

doi: 10.19562/j.chinasae.qcgc.2024.10.005

# 轮毂电机驱动电动汽车4WS和DYC协调控制\*

张海川, 王 姝, 赵 轩, 周辰雨, 魏沧岩, 周 猛

(长安大学汽车学院, 西安 710000)

[摘要] 为了提高轮毂电机驱动电动汽车的路径跟踪能力和操纵稳定性,本文针对主动四轮转向系统(4WS)和直接横摆力矩控制系统(DYC)提出一种新型的协调控制策略。首先,综合考虑车辆的路径跟踪性能和操纵稳定性,建立一种共享转向控制模型,并在此基础上提出基于非合作Nash博弈的4WS控制策略。其次,为了提高危险行驶工况下的车辆侧向稳定性,基于质心侧偏角相平面将车辆状态划分为稳定区域、过渡区域和失稳区域,并分区域建立DYC控制器。再次,为了实现后轮转向与直接横摆力矩的协同控制,建立基于模糊神经网络的ARS/DYC协调控制器。最后,利用CarSim/Simulink联合仿真平台和硬件在环平台,分别进行双移线工况下的试验验证。研究结果表明,所提出的控制策略能够有效地提高车辆在极端行驶工况下的路径跟踪精度和操纵稳定性。

关键词: 汽车工程; 轮毂电机驱动电动汽车; 四轮转向; 直接横摆力矩控制; 协调控制

## Coordination Control of 4WS and DYC for in Wheel Motor Driven Electric Vehicle

Zhang Haichuan, Wang Shu, Zhao Xuan, Zhou Chenyu, Guo Cangyan &amp; Zhou Meng

School of Automobile, Chang'an University, Xian 710000

[Abstract] In order to improve the path tracking ability and handling stability of in wheel motor driven electric vehicles, a novel coordination control strategy for active four-wheel steering (4WS) and direct yaw moment control (DYC) is proposed. Firstly, considering the path tracking performance and handling stability of vehicles, a shared steering model is established and on this basis, the 4WS control strategy based on non-cooperative Nash game theory is proposed. Secondly, in order to improve the lateral stability of the vehicle under extreme conditions, the vehicle state is divided into stable, transitional, and unstable regions based on the phase plane of the center of mass sideslip angle, and the DYC controller is established in each region. Then, in order to achieve coordinated control of rear wheel steering and direct yaw moment, the coordination controller based on fuzzy neural network is established between ARS and DYC. Finally, the CarSim/Simulink co-simulation platform and Hardware-in-the Loop (HIL) platform are used to conduct experimental verification under dual line shifting conditions. The research results show that the proposed control strategy can effectively improve the path tracking precision and handling stability of the vehicle under extreme driving conditions.

**Keywords:** automotive engineering; in wheel motor driven electric vehicle; four-wheel steering; direct yaw moment control; coordination control

\* 国家自然科学基金面上项目(52172362, 52372375)、陕西省重点研发计划项目(2024GX-YBXM-260)、陕西省科技成果转化计划项目(2024CG-CGZH-19)和陕西省自然科学基金基础研究项目(2022JQ-543)资助。

原稿收到日期为2024年03月16日,修改稿收到日期为2024年04月10日。

通信作者:王姝,高级工程师,工学博士,E-mail: shuwang@chd.edu.cn。

## 前言

近年来,随着自动驾驶技术的飞速发展,涌现出大量的主动安全技术来满足车辆在危险行驶工况下的控制需求<sup>[1]</sup>。而轮毂电机驱动电动汽车作为主动安全技术实施的良好平台<sup>[2]</sup>,搭载了四轮轮毂电机驱动系统和线控转向系统,具有四轮转矩可控、四轮转角可调的特点<sup>[3-4]</sup>。通过对4个轮毂电机协调控制,可以开发直接横摆力矩控制、驱动防滑控制等多种主动安全控制策略<sup>[5]</sup>。同时线控转向系统通过控制4个转向电机实现主动四轮转向功能<sup>[6]</sup>,可以与四轮驱动系统进行协调控制<sup>[7]</sup>,共同提高车辆在路径跟踪过程中的稳定性。

为协调智能车辆的多个线控转向/驱动系统,众多学者展开了深入研究。文献[8]中针对分布式驱动电动汽车建立了基于分层控制框架的AFS/DYC路径跟踪控制策略。文献[9]中首先建立了基于MPC的路径跟踪控制器,然后引入ARS系统作为下层控制器,提高了车辆的侧向稳定性。文献[10]中设计了分层动态漂移控制器,第1层用来跟踪目标行驶路径,第2层负责跟踪期望运动状态。文献[11]中建立了基于滑模变结构的AFS+ARS和DYC的集成控制器。上述学者的研究结合各个系统之间的性能优势,均有效提高了车辆在路径跟踪过程中的操纵稳定性,但主要采用集成或分层控制策略来协调多个控制系统<sup>[12-13]</sup>,未充分考虑稳定性控制对于路径跟踪系统的影响,过大的附加横摆力矩或后轮转角势必会在一定程度上降低路径跟踪精度。而动态博弈理论可以用来解决不同智能体之间的相互作用问题<sup>[14-15]</sup>。文献[16]中将最优博弈方法应用到车辆AFS/DYC控制中,提高了车辆在路径跟踪过程中的稳定性。根据Nash博弈理论,文献[17]中建立了基于线性二次最优算法的4WS控制策略。但上述研究均采用了相同的协调控制模型,并通过多次迭代运算来获取预瞄状态增益,这增加了控制策略的复杂性。因此,建立一种高效、完善的路径跟踪和稳定性系统协调控制模型,将有利于开发先进的博弈控制策略。

然而,在极端行驶工况下,轮胎侧偏力趋于饱和,只依靠4WS系统不能满足该工况下的侧向稳定性需求,为避免车辆失稳,需要引入DYC系统来提高车辆的稳定性。目前针对DYC的研究已经较为

成熟,主要采用分层控制架构<sup>[18]</sup>,上层计算附加横摆力矩<sup>[19]</sup>,然后经过伪逆算法或者二次规划算法进行优化分配<sup>[20-21]</sup>。为提高车辆响应速度,上层控制器多基于线性轮胎模型<sup>[22]</sup>,而车辆失稳多发生在轮胎非线性区域,存在模型控制精度低、控制效果差等问题。对此部分学者提出了非线性MPC控制策略<sup>[23-24]</sup>,并基于魔术公式描述轮胎的非线性特性,但是增加了模型的复杂性。因此设计更加简单高效的DYC控制器对提高车辆的侧向稳定性具有重要意义。

考虑到ARS系统也是为了提高车辆的侧向稳定性,此时ARS和DYC之间的协调控制是另一个研究的难题。文献[25]中建立了基于滑模控制的ARS/DYC协同控制器,分别用来跟踪横摆角速度和质心侧偏角。文献[26]中提出了ARS/DYC最优协调控制策略,根据零化质心侧偏角决策后轮转角,并计算附加横摆力矩跟踪目标状态。以上研究虽然可以实现系统之间的协调控制,但只考虑了横摆角速度或质心侧偏角单一稳定性指标,并没有充分发挥系统的性能优势。基于次,部分学者基于相平面划分工作区域,计算主动转向和DYC之间的协调控制权重<sup>[27-28]</sup>,以满足车辆在复杂行驶工况下的操纵性和稳定性要求。如文献[29]中定义了与相平面稳定性相关的增益调度参数,实时计算AFS/DYC的权重系数。然而当车辆状态在稳定边界附近时,权重波动剧烈,给线控转向/驱动电机等执行器带来了一定的工作负荷和能量损耗。因此,需要提出一种综合考虑操纵稳定性同时权重系数波动较小的ARS/DYC协调控制方法。

根据以上分析,对于AFS、ARS和DYC的研究主要集中在非协调控制系统,稳定性系统仅仅是对上层路径跟踪系统AFS的响应,没有考虑对于路径跟踪性能的影响。实际上稳定性系统决策的横摆力矩或后轮转角会引起车辆行驶路径的改变,AFS系统为了跟踪目标路径,将更新前轮转角控制指令。因此需要建立一个路径跟踪与稳定性系统之间的协调控制器,来反应智能体之间的信息交互和传递。相比于DYC系统,ARS具有更好的控制效果和响应速度,因此本文首先建立基于Nash博弈的4WS控制器。然后融入DYC系统弥补ARS在极端工况下的不足,从而实现4WS和DYC系统之间的协调控制。具体内容如下。

(1)针对AFS和ARS系统,建立一种新型的共享

转向模型,基于此提出基于Nash博弈的主动4WS控制策略。

(2)针对DYC系统,基于相平面划分车辆工作区域,分别建立不同的DYC控制器,从而同时考虑车辆的操纵性和稳定性能。

(3)建立基于模糊神经网络的ARS/DYC协调控制器,实现车辆在危险行驶工况下稳定性系统之间的协调控制。

## 1 车辆动力学模型

### 1.1 4WS车辆动力学模型

由于在小转角和轮胎线性区域内,线性2DOF车辆动力学模型可以良好反映车辆的转向响应特性,本节只考虑车辆的侧向和横摆运动对行驶稳定性的影响,4WS车辆的动力学模型如图1所示。

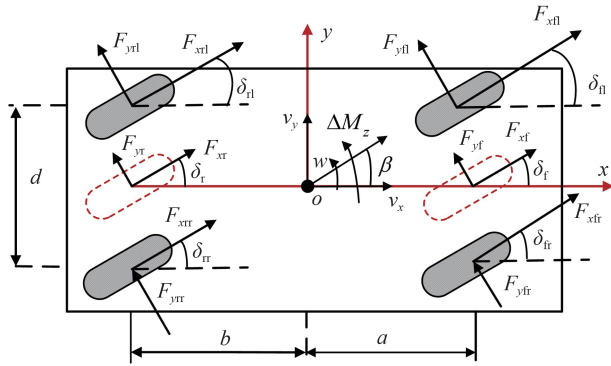


图1 4WS车辆模型

线性2DOF车辆动力学状态方程如下:

$$\dot{X} = AX + BU + EW \quad (1)$$

其中:

$$X = \begin{bmatrix} \beta \\ w \end{bmatrix}; U = \begin{bmatrix} \delta_f \\ \delta_r \end{bmatrix}; W = [\Delta M_z]$$

$$A = \begin{bmatrix} a_{11} & a_{12} \\ a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}; B = \begin{bmatrix} b_{11} & b_{12} \\ b_{21} & b_{22} \end{bmatrix}; E = \begin{bmatrix} 0 \\ 1/I_z \end{bmatrix}$$

动力学模型的参数定义如下:

$$a_{11} = -\frac{k_1 + k_2}{mv_x}; a_{12} = \frac{bk_2 - ak_1}{mv_x^2} - 1; a_{21} = \frac{bk_2 - ak_1}{I_z}$$

$$a_{22} = -(a^2k_1 + b^2k_2)/I_z v_x; b_{11} = k_1/mv_x$$

$$b_{12} = k_2/mv_x; b_{21} = ak_1/I_z; b_{22} = -bk_2/I_z$$

式中: $m$ 为车辆质量; $\beta$ 和 $w$ 分别为质心侧偏角和横摆角速度; $I_z$ 为车辆绕 $z$ 轴的转动惯量; $a$ 和 $b$ 分别为车辆质心到前轴和后轴的距离; $\delta_f$ 和 $\delta_r$ 分别为前后车轮转角; $\Delta M_z$ 为附加横摆力矩。

### 1.2 AFS/ARS共享转向模型

如图2所示,在路径跟踪系统中,主要采用位移偏差 $e_d$ 、航向偏差 $e_\psi$ 来衡量车辆的路径跟踪精度, $\psi_d$ 为参考航向角。路径跟踪模型的表达式如下:

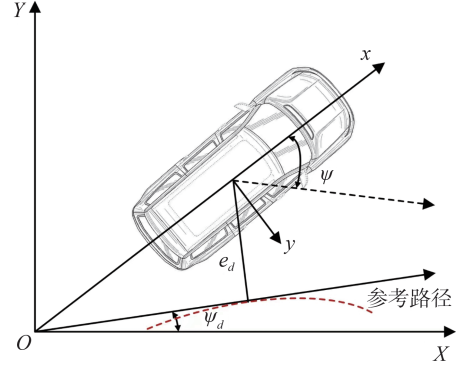


图2 路径跟踪模型

$$\begin{cases} \dot{e}_d = v_y + v_x e_\psi = v_x \beta + v_x e_\psi \\ \dot{e}_\psi = w - \dot{\psi}_d = w - k_r \dot{s} \end{cases} \quad (2)$$

式中: $k_r$ 为参考路径的曲率; $\dot{s}$ 为车辆质心在自然坐标系上的速度投影。

将式(1)转化为下式:

$$\dot{z} = Az + F_1 \delta_f + F_2 \delta_r \quad (3)$$

式中: $F_1 = [b_{11}, b_{21}]^T$ ;  $F_2 = [b_{12}, b_{22}]^T$ ;  $z = X$ 。

将车辆动力学模型式(3)和路径跟踪模型式(2)组合在一起,构建新的状态方程:

$$\dot{z}^* = E^* z^* + F_1^* \delta_f + F_2^* \delta_r + D^* \dot{\psi}_d \quad (4)$$

$$\text{其中: } \begin{cases} z^* = \begin{bmatrix} e_d \\ e_\psi \\ \beta \\ w \end{bmatrix}; F_1^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_{11} \\ b_{21} \end{bmatrix}; F_2^* = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ b_{12} \\ b_{22} \end{bmatrix} \\ E^* = \begin{bmatrix} 0 & v_x & v_x & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & a_{11} & a_{12} \\ 0 & 0 & a_{21} & a_{22} \end{bmatrix}; D^* = \begin{bmatrix} 0 \\ -1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \end{cases}$$

由于汽车自身的非线性特点,车辆实际行驶状态与理想状态参数之间存在偏差,通过控制车辆后轮转角跟踪目标状态参数。

$$\dot{e}_z = Ae_z + F_2 \delta_r \quad (5)$$

其中: $e_z = [\beta - \beta_{ref} \quad w - w_{ref}]^T = [\Delta\beta \quad \Delta w]^T$

$$w_{ref} = \min \left\{ \frac{v_x \delta_f}{(1 + Kv_x^2)l}, \frac{0.85\mu g}{v_x} \right\}$$

$$\beta_{ref} = \min \left\{ \frac{b + mav_x^2/(k_2 l)}{l(1 + Kv_x^2)} \delta_f, \left( \frac{b}{v_x^2} + \frac{ma}{k_2 l} \right) \mu g \right\}$$

通过组合式(4)与式(5),得到 AFS/ARS 系统的共享转向模型,从而综合反映车辆的路径跟踪和操纵稳定性性能:

$$\dot{x} = A_d x + B_1 \delta_f + B_2 \delta_r + Y \dot{\psi}_d \quad (6)$$

其中:  $B_1 = [F_1^* \ 0 \ 0]^T$ ;  $B_2 = [F_2^* \ F_2]^T$ ;  $Y = [D^* \ 0 \ 0]^T$

$$x = [z^* \ e_z]^T; A_d = \text{diag}(E^*, A)$$

## 2 路径跟踪和操纵稳定性协调控制器

路径跟踪与操纵稳定性分层协调控制架构如图3所示,主要包括上下两层。在上层控制器中,分别建立了基于 Nash 博弈的 4WS 控制器、基于  $\beta - \dot{\beta}$  平面的 DYC 控制器和基于模糊神经网络的 ARS/DYC 协调控制器。4WS 控制器基于 Nash 博弈动态决策车辆前后车轮转角  $\delta_f^*$  和  $\delta_r^*$ , 实现 AFS/ARS 系统

之间的共享转向控制。为了描述博弈过程,变量  $k$  表示第  $k$  次博弈,第  $N$  次博弈结果为实际的控制指令。对于 DYC,基于相平面把工作区域划分为稳定区域、过渡区域和失稳区域,并在不同区域分别设计对应的 DYC 控制器。由 4WS 控制器和 DYC 控制器决策的  $\delta_f^*$  和  $\Delta M$  控制指令共同传递给协调控制器,并通过模糊神经网络训练 ARS/DYC 之间的最优权重系数,得到最终加权后的  $\delta_{ARS}$  和  $\Delta M_{DYC}$ 。在下层控制器中,线控四轮转向/驱动系统作为执行器,主要用于响应上层控制器发出的  $\delta_f^*$ 、 $\delta_{ARS}$  和  $\Delta M_{DYC}$  控制指令,其中  $\Delta M_{DYC}$  以轮胎利用率最低为目标,将附加横摆力矩进行优化分配,同时考虑附着条件约束和驱动电机性能约束,得到 4 个轮毂电机的驱动力矩,将轮胎驱动力矩和车轮转角施加在车辆上。其中下层控制器沿用文献[30]中的研究成果,在此不做赘述。

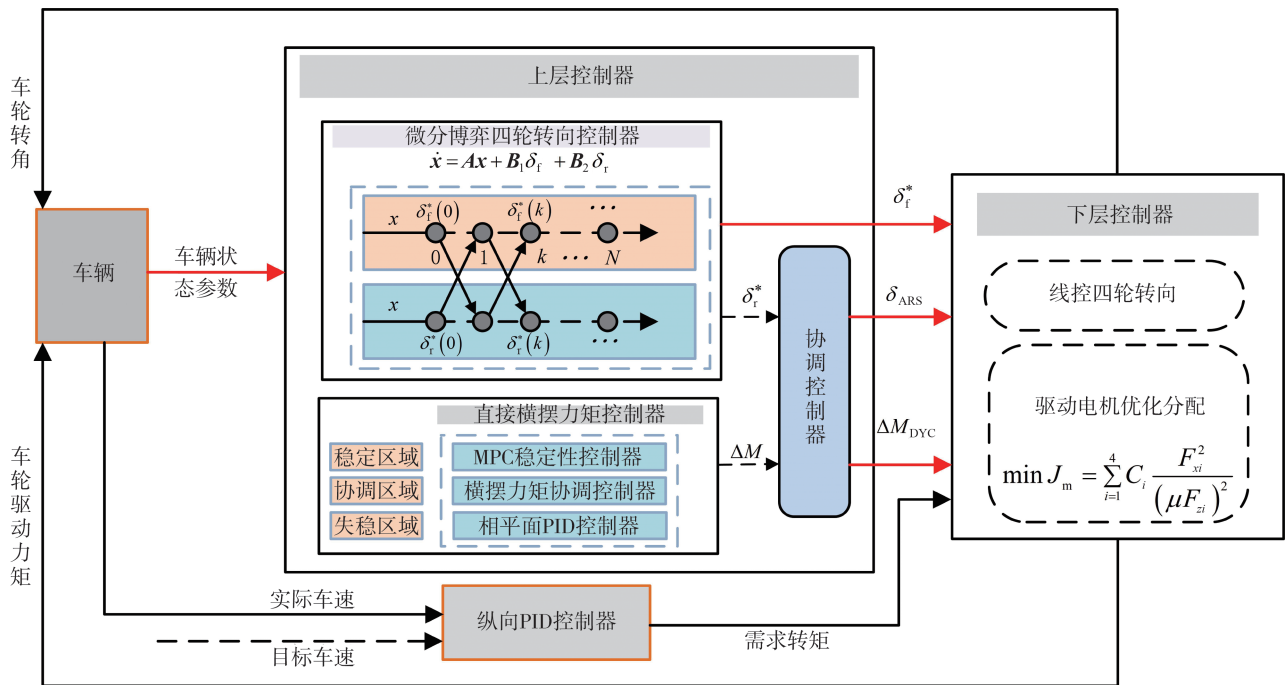


图3 路径跟踪与操纵稳定性分层协调控制架构

### 2.1 基于 Nash 博弈的 4WS 控制器

博弈论根据博弈对象控制目标的不同,可以分为合作博弈和非合作博弈。其中合作博弈追求集体利益的最大化,而非合作博弈只追求各自利益的最大化。AFS 系统主要用于路径跟踪控制,通过计算最优前轮转向角  $\delta_f$  来提高路径跟踪精度,而 ARS 系统主要用于稳定性控制,通过决策最优后轮转角  $\delta_r$  来改善车辆的操纵稳定性。同时 ARS 可以补偿由

于 AFS 转向操作失误引起的车辆失稳,而 AFS 通过预估 ARS 转角对车辆状态参数的影响可以更好地维持车身姿态,两个系统之间存在信息交互和传递的关系。因此,本节建立了基于非合作 Nash 博弈的 4WS 控制策略。

分别把 AFS 定义为博弈对象 1、ARS 定义为博弈对象 2。定义博弈双方的二次型代价函数来表示博弈控制的目标函数。

$$\begin{aligned}
J_1(\delta_l, \delta_r) &= \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \{ \mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q}_1 \mathbf{x}(t) + \delta_l^T(t) \mathbf{R}_{11} \delta_l(t) + \\
&\quad \delta_r^T(t) \mathbf{R}_{12} \delta_r(t) \} dt \\
J_2(\delta_l, \delta_r) &= \frac{1}{2} \int_0^{\infty} \{ \mathbf{x}^T(t) \mathbf{Q}_2 \mathbf{x}(t) + \delta_l^T(t) \mathbf{R}_{21} \delta_l(t) + \\
&\quad \delta_r^T(t) \mathbf{R}_{22} \delta_r(t) \} dt
\end{aligned} \quad (7)$$

其中:

$$\begin{aligned}
\mathbf{Q}_1 &= \text{diag} [\xi^{e_s}, \xi^{e_\phi}, 0, 0, 0.01, 0.01] \\
\mathbf{Q}_2 &= \text{diag} [0.01, 0.01, 0, 0, \xi^{\Delta\beta}, \xi^{\Delta\omega}] \\
\mathbf{R}_{11} &= \mathbf{r}_{11}; \mathbf{R}_{12} = \mathbf{r}_{12}; \mathbf{R}_{21} = \mathbf{r}_{21}; \mathbf{R}_{22} = \mathbf{r}_{22}
\end{aligned}$$

式中:  $\mathbf{Q}_i$ 、 $\mathbf{R}_{ij}$  分别为权重矩阵;  $\xi^{e_s}$ 、 $\xi^{e_\phi}$ 、 $\xi^{\Delta\beta}$ 、 $\xi^{\Delta\omega}$  表示状态变量的权重系数;  $r_{ij}$  表示控制变量的权重系数。

当  $\delta_l^*$  和  $\delta_r^*$  分别表示两个博弈对象的 Nash 均衡解, 则其各自的目标函数满足以下条件:

$$\begin{cases} J_1(\delta_l^*, \delta_r^*) \leq J_1(\delta_l, \delta_r^*), \forall \delta_l \in \Xi_1 \\ J_2(\delta_l^*, \delta_r^*) \leq J_2(\delta_l^*, \delta_r), \forall \delta_r \in \Xi_2 \end{cases} \quad (8)$$

为了计算 Nash 均衡状态反馈控制量, 根据最优控制理论建立哈密顿函数如下:

$$\begin{cases} \mathbf{H}_1 = \frac{1}{2} (\mathbf{x}^T \mathbf{Q}_1 \mathbf{x} + \delta_l^T \mathbf{R}_{11} \delta_l + \delta_r^T \mathbf{R}_{12} \delta_r) + \\ \quad \lambda_1^T(t) (\mathbf{A} \mathbf{x}_n + \mathbf{B}_1 \delta_l + \mathbf{B}_2 \delta_r) \\ \mathbf{H}_2 = \frac{1}{2} (\mathbf{x}^T \mathbf{Q}_2 \mathbf{x} + \delta_l^T \mathbf{R}_{21} \delta_l + \delta_r^T \mathbf{R}_{22} \delta_r) + \\ \quad \lambda_2^T(t) (\mathbf{A} \mathbf{x}_n + \mathbf{B}_1 \delta_l + \mathbf{B}_2 \delta_r) \end{cases} \quad (9)$$

在式(9)中, 利用极小值原理对控制量求偏导, 得到:

$$\begin{cases} \frac{\partial \mathbf{H}_1}{\partial \delta_l} = \mathbf{R}_{11} \delta_l + \mathbf{B}_1^T \lambda_1(t) = 0 \\ \frac{\partial \mathbf{H}_2}{\partial \delta_r} = \mathbf{R}_{22} \delta_r + \mathbf{B}_2^T \lambda_2(t) = 0 \end{cases} \quad (10)$$

反馈 Nash 均衡解整理可得:

$$\begin{cases} \delta_l^* = -\mathbf{R}_{11}^{-1} \mathbf{B}_1^T \lambda_1(t) \\ \delta_r^* = -\mathbf{R}_{22}^{-1} \mathbf{B}_2^T \lambda_2(t) \end{cases} \quad (11)$$

根据最优控制的必要条件, 得到方程如下:

$$\begin{cases} \dot{\lambda}_1 = -\frac{\partial \mathbf{H}_1}{\partial \mathbf{x}} = -\mathbf{Q}_1 \mathbf{x} - \mathbf{A}^T \lambda_1(t) \\ \dot{\lambda}_2 = -\frac{\partial \mathbf{H}_2}{\partial \mathbf{x}} = -\mathbf{Q}_2 \mathbf{x} - \mathbf{A}^T \lambda_2(t) \end{cases} \quad (12)$$

把式(11)代入式(6), 整理得:

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} - \mathbf{B}_1 \mathbf{R}_{11}^{-1} \mathbf{B}_1^T \lambda_1(t) - \mathbf{B}_2 \mathbf{R}_{22}^{-1} \mathbf{B}_2^T \lambda_2(t) \quad (13)$$

联合式(12)、式(13)组成状态矩阵:

$$\begin{bmatrix} \dot{\lambda}_1(t) \\ \dot{\lambda}_2(t) \\ \dot{\mathbf{x}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\mathbf{A}^T & 0 & -\mathbf{Q}_1 \\ -\mathbf{A}^T & 0 & -\mathbf{Q}_2 \\ -\mathbf{B}_1 \mathbf{R}_{11}^{-1} \mathbf{B}_1^T & -\mathbf{B}_2 \mathbf{R}_{22}^{-1} \mathbf{B}_2^T & \mathbf{A} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \lambda_1(t) \\ \lambda_2(t) \\ \mathbf{x} \end{bmatrix} \quad (14)$$

系数  $\lambda_1(t)$ 、 $\lambda_2(t)$  可以由车辆状态变量  $\mathbf{x}$  表示为

$$\begin{cases} \lambda_1(t) = \mathbf{K}_1 \mathbf{x} \\ \lambda_2(t) = \mathbf{K}_2 \mathbf{x} \end{cases} \quad (15)$$

最终得到4WS控制系统的 Nash 均衡解为

$$\begin{cases} \delta_l^* = -\mathbf{R}_{11}^{-1} \mathbf{B}_1^T \mathbf{K}_1 \mathbf{x} \\ \delta_r^* = -\mathbf{R}_{22}^{-1} \mathbf{B}_2^T \mathbf{K}_2 \mathbf{x} \end{cases} \quad (16)$$

根据式(16)可知, 反馈 Nash 均衡解实际上是一个与车辆初始状态取值无关的负反馈系数。因此在采用 Nash 均衡控制策略时, 车辆的前后轮转向控制系统始终执行初始时刻计算的控制指令。

式(16)中的系数矩阵  $\mathbf{K}_1$ 、 $\mathbf{K}_2$  可通过下式耦合 Riccati 方程组进行离线计算:

$$\begin{cases} \mathbf{K}_1 (\mathbf{A} - \mathbf{S}_2 \mathbf{K}_2) + (\mathbf{A} - \mathbf{S}_2 \mathbf{K}_2)^T \mathbf{K}_1 + \\ \quad \mathbf{Q}_1 + \mathbf{K}_2 \mathbf{S}_{12} \mathbf{K}_2 - \mathbf{K}_1 \mathbf{S}_1 \mathbf{K}_1 = 0 \\ \mathbf{K}_2 (\mathbf{A} - \mathbf{S}_1 \mathbf{K}_1) + (\mathbf{A} - \mathbf{S}_1 \mathbf{K}_1)^T \mathbf{K}_2 + \\ \quad \mathbf{Q}_2 + \mathbf{K}_1 \mathbf{S}_{21} \mathbf{K}_1 - \mathbf{K}_2 \mathbf{S}_2 \mathbf{K}_2 = 0 \end{cases} \quad (17)$$

其中:  $\mathbf{S}_i = \mathbf{B}_i \mathbf{R}_i^{-1} \mathbf{B}_i^T$ ;  $\mathbf{S}_{ij} = \mathbf{B}_j \mathbf{R}_j^{-1} \mathbf{R}_i \mathbf{B}_j^T$

为了计算耦合方程组, 本节采用迭代算法不断更新系数矩阵  $\mathbf{K}_1$ 、 $\mathbf{K}_2$  的值, 具体流程如图4所示。

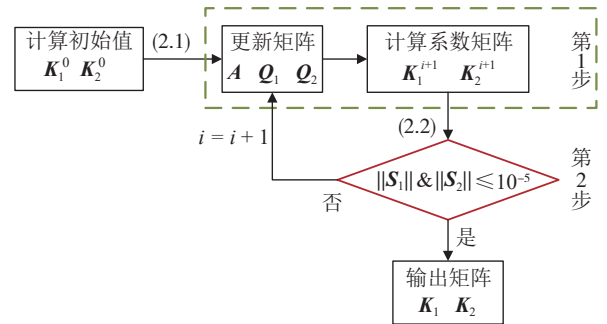


图4 耦合 Riccati 方程组计算流程图

## 2.2 基于 $\beta - \dot{\beta}$ 相平面的 DYC 控制器

为了提高控制模型的运行速度, DYC 系统多采用线性化模型来描述轮胎的力学特性。但当车辆处于失稳状态时, 轮胎工作在非线性区域, 线性轮胎模型计算精度低、稳定性控制效果差。因此, 本节基于  $\beta - \dot{\beta}$  相平面划分车辆工作区域: 在稳定区域内采用线性 MPC 控制器决策附加横摆力矩  $M_1$ ; 在失稳区域, 采用相平面 PID 控制器决策附加横摆力矩  $M_2$ ; 在

过渡区域,采用横摆力矩联合控制器决策附加横摆力矩 $\Delta M$ 。从而提高了车辆的操纵性能和稳定性,该控制器结构如图5所示。

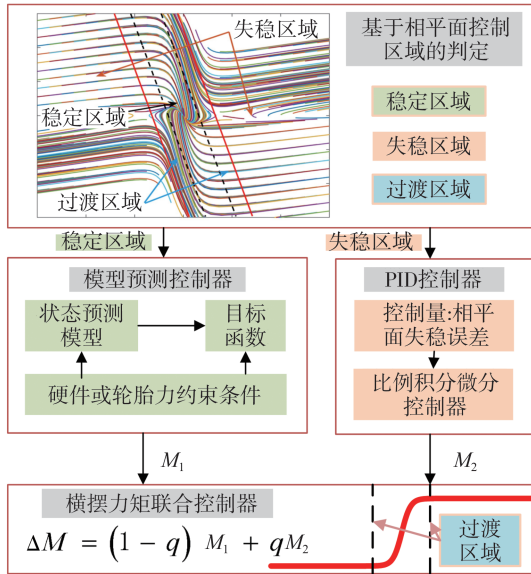


图5 基于 $\beta - \dot{\beta}$ 相平面的DYC控制器结构图

### 2.2.1 基于相平面的控制区域判定

目前常见的相平面主要包括 $\beta - \dot{\beta}$ 和 $\beta - r$ 两种类型。由于 $\beta - r$ 相平面存在容易误判的缺点,本节采用精度更高的 $\beta - \dot{\beta}$ 相平面来判断车辆失稳状态,如图6(a)所示。采用相对原点对称的两条平行直线表示失稳区域的边界,边界方程如下:

$$|\dot{\beta}_2 + k\beta_2| \leq c \quad (18)$$

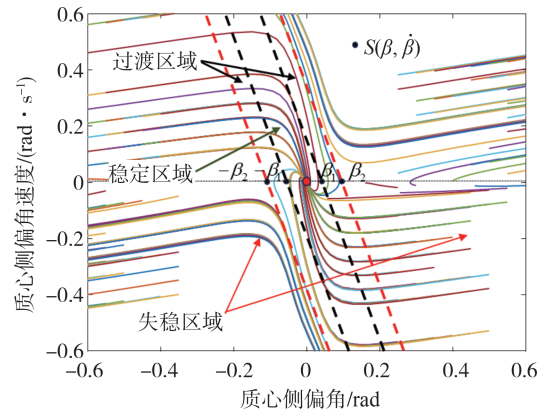
式中 $k, c$ 表示边界系数,与车速和附着系数有关,通过仿真试验得到。

为保证稳定区域内轮胎工作在线性区,根据横摆角速度增益确定稳定区域边界。利用CarSim得到前轮转角与横摆角速度增益的关系,如图6(b)所示。根据横摆角速度增益稳态下的前轮转角 $\delta_{10}$ ,可以得到基于线性2DOF模型稳态下的质心侧偏角 $\beta_1$ 。

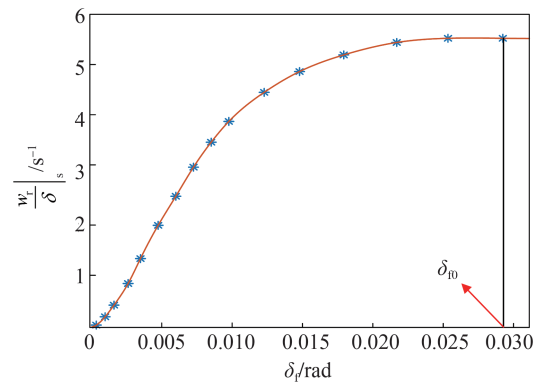
因此,当车辆状态点 $S \in (-\beta_1, \beta_1)$ ,车辆处于稳定区域;车辆状态点 $S \in (-\beta_2, -\beta_1) \cup (\beta_1, \beta_2)$ ,车辆处于过渡区域;车辆状态点 $S \in (-\infty, -\beta_2) \cup (\beta_2, +\infty)$ ,车辆处于失稳区域。

### 2.2.2 稳定区域线性MPC控制器

在稳定区域,车辆具有较大的稳定裕度,侧向稳定性控制器主要用来改善车辆的操纵性能。因此,建立了基于线性MPC的侧向稳定性控制器。车辆



(a)  $\beta - \dot{\beta}$ 相平面



(b) 横摆角速度增益与前轮转角关系

图6  $\beta - \dot{\beta}$ 相平面控制区域

动力学模型的状态方程式如下:

$$\begin{cases} \dot{X} = AX + EU + F_1 D \\ Y = CX \end{cases} \quad (19)$$

式中:状态变量 $X = [\beta, w]^T$ ;输出变量为 $Y = [\beta, w]^T$ ;控制量为 $U = [M_1]$ ;干扰量为 $D = [\delta_r]$ ;输出量矩阵 $C = \text{diag}(1, 1)$ 。

采样步长设置为 $\Delta T$ ,对式(19)进行离散化:

$$\begin{cases} \dot{X}(k+1) = A_k X(k) + B_k U(k) + E_k D_k \\ Y(k) = C X(k) \end{cases} \quad (20)$$

其中: $A_k = e^{A\Delta T}$ ;  $B_k = E \int_{k\Delta T}^{(k+1)\Delta T} e^{A[(k+1)\Delta T - t]} dt$

将式(20)转化为

$$\begin{cases} \xi(k+1) = \hat{A}_k \xi(k) + \hat{B}_k \Delta u(k) + \hat{E}_k D(k) \\ \eta(k) = C_k \xi(k) \end{cases} \quad (21)$$

$$\begin{cases} \xi(k) = \begin{pmatrix} x(k) \\ u(k-1) \end{pmatrix}; \hat{A}_k = \begin{pmatrix} A_k & B_k \\ 0_{m \times n} & I_m \end{pmatrix}; \hat{B}_k = \begin{pmatrix} B_k \\ I_m \end{pmatrix} \\ \Delta u(k) = u(k) - u(k-1); C_k = [C \quad 0_{(n+m) \times 1}]^T \end{cases}$$

式中 $n, m$ 为状态变量和控制变量个数。

预测时域的控制输出可以表示为

$$Y(k) = \Psi_k \xi(k) + \Theta_k \Delta U(k) + \Gamma_k D(k) \quad (22)$$

$$\text{其中: } Y(k) = \begin{bmatrix} \eta(k+1) \\ \eta(k+2) \\ \eta(k+3) \\ \vdots \\ \eta(k+N_p) \end{bmatrix}; \quad \Psi_k = \begin{bmatrix} C_k \hat{A}_k \\ C_k \hat{A}_k^2 \\ C_k \hat{A}_k^3 \\ \vdots \\ C_k \hat{A}_k^{N_p} \end{bmatrix}$$

$$\Delta U(k) = \begin{bmatrix} \Delta u(k) \\ \Delta u(k+1) \\ \Delta u(k+2) \\ \vdots \\ \Delta u(k+N_c-1) \end{bmatrix}$$

$$\Theta_k = \begin{bmatrix} C_k \hat{B}_k & 0 & 0 \\ C_k \hat{A}_k \hat{B}_k & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ C_k \hat{A}_k^{N_p-1} \hat{B}_k & \cdots & C_k \hat{B}_k \end{bmatrix}$$

$$\Gamma_k = \begin{bmatrix} C_k \hat{E}_k & 0 & 0 \\ C_k \hat{A}_k \hat{E}_k & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ C_k \hat{A}_k^{N_p-1} \hat{E}_k & \cdots & C_k \hat{E}_k \end{bmatrix}$$

式中  $N_p = 5$ 、 $N_c = 3$  分别为预测时域、控制时域。为了简化运算,根据稳定性控制的特点,做出如下假设。

(1)在控制时域之外,控制量大小不变。

$$\Delta u(k+i) = 0, i = N_c, N_c + 1, \dots, N_p - 1$$

(2)默认前轮转角  $D(k)$  大小不变。

为提高车辆操纵性能同时降低附加横摆力矩变化量,设置最小目标函数如下:

$$J = \|Y(k) - Y_{\text{ref}}(k)\|_Q^2 + \|\Delta U(k)\|_R^2 \quad (23)$$

其中  $Q = \text{diag}[10, 15]$ ;  $R = \text{diag}[500, 5000, 8000]$

将上述目标函数转化为二次规划问题:

$$\begin{cases} \min J = \frac{1}{2} \begin{pmatrix} \Delta U(k) \\ \varepsilon \end{pmatrix}^T H \begin{pmatrix} \Delta U(k) \\ \varepsilon \end{pmatrix} + f \begin{pmatrix} \Delta U(k) \\ \varepsilon \end{pmatrix} \\ \text{st.} \begin{cases} U_{\min} \leq U(k) \leq U_{\max} \\ \Delta U_{\min} \leq \Delta U(k) \leq \Delta U_{\max} \\ Y_{\min} \leq Y(k) \leq Y_{\max} \end{cases} \end{cases} \quad (24)$$

其中:  $H = \Theta_k^T Q \Theta_k + R$

$$f = 2(Y(k) - Y_{\text{ref}}(k) - \Theta_k \Delta U(k)) Q \Theta_k$$

式中:控制量  $U_{\max} = 4000$ ;控制增量  $\Delta U_{\min} = 800$ ;输出量  $Y_{\max} = [\mu g/v_x \quad \arctan(0.02\mu g)]^T$ ;输出参考量

$$Y_{\text{ref}} = [w_{\text{ref}}^*, \beta_{\text{ref}}^*]^T$$

最终得到横摆力矩增量为

$$\Delta U(k)^* = (\Delta U_k^*, \Delta U_{k+1}^*, \dots, \Delta U_{k+N_c-1}^*)^T \quad (25)$$

选取首个元素作用于受控对象,得到附加横摆力矩为

$$U(k) = U(k-1) + \Delta U_k^* \quad (26)$$

### 2.2.3 失稳区域PID控制器

在失稳区域,由于质心侧偏角过大车辆容易陷入失稳状态。因此,建立了基于  $\beta - \dot{\beta}$  相平面的PID稳定性控制器,通过控制相平面的失稳误差,抑制质心侧偏角或质心侧偏角增长率。失稳误差定义如下:

$$e_{\beta - \dot{\beta}} = |\dot{\beta} + k\beta \pm c| / \sqrt{1 + k^2} \quad (27)$$

将失稳误差  $e_{\beta - \dot{\beta}}$  作为稳定性控制参数,基于PID控制器计算附加横摆力矩,即

$$M_2 = k_p e_{\beta - \dot{\beta}} + k_i \int e_{\beta - \dot{\beta}} dt + k_d \frac{de_{\beta - \dot{\beta}}}{dt} \quad (28)$$

式中  $k_p$ 、 $k_i$ 、 $k_d$  分别为  $\beta - \dot{\beta}$  相平面控制的比例参数、积分参数和微分参数。

### 2.2.4 过渡区域联合控制器

在过渡区域,轮胎工作在临界状态,需要综合考虑车辆的操纵性和侧向稳定性。故定义了Sigmoid函数来计算MPC控制器和PID控制器之间的权值,如图7所示。经过线性变换,Sigmoid函数权重曲线表达式转化为

$$q = \begin{cases} 0, & |\dot{\beta} + k\beta| < \mu c \\ \frac{1}{1 + e^{-\frac{20}{c - \mu c} \times |\dot{\beta} + k\beta| - \frac{10\mu c + 10c}{c - \mu c}}}}, & \mu c \leq |\dot{\beta} + k\beta| < c \\ 1, & |\dot{\beta} + k\beta| \geq c \end{cases} \quad (29)$$

式中:  $q$  为PID控制器的权重系数;  $\mu = \beta_1/\beta_2$  为轮胎侧偏特性定义的比例系数。

最终得到的附加横摆力矩大小为

$$\Delta M = \begin{cases} M_1, & |\dot{\beta} + k\beta| < \mu c \\ (1 - q)M_1 + qM_2, & \mu c \leq |\dot{\beta} + k\beta| < c \\ M_2, & |\dot{\beta} + k\beta| \geq c \end{cases} \quad (30)$$

式中  $M_1$ 、 $M_2$  分别为基于MPC决策的横摆力矩和PID决策的横摆力矩。

### 2.3 基于模糊神经网络的ARS/DYC协调控制器

ARS和DYC系统存在相同的控制目标,在复杂行驶工况下,共同提高车辆的操纵稳定性。同时两

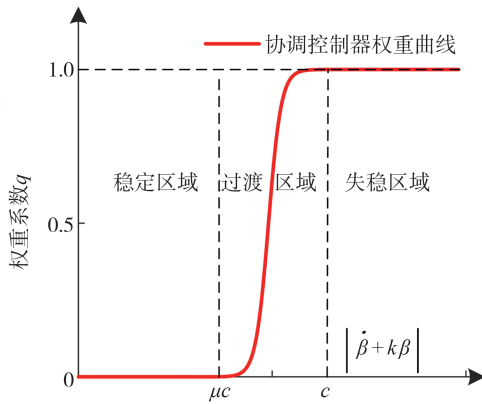


图7 权重系数与相点位置的关系

个系统存在不同的工作特性,在轮胎线性工作区域,侧向力存在较大稳定裕度,ARS系统稳定性控制效果好,而DYC系统由于引入轮胎纵向力控制容易导致速度波动;在轮胎非线性区域,侧向力达到附着极限,只依靠ARS系统车辆容易陷入侧滑、甩尾等失稳状态,需要引入DYC系统来提高车辆的侧向稳定性。因此,为了充分发挥两个系统各自的性能优势,本节设计了ARS/DYC协调控制器,定义ARS系统权重系数 $P$ ,最终的ARS和DYC控制量为

$$\begin{cases} \delta_{ARS} = \delta_r^* P \\ \Delta M_{DYC} = \Delta M (1 - P) \end{cases} \quad (31)$$

随着权重系数 $P$ 增大,ARS系统输出的主动后轮转角也越大,而DYC系统输出的附加横摆力矩则随之减少。目前常根据质心侧偏角相平面失稳误差大小来定义输出权重。考虑到影响相平面稳定边界的因素主要为路面附着系数、行驶车速和车轮转角,其中车轮转角的影响常忽略不计。本文只考虑附着系数和车速的影响,车速越低、附着系数越大,相平面的稳定区域越大,该结果与实际情况相符。比如在高速、低附着系数路面,车辆容易超出稳定边界处于失稳状态,需要增加DYC系统的权重;而低速、高附着系数路面需要增加ARS系统的权重。

为此,本文建立了基于Takagi-Sugeno模糊神经网络的ARS/DYC协调控制器,控制器的输入为纵向速度和路面附着系数,输出为ARS系统权重系数 $P$ 。输入和输出论域:纵向车速论域为(30 km/h, 120 km/h),地面附着系数论域为(0.1, 1),模糊子集划分为{NB(零), NM(极小), NS(正小), ZO(正中), PS(正大), PM(极大), PB(超大)},图8表示训练后输入车

速、地面附着系数的隶属度函数。图9为训练后得到的Nash博弈4WS控制器权重系数。

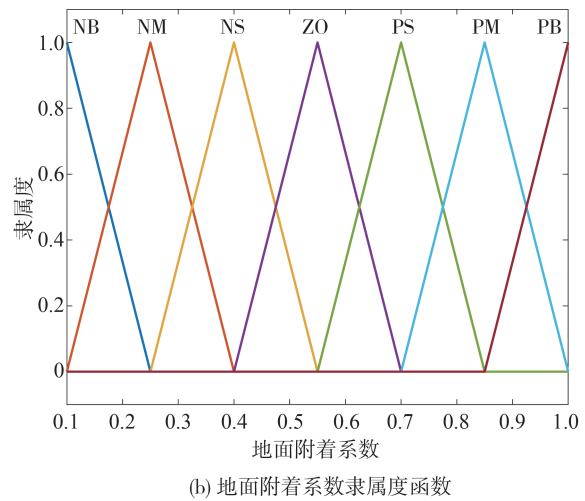
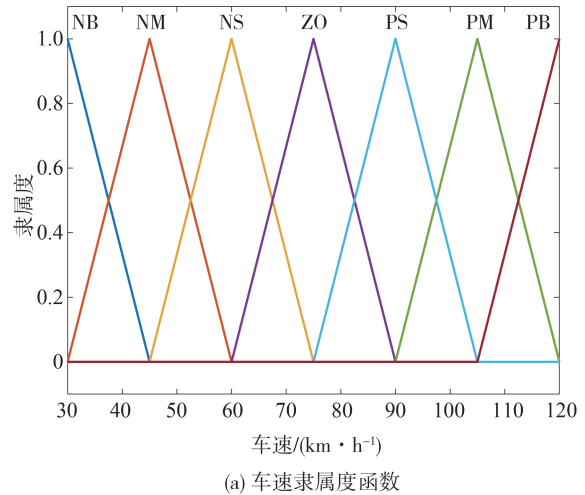


图8 输入隶属度函数

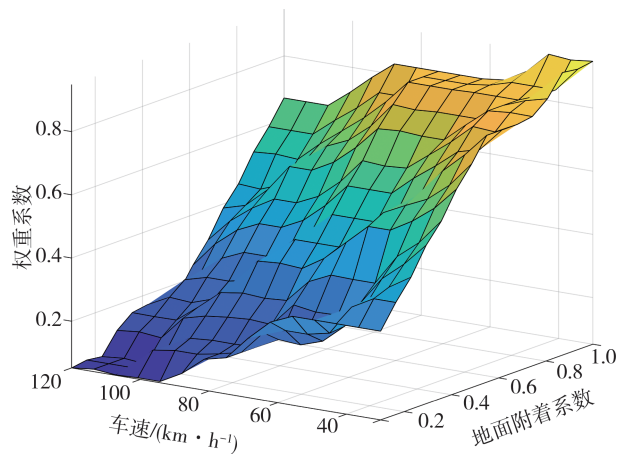


图9 Nash博弈4WS控制器权重系数

### 3 仿真对比分析

为了验证本文所提出控制策略的效果,基于CarSim/Simulink建立联合仿真平台,设置标准的双移线工况,分别在干燥混凝土路面和潮湿沥青路面下进行双移线工况仿真试验。为了对比本文建立的控制策略的优势,另外选取两种控制模型。定义模型1为本文提出的路径跟踪与操纵稳定性协调控制器;模型2为基于Nash博弈的4WS控制器;模型3为前馈+反馈LQR路径跟踪控制器。其中模型1与模型2的控制器参数见表1,模型3的LQR控制器参数设置为 $Q = I_{4 \times 4}$ 和 $R = 10$ 。

表1 车辆和控制器参数表

符号	定义	数值
$m$	整备质量	833 kg
$a$	质心到前轴距离	1.1 m
$b$	质心到后轴距离	1.25 m
$T_{\max}$	峰值扭矩	170 N·m
$P_{\max}$	峰值功率	90 kW
$T_s$	采样时间	0.01 s
$\xi^{e_s}$	横向位移权重系数	10
$\xi^{e_\delta}$	航向角权重系数	10
$\xi^{\Delta\beta}$	质心侧偏角权重系数	10
$\xi^{\Delta\omega}$	横摆角速度权重系数	10
$r_{11}(r_{12})$	前轮转角权重系数	100(0)
$r_{21}(r_{22})$	后轮转角权重系数	0(25)

#### 3.1 干燥混凝土路面

选择在附着系数为0.85的干燥混凝土路面进行车速为90 km·h<sup>-1</sup>仿真试验,仿真结果如图10和图11所示。

图10为路径跟踪仿真结果。由此可见,模型1和模型2均能有效跟踪目标路径,但是相比于模型2,模型1的最大横向误差降低了8.29%,最大航向角误差降低了13.58%。而模型3的跟踪误差最大,在150 m左右,模型3的航向偏差达到0.211 rad。因此,本文提出的路径跟踪与操纵稳定性协调控制器(模型1)路径跟踪精度最高。

从图11(a)~图11(c)可知,模型1和模型2的横摆角速度和质心侧偏角取值偏小,具有很好的收敛趋势。相比于模型2,模型1的质心侧偏角峰值降低了21.87%,并且模型1的相轨迹区域远小于另外两个模型,说明4WS+DYC的协调控制器具有更好

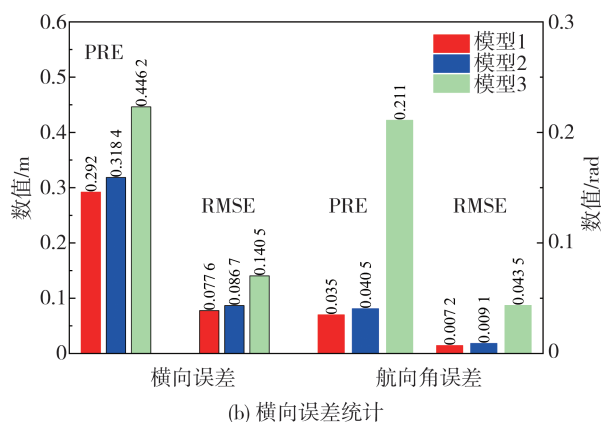
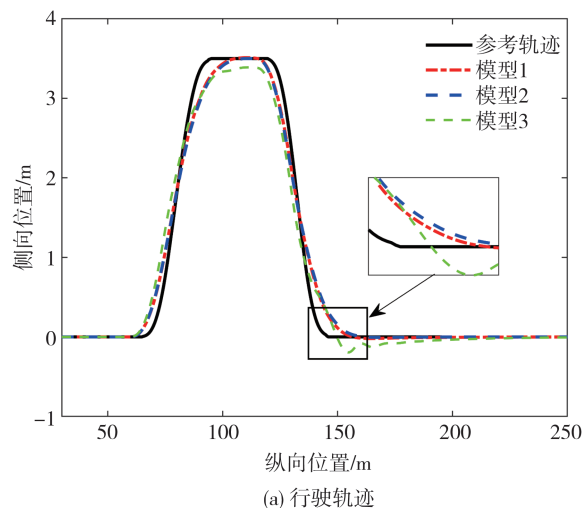


图10 干燥混凝土路面路径跟踪仿真结果

的行驶安全性。图11(d)~图11(f)为控制变量的仿真结果,从图11(e)可以看出,模型1的后轮转角远小于模型2,这是由于DYC系统引入差动驱动控制辅助了车辆的转向运动。图11(f)给出了模型1分配的车轮驱动力矩,相比于后轮,前轮具有更大的驱动力矩,同时不同驱动车轮之间的力矩大小不同,产生附加横摆力矩,提高了车辆的侧向稳定性。

#### 3.2 潮湿沥青路面

选择潮湿沥青路面作为行驶路面,地面附着系数 $\mu$ 为0.5,行驶车速为70 km/h,仿真结果如图12和图13所示。

从图12可以看出,模型1和模型2都能有效跟踪目标路径,误差取值范围均在合理范围内。相比于模型2,模型1最大位移误差降低了21.13%。而模型3的最大位移误差达到0.2474 m,路径跟踪效果最差。因此,本文提出的路径跟踪与稳定性协调控制器(模型1)具有更高的路径跟踪精度。

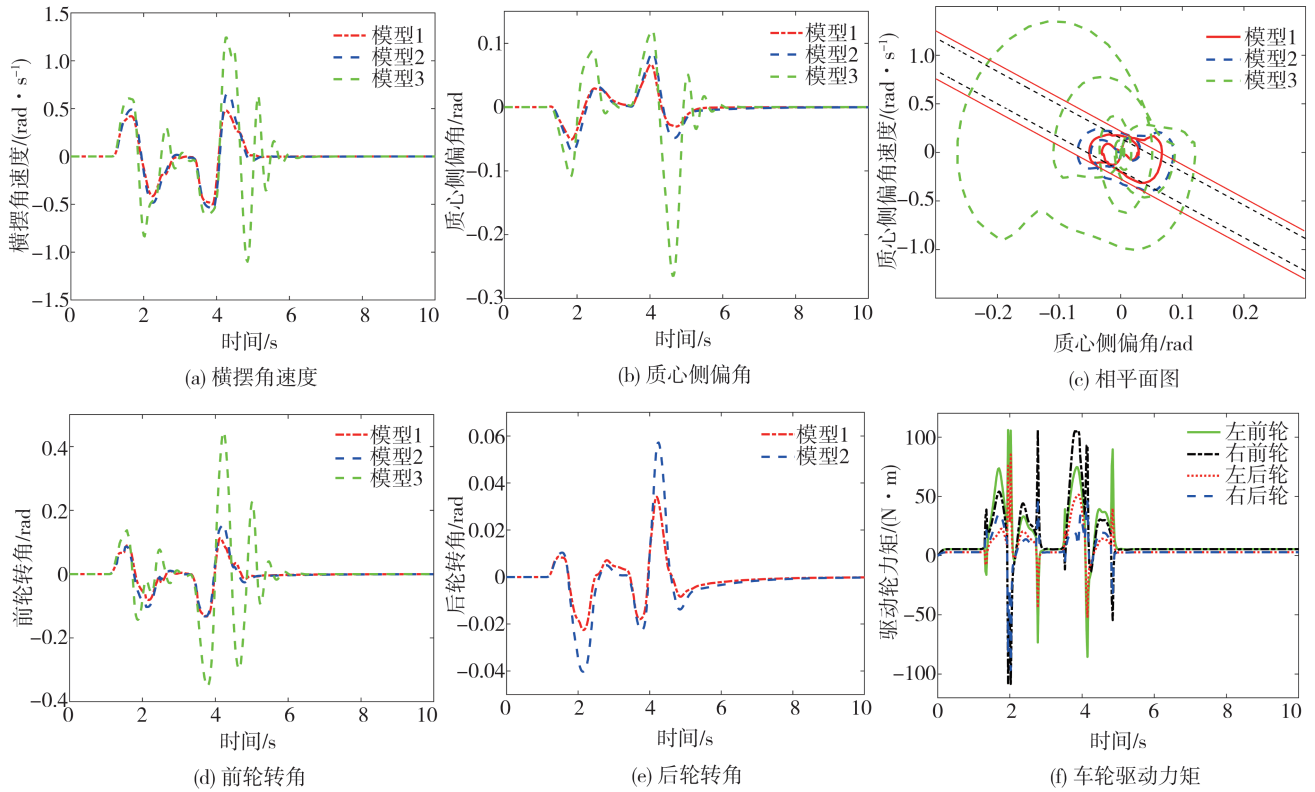


图 11 干燥混凝土路面操纵稳定性和控制变量仿真结果

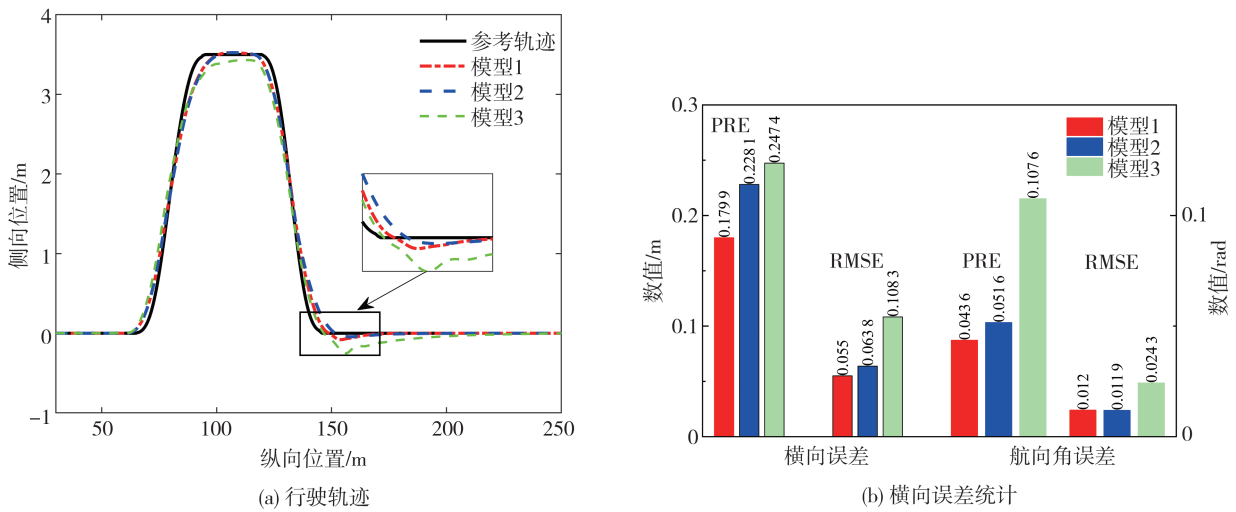


图 12 潮湿沥青路面路径跟踪仿真结果

图 13(a)~图 13(c)为操纵稳定性的仿真结果,模型 1 和模型 2 的稳定性响应曲线收敛效果都很好,但模型 1 的最大质心侧偏角相对于模型 2 降低了 29.19%,且模型 1 的相轨迹收敛区域最小,其最大失稳误差比模型 2 降低了 46.8%,说明此时模型 2 轮胎达到侧向附着极限,需要引入 DYC 系统来纠正车辆失稳状态。而对于模型 3,在 6 s 附近横摆角

速度发生很大波动,质心侧偏角峰值绝对值达到 0.1305 rad,说明车辆已进入侧滑、甩尾等失稳工况。从图 13(d)~图 13(f)可以看出,车辆前后轮转角基本保持相同转向趋势,提高了车辆行驶安全性,同时模型 1 具有最小的后轮转角控制量。综上,本文提出的路径跟踪和操纵稳定性协调控制器具有更高的路径跟踪精度和操纵稳定性。

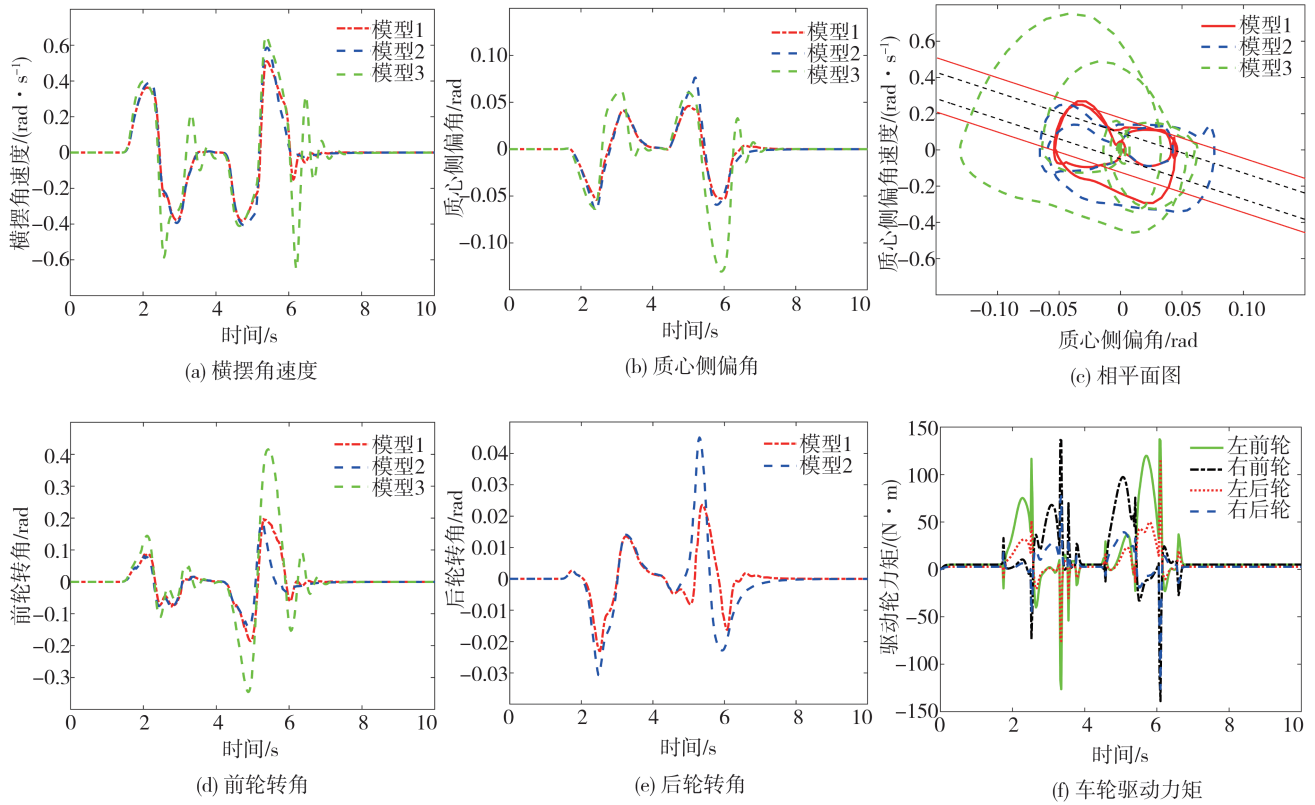


图 13 潮湿沥青路面操纵稳定性和控制变量仿真结果

### 4 硬件在环试验

考虑到实时仿真环境HIL对于车辆控制系统的开发至关重要,是整车控制策略“V”开发流程不可缺少的一部分。经过模型在环仿真验证后,搭建了如图14所示的HIL试验验证平台,对所提出的控制策略进行验证。

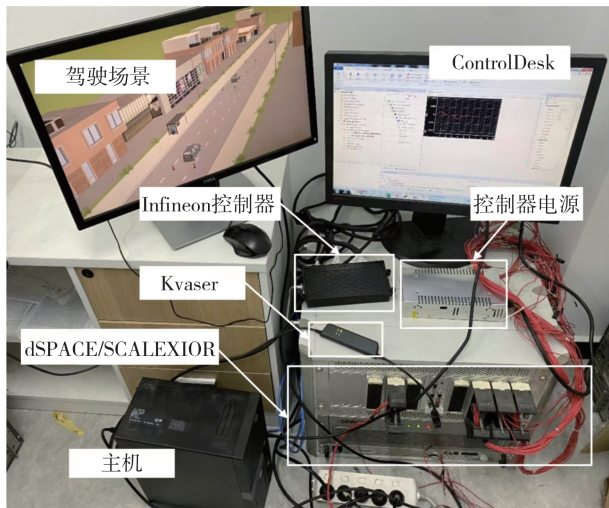


图 14 HIL试验验证平台

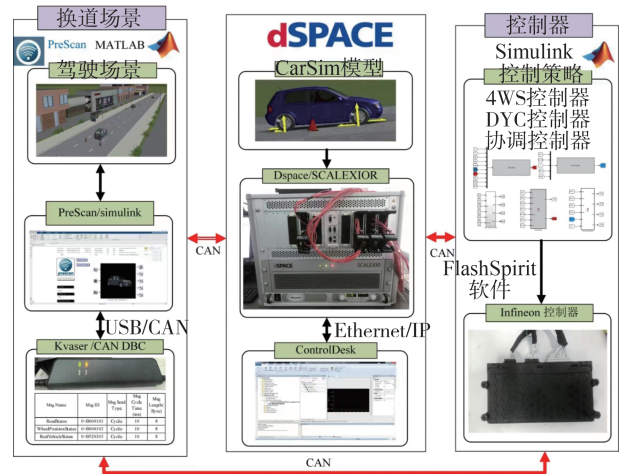


图 15 HIL试验平台工作过程

图15给出了HIL试验平台的工作过程,主要是由控制器、dSPACE以及双移线(DLC)换道场景组成。在仿真软件CarSim中配置车辆非线性动力学模型,并将其下载到dSPACE/SCALEXIOR中,从而实现车辆动力学模型实时在dSPACE中运行。Prescan用于搭建仿真换道场景,通过Kvaser Leaf Light V2实现与dSPACE系统的CAN通信,使得车辆可以完成特定场景下的精确动力学响应。所提出的

控制策略通过 MATLAB/Simulink 提供的实时工作空间(RTW)自动生成C代码,求解器步长设置为0.01 s,并通过 FlashSpirit 软件下载到 Infineon 车载控制器中。控制器、dSPACE 和 Prescan 之间通过 CAN 进行通信,CAN 通信波特率 500 kb/s。另外,上位机

ControlDesk 软件可以通过 Ethernet/IP 协议对 HIL 仿真测试进行监控和管理。

在 Prescan 中设置连续双移线换道场景,并在附着系数0.6的湿滑路面,进行车速 80 km/h 的仿真试验,仿真结果如图 16 和图 17 所示。

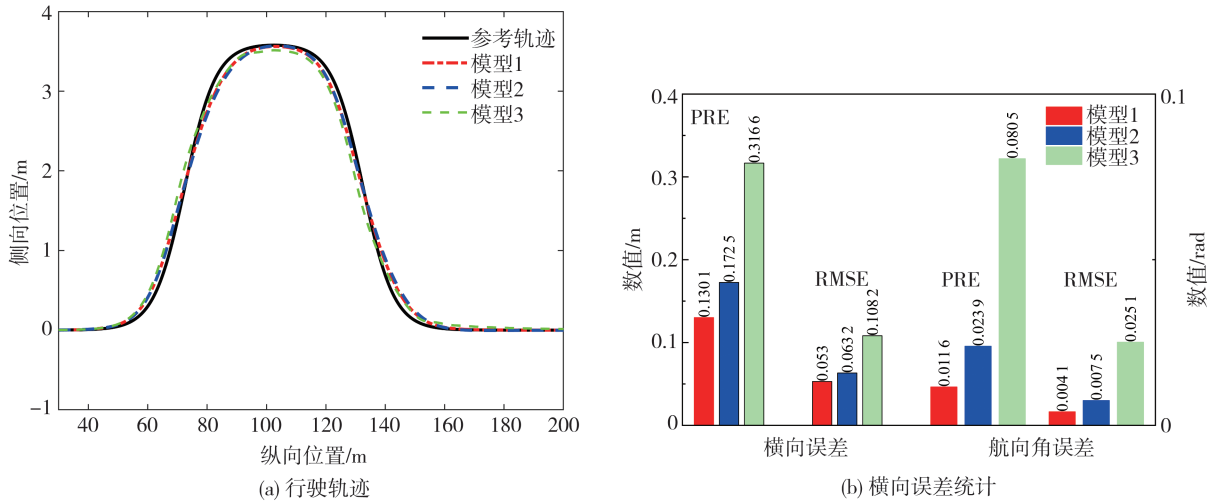


图 16 HIL 试验路径跟踪结果

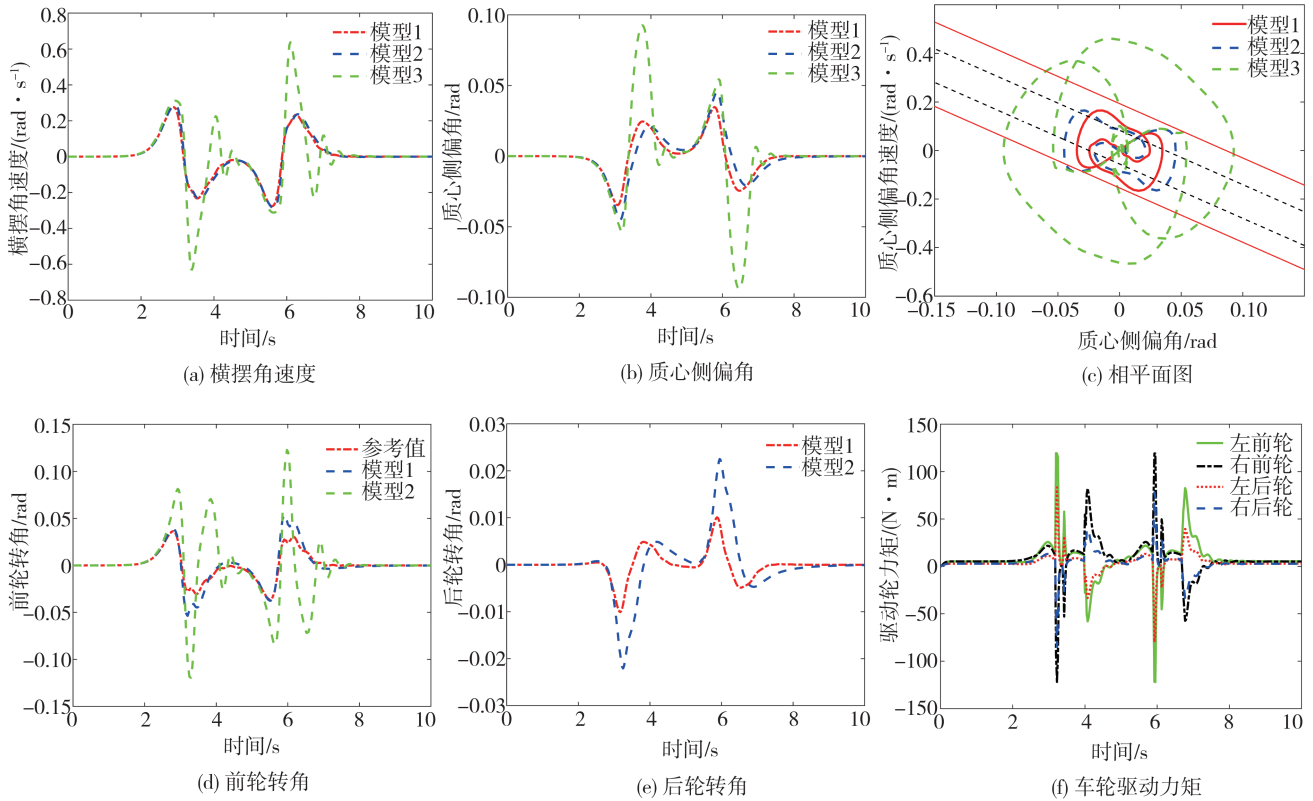


图 17 HIL 试验操纵稳定性和控制变量结果

图 16 为 HIL 试验路径跟踪结果。3 种模型均可以跟踪目标路径,但是相比于模型 2,模型 1 的最大

横向误差降低了 24.58%,最大航向角误差降低了 16.14%,而模型 3 在换道过程中的跟踪误差最大,

说明本文提出的针对4WS+DYC系统的路径跟踪与操纵稳定性协调控制器(模型1)具有更高的路径跟踪精度。

操纵稳定性的仿真结果如图17(a)~图17(c)所示,在整个DLC换道过程中,模型1和模型2的横摆角速度和质心侧偏角具有稳定的收敛趋势,相比于模型2,模型1的质心侧偏角峰值降低了23.52%,同时模型1的相轨迹在稳定区域范围内,收敛区域最小。因此,本文提出的4WS+DYC协调控制器具有更好的侧向稳定性。图17(d)~图17(f)表示控制变量响应曲线,分别给出了前轮转角、后轮转角和4个车轮驱动力矩曲线,其中模型1的后轮转角最小,这是由于车辆的操纵稳定性同时由DYC和ARS两个系统提供。4个车轮通过分配不同的驱动力矩来响应上层决策的附加横摆力矩,进一步提高车辆的侧向稳定性。

## 5 结论

为了考虑稳定性系统对于车辆路径跟踪性能的影响,本文针对轮毂电机驱动电动汽车,建立了一种4WS和DYC协调控制策略,得到以下结论。

(1)根据建立的共享转向模型,设计了基于Nash博弈的4WS控制器,从而充分考虑了AFS和ARS之间的相互作用。

(2)融入DYC控制的协调控制器,充分发挥了4WS和DYC系统各自的性能优势,进一步提高了车辆在路径跟踪过程中的操纵稳定性。

本文提出的方法综合考虑了路径跟踪系统和稳定性系统之间的信息交互和传递,主要应用于线控底盘多智能体之间的冗余控制。未来需要开展实车试验,进一步验证控制策略的有效性。

### 参考文献

- [1] HUANG P, XIA X, GHEN G, et al. Active safety control of automated electric vehicles at driving limits: a tube-based MPC approach[J]. IEEE Transactions on Transportation Electrification, 2022, 8(1): 1338-1349.
- [2] YUH M M, LI Z, WANG C P, et al. A post impact stability control for four hub-motor independent-drive electric vehicles[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2022, 71(2): 1384-1396.
- [3] 张雷,徐同良,李嗣阳,等.全线控分布式驱动电动汽车底盘协同控制研究综述[J].机械工程学报,2023,59(20):261-280.  
ZHANG L, XU T L, LI S Y, et al. Overview on chassis coordinat-
- ed control for full X-by-wire distributed drive electric vehicles[J]. Journal of Mechanical Engineering, 2023, 59(20): 261-280.
- [4] 赵轩,王妹,马建,等.分布式驱动电动汽车底盘集成控制技术综述[J].中国公路学报,2023,36(4):221-248.  
ZHAO X, WANG S, MA J, et al. Review of chassis integrated control technology for distributed drive electric vehicles[J]. China Journal of Highway and Transport, 2023, 36(4): 221-248.
- [5] LIANG J H, FENG J W, LU Y B, et al. A direct yaw moment control framework through robust T-S fuzzy approach considering vehicle stability margin[J]. IEEE/ASME Transactions on Mechatronics, 2024, 29(1): 166-178.
- [6] WU Y, LI B Y, ZHANG N, et al. Rear-steering based decentralized control of four-wheel steering vehicle[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2020, 69(10): 10899-10913.
- [7] LIU H, LIU C, HAN L J, et al. Handling and stability integrated control of AFS and DYC for distributed drive electric vehicles based on risk assessment and prediction[J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2022, 23(12): 23148-23163.
- [8] CHEN J C, SHUAI Z B, ZHANG H, et al. Path following control of autonomous four-wheel-independent-drive electric vehicles via second-order sliding mode and nonlinear disturbance observer techniques[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2021, 68(3): 2460-2469.
- [9] CHEN Y, CHEN S Z, REN H B, et al. Path tracking and handling stability control strategy with collision avoidance for the autonomous vehicle under extreme conditions[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2020, 69(12): 14602-14617.
- [10] CHEN G Y, ZHAO X M, GAO Z H, et al. Dynamic drifting control for general path tracking of autonomous vehicles[J]. IEEE Transactions on Intelligent Vehicles, 2023, 8(3): 2527-2537.
- [11] 张聪,王振臣,程菊,等.4WS-4WD车辆横摆稳定性AFS+ARS+DYC滑模控制[J].汽车工程,2014,36(3):304-309.  
ZHANG C, WANG Z C, CHENG J, et al. Sliding mode control of AFS+ARS+DYC for the yaw stability of a 4WS-4WD vehicle[J]. Automotive Engineering, 2014, 36(3): 304-309.
- [12] 陈特,陈龙,徐兴,等.分布式驱动无人车路径跟踪与稳定性协调控制[J].汽车工程,2019,41(10):1109-1116.  
CHEN T, CHEN L, XU X, et al. Integrated control of unnamed distributed driven vehicles path tracking and stability[J]. Automotive Engineering, 2019, 41(10): 1109-1116.
- [13] 张新荣,谭宇航,贾一帆,等.四轮独立驱动电动汽车路径跟踪鲁棒控制[J].汽车工程,2023,45(2):253-262,312.  
ZHANG X R, TAN Y H, JIA Y F, et al. Robust control of path tracking for four-wheel independent drive electric vehicles[J]. Automotive Engineering, 2023, 45(2): 253-262, 312.
- [14] HE Y, CHEN Z, MIAN L, et al. A game theory approach to energy management of an engine-generator/battery/ultracapacitor hybrid energy system[J]. IEEE Transactions on Industrial Electronics, 2016, 63(7): 4266-4277.
- [15] NA X X, DAVID J C. Game-theoretic modeling of the steering in-

- teraction between a human driver and a vehicle collision avoidance controller[J]. IEEE Transactions on Human-Machine Systems, 2015,45(1): 25-38.
- [16] TAMADDONI S H, et al. Optimal preview game theory approach to vehicle stability controller design[J]. Vehicle System Dynamics, 2011, 49(12):1967-1979.
- [17] WU H L, LI Y S. Coordination control of path tracking and stability for 4WS autonomous vehicle[C]. 2020 5th International Conference on Electromechanical Control Technology and Transportation, Nanchang, China, 2020:343-348.
- [18] ZHENG Z C, ZHAO X, WANG S, et al. Extension coordinated control of distributed-driven electric vehicles based on evolutionary game theory [J]. Control Engineering Practice, 2023, 105583: 1-15.
- [19] 张立伟,刘晋琦,张孟磊,等. 现代无轨列车横摆稳定控制策略[J]. 交通运输工程学报, 2023,23(2): 240-250.
- ZHANG L W, LIU J Q, ZHANG M L, et al. Yaw stability control strategy of modern trackless train[J]. Journal of Traffic and Transportation Engineering, 2023,23(2): 240-250.
- [20] 贺伊琳,马建,杨舒凯,等. 融合预瞄特性的智能电动汽车稳定性模型预测控制研究[J]. 汽车工程, 2023, 45(5): 719-734.
- HE Y L, MA J, YANG S K, et al. Research on stability model predictive control of intelligent electric vehicle with preview characteristics[J]. Automotive Engineering, 2023, 45(5): 719-734.
- [21] 林程,梁晟,宫新乐,等. 面向极限工况的分布式驱动电动汽车动力学集成控制方法[J]. 汽车工程, 2022,44(9): 1372-1385.
- LIN C, LING S, GONG X L, et al. Integrated dynamic control strategy for extreme maneuvers of 4WIDEVs[J]. Automotive Engineering, 2022,44(9): 1372-1385.
- [22] 宗长富,郑宏宇,田承伟,等. 基于直接横摆力矩控制的汽车稳定性控制策略[J]. 吉林大学学报(工学版), 2008(5): 1010-1014.
- ZONG C F, ZHENG H Y, TIAN C W, et al. Vehicle stability control strategy based on direct yaw moment control[J]. Journal of Jilin University (Engineering and Technology Edition), 2008(5):1010-1014.
- [23] GUO H Y, LIU F, XU F, et al. Nonlinear model predictive lateral stability control of active chassis for intelligent vehicles and its FPGA implementation[J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2019,49(1): 1-13.
- [24] GUO N Y, BASILIO L, ZHANG X D, et al. A real-time nonlinear model predictive controller for yaw motion optimization of distributed drive electric vehicles[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2020, 69(5): 4935-4946.
- [25] 彭文正,敖银辉,邹晨祺. 主动后轮转向及分布式驱动车辆协同控制研究[J]. 机械科学与技术,2020,39(2):207-213.
- PENG W Z, AO Y H, ZOU C Q. Cooperative control for distributed drive vehicle and active rear wheel steering[J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2020, 39(2):207-213.
- [26] WANG Q W, ZHAO Y Q, DENG Y J, et al. Optimal coordinated control of ARS and DYC for four-wheel steer and in-wheel motor drive electric vehicle with unknown tire model[J]. IEEE Transactions on Vehicular Technology, 2020, 69(10):10809-10819.
- [27] CHENG S, LI L, LU C Z, et al. Robust LMI-based H-Infinite controller integrating AFS and DYC of autonomous vehicles with parametric uncertainties [J]. IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics: Systems, 2021,51(11): 6901-6910.
- [28] 李子先,潘世举,徐友春. 8轮分布式电驱动车辆AFS和DYC协同控制[J]. 汽车工程,2023,45(3):409-420.
- LI Z X, PAN S J, XU Y C. Coordinated control of AFS and DYC for 8-wheel distributed electric drive vehicle[J]. Automotive Engineering, 2023,45(3):409-420.
- [29] AHMADIAN N, KHOSRAVI A, SARHADI P. Integrated model reference adaptive control to coordinate active front steering and direct yaw moment control [J]. ISA Transactions, 2020, 106: 85-96.
- [30] 王姝,赵轩,余强,等. 基于驾驶人转向意图的双电机驱动电动汽车稳定性控制策略研究[J]. 中国公路学报, 2022,35(1): 334-349.
- WANG S, ZHAO X, YU Q, et al. Research on vehicle stability control strategy for dual-motor drive electric vehicle considering driver steering intention[J]. China Journal of Highway and Transport, 2022,35(1):334-349.