

doi: 10.19562/j.chinasae.qcgc.2024.01.018

# 基于图网络的汽车零部件应力场快速预测 方法研究\*

高泽<sup>1</sup>, 楚遵康<sup>1</sup>, 石稼晟<sup>2</sup>, 林滢<sup>2</sup>, 饶卫雄<sup>2</sup>, 余海燕<sup>1</sup>

(1. 同济大学汽车学院, 上海 201804; 2. 同济大学软件学院, 上海 201804)

**[摘要]** 有限元分析作为一种重要的计算机辅助工程技术,在汽车零部件开发中起着极为重要的作用,但是在分析复杂问题时耗时长,影响开发周期。为此,本文提出了一种以有限元仿真提供样本数据、以图网络技术建立有限元输入与输出间的映射关系的神经网络方法,将该图网络方法应用于座椅骨架总成的应力场预测。该预测方法中采用图节点和图边模拟了有限元模型中节点间的连接关系,由此表达有限元模型中单元之间的拓扑关系,并将预测结果与有限元仿真结果进行了对比。结果表明该方法能准确预测座椅骨架总成的最大应力及其出现的位置,对应力分布一致性均有较好的预测能力,且计算速度比相应有限元求解速度快3个数量级以上。

**关键词:** 有限元分析; 深度学习; 图网络; 汽车座椅

## Research on Fast Prediction Method of Stress Field of Automotive Parts Based on Graph Network

Gao Ze<sup>1</sup>, Chu Zunkang<sup>1</sup>, Shi Jiasheng<sup>2</sup>, Lin Fu<sup>2</sup>, Rao Weixiong<sup>2</sup> & Yu Haiyan<sup>1</sup>

1. School of Automotive Studies, Tongji University, Shanghai 201804;

2. School of Software, Tongji University, Shanghai 201804

**[Abstract]** Finite Element Analysis (FEA), as an important Computer-aided Engineering (CAE) technology, plays a significant role in the area of automotive part development. However, it costs too much time when solving complicated problems, which affects the development cycle. In this paper, a neural network method is proposed, in which sample data is provided by finite element simulation and the mapping relationship between finite element input and output is established by graph network technology. The graph network method is used to predict the stress field of the seat frame assembly. The prediction method simulates the connection relationship between nodes in the finite element model using graph nodes and graph edges, which can effectively express the topological relationship between elements in the finite element model. The prediction results are compared with the results of the finite element simulation. The results show that the method can precisely predict the maximum stress and its corresponding location of the seat frame assembly, with strong predictive capabilities for stress distribution consistency. Additionally, the model has a significant computational advantage, with a calculation speed three orders of magnitude faster than that of the corresponding finite element solver.

**Keywords:** finite element analysis; deep learning; graph network; automotive seat

\* 国家重点研发计划项目(2022YFE0208000)资助。

原稿收到日期为2023年06月02日,修改稿收到日期为2023年06月28日。

通信作者:余海燕,教授,博士,E-mail:yuhaiyan@tongji.edu.cn。

## 前言

有限元方法(FEM)通常用于解决结构分析、热力学、流体力学、电磁场分析、流体-结构相互作用等领域的问题<sup>[1]</sup>。汽车产业的研发过程中,有限元方法起到了不可或缺的作用,为复杂的汽车零部件结构设计、制造工艺评估等方面提供了便利。有限元方法可用于汽车结构的应力<sup>[2]</sup>、强度<sup>[3]</sup>、疲劳<sup>[4]</sup>和振动<sup>[5]</sup>等方面的分析。

虽然有限元仿真在许多领域中被广泛应用,但它仍然面临一些问题。有限元仿真的预处理和求解时间很长,尤其是对于大型和复杂系统<sup>[6]</sup>。这会对仿真的实时性和可行性造成影响。大规模的有限元仿真可能需要大量的计算资源,包括计算机硬件和软件,这会导致高昂的计算成本和资源浪费。而产品正向开发中反复修改反复计算,更会造成有限元仿真所需要的时间过长。

近年来,随着人工智能技术,特别是深度学习技术的快速发展,越来越多的学者开始探索以数据驱动的方式来构建面向机器学习的机械产品变形与应力预测模型。这些方法依赖于给定包含输入和输出的训练数据,训练一个机器学习模型以拟合从输入到输出之间的近似函数映射关系。在测试阶段,当只给定测试输入信息时,机器学习模型可以预测对应的输出结果。这些机器学习模型不仅可以取得较好的预测准确率,而且可以大幅降低计算时间。

Oishia等<sup>[7]</sup>将深度学习融入有限元分析中,通过每个单元来优化单元刚度矩阵的数值积分,相对于传统的数值计算方法,该方法提高了有限元刚度矩阵的计算速度。Deshpande等<sup>[8]</sup>提出了一个高效的卷积神经网络仿真模拟框架,该模型可以实时准确地预测物体在承受负载后经历的形变情况。另外,Liang等<sup>[9]</sup>开发了一种深度学习模型,用于估计主动脉的应力场分析结果。该模型能够快速准确地替代有限元分析,并输出主动脉壁应力分布。此外,Nie等<sup>[10]</sup>提出了一种基于端到端深度学习的悬臂结构应力场预测模型,包括单通道应力场预测神经网络(SCSNet)和带有SE-ResNet模块的多通道应力场预测神经网络(StressNet)。Zhou等<sup>[11]</sup>提出两种基于图像的机器学习模型来预测冲压成型仿真结果。两种模型分别基于MLP和Res-SE-U-Net,都能对冲压成型的塑性应变及位移进行预测。Feng等<sup>[12]</sup>提出了

MeshNet,以网格面为基本单元,将网格面信息分解,解决了网格数据的复杂性和不规则性的问题。在此基础上通过核相关来匹配局部结构,从而对三维模型的几何特征进行提取与表达。张绍伟等<sup>[13]</sup>提出了一种基于长短期记忆网络的深度学习模型来预测座椅的抗挥鞭伤性能。该方法可以快速预测改变变量后BioRIDII假人的响应曲线。

虽然基于卷积神经网络(CNN)的模型在处理结构化的网格数据时表现优异,但是大部分工程案例中的几何都是复杂的、不规则的。由此而生成的有限元模型网格多数是不规则的三维网格,CNN在处理这些非结构化的数据时就存在困难<sup>[14]</sup>。例如Deshpande等提出的基于U-Net的方法只是将规则的单元四边形单元或者六面体单元以一定顺序排列,没有考虑单元的实际坐标,因此只能用于模拟简单的有限元问题,无法处理实际工程问题中复杂的不规则的网格情况。Nie等提出的StressNet也存在类似的问题,只能处理简单的二维问题。因此,需要一种能够处理不规则三维网格数据的网络架构来对三维有限元问题进行建模。而图神经网络(GNN)是建模非结构化数据的强大架构,对这类数据有强大的处理能力<sup>[15]</sup>。本文提出了一种可以用于复杂三维结构应力场预测的方法,并针对由壳单元组成的有限元模型进行了优化。该方法在划分好单元的有限元模型基础上,通过图(Graph)数据结构表达单元的节点与边之间关系,图网络节点保存单元节点信息,研究利用图网络模型来模拟汽车零部件承受外部载荷后的应力。壳单元作为汽车产品有限元建模中常用的一种单元类型,包含了单元节点坐标和单元厚度两种不同维度的信息。本文对有限元模型中包含的所有几何信息进行了充分表达,从而能够表现出壳单元厚度变化对有限元结果的影响。与传统的有限元分析相比,该图网络模型显著降低了计算时间。该预测模型在基于座椅骨架的数据集上进行了测试,并取得了较好的预测精度和计算效率。实验结果显示,预测模型的MSE误差小于0.6,计算速度比有限元计算速度快4个数量级。

## 1 基于图神经网络的几何结构应力场模型

本文设计了一种具有编码—处理—解码结构的基于图神经网络的有限元结果预测模型。该模型可

以对由壳单元组成的零部件有限元模型进行应力预测。模型分为编码器、处理器、解码器3个部分,步骤如下所示:

$$X \rightarrow G^0 \rightarrow \dots \rightarrow G^M \rightarrow Y \quad (1)$$

式中: $X$ 为输入的数据; $G$ 为隐藏的反复迭代的图网络; $Y$ 为输出的预测结果,具体步骤如图1所示,其中 $GN^l$ 代表图网络块。

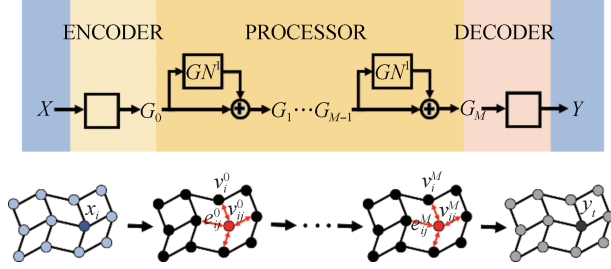


图1 模型总示意图

编码器、处理器和解码器的具体结构如下。

#### (1) 编码器 ENCODER: $X \rightarrow G^0$

该算法的原理如图2所示,首先通过编码器将有限元数据构建为一个包括节点的属性、边的属性和全局属性的图 $G^0$ ,即 $G^0 = \text{ENCODER}(X)$ 。设 $G^0 = (V, E, u)$ ,  $v_i \in V$ ,  $e_{i,j} \in E$ , 其中 $V$ 表示节点的属性集合, $E$ 表示边的属性集合, $u$ 表示图的全局属性。

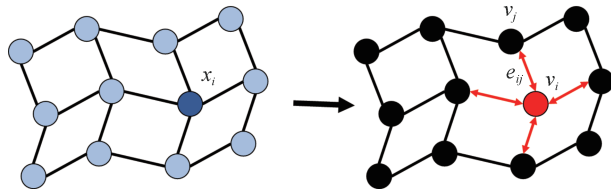


图2 编码器 ENCODER 示意图

将有限元节点本身的物理属性 $x_i$ 嵌入图的节点属性 $v_i \in V$ ,如式(2)所示:

$$v_i = \varepsilon^v(x_i) \quad (2)$$

式中: $x_i = (p_i, t_i)$ ,  $p_i$ 对应有有限元数据中节点 $i$ 的三维坐标信息, $t_i$ 对应节点 $i$ 的厚度信息; $\varepsilon^v$ 表示图网络中节点的嵌入函数。

将节点间的关系以及关系属性 $r_{i,j}$ 嵌入图的边属性 $e_{i,j} \in E$ ,如式(3)所示:

$$e_{i,j} = \varepsilon^e(r_{i,j}) \quad (3)$$

根据实际有限元模型的结构,通过连接属性 $c_{i,j}$ 判断节点 $i$ 和节点 $j$ 之间是否存在边,若存在则创建 $r_{i,j}$ 。 $r_{i,j}$ 表示从节点 $i$ 到节点 $j$ 之间存在一条边及相关

属性,包括节点之间的位移 $p_{i,j} = p_i - p_j$ ,以及根据位移 $|p_{i,j}|$ 求得的节点之间的距离, $\varepsilon^e$ 表示边的嵌入函数。 $r_{i,j}$ 如式(4)所示:

$$r_{i,j} = (p_{i,j}, |p_{i,j}|) \quad (4)$$

全局属性 $u$ 嵌入外部载荷 $F$ ,如式(5)所示:

$$u = \varepsilon^u(F) \quad (5)$$

式中: $F$ 表示外部载荷(外力的方向,大小); $\varepsilon^u$ 表示全局属性的嵌入函数。本文采用多层感知机(MLP),通过 $\varepsilon^e$ 将 $E$ 属性编码为大小为128的潜在向量作为边属性,通过 $\varepsilon^v$ 将 $V$ 属性编码为大小为128的潜在向量作为节点属性,通过 $\varepsilon^u$ 将属性 $u$ 编码为大小为128的潜在向量作为全局属性。所有多层感知机包括2个隐藏层(采用ReLU作为激活函数<sup>[16]</sup>)和一个编码大小为128的未激活的输出层。

#### (2) 处理器 PROCESSOR: $G \rightarrow G$

本文处理器使用具有相同结构的 $M$ 个图网络结构,其中 $M$ 代表消息传递步数,其结构如图3所示。

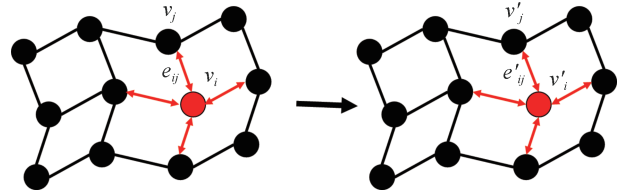


图3 处理器 PROCESSOR 示意图

通过 $M$ 个图网络学习的消息传递网络参数,计算节点之间的交互信息,从输入图 $G_0$ ,迭代生成一系列更新的隐藏图 $G^1, \dots$ ,一直到 $G^M$ ,其中, $G^{m+1} = GN^{m+1}(G^m)$ 。

$G^m$ 包含一组单独的网络参数,通过式(6)按顺序更新下一个图 $G^{m+1}$ 的参数。

$$e'_{i,j} \leftarrow f^E(e_{i,j}, v_i, v_j), \quad v'_i \leftarrow f^V(v_i, \sum_j e_{i,j}) \quad (6)$$

式中: $e'_{i,j}$ 表示由节点 $i$ 指向节点 $j$ 的边在 $G^{m+1}$ 的参数信息; $v'_i$ 表示 $G^{m+1}$ 中节点 $i$ 的参数信息,消息传递最终返回 $G^m$ ;  $G^m = \text{PROCESSOR}(G^0)$ 。该模型最终所需的消息传递步骤的数量可能会随着有限元的复杂性而增加。

#### (3) 解码器 DECODER: $G \rightarrow Y$

如图4所示,为了预测有限元模型加载之后的结果,需要对最终状态的图 $G^m$ 的嵌入节点特征 $v'_i$ 进行解码,从而得到所需的输出特征。 $Y = \text{DECODER}(G^m)$ ,解码器使用 $\delta^v$ 函数将最终处理步骤

后的潜在图的节点特征  $v_i^M$  转换为输出特征  $y_i, \delta^V$  函数代表解码的过程,如式(7)所示:

$$y_i = \delta^v(v_i^M) \quad (7)$$

本文将输出特征  $y_i$  定义为  $y_i = (s_i), s_i$  为有限元模型整体的应力。该模型同样有能力对节点的位移  $d_i$  进行预测,定义  $y_i = (s_i, d_i)$  即可。

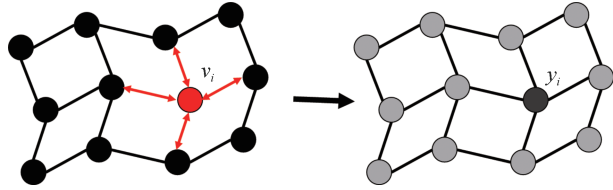


图4 解码器DECODER示意图

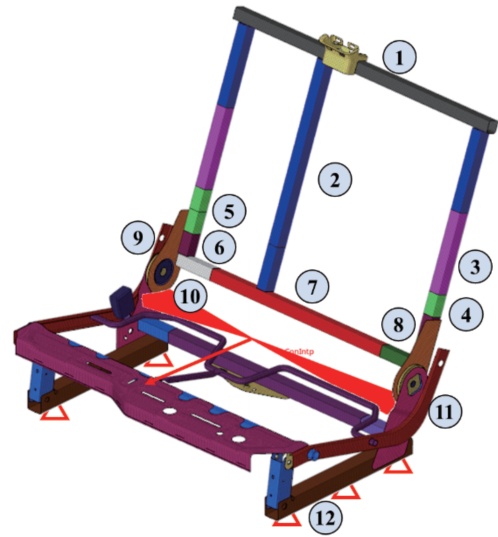


图5 座椅骨架有限元模型

## 2 图神经网络训练准备

### 2.1 训练样本

本文选择以壳单元为主体的座椅骨架作为分析对象,其有限元模型如图5所示。

该座椅骨架有限元模型由64 619个单元和64 339个节点组成。本文根据GB15083—2019《汽车座椅、座椅固定装置及头枕强度要求和试验方法》<sup>[17]</sup>对汽车骨架模型进行静强度仿真。在有限元建模时,通过约束座椅骨架与滑轨连接部分的6个

自由度来模拟真实的约束情况。沿水平向前对座椅质心处施加相当于座椅总成质量20倍的载荷。具体的约束与加载情况如图5所示。座椅骨架的有限元仿真应力结果如图6所示。对图5所标注的12个部件的单元厚度进行拉丁超立方分布<sup>[18-19]</sup>采样,以此来生成训练集和测试集。训练集的个数为50个,测试集的个数为10个。每个部件的初始厚度如表1所示,拉丁超立方分布采样的上界为初始值加30%,下界为初始值减30%。

表1 采样范围

编号	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
初始厚度/mm	1.4	1.2	2.0	1.8	3.4	1.8	1.4	3.4	4.5	7	2.0	2.0
采样下界/mm	1.0	0.84	1.4	1.26	2.4	1.26	1.0	2.4	3.15	4.9	1.4	1.4
采样上界/mm	1.8	1.56	2.6	2.34	4.4	2.34	1.8	4.4	5.85	9.1	2.6	2.6



图6 座椅骨架仿真应力结果

表2 训练环境

硬件/系统/IDE	说明/版本
CPU	Inter(R) I3900K
GPU	Nvidia GeForce RTX 4090
显存	24 GB
CUDA	12.0
Windows	Windows11

### 2.2 训练环境

本文的训练环境如表2所示,包括硬件和软件及其版本。

## 3 训练结果与分析

### 3.1 基础训练结果

本文基础训练通过2.1节的划分方式将数据集

分为训练集与验证集。采用层归一化的方法对数据特征进行归一化处理,通过对数据注入噪声的方式,增加仿真模型的鲁棒性。训练过程采用L2范数<sup>[20]</sup>作为损失函数。L2范数损失函数也被称为最小平方误差(LSE),它是把目标值与估计值的差值的平方和最小化,如式(8)所示。L2范数损失函数计算真实值  $y_i$  与回归预测值  $\hat{y}_i$  的差值的平方和,并将其最小化。本文对于模型训练采取动态设置调整学习率的方法。

$$L = \sum_{i=1}^n (y_i - \hat{y}_i)^2 \tag{8}$$

式中: $y_i$ 为真实值; $\hat{y}_i$ 为回归预测值; $n$ 为回归的数据个数。

训练过程中,通过损失函数查看模型收敛情况,如图7所示。图7(a)表示训练过程中L2损失函数随训练步数的变化情况。为更加直观地展示损失函数的变化情况,本文对于L2损失函数取以10为底对数的变化情况,如图7(b)所示。

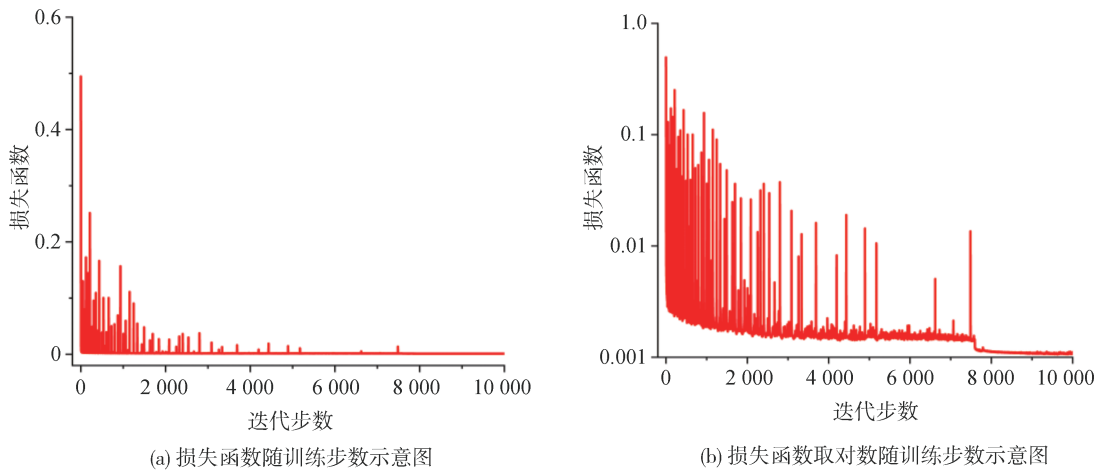


图7 损失函数变化图

当训练步数为  $10^4$  时,模型基本收敛,此时的训练结果如表3所示。

有限元仿真和图网络预测的汽车座椅骨架等效

表3 基础实验总体性能评估

性能指标	Loss	MAE	MSE	RMSE
转向盘骨架	0.001 0	0.268 6	0.558 0	0.747 0

应力分布如图8所示,其中,图8(a)为有限元仿真结果,图8(b)为神经网络预测结果,两者分布云图极为接近。两者应力的最大位置如图中红圈处所示。图8(c)为图网络预测与CAE结果的误差图,从云图上看,两者的误差并不明显,趋势也较为一致,其中,误差的最大值为16 MPa。图8(c)红圈处为最大误差所在位置。

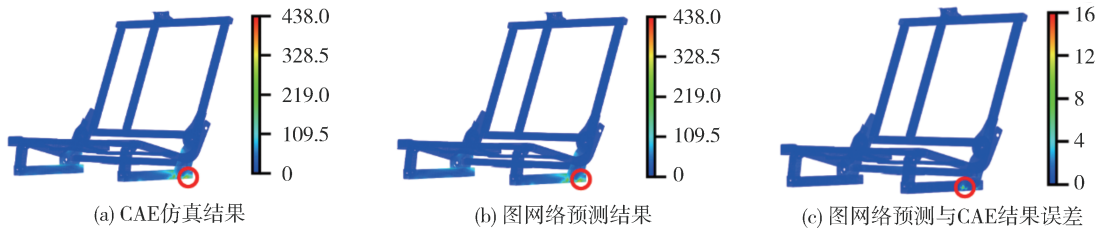


图8 座椅骨架应力结果(单位:MPa)

表4列出了两种方法的计算时间,可见图网络预测模型在CPU上平均预测时间为2.513 s,在GPU上平均预测时间为0.865 s。相较于传统有限元方法(FEA)的计算时间4500 s,图网络减少了3个数

量级以上,极大地提升了应力仿真的效率。

### 3.2 超参数优化

消息传递步数在图网络调参中非常重要,因为它控制了信息在图中传递的深度和范围,直接影响

表4 FEA与图网络预测平均耗时对比

实验方法	FEA/s	图网络+CPU/s	图网络+GPU/s
消耗时间	4 500	2. 513	0. 865

了模型的性能和效率。选择合适的消息传递步数可以提高模型的准确性和收敛速度。本文对消息传递步数 $M$ 分别为15、20、25和30时的汽车座椅骨架模型性能进行了测试评估,结果如表5所示。

表5 图网络消息传递步数优化训练结果

传递步数	MSE	RMSE
15	1. 100 842	0. 277 184
20	0. 755 519	0. 190 884
25	0. 558 019	0. 141 125
30	0. 543 721	0. 140 798

由表5可知,传递步数对模型分析精度有较大的影响。随着图网络消息传递步数增加,模型计算精度逐渐提高。当消息传递步数为25和30时,模型性能趋于稳定。综合模型性能与计算效率,对于本

文计算模型25步为最佳消息传递步数。

### 3.3 通用能力测试

为了验证模型对网格的变化具有泛化能力,将验证集中的一个座椅模型进行了部分网格重新划分,如图9所示,并使用训练好的模型直接进行测试,应力分布云图如图10所示。

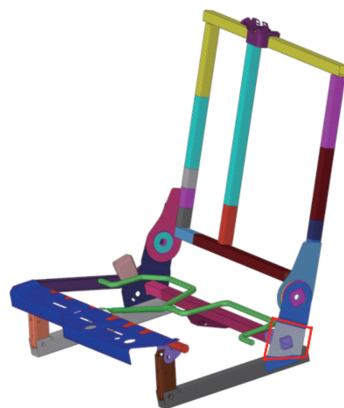


图9 网格变化部位



图10 座椅骨架网格泛化能力测试结果(单位:MPa)

结果显示,有限元最大应力为383.7186 MPa,图网络预测最大应力为383.0785 MPa,模型对最大应力的预测结果准确,但是对网格变化部位应力的预测平均误差增加了5 MPa,表明本文模型对网格变化具有一定的泛化能力。

为了验证模型能够适用于汽车上其他的零部件,本文对另一车型的座椅靠背骨架重新进行了训练与测试,结果如图11所示。

结果表明,本文提出的模型对座椅靠背骨架等类似问题的应力结果同样具有良好的预测能力。

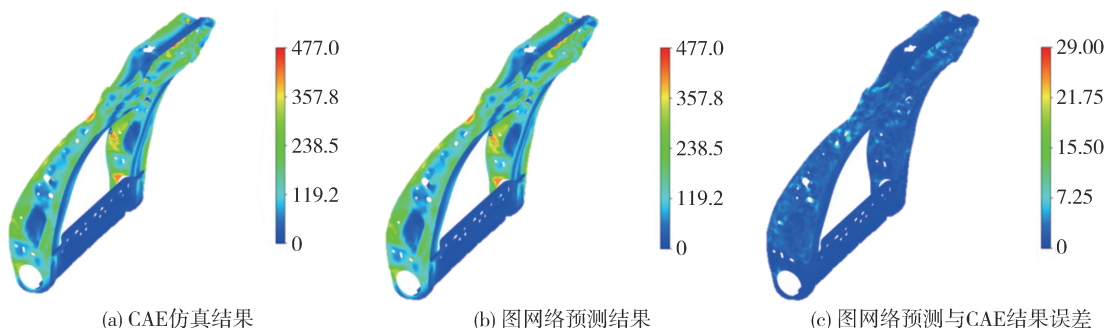


图11 座椅靠背骨架应力结果(单位:MPa)

### 3.4 结果分析

#### 3.4.1 最大应力分析

对结构进行强度分析时往往最关心应力集中部位的结果,因此,对最大应力水平及其出现的位置进行比较。

表6为CAE仿真与神经网络预测的座椅最大应力误差对比。图网络预测的最大应力的平均绝对误差为2.014 3 MPa,平均相对误差为0.47%。其中测试集5的误差最大,绝对误差为6.253 7 MPa,相对误差为1.35%。对应的有限元仿真应力和图网络预测应力分别为464.164 3 MPa和470.418 0 MPa。

表6 CAE仿真与神经网络座椅最大应力误差结果

编号	FEM仿真应力/MPa	预测应力/MPa	绝对误差/MPa	相对误差/%
1	437.799 7	431.977 45	5.822 3	1.329 9
2	330.791 7	331.800 72	1.009 0	0.305 0
3	383.638 9	385.096 37	1.457 5	0.379 9
4	476.107 9	477.871 03	1.763 1	0.370 3
5	464.164 3	470.417 97	6.253 7	1.347 3
6	411.926 5	413.097 35	1.170 9	0.284 2
7	355.065 1	354.502 30	0.562 8	0.158 5
8	369.533 5	369.539 15	0.005 7	0.001 5
9	393.871 8	394.924 13	1.052 3	0.267 2
10	412.051 8	413.097 44	1.045 6	0.253 8
平均	403.495 1	404.232 39	2.014 3	0.469 8

表7为最大应力位置预测结果对比。结构应力仿真分析中同样关心最大应力节点的位置,神经网络对最大应力节点位置的预测有80%与有限元仿真完全相同。剩下30%与有限元仿真中最大应力

对应节点的距离为4.079 mm,即有限元仿真中最大应力节点的相邻节点。两者相差很小,在实际工程中可以接受。

表7 最大应力位置预测

验证集编号	FEM预测的最大应力节点id	GNN预测的最大应力节点id	最大应力位置的距离/mm
1	44180	44183	4.079
2	42928	42928	0
3	42928	42928	0
4	44183	44180	4.079
5	44180	44180	0
6	42928	42928	0
7	42928	42928	0
8	42928	42928	0
9	44180	44180	0
10	42928	42928	0

通过对最大应力大小和最大应力位置的结果进行分析可知,应力集中部位最大相对误差为1.35%,平均相对误差为0.47%,说明本文所提出方法的预测精度达到与有限元分析相同的分析精度,完全可以满足有限元结构静强度分析的要求。同时,该模型对应力集中位置的预测也很精确。因此,用该方法预测有限元仿真结果的表现是比较优异的。

#### 3.4.2 应力分布一致性分析

最大应力水平可以有效评价模型对汽车零部件危险部位的预测能力,而应力水平一致性则是反映模型对零部件全域应力的预测精度。图12~图14为测试集中误差最大、误差最小和误差平均的误差分析图。

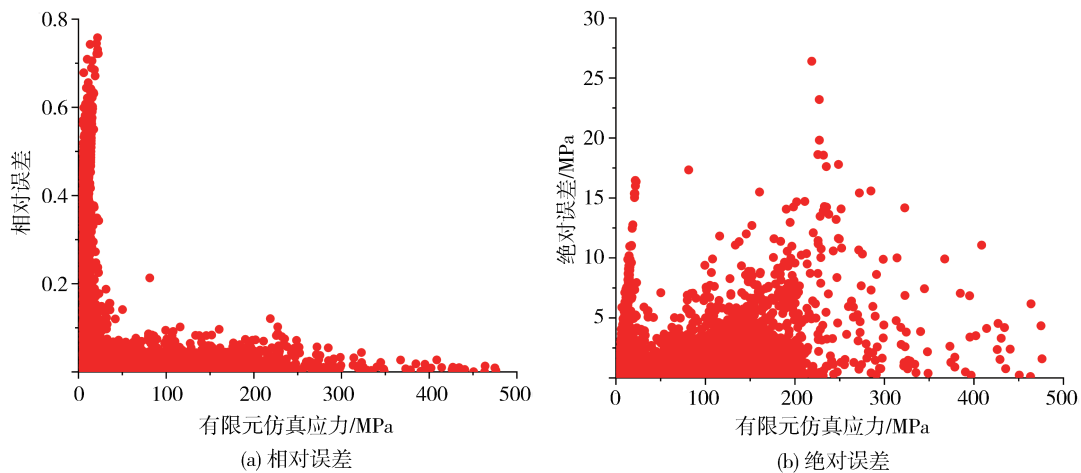


图12 误差最大结果

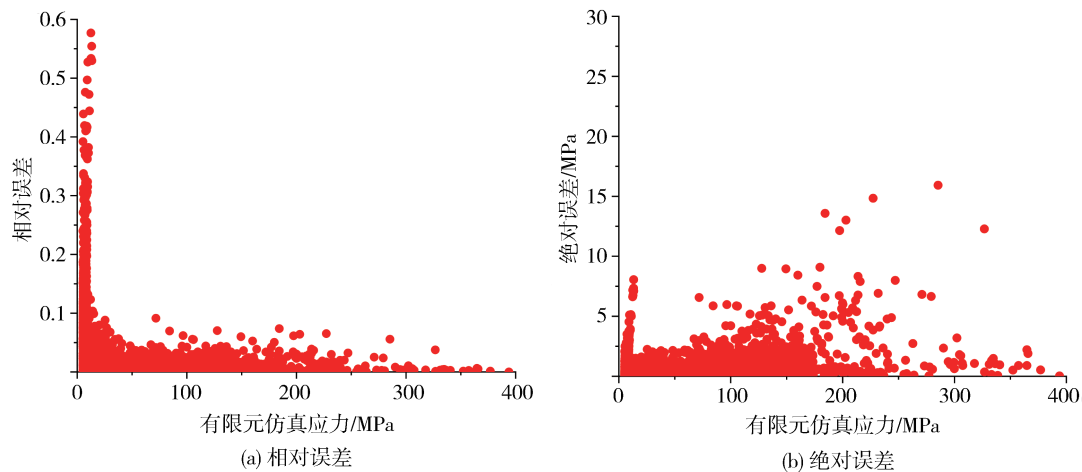


图13 误差最小结果

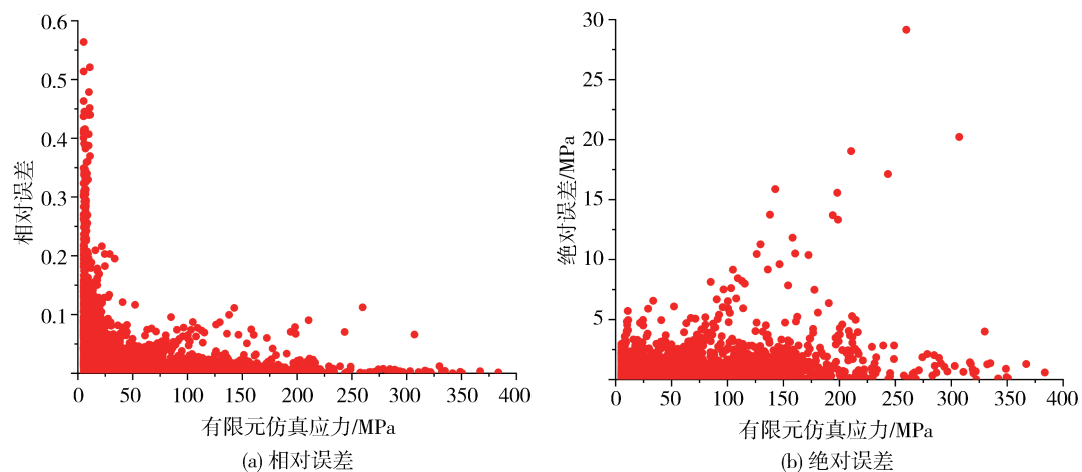


图14 误差平均结果

从误差分析结果图可知,相对误差较大的结果集中在应力结果较小的单元,由于其应力的绝对值较小,因此细小的误差也会对相对误差的分布造成较大的影响。随着单元应力值的增大,相对误差逐渐减小。绝对误差整体分布较为平均,在应力值接近中位数时绝对误差最大。由于模型采用L2范数损失函数,离群点对损失函数影响较大,未对应应力值较小的情况作特殊优化,因此,绝对误差的结果整体较为平均。测试集中最大绝对误差的最大值为26.4 MPa,最小值为15.9 MPa,平均值为20.2 MPa。最大误差出现的地方往往处于中间的应力值,而非最大或最小应力值。

取误差平均结果进行误差比例分析,表8为误差分布区间。其中,绝对误差在1 MPa以内的比例

为95.37%,绝大部分应力误差都处于这个区间之内。误差为1~2 MPa的单元数占比为3.09%,误差为2~5 MPa的单元数占比为1.4%,误差为5~10 MPa的单元数比例为0.08%,误差为超过10 MPa的单元数比例为0.06%。从结果上可以看到,误差超过5 MPa的结果仅占整体的0.14%,因此,模型对于汽车座椅骨架的绝大部分应力结果都能进行较好的预测。同样,其应力结果趋势也与有限元结果较为一致。

表8 误差分布区间

误差/MPa	<1	1~2	2~5	5~10	>10
数量	61 363	1 986	899	55	36
百分比/%	95.37	3.09	1.40	0.08	0.06

## 4 结论

(1) 本文设计了一种基于以图网络的壳单元有限元应力场模拟仿真的预测算法,该模型将有限元模型的几何结构条件作为条件输入,搭建了图网络的预测应力模型,对座椅骨架的等效应力进行了预测。该模型在汽车骨架座椅模型上的MSE误差为0.59,预测时间为0.8 s,比传统有限元方法快了4个数量级。

(2) 模型预测结构强度问题最关心应力集中部位时表现优异,最大应力值的相对误差在1%以内,且能很好地预测最大应力出现的位置。同时,模型也有能力对应力分布趋势的结果进行预测。图网络模型预测最大应力的精度高于应力一致性预测精度。

(3) 通过超参数优化发现,图网络的消息传递步数对模型的结果有很大影响,增加消息传递步数有助于降低网络误差,提高模型性能。

### 参考文献

- [1] JIN J. The finite element method in electromagnetics[J]. Journal of the Japan Society of Applied Electromagnetics, 2002.
- [2] 卢荡,杨文豪,吴海东,等.轮胎力学特性仿真高精度有限元建模方法研究[J]. 汽车工程, 2022, 44(10): 1556-1562, 1590. LU D, YANG W H, WU H D, et al. Research on high-accuracy finite element modeling method for tire mechanics characteristics simulation[J]. Automotive Engineering, 2022, 44(10): 1556-1562, 1590.
- [3] ZHAO M, ZHANG D Z, LIU F, et al. Mechanical and energy absorption characteristics of additively manufactured functionally graded sheet lattice structures with minimal surfaces[J]. International Journal of Mechanical Sciences, 2020, 167: 105262.
- [4] SENNER A S. Fatigue life resolution of the steering wheel tie rod of a LCV with FEA[J]. Mechanika, 2017, 23(5): 622-629.
- [5] 刘长钊,张铁,宋健,等.纯电动汽车电驱动系统耦合动力学研究[J]. 汽车工程, 2022, 44(12): 1896-1909. LIU C Z, ZHANG T, SONG J, et al. Study on coupling dynamics of electric drive system of pure electric vehicle[J]. Automotive Engineering, 2022, 44(12): 1896-1909.
- [6] BLACK N, NAJAFI A R. Learning finite element convergence with the multi-fidelity graph neural network[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2022, 397: 115120.
- [7] OISHI A, YAGAWA G. Computational mechanics enhanced by deep learning[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2017, 327: 327-351.
- [8] DESHPANDE S, LENGIEWICZ J, BORDAS S. Probabilistic deep learning for real-time large deformation simulations[J]. Computer Methods in Applied Mechanics and Engineering, 2022, 398: 115307.
- [9] LIANG L, LIU M, MARTIN C, et al. A deep learning approach to estimate stress distribution: a fast and accurate surrogate of finite-element analysis[J]. Journal of The Royal Society Interface, 2018, 15(138): 20170844.
- [10] NIE Z, JIANG H, KARA L B. Stress field prediction in cantilevered structures using convolutional neural networks[J]. Journal of Computing and Information Science in Engineering, 2020, 20(1): 011002.
- [11] ZHOU H, XU Q, NIE Z, et al. A study on using image-based machine learning methods to develop surrogate models of stamp forming simulations[J]. Journal of Manufacturing Science and Engineering, Transactions of the ASME, 2022, 144(2): 1087-1357.
- [12] FENG Y T, FENG Y F, YOU H X, et al. MeshNet: mesh neural network for 3D shape representation[C]. AAAI Conference on Artificial Intelligence, 2019: 8279-8286.
- [13] 张绍伟,朱大炜,翟光照.基于深度学习的座椅抗挥鞭伤性能预测[J]. 汽车工程, 2022, 44(10): 1600-1608. ZHANG S W, ZHU D W, ZHAI G Z. Prediction on seat's anti-whiplash-injury performance based on deep learning[J]. Automotive Engineering, 2022, 44(10): 1600-1608.
- [14] ATWOOD J, TOWSLEY D, LEE D D, et al. Diffusion-convolutional neural networks[J]. Advances in Neural Information Processing Systems, 2016, 29.
- [15] BATTAGLIA P W, HAMRICK J B, BAPST V, et al. Relational inductive biases, deep learning, and graph networks[J]. Statistics, 2018: 1467-5463.
- [16] SANCHEZ-GONZALEZ A, GODWIN J, PFAFF T, et al. Learning to simulate complex physics with graph networks[C]. International Conference on Machine Learning. PMLR, 2020: 8459-8468.
- [17] 汽车座椅、座椅固定装置及头枕强度要求和试验方法: GB 15083—2019[S]. 国家市场监督管理总局, 中国国家标准化管理委员会, 2019. Strength requirement and test method of automobile seats, their anchorages and any head restraints: GB 15083—2019[S]. State Administration for Market Regulation, Standardization Administration, 2019.
- [18] MCKAY M D, BECKMAN R J, CONOVER W J. A comparison of three methods for selecting values of input variables in the analysis of output from a computer code[J]. Technometrics, 1979, 21(2): 239-245.
- [19] MOUSTAPHA M, MARELLI S, SUDRET B. Active learning for structural reliability: survey, general framework and benchmark[J]. Structural Safety, 2022, 96: 102174.
- [20] SHEN Y. Loss functions for binary classification and class probability estimation[M]. University of Pennsylvania, 2005.