式中: $t_{i,L,\text{opt}}^a$ 为车辆的最优到达时间; $m_{i,L,\text{fuel}}$ 为车辆到达交叉口的燃油消耗; $\omega_{\text{T}}$ 和 $\omega_{\text{F}}$ 分别为单位行程时间和单位燃油消耗的经济成本。

此时,交通信号优化目标可以由最小化全部车辆的行程时间和燃油消耗转变为使尽可能多的车辆在最优到达时间通过交叉口。然而考虑到车辆的行驶安全,并非每一辆车都能在最优到达时间通过交叉口,例如,为了避撞,其中一辆车必须减速停车等

待另一辆车通过。因此,如何划分车辆通过交叉口的优先级是首先须解决的问题,即寻找一个最优的车辆通过序列,以最小化车辆由于减速停车导致的延误时间和燃油损失的经济成本之和。该最优化问题描述如下:

$$\arg \min f(O, P | P' \in P) \quad (8a)$$

$$f(O, P | P' \in P) = \sum_{L=1}^m \sum_{l=1}^n [\omega_{\text{T}} \Delta t_{i,L} + \omega_{\text{F}} \Delta m_{i,L,\text{fuel}}] \quad (8b)$$

式中: $O$ 为交叉口全部车辆集合; $P$ 为所有可能的车辆通过序列的集合; $m$ 为交叉口车道的数量; $n$ 为车道 $L$ 中车辆的数量; $\Delta t_{i,L}$ 和 $\Delta m_{i,L,\text{fuel}}$ 分别为车辆由于减速停车导致的延误时间和燃油损失。

由于车辆是依次通过交叉口,已知车辆的最优到达时间 $t_{i,L,\text{opt}}^a$ 和前车行程时间 $t_{i-1,L}$ ,为避免发生碰撞,车辆的到达时间和行程时间须重新计算。如果 $t_{i,L,\text{opt}}^a > t_{i-1,L}$ ,表明车辆无须等待就可以安全通过交叉口,则车辆行程时间为 $t_{i,L,\text{opt}}^a$ 和通过交叉口的时间之和。反之,为了避撞,车辆必须停车等待前车通过,车辆到达时间为 $t_{i-1,L}$ 和饱和车头时距之和或与信号灯切换时间之和,这取决于与前车是否处于相同车道。需要说明的是,本段所描述的前车是指通过序列中的前一辆车,而非物理意义上的前车。

车辆的行程时间 $t_{i,L}$ 可以由下式计算得到:

$$t_{i,L} = \begin{cases} t_{i-1,L} + t_{i,L}^p + t_h, & \text{相同车道且 } t_{i,L,\text{opt}}^a < t_{i-1,L} \\ t_{i-1,L'} + t_{i,L}^p + t_s, & \text{不同冲突车道且 } t_{i,L,\text{opt}}^a < t_{i-1,L'} + t_s \\ t_{i,L,\text{opt}}^a + t_{i,L}^p, & \text{其他情况} \end{cases} \quad (9)$$

式中: $t_{i,L}^p$ 为车辆通过交叉口所需时间; $L$ 和 $L'$ 为交叉口不同的车道; $t_h$ 为饱和车头时距; $t_s$ 为信号灯切换时间。

车辆的延误时间可以由下式计算得到:

$$\Delta t_{i,L} = t_{i,L} - t_{i,L,\text{opt}}^a - t_{i,L}^p \quad (10)$$

车辆的燃油损失可以分为由停车和怠速导致的两个部分:

$$\Delta m_{i,L,\text{fuel}} = \begin{cases} \alpha \Delta t_{i,L} + m_{\text{fuel,stop}}, & \text{减速停车} \\ 0, & \text{其他情况} \end{cases} \quad (11)$$

式中 $m_{\text{fuel,stop}}$ 为车辆停车导致的燃油损失。

为获取最优信号配时方案,首先要求解交叉口的最优车辆通过序列,本文采用DP算法求解最优车辆通过序列<sup>[12-13]</sup>。

考虑到信号灯共有4个相位,将能在相同相位

通过交叉口的车辆状态信息归为一个集合,则交叉口全部车辆的状态信息可以划分为4个集合。令  $T(n_1, n_2, n_3, n_4, h)$ 、 $F(n_1, n_2, n_3, n_4, h)$  和  $C(n_1, n_2, n_3,$

$n_4, h)$  分别表示当4个相位分别有  $n_1$ 、 $n_2$ 、 $n_3$  和  $n_4$  辆车通过交叉口且相位  $h$  为绿灯时总的延误时间、燃油损失和经济成本。DP的递归方程为

$$\begin{cases} T(n_1, n_2, n_3, n_4, h) = \min_{h'=1,2,3,4} \{T(n'_1, n'_2, n'_3, n'_4, h') + \Delta t_{i,L}\} \\ F(n_1, n_2, n_3, n_4, h) = \min_{h'=1,2,3,4} \{F(n'_1, n'_2, n'_3, n'_4, h') + \Delta m_{i,L, fuel}\} \\ C(n_1, n_2, n_3, n_4, h) = \min_{h'=1,2,3,4} \{C(n'_1, n'_2, n'_3, n'_4, h') + \omega_T \Delta t_{i,L} + \omega_F \Delta m_{i,L, fuel}\} \end{cases} \quad (12)$$

交通信号优化算法伪代码如下所示。

#### 算法1 交通信号优化算法

输入: 交叉口4个相位对应的全部车辆的位置和速度:

$$List1 = \{s_1^1, v_1^1, s_1^2, v_1^2, \dots, s_1^{n_1}, v_1^{n_1}\},$$

$$List2 = \{s_2^1, v_2^1, s_2^2, v_2^2, \dots, s_2^{n_2}, v_2^{n_2}\},$$

$$List3 = \{s_3^1, v_3^1, s_3^2, v_3^2, \dots, s_3^{n_3}, v_3^{n_3}\},$$

$$List4 = \{s_4^1, v_4^1, s_4^2, v_4^2, \dots, s_4^{n_4}, v_4^{n_4}\}$$

输出: 最优信号配时方案

1. 计算各个相位车辆的最优到达时间

2. 初始化变量  $T$ 、 $F$  和  $C$

3. for  $N \leftarrow 2$  to  $(n_1 + n_2 + n_3 + n_4)$

3. for  $q_1 \leftarrow 0$  to  $n_1$

4. for  $q_2 \leftarrow 0$  to  $n_2$

5. for  $q_3 \leftarrow 0$  to  $n_3$

6. for  $q_4 \leftarrow 0$  to  $n_4$

7. if  $(q_1 + q_2 + q_3 + q_4 - N = 0)$

8. for  $r \leftarrow 1$  to 4

9. 更新  $T$ 、 $F$  和  $C$

10. 返回  $T$ 、 $F$  和  $C$ , 则最低经济成本为

$$\min\{C(n_1, n_2, n_3, n_4, 1), C(n_1, n_2, n_3, n_4, 2),$$

$$C(n_1, n_2, n_3, n_4, 3), C(n_1, n_2, n_3, n_4, 4)\}$$

11. 根据最低经济成本反推得到车辆的最优通过序列和到达时间

12. 根据车辆的到达时间分配各相位的绿灯时间

13. 返回最优信号配时方案

综上所述,求解信号灯最优信号配时的具体步骤如下。

(1) 利用车辆的状态信息求解交叉口全部车辆的最优到达时间。考虑道路速度限制,将车辆允许速度范围  $[v_{\min}, v_{\max}]$  离散化为有限数量的速度集合  $V_{\text{range}} = \{v_{\min}, v_1, v_2, \dots, v_{\max}\}$ , 则对于任意的速度  $v \in V_{\text{range}}$ , 假设将其作为车辆到达交叉口的期望速度,由式(1)~式(6)可以计算车辆的到达时间、燃油消耗以及该车速下两者的经济成本之和。本文采用枚举算法计算  $V_{\text{range}}$  中所有速度的经济成本,则最低经济成本对应的车辆到达时间为最优到达时间。

(2) 利用交叉口全部车辆的状态信息和最优

到达时间信息,采用DP算法求解车辆的最优通过序列,根据最优通过序列计算所有车辆的到达时间。

(3) 根据车辆的到达时间分配各相位的绿灯时间,从而得到最优信号配时方案。

## 3 基于快速随机模型预测控制的车辆速度优化

### 3.1 车辆纵向动力学模型

考虑驾驶员误差的车辆纵向动力学模型<sup>[14]</sup>为

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} s \\ v \end{bmatrix} \quad (13a)$$

$$\dot{\mathbf{x}} = \begin{bmatrix} v \\ -\frac{1}{2M} C_D \rho_a A_v v^2 - fg \cos \theta - g \sin \theta + u_f \end{bmatrix} \quad (13b)$$

$$u_f = u + e \quad (13c)$$

式中:  $M$  为车辆整备质量;  $C_D$  为空气阻力系数;  $\rho_a$  为空气密度;  $A_v$  为车辆的迎风面积;  $f$  为滚动阻力系数;  $\theta$  为路面坡度;  $g$  为重力加速度;  $u_f$  和  $u$  分别为单位质量车辆的实际和最优驱动力或制动力;  $e$  为驾驶员误差,定义为驾驶员操控车辆跟随建议车速行驶时车辆单位质量的实际驱动力或制动力与车载计算机计算的单位质量的最优驱动力或制动力之间的差值<sup>[14]</sup>。参数设置见表2。

表2 纵向动力学模型参数

参数	符号	数值
整备质量/kg	$M$	1 680
迎风面积/m <sup>2</sup>	$A_v$	2.25
空气阻力系数	$C_D$	0.3
滚动阻力系数	$f$	0.01
最高车速/(m·s <sup>-1</sup> )	$v_{\max}$	13.89
最低车速/(m·s <sup>-1</sup> )	$v_{\min}$	0
最大加速度/(m·s <sup>-2</sup> )	$a_{\max}$	3
最小加速度/(m·s <sup>-2</sup> )	$a_{\min}$	-6

### 3.2 目标车速计算

基于前方交叉口的SPaT信息以及车辆离停车线的距离信息,车辆能够在信号灯绿灯时期通过交叉口的速度范围可以由下式计算<sup>[15]</sup>:

$$v_h(t) = \begin{cases} \frac{d_s(t)}{K_w t_c - t_g - t}, & \text{light} = \text{red} \\ v_{\max}, & \text{light} = \text{green and } \frac{d_s(t)}{K_w t_c - t} \leq v_{\max} \\ \frac{d_s(t)}{K_w t_c + t_r - t}, & \text{light} = \text{green and } \frac{d_s(t)}{K_w t_c - t} > v_{\max} \end{cases} \quad (14a)$$

$$v_l(t) = \begin{cases} \frac{d_s(t)}{K_w t_c - t}, & \text{light} = \text{red} \\ \frac{d_s(t)}{K_w t_c - t}, & \text{light} = \text{green and } \frac{d_s(t)}{K_w t_c - t} \leq v_{\max} \\ \frac{d_s(t)}{(K_w + 1)t_c - t}, & \text{light} = \text{green and } \frac{d_s(t)}{K_w t_c - t} > v_{\max} \end{cases} \quad (14b)$$

$$\text{light} = \begin{cases} \text{red}, & 0 \leq \text{mod}\left(\frac{t}{t_c}\right) < t_r \\ \text{green}, & t_r \leq \text{mod}\left(\frac{t}{t_c}\right) \leq t_c \end{cases} \quad (14c)$$

s. t.

$$v_{\min} \leq v_h \leq v_{\max} \quad (15a)$$

$$v_{\min} \leq v_l \leq v_{\max} \quad (15b)$$

式中: $v_h(t)$ 和 $v_l(t)$ 分别为车辆能够在绿灯时期通过交叉口的速度上限和下限; $d_s(t)$ 为车辆离停车线的距离; $t_r$ 和 $t_g$ 分别为红灯和绿灯的持续时间; $t_c = t_r + t_g$ 为信号灯周期; $K_w$ 为用于描述信号灯循环次数的整数; $v_{\max}$ 和 $v_{\min}$ 分别为道路允许的最高和最低车速。

此外,考虑到车辆的燃油经济性,车辆的生态巡航速度 $v_{\text{eco}}$ 可以通过最小化单位距离的油耗得到:

$$v_{\text{eco}} = \arg \min \frac{\dot{m}_{\text{fuel}}}{v} \quad (16)$$

综合通行效率和燃油经济性,目标车速 $v_{\text{tar}}$ 应在

$$P_e = \begin{bmatrix} \mathbf{0.48} & 0.30 & 0.16 & 0.03 & 0.03 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.09 & \mathbf{0.40} & 0.35 & 0.16 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0.02 & 0.09 & \mathbf{0.49} & 0.31 & 0.06 & 0.02 & 0.01 & 0 & 0 \\ 0.01 & 0.02 & 0.10 & \mathbf{0.63} & 0.20 & 0.04 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.02 & 0.22 & \mathbf{0.60} & 0.13 & 0.03 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.08 & 0.26 & \mathbf{0.52} & 0.14 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0.06 & 0.13 & 0.35 & \mathbf{0.36} & 0.07 & 0.03 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.11 & 0.18 & 0.29 & \mathbf{0.31} & 0.11 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0.03 & 0.05 & 0.08 & 0.24 & \mathbf{0.60} \end{bmatrix} \quad (19)$$

速度范围 $[v_l(t), v_h(t)]$ 内且尽可能接近生态巡航速度,如式(17)所示:

$$v_{\text{tar}} = \begin{cases} v_{\text{eco}}, & \text{绿灯且 } v_l \leq v_{\text{eco}} \leq v_h \\ v_h, & \text{其他情况} \end{cases} \quad (17)$$

### 3.3 驾驶员误差模型

驾驶员误差变化具有较强的随机性,且满足马尔可夫性质:下一时刻的驾驶员误差状态仅与当前时刻的驾驶员误差状态相关。基于此,本文建立马尔科夫链模型模拟驾驶员误差:

$$P_e = \begin{bmatrix} p_{11} & p_{12} & p_{13} & \cdots & p_{1N_e} \\ p_{21} & p_{22} & p_{23} & \cdots & p_{2N_e} \\ p_{31} & p_{32} & p_{33} & \cdots & p_{3N_e} \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ p_{N_e 1} & p_{N_e 2} & p_{N_e 3} & \cdots & p_{N_e N_e} \end{bmatrix} \quad (18)$$

式中: $P_e$ 为状态转移概率矩阵; $N_e$ 为驾驶员误差状态数量; $p$ 为状态转移概率,满足 $\sum_{j=1}^{N_e} p_{ij} = 1$ 。

本文采用通过实车试验采集到的驾驶误差数据<sup>[16]</sup>获得状态转移概率矩阵,如式(19)所示,三维图像如图4所示。

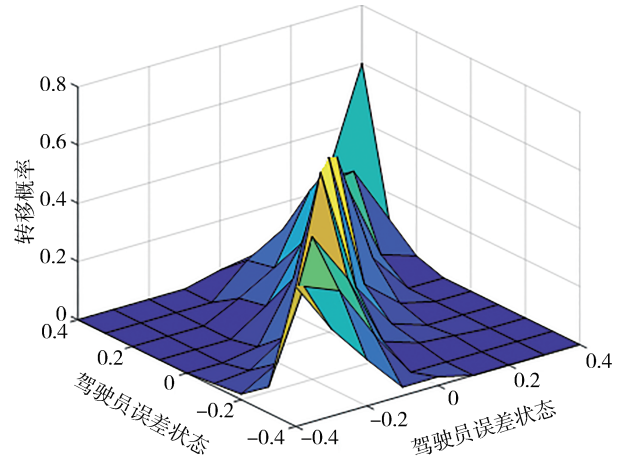


图4 转移概率矩阵

### 3.4 快速随机模型预测控制

为跟踪目标车速和保证乘坐舒适性,速度优化的最优控制问题可由下式描述:

$$\arg \min_{u(t)} \sum_{s=1}^{N_p} p_s \sum_{t=k}^{k+N_p-1} [w_1(v(t) - v_{\text{tar}}(t))^2 + w_2(u(t) + e_s(t) - u_{\text{tar}}(t))^2] \quad (20a)$$

$$u_{\text{tar}}(t) = \frac{1}{2M} C_D \rho_a A_v v(t)^2 + fg \cos \theta + g \sin \theta \quad (20b)$$

式中: $u_{\text{tar}}(t)$ 为目标驱动力,是单位质量车辆的空气阻力、滚动阻力和坡度阻力之和; $w_1$ 和 $w_2$ 为权重系数; $N_{sp}$ 为场景树模型中路径的数量; $p_s$ 和 $e_s$ 分别为路径出现概率和对应驾驶员误差; $N_p$ 为预测步长。

本文通过建立场景树模型来描述驾驶员误差的变化过程,该模型包括从根节点到叶节点的所有可能的路径,其中根节点为当前时刻的驾驶员误差状态,叶节点为经过一段预测时域后的驾驶员误差状态。图5为场景树的一个示例,该示例中驾驶员误差状态的数量设置为3,分别为 $e_1$ 、 $e_2$ 和 $e_3$ ,预测时域设置为4个时间步长,从 $t_0$ 到 $t_4$ 。假设在当前时刻 $t_0$ 的初始驾驶员误差状态为 $e_2$ ,则在下一时刻 $t_1$ ,驾驶员误差状态为 $e_1$ 出现的概率为 $p_{21}$ ,可通过查询转移概率矩阵得到。以此类推,如图中红色箭头所示,则该路径出现的概率为各个驾驶员误差状态出现概率的乘积,即 $p = p_{21} \times p_{13} \times p_{32} \times p_{22}$ 。因此,利用场景树模型可以计算所有路径出现的概率。

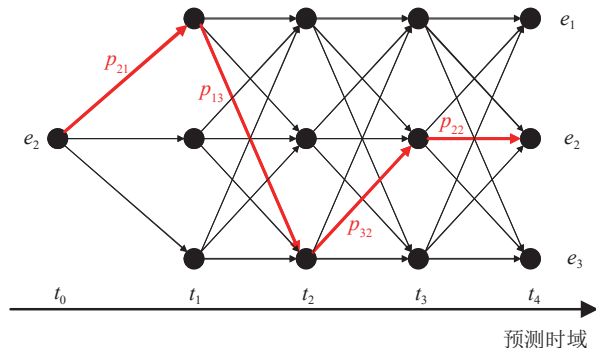


图5 场景树示例

同时,为保证优化结果满足交通规则和物理约束,并保证安全,建立以下约束条件:

$$s(t_0) = s_0 \quad (21a)$$

$$v(t_0) = v_0 \quad (21b)$$

$$s_{i-1}(t) - s_i(t) - l_{\text{veh}} \geq d_{\text{safe}} \quad (21c)$$

$$v_{\text{min}} \leq v(t) \leq v_{\text{max}} \quad (21d)$$

$$u_{\text{min}} \leq u(t) \leq u_{\text{max}} \quad (21e)$$

式中: $t_0$ 为初始时刻; $s_0$ 和 $v_0$ 分别为车辆在初始时刻的位置和速度; $l_{\text{veh}}$ 为车辆长度; $d_{\text{safe}}$ 为前后车辆的安全距离; $u_{\text{max}}$ 和 $u_{\text{min}}$ 分别为单位质量车辆的驱动力或制动力上限和下限。

为提高算法的计算效率,参考文献[3],采用一种近似方法快速求解该最优控制问题。

首先将考虑驾驶员误差的车辆纵向动力学模型改写为线性形式:

$$\dot{\mathbf{x}}(t) = \mathbf{A}\mathbf{x}(t) + \mathbf{B}u(t) + \boldsymbol{\varepsilon}(t) \quad (22)$$

$$\mathbf{A} = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -\frac{1}{2M} C_D \rho_a A_v v - \frac{fg \cos \theta}{v} - \frac{g \sin \theta}{v} \end{bmatrix} \quad (23a)$$

$$\mathbf{B} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix} \quad (23b)$$

式中 $\boldsymbol{\varepsilon}$ 为由驾驶员误差导致的干扰。由于驾驶员误差导致的干扰 $\boldsymbol{\varepsilon}(t)$ 与时间 $t$ 无关,与文献[17]类似,本文采用平均值 $\bar{\boldsymbol{\varepsilon}}(t)$ 代替 $\boldsymbol{\varepsilon}(t)$ 。

最优控制问题的成本函数式可以改写为

$$J = \sum_{t=k}^{k+N_p-1} [\Phi(\mathbf{x}(t), u(t)) + C_1] \quad (24)$$

$$\Phi(\mathbf{x}(t), u(t)) =$$

$$\begin{bmatrix} x(t) - x_{\text{tar}}(t) \\ u(t) - u_{\text{des}}(t) \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} \mathbf{Q} & \mathbf{S} \\ \mathbf{S}^T & \mathbf{R} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x(t) - x_{\text{tar}}(t) \\ u(t) - u_{\text{des}}(t) \end{bmatrix} \quad (25a)$$

$$u_{\text{des}}(t) = u_{\text{tar}}(t) + \frac{\sum_{s=1}^{N_p} p_s e_s(t)}{\sum_{s=1}^{N_p} p_s} \quad (25b)$$

s. t.

$$\mathbf{x}(t+1) = (\mathbf{I} + \Delta t \mathbf{A}) \mathbf{x}(t) + \Delta t \mathbf{B}u(t) + \Delta t \bar{\boldsymbol{\varepsilon}}(t) \quad (26a)$$

$$\mathbf{F}_x \mathbf{x}(t) \leq \mathbf{f}_x \quad (26b)$$

$$\mathbf{F}_u u(t) \leq \mathbf{f}_u \quad (26c)$$

$$\text{式中: } \mathbf{Q} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & \varphi_1 \end{bmatrix}; \mathbf{S} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \end{bmatrix}; \mathbf{R} = [\varphi_2]; \mathbf{F}_x = \begin{bmatrix} 0 & 1 \\ 0 & -1 \end{bmatrix};$$

$\mathbf{F}_u = \begin{bmatrix} 1 \\ -1 \end{bmatrix}; \mathbf{f}_x = \begin{bmatrix} v_{\text{max}} \\ v_{\text{min}} \end{bmatrix}; \mathbf{f}_u = \begin{bmatrix} u_{\text{max}} \\ u_{\text{min}} \end{bmatrix}; \mathbf{x}_{\text{tar}}(t)$ 和 $u_{\text{des}}(t)$ 分别为目标状态和期望控制输入; $C_1$ 为常数。式(26)分别为车辆动力学约束、状态变量和控制变量约束。

定义优化变量 $z$ :

$$z = [u(t), \mathbf{x}(t+1), u(t+1), \dots, \mathbf{x}(t+N_p-1), u(t+N_p-1), \mathbf{x}(t+N_p)]^T \quad (27)$$

最优控制问题可转化为如下二次规划问题:

$$\arg \min_z \left[ \frac{1}{2} (z - z_{\text{tar}})^T H (z - z_{\text{tar}}) \right] \quad (28)$$

s. t.

$$Cz = b \quad (29)$$

$$Pz \leq h \quad (30)$$

其中:

$$z_{\text{tar}} = [u_{\text{des}}(t), \mathbf{x}_{\text{tar}}(t+1), u_{\text{des}}(t+1), \dots, \mathbf{x}_{\text{tar}}(t+N_p-1), u_{\text{des}}(t+N_p-1), \mathbf{x}_{\text{tar}}(t+N_p)]^T$$

$$H = \begin{bmatrix} R & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & Q & S & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & S^T & R & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & Q & S & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & S^T & R & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & Q \end{bmatrix}$$

$$P = \begin{bmatrix} F_u & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & F_x & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & F_u & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & F_x & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & F_u & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & F_x \end{bmatrix}$$

$$C = \begin{bmatrix} -B & I & 0 & 0 & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -A & -B & I & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -A & \cdots & 0 & 0 & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \ddots & \vdots & \vdots & \vdots \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & I & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \cdots & -A & -B & I \end{bmatrix}$$

$$b = \begin{bmatrix} A\mathbf{x}(t) + \Delta t \bar{\varepsilon}(t) \\ \Delta t \bar{\varepsilon}(t+1) \\ \Delta t \bar{\varepsilon}(t+2) \\ \vdots \\ \Delta t \bar{\varepsilon}(t+N_p-2) \\ \Delta t \bar{\varepsilon}(t+N_p-1) \end{bmatrix}; h = \begin{bmatrix} f_u \\ f_x \\ f_u \\ \vdots \\ f_x \\ f_u \\ f_x \end{bmatrix}$$

上述二次规划问题可采用 FMPC 方法求解,参考文献[3]。

## 4 结果与分析

### 4.1 仿真验证

为验证本文所提策略的性能,基于 MATLAB 和 VISSIM 联合仿真平台进行仿真。交叉口长度设置为 300 m,这是专用短程通信技术(DSRC)的可靠通

信范围<sup>[18]</sup>。道路允许最高车速和最低车速设置为 13.89 m/s 和 0。综合考虑车辆的行程时间和燃油消耗,最小绿灯时间设置为 5 s。FSMPC 控制参数设置如表 3 所示。

仿真中交叉口东西向每个车道的交通流量设置为 400 veh/h,南北向每个车道的交通流量设置为 300 veh/h。本文选择 3 种策略进行对比,所有策略描述如下。

策略 1:传统的交叉口控制策略(FT-Gipps)。信号灯采用定时信号控制(FTSC),参数设置见表 4,驾驶员没有建议车速引导。仿真中采用 Gipps 跟车模型<sup>[14]</sup>计算车辆速度。

策略 2:考虑驾驶员误差的网联汽车生态驾驶策略(FT-FSMPC)。信号灯采用定时信号控制,驾驶员在建议车速的引导下通过交叉口,建议车速采用 FSMPC 算法计算。

策略 3:不考虑驾驶员误差的协同优化策略(DP-FMPC)。信号灯采用 DP 算法计算最优信号配时,驾驶员在建议车速的引导下通过交叉口,建议车速采用 FMPC 算法计算。

本文策略:考虑驾驶员误差的协同优化策略(DP-FSMPC)。信号灯采用 DP 算法计算最优信号配时,驾驶员在建议车速的引导下通过交叉口,建议车速采用 FSMPC 算法计算。

表 3 快速随机模型预测控制参数

参数	符号	数值
采样时间/s	$t_s$	0.5
预测时域/s	$t_p$	7
场景树路径数量	$N_{sp}$	500
权重系数 1	$w_1$	800
权重系数 2	$w_2$	15

表 4 定时信号控制参数

参数	数值
周期/s	60
黄灯时间/s	3
相位 1 绿灯时间/s	10
相位 2 绿灯时间/s	11
相位 3 绿灯时间/s	13
相位 4 绿灯时间/s	14

图 6 为 4 种策略下交叉口其中一条道路(编号 3,见图 1)上车辆的位置轨迹图。从图 6(a)可以看出,由于信号灯采用定时信号控制且驾驶员缺少建议车速的引导,在策略 FT-Gipps 下,绝大多数车辆

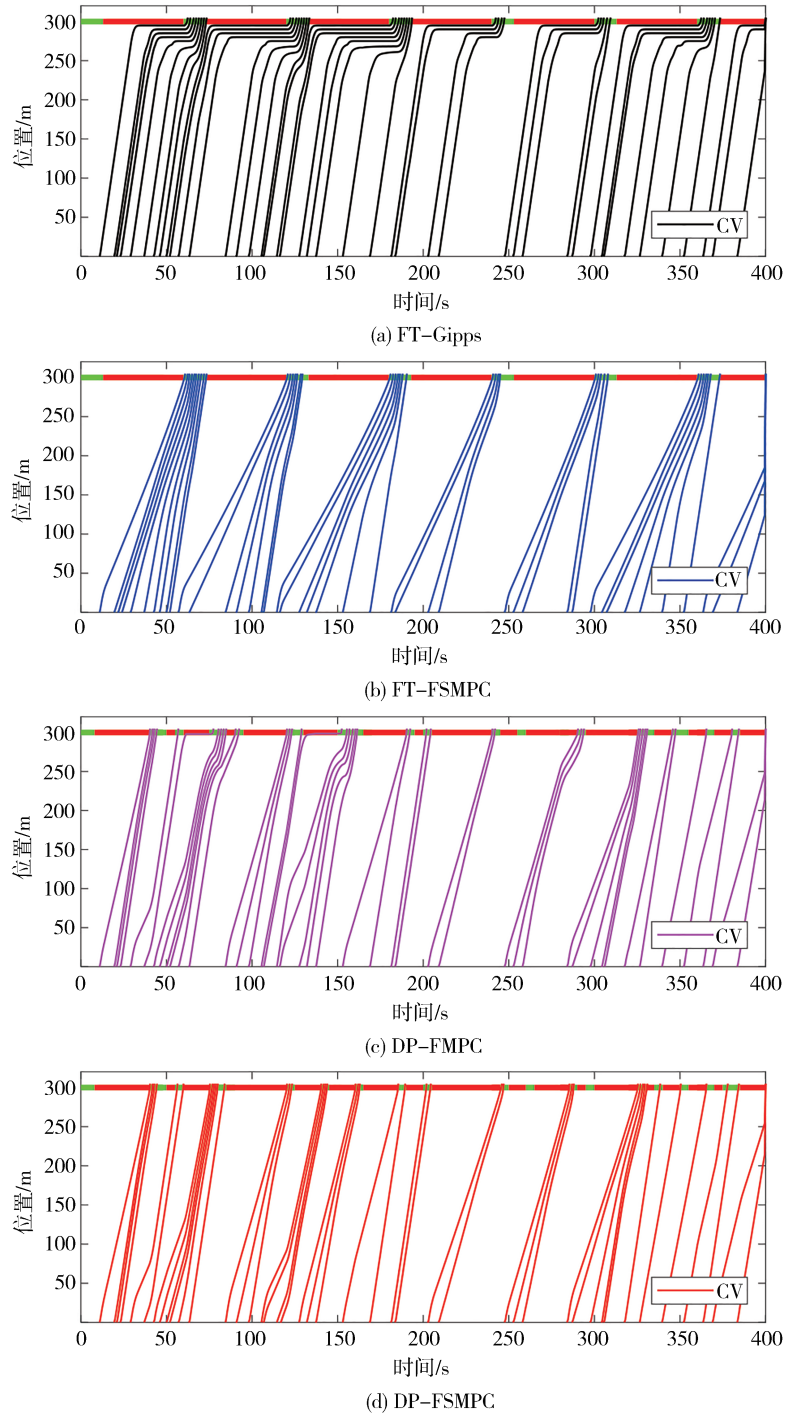


图6 车辆位置轨迹

出现了减速和红灯停车情况。在图6(b)中,由于驾驶员可以获得建议车速的引导,且考虑了驾驶员误差的影响,FT-FSMPC下所有车辆均可以在信号灯绿灯时期通过交叉口,没有出现停车怠速的情况。然而由于采用定时信号控制,为能够在绿灯时期通过交叉口,车辆必须减速以较低的速度行驶。这可能会导致车辆的行程时间和燃油消耗增加,特别是在高交通流量场景下。交通信号与车辆速度协同优

化策略可以有效解决该问题,如图6(c)和图6(d)所示。在采用策略DP-FMPC和DP-FSMPC时,信号灯采用DP算法计算最优信号配时,信号灯的绿灯时间不再是固定的,而是根据交通状况周期性变化。一方面绿灯时间能够得到充分的利用,另一方面车辆能够以较高的速度通过交叉口,从而降低了车辆的行程时间和燃油消耗。值得注意的是,在采用DP-FMPC时,由于建议车速的计算没有考虑驾驶员误

差的影响,这导致部分车辆出现了减速和红灯停车的情况。另外,DP-FMPC和本文策略下信号灯的信号配时相似但不完全相同。可能的原因是信号配时为基于车辆的实时状态信息优化的,受驾驶员误差的影响,两种策略下车辆的实时状态不完全相同。

4种策略下车辆的平均行程时间、怠速时间和燃油消耗仿真结果如表5所示。相比于传统的定时信号控制(FT-Gipps和FT-FSMPC),协同优化策略(DP-FMPC和本文策略)有效降低了车辆的行程时间、怠速时间和燃油消耗。例如,相比于策略FT-FSMPC,本文策略下车辆的行程时间、怠速时间和燃油消耗分别降低了21.81%、67.85%和6.40%。由此也可以看出,本文所提出的协同优化策略能够有效解决固定信号配时下生态驾驶策略对交叉口车辆的通行效率和燃油经济性的提升效果受限的问题。另外,相比于不考虑驾驶员误差的DP-FMPC,本文策略进一步降低了车辆的平均行程时间、怠速时间和燃油消耗,降低比例分别达6.98%、52.05%和1.81%。

表5 平均行程时间、怠速时间和燃油消耗对比

项目	FT-Gipps	FT-FSMPC	DP-FMPC	本文策略
行程时间/s	43.44	40.20	33.79	31.43
怠速时间/s	18.64	0.31	0.21	0.10
燃油消耗/mL	38.30	35.60	33.95	33.35

#### 4.2 智能网联微缩车试验验证

基于智能网联微缩车试验平台,对本文策略DP-FSMPC进行试验,并与不考虑驾驶员误差的协同优化策略DP-FMPC进行对比,如图7所示。受场地和设备限制,仅依靠所搭建试验平台难以模拟真实的四车道信号交叉口,所以本节通过仿真和试验相结合的方式验证。在软件VISSIM中建立双向四车道交叉口,如图8所示。假设交叉口同时存在10辆车,设置3辆车(红色标记)代表3辆微缩车,其中2辆(车1和车2)在车道1,1辆(车3)在车道3。其他车辆(黄色标记)则由VISSIM软件生成和控制,其初始位置和速度在合理范围内随机生成。为探究驾驶员误差对交通信号优化算法的影响,试验中信号灯的更新周期设置为10s,即交通信号优化算法每隔10s运行一次。为了模拟驾驶员操作,车载计算机通过式(19)随机产生驾驶员误差,驾驶员误差状态值则进行缩减(例如缩减为原来的1/50)。试验流程如下。

(1)路边单元通过UWB定位基站和UDP通信获取3辆微缩车的位置和速度信息,通过VISSIM软件读取其他虚拟车辆的位置和速度信息,进而运行内

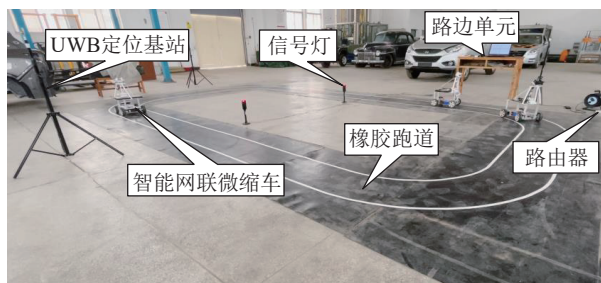


图7 智能网联微缩车试验平台

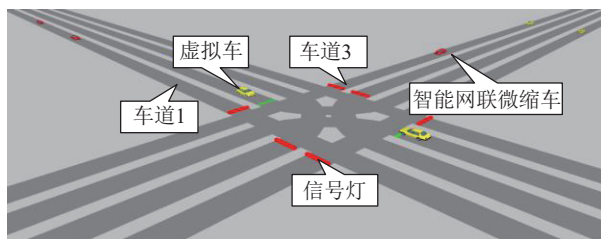


图8 VISSIM仿真界面

置DP算法计算最优信号配时,并通过单片机控制信号灯红绿灯切换。同时路边单元将SPaT信息发送给车1和车3。

(2)车1接收路边单元发送的信息后,将SPaT和自车状态信息发送给车2,同时车载上位机运行内置的生态驾驶策略以计算最优车速,并计算增加了驾驶员误差后的实际车速,发送给电机控制器以控制车辆跟随该车速。

(3)车2和车3接收信息后,将自车的状态信息和接收的信息发送给路边单元,同时车载上位机运行内置的生态驾驶策略并计算增加驾驶员误差后的实际车速,发送给电机控制器以控制车辆跟随该车速。

两种策略下车辆的位置轨迹如图9所示,其中车道1的两辆车和车道3的第一辆车的轨迹曲线为微缩车采集的数据,其他车辆的轨迹曲线为VISSIM软件读取的数据。图中曲线类型相同表示车辆处于同一个信号灯相位,例如同为实线的车道1和车道5处于南北向直行/右转的相位4,同为点划线的车道4和车道8处于东西向左转的相位1,处于同一相位的不同车道上的车辆不会发生碰撞,见图1和图3。从图9中可以看出,两种策略下各个相位的车辆分别在不同时间点到达停车线,说明不同车道上的车辆均可以在没有发生碰撞的情况下通过交叉口。然而,两种策略下车辆到达停车线的时间和通过交叉口的顺序并不完全相同,即信号配时不完全相同。主要原因是受驾驶员误差影响,两种策略下车辆的实时状态(例如位置和速度等)不同。在DP-FMPC

策略下车辆到达停车线的平均时间为41.66 s,而本文策略下平均时间为37.06 s,降低了11.04%。由此可见,尽管不考虑驾驶员误差的协同优化策略下

车辆没有出现红灯停车的情况,然而受驾驶员误差影响,交叉口车辆的通行效率依然降低了。

图10为两种策略下3辆微缩车的速度轨迹对比

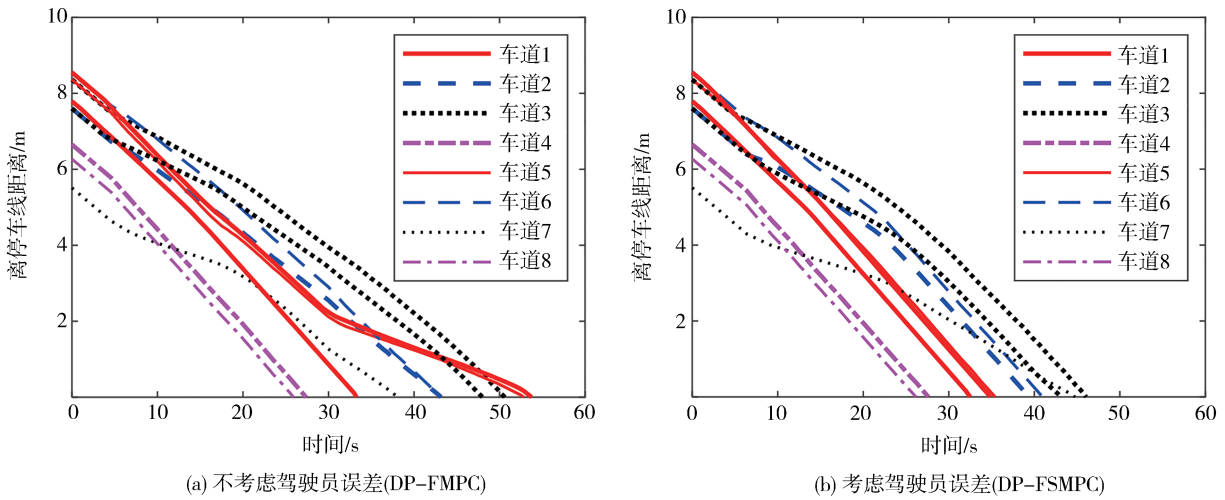


图9 车辆位置轨迹

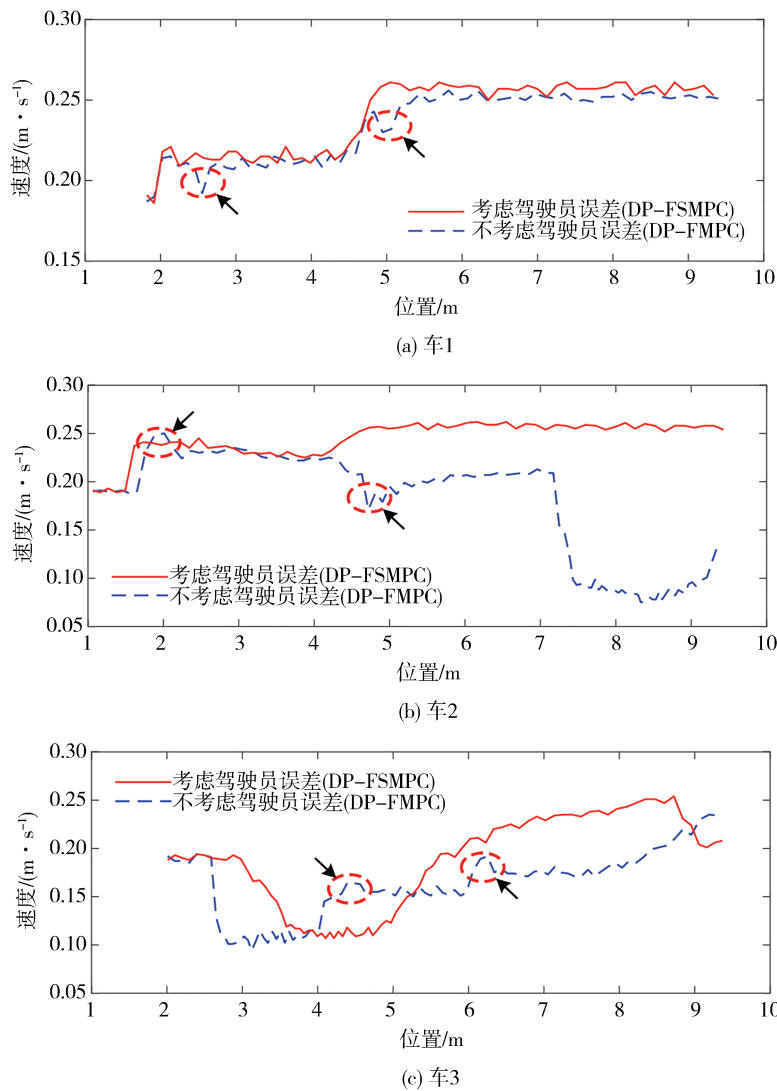


图10 微缩车速度轨迹对比

比。可以看出,相比于本文策略,DP-FMPC策略下车辆的速度轨迹有更为明显的波动,如图中箭头所示。由于信号配时的优化结果不同,两种策略下车辆的速度轨迹也呈现出明显的区别,如图10(b)和图10(c)所示。表6为两种策略下3辆微缩车的耗电量对比。可以看出,相比于DP-FMPC策略,本文策略有效降低了微缩车的电量消耗。

表6 微缩车耗电量对比

生态驾驶策略	耗电量/( $\times 10^{-2}$ kW·h)			
	车1	车2	车3	平均值
DP-FMPC	0.213 2	0.227 3	0.225 5	0.222 0
DP-FSMPC	0.162 1	0.157 4	0.169 7	0.163 1

## 5 结论

提出一种基于双层优化框架的交通信号与网联汽车速度协同优化策略。在交通层,构建了交通信号优化的最优控制模型,设计了一种基于DP的交通信号优化算法;在车辆层,构建了车辆速度优化的最优控制模型,考虑到驾驶员误差,设计了一种基于FSMPC的车辆速度优化算法。仿真结果及智能网联微缩车试验结果表明:相比于传统的交叉口控制策略、考虑驾驶员误差的网联汽车生态驾驶策略以及不考虑驾驶员误差的协同优化策略,本文所提出的协同优化策略能够有效避免交叉口车辆减速停车,进一步降低了车辆的行程时间、怠速时间和燃油消耗。

### 参考文献

- [1] HUANG Y H, NG E C Y, ZHOU J L, et al. Eco-driving technology for sustainable road transport: a review[J]. *Renewable and Sustainable Energy Reviews*, 2018, 93: 596-609.
- [2] BAI Z W, HAO P, WEI S G, et al. Hybrid reinforcement learning-based eco-driving strategy for connected and automated vehicles at signalized intersections[J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2022, 23(9): 15850-15863.
- [3] BAISRAVAN H C, ARDALAN V, PIERLUIGI P. Fast model predictive control-based fuel efficient control strategy for a group of connected vehicles in urban road conditions[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2017.
- [4] 刘春禹, 刘永红, 罗霞, 等. 混合交通流环境下单交叉口自动驾驶车辆轨迹优化[J]. *交通运输系统工程与信息*, 2022, 22(2): 154-162.  
LIU C Y, LIU Y H, LUO X, et al. Trajectory optimization of connected vehicles at isolated intersection in mixed traffic environment[J]. *Journal of Transportation Systems Engineering and Information Technology*, 2022, 22(2): 154-162.
- [5] GUO Q Q, LI L, BAN X G. Urban traffic signal control with connected and automated vehicles: a survey[J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2019, 101: 313-334.
- [6] WAN N F, VAHIDI A, LUCKOW A. Optimal speed advisory for connected vehicles in arterial roads and the impact on mixed traffic[J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2016, 69: 548-563.
- [7] LI M, WU X K, HE X Z, et al. An eco-driving system for electric vehicles with signal control under V2X environment[J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2018, 93: 335-350.
- [8] LI Z F, ELEFTERIADOU L, RANKA S. Signal control optimization for automated vehicles at isolated signalized intersections[J]. *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, 2014, 49: 1-18.
- [9] XU B, BAN X J, BIAN Y G, et al. Cooperative method of traffic signal optimization and speed control of connected vehicles at isolated intersections[J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2019, 20(4): 1390-1403.
- [10] MUSA A, PIPICELLI M, SPANO M, et al. A review of model predictive controls applied to advanced driver-assistance systems[J]. *Energies*, 2021, 14(23): 1-24.
- [11] LI W, BAN X G. Connected vehicles based traffic signal timing optimization[J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2019, 20(12): 4354-4366.
- [12] SUVRAJEET S, HEAD K L. Controlled optimization of phases at an intersection[J]. *Transportation Science*, 1997, 31(1): 5-17.
- [13] HOU Y F, SELIMAN S M S, WANG E S, et al. Cooperative and integrated vehicle and intersection control for energy efficiency (CIVIC-E2)[J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2018, 19(7): 2325-2337.
- [14] QI X W, WANG P, WU G Y, et al. Connected cooperative eco-driving system considering human driver error[J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2018, 19(8): 2721-2733.
- [15] YU M, LONG J C. An eco-driving strategy for partially connected automated vehicles at a signalized intersection[J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2022, 23(9): 15780-15793.
- [16] 钱立军, 陈晨, 陈健. 无信控交叉口环境下考虑驾驶员误差的集中式轨迹规划[J]. *汽车工程*, 2023, 45(5): 768-776, 785.  
QIAN Lijun, CHEN Chen, CHEN Jian. Centralized trajectory planning in an unsignalized intersection environment considering driver error[J]. *Automotive Engineering*, 2023, 45(5): 768-776.
- [17] WANG Y, BOYD S. Fast model predictive control using online optimization[J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2010, 18(2): 267-278.
- [18] YU C, FENG Y, LIU H X, et al. Integrated optimization of traffic signals and vehicle trajectories at isolated urban intersections[J]. *Transportation Research Part B: Methodological*, 2018, 112(JUN.): 89-112. DOI:10.1016/j.trb.2018.04.007.