

高速换道场景下角模块车辆的多项式位姿轨迹 规划研究*

祝军军, 庞锦涛, 周华鹏

(燕山大学车辆与能源学院, 秦皇岛 066000)

[摘要] 角模块车辆的侧向/纵向/横摆运动可以相对独立地规划并控制,然而传统的轨迹规划思路未能充分考虑轨迹对车辆横摆运动造成的影响。本文以角模块车辆为研究对象,提出了一种多项式位姿轨迹规划方法。首先,建立基于五次多项式的位姿轨迹参数模型,并生成位姿轨迹簇;其次,考虑路面附着状态约束、运动学模型约束、质心侧偏角约束,建立包括换道效率、侧向性能、横摆角偏差、横摆性能的评价函数,生成最优多项式位姿轨迹以及最优传统位置轨迹;最后,在高速换道场景下,将两种最优轨迹进行对比,并利用MATLAB/Simulink与CarSim联合仿真,验证了多项式位姿轨迹的可跟踪性。仿真结果表明:多项式位姿轨迹可以提高换道效率,并大幅改善车辆的横摆舒适性与稳定性。

关键词: 轨迹规划;角模块车辆;位姿轨迹;横摆性能;高速换道

Research on Polynomial Pose Trajectory Planning for Corner Module Vehicles in Highway Lane-Changing Scenarios

Zhu Junjun, Pang Jintao & Zhou Huapeng

School of Vehicle and Energy, Yanshan University, Qinhuangdao 066000

[Abstract] The lateral, longitudinal, and yaw motions of corner module vehicles can be planned and controlled relatively independently. However, the impact of the trajectory on the vehicles' yaw motion is not adequately considered by traditional trajectory planning methods. A polynomial-based pose trajectory planning method for corner module vehicles is proposed in this paper. Firstly, a quintic polynomial-based pose trajectory parameter model is established to generate pose trajectory clusters. Then, considering the road adhesion state constraint, kinematic model constraint, and sideslip angle constraint, the evaluation functions including lane-changing efficiency, lateral performance, yaw angle deviation, and yaw performance are established to generate the optimal polynomial pose trajectory as well as the optimal classical position trajectory. Finally, the two optimal trajectories are compared in highway lane-changing scenarios, and the traceability of the polynomial pose trajectory is verified using MATLAB/Simulink and CarSim co-simulation. The simulation results show that the efficiency of lane-changing can be increased by the polynomial pose trajectory, and the vehicle's yaw comfort and stability can be substantially improved.

Keywords: trajectory planning; corner module vehicles; pose trajectory; yaw performance; highway lane-changing

* 中央引导地方科技发展资金项目(226Z2202G)资助。

原稿收到日期为2024年07月14日,修改稿收到日期为2024年08月24日。

通信作者:祝军军,讲师,博士,E-mail:zhujunjun@ysu.edu.cn。

前言

智能底盘是推动汽车工业发展的关键技术,也是我国汽车产业与发达国家竞争的主要领域之一。在传统底盘架构中,各执行系统强耦合,且研究周期长、开发成本高,因此依托新型线控技术来实现底盘的模块化与标准化是未来智能底盘的必由之路。角模块车辆将分布式驱动/制动系统、四轮独立转向系统、四轮独立悬架系统集成于一体^[1]。利用分布式驱动/制动系统保障车辆的横摆运动控制能力,实现整车动力学稳定性控制^[2];利用四轮独立转向系统打破车辆侧向/横摆运动的强耦合关系,实现全方位转向^[3];利用四轮独立悬架系统实现车身侧倾姿态控制,改善行驶平顺性^[4]。受益于多机构协调控制的一体化创新设计,除了常规行驶外,角模块车辆可以轻易做到全方位转向、侧向行驶以及斜行,如图1所示。

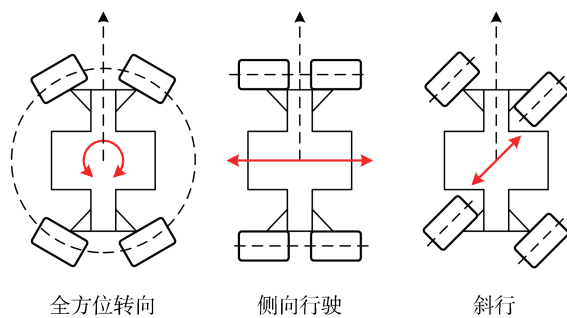


图1 角模块车辆的行驶方式

因此角模块车辆具备传统车辆无可比拟的机动性、通过性、舒适性与稳定性,在理论上是研究车辆最优动力学性能的理想载体,受到了学界的广泛关注,拥有广阔的市场前景。目前对于角模块架构底盘的命名尚未形成统一标准,常见的命名方式包括滑板底盘、全矢量底盘、一体化电动轮底盘等。在学术领域中,李全通^[5]对全矢量底盘系统进行了设计,并进行了整车协同控制算法研究。黄生有^[6]进行了轻型商用车滑板底盘的结构设计优化工作。罗俊鑫^[7]、陈松^[8]设计了一体化电动轮方案,并对控制系统展开研究。张利鹏等^[9]以角模块车辆为研究对象,提出了基于Tube-MPC的路径跟踪控制策略,在保证控制精度的同时具有良好的鲁棒性。在产业领域中,一汽红旗公司与麦迪克智行公司合作,已在红

旗E-HS9车型上搭载了角模块架构底盘,可以轻松实现全方位行驶。长安公司的旗下品牌晨致科技推出了搭载舍弗勒角模块结构的底盘样车。东风公司的猛士硬派越野、上汽公司的大通GST概念皮卡等基于滑板底盘架构的车型均已参展。可见面对角模块车辆这种新的产品形态和广泛的应用场景需求,我国的科研院所与大型汽车集团均已开展相关技术研究。

然而,目前关于角模块车辆的研究大多集中在结构与稳定性控制等方面,在轨迹规划方面的研究存在一定空白;传统底盘架构车辆在换道过程中,必须通过横摆运动与纵向运动的耦合产生侧向运动,这会使车头朝向与道路朝向之间产生夹角,此过程削弱了车辆的横摆舒适性与稳定性,角模块车辆具有斜行的行驶方式,在换道过程中可以保持车头朝向和道路朝向之间的稳定关系,其横摆舒适性与稳定性潜力有待进一步发掘;业界对角模块车辆的关注大多聚焦于原地掉头、低速侧向行驶、低速泊车等工况,在高速工况下的相关研究有待进一步完善。

角模块车辆利用高精度地图离线生成全局路径后,需要基于传感器信息进行局部轨迹规划。局部轨迹规划分为基于优化的规划和基于采样的规划^[10]。与前者相比,基于采样的规划方法专注于在多个可能的备选方案中进行选择,其计算实时性较好,应用更为广泛。为降低求解难度,一般需要对轨迹进行解耦。常见的解耦方式包括侧向/纵向解耦与路径/速度解耦。侧向/纵向解耦即分别规划车辆的侧向/纵向轨迹,对平面二维轨迹进行降维,进而分别规划两个一维轨迹。路径/速度解耦即分别规划车辆的路径/速度信息,生成车辆的二维路径与沿此路径的纵向速度。这两种解耦方式都清晰地揭示了基于传统底盘车辆规划出的轨迹在空间内的二维属性。解耦后的轨迹可以根据不同的需求建立合适的参数模型,并由插值法拟合获得。常用于拟合轨迹的曲线类型包括:三次样条曲线、B样条曲线、贝塞尔曲线、多项式曲线等。孙扬扬^[11]利用三次样条曲线创建路径曲率的参数化方程,保证了曲率方程2阶连续且可导。Van Hoek等^[12]采用B样条曲线生成轨迹,使得对轨迹的微小修改更加方便。Chen等^[13]采用分段贝塞尔曲线设计轨迹,以适应车辆的实际特点。虽然上述3种曲线类型具有较好的平滑性与局部调节能力,但在拟合过程中,其复杂度较高

且容易产生局部振荡。多项式曲线在保证平滑性的同时,拟合能力较好且模型较为简单,因此被普遍采用。周俊宇等^[14]利用多项式曲线描述了纵向、侧向两段轨迹,解决了考虑交通效率的协同换道问题。唐斌等^[15]利用多项式构建了分段路径、速度曲线,构建优化目标求出最优轨迹。Ma等^[16]验证了双五次多项式轨迹规划在四轮转向车辆上的可行性。

然而,受限于传统车辆的底盘架构与拟人驾驶思维,现有的轨迹规划方法只能规划包括纵向轨迹、侧向轨迹在内的传统位置轨迹,未能充分考虑轨迹对车辆横摆的影响,这会限制自动驾驶系统在不同的交通环境和道路条件下的应用,影响车辆的整体性能。

为了充分发挥角模块车辆在底盘协调控制方面的天然优势、提高其横摆舒适性与稳定性、扩展其在自动驾驶模式下的行驶工况,本文提出角模块车辆位姿轨迹(纵向轨迹、侧向轨迹、横摆角)的概念,在高速换道场景下进行多项式位姿轨迹规划研究。主要研究内容包括:(1)设计了3种高速公路换道场景,并建立了基于五次多项式的位姿轨迹参数模型;采用基于规则的车辆状态计算方法,通过离散换道时间获得了多项式位姿轨迹簇以及传统位置轨迹簇并进行对比。(2)设计了位姿轨迹的规划方法;考虑路面附着状态约束、运动学模型约束、质心侧偏角约束,对两类轨迹簇进行了初步筛选;建立了包括换道效率、侧向舒适性与稳定性、横摆角偏差、横摆舒适性与稳定性的评价函数,分别选出最优多项式位姿轨迹与最优传统位置轨迹。(3)在3种高速公路换道场景下进行仿真分析,对比了两类最优轨迹的车辆横摆性能;利用 MATLAB/Simulink 和 CarSim 联合仿真,验证了本文提出的多项式位姿轨迹的可跟踪性。

1 位姿轨迹模型建立

1.1 高速公路换道场景设计

常见的高速公路行驶场景包括:直路、小曲率弯路、匝道。为了研究位姿轨迹的横摆性能,选用换道工况进行轨迹规划。由于稳态时的车辆横摆角与道路朝向一致,在直路换道工况下,换道前后的车辆横摆角相同,而在弯路换道工况下,换道前后的车辆横摆角会随着道路朝向发生变化,换道过程中的车辆横摆运动更为明显。与直路换道相比,弯路换道更具代表性。因此,本文设计了3种高速公路换道场

景,分别为:车速 80 km/h 的弯路换道、车速 120 km/h 的弯路换道、车速 40 km/h 的匝道换道。在车辆摄像头的通讯协议中,常用二次或三次多项式作为道路的拟合曲线,为简化计算,本文采用二次多项式对道路中心线进行拟合。根据公路路线设计规范,不同车速 v_x 下的圆曲线最小半径 R 不同,其对应的拟定道路中心线方程 $y_r(x)$ 如表 1 所示。

表 1 圆曲线最小半径与道路中心线方程

$v_x/(km \cdot h^{-1})$	R/m	$y_r(x)$
40	60	$0.0083x^2 + 1.75$
80	400	$0.00125x^2 + 1.75$
120	1 000	$0.0005x^2 + 1.75$

1.2 基于五次多项式的位姿轨迹参数模型

在规划过程中,有 3 个重要的角度需要辨析:航向角 θ 、横摆角 φ 以及质心侧偏角 β 。三者之间存在如式(1)所示关系。

$$\theta = \varphi + \beta \tag{1}$$

式中:航向角 θ 为车辆质心速度与笛卡尔坐标系横轴 X 之间的夹角,即车辆实际路径切线方向;横摆角 φ 为车辆坐标系横轴 x 与笛卡尔坐标系横轴 X 之间的夹角,即车头朝向;质心侧偏角 $\beta = \arctan(v_y/v_x)$ 为质心速度与车辆坐标系横轴 x 之间的夹角。对于传统车辆而言,当路径确定时,航向角 θ 确定,质心侧偏角 β 不可独立控制,因此车头朝向是与路径高度耦合的。若想改变车头朝向 φ ,则须主动控制质心侧偏角 β ,即主动控制车辆坐标系下的侧向运动。

角模块车辆可以将行驶过程中的侧向运动与横摆运动解耦,使其纵向轨迹、侧向轨迹、横摆角相对独立可控。为表达并规划角模块车辆的运动,需要建立合适的轨迹模型。五次多项式具备优秀的数值解析性质,如曲率平滑、便于求导、计算实时性好等,因此在轨迹规划领域得到了广泛应用。本文基于五次多项式建立角模块车辆位姿轨迹模型,包括纵向轨迹 $X(t)$ 、侧向轨迹 $Y(t)$ 、横摆角 $\varphi(t)$,从而体现位姿轨迹在空间内的三维属性。五次多项式位姿轨迹模型如式(2)所示。

$$\begin{cases} X(t) = a_5t^5 + a_4t^4 + a_3t^3 + a_2t^2 + a_1t + a_0 \\ Y(t) = b_5t^5 + b_4t^4 + b_3t^3 + b_2t^2 + b_1t + b_0 \\ \varphi(t) = c_5t^5 + c_4t^4 + c_3t^3 + c_2t^2 + c_1t + c_0 \end{cases} \tag{2}$$

式中: t 为车辆行驶过程中的任意时刻; a_5-a_0 、 b_5-b_0 、 c_5-c_0 为未知系数。将多项式位姿轨迹方程对时间 t 求导,可得纵向速度 $\dot{X}(t)$ 、侧向速度 $\dot{Y}(t)$ 、横摆角速

度 $\dot{\varphi}(t)$, 再次对时间 t 求导可得纵向加速度 $\ddot{X}(t)$ 、侧向加速度 $\ddot{Y}(t)$ 、横摆角加速度 $\ddot{\varphi}(t)$ 。

$$X = \begin{bmatrix} X_0 \\ \dot{X}_0 \\ \ddot{X}_0 \\ X_1 \\ \dot{X}_1 \\ \ddot{X}_1 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} t_0^5 & t_0^4 & t_0^3 & t_0^2 & t_0 & 1 \\ 5t_0^4 & 4t_0^3 & 3t_0^2 & 2t_0 & 1 & 0 \\ 20t_0^3 & 12t_0^2 & 6t_0 & 2 & 0 & 0 \\ t_1^5 & t_1^4 & t_1^3 & t_1^2 & t_1 & 1 \\ 5t_1^4 & 4t_1^3 & 3t_1^2 & 2t_1 & 1 & 0 \\ 20t_1^3 & 12t_1^2 & 6t_1 & 2 & 0 & 0 \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} a_5 \\ a_4 \\ a_3 \\ a_2 \\ a_1 \\ a_0 \end{bmatrix} = T \times A \quad (3)$$

式中: X 为纵向车辆状态向量, 包括起点车辆纵向位置 X_0 、速度 \dot{X}_0 、加速度 \ddot{X}_0 , 以及终点车辆纵向位置 X_1 、速度 \dot{X}_1 、加速度 \ddot{X}_1 ; T 为时间矩阵, $t_0 = 0$ 为换道起点时刻, t_1 为换道终点时刻; A 为待求的纵向轨迹参数向量。当 X 与 T 确定后, 可由式(3)求得 A , 即纵向轨迹规划完成。多项式位姿轨迹的3个维度轨迹均可用式(3)形式表达并分别求解未知系数。

确定车辆状态就是对车辆轨迹进行约束, 使轨迹在满足已知条件的同时, 在运动学层面具有可跟踪性。起点处的车辆状态可以通过各类车载传感器获取, 均为已知量。为简化计算, 假设车辆坐标系下的纵向车速在换道前后保持不变, 且等于换道过程中的平均速度。以车辆起点位置为原点建立笛卡尔坐标系, 车辆的起点纵向位置 X_0 、侧向位置 Y_0 、横摆角 φ_0 如式(4)所示。

$$\begin{cases} X_0 = 0 \\ Y_0 = 0 \\ \varphi_0 = \arctan[y_r'(0)] \end{cases} \quad (4)$$

在笛卡尔坐标系下对车辆速度 v_0 进行分解, 可得换道起点的纵向速度 \dot{X}_0 与侧向速度 \dot{Y}_0 , 横摆角速度 $\dot{\varphi}_0$ 可以由道路中心线的曲率半径确定, 如式(5)所示。

$$\begin{cases} \dot{X}_0 = v_0 \cos(\varphi_0) \\ \dot{Y}_0 = v_0 \sin(\varphi_0) \\ \dot{\varphi}_0 = v_0/R_0 \end{cases} \quad (5)$$

式中 R_0 为换道起点在道路中心线上的投影点处的曲率半径。车辆在换道前处于稳态, 起点纵向加速度 $\ddot{X}_0 = 0$, 侧向加速度 $\ddot{Y}_0 = 0$, 横摆角加速度 $\ddot{\varphi}_0 = 0$ 。

换道终点处的车辆状态均为未知量, 理应设定不等式约束, 采用优化算法对终点处的车辆状态进行优化, 进而生成最优轨迹。但换道终点处的车辆状态较多且成分复杂, 不宜采用数值优化算法, 若采用群优化算法, 则会消耗大量的计算时间, 影响规划的实时性。因此本文采用基于规则的换道终点车辆

状态计算方法, 假设在换道结束后, 车辆位于目标车道中央, 且车头朝向与道路朝向一致。换道终点处的车辆状态与车辆在道路中心线上的投影点位置有关, 如图2所示。

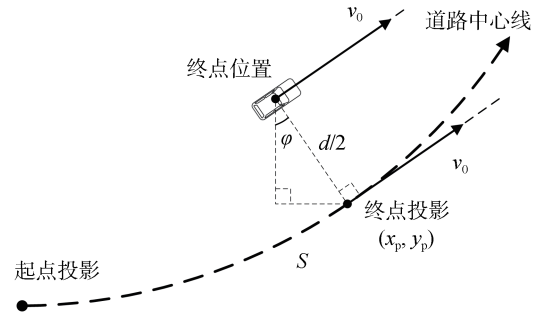


图2 换道终点处的车辆状态示意图

图中, $d = 3.5 \text{ m}$ 为车道宽度, S 为换道起点投影与换道终点投影 (x_p, y_p) 之间的距离。根据前文假设, 利用平均速度与距离的关系可以求解换道终点投影点的横坐标 x_p , 如式(6)所示。

$$S = v_0 T_s = \int_0^{x_p} \sqrt{1 + [y_r'(x)]^2} dx \quad (6)$$

式中 $T_s = t_1 - t_0$ 为换道总时间。通过终点投影点的横坐标 x_p 可求车辆的终点纵向位置 X_1 、侧向位置 Y_1 、横摆角 φ_1 , 如式(7)所示。

$$\begin{cases} X_1 = x_p - d \sin(\varphi_1)/2 \\ Y_1 = y_p + d \cos(\varphi_1)/2 \\ \varphi_1 = \arctan[y_r'(x_p)] \end{cases} \quad (7)$$

在笛卡尔坐标系下对车辆速度进行分解, 可得终点处的纵向速度 \dot{X}_1 、侧向速度 \dot{Y}_1 、横摆角速度 $\dot{\varphi}_1$, 如式(8)所示。

$$\begin{cases} \dot{X}_1 = v_0 \cos(\varphi_1) \\ \dot{Y}_1 = v_0 \sin(\varphi_1) \\ \dot{\varphi}_1 = v_0/R_1 \end{cases} \quad (8)$$

式中 R_1 为换道终点在道路中心线上的投影点处的曲率半径。车辆在换道后进入稳态, 换道终点的纵向加速度 $\ddot{X}_1 = 0$ 、侧向加速度 $\ddot{Y}_1 = 0$ 、横摆角加速度 $\ddot{\varphi}_1 = 0$ 。

上述分析确定了角模块车辆在换道起点和终点处的运动状态, 在形如式(3)的求解表达式中, t_1 成为了唯一的变量, 即换道时间 t_1 与多项式位姿轨迹 (X, Y, φ) 是双射关系。由此可将时间离散, 创建关于换道时间的等距数组, 进而得到1组多项式位姿轨迹簇。

以车速为 80 km/h 的弯路换道工况为例。由表 1 可知,道路中心线的解析式为 $y_r(x) = 0.00125x^2 + 1.75$ 。设换道时间为 $t_1 = 0 \sim 5$ s,为了使轨迹簇的可视化效果更加直观和明晰,令采样周期为 $T = 1.5$ s,仅绘制 $t_1 = 1.5$ s、 $t_1 = 3.0$ s、 $t_1 = 4.5$ s 3 条轨迹。

多项式位姿轨迹由路径 (X, Y) 和横摆角 φ 组成。 (X, Y) 路径簇如图 3 所示。路径长度随着换道时间的增加而增加,这些路径起点位置相同,终点位置在目标车道中心线上按顺序排列,符合图 2 所示的车辆位置状态。

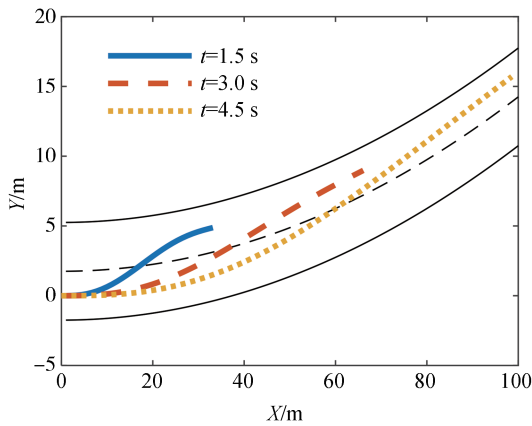


图3 离散换道时间的路径簇

道路朝向的解析式为 $y_r'(x) = 0.0025x$, 是一次函数。由于多项式位姿轨迹的横摆角与道路朝向较为接近,取横摆角 φ 与道路朝向的偏差,如图 4 所示。换道时间越短的轨迹,其对应的横摆角偏差越小,且 3 条多项式位姿轨迹的横摆角偏差极值均不足 0.005 rad,车头朝向与道路朝向基本一致。

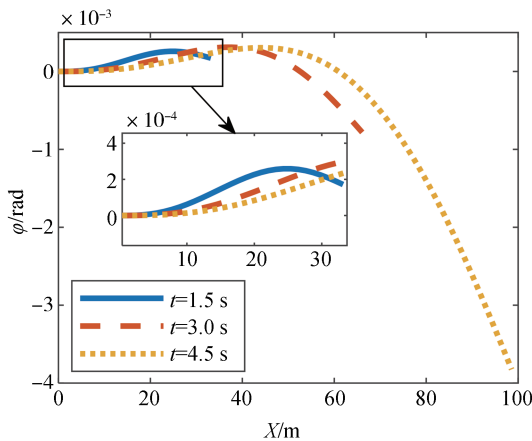


图4 多项式位姿轨迹横摆角与道路朝向的偏差

实际上,基于传统底盘车辆规划出的轨迹也是由路径 (X, Y) 和横摆角 φ' 组成的,因此该轨迹也是一种位姿轨迹 (X, Y, φ') ,可以应用于角模块车辆,本文将基于传统底盘车辆规划出的位姿轨迹 (X, Y, φ') 称为传统位置轨迹。传统位置轨迹的 φ' 与路径深度耦合,路径切线约等于车头朝向, φ' 既不能任意控制,也不能任意规划,需要遵循特定的数学模型。为了对比角模块车辆在不同换道时的表现,采用双五次多项式建立传统位置轨迹的路径模型,保障了路径的连续平滑性的同时,可以在一定程度上控制变量。最终传统位置轨迹模型如式(9)所示。

$$\begin{cases} X(t) = a_5t^5 + a_4t^4 + a_3t^3 + a_2t^2 + a_1t + a_0 \\ Y(t) = b_5t^5 + b_4t^4 + b_3t^3 + b_2t^2 + b_1t + b_0 \\ \varphi'(t) = \arctan(dY/dX) \end{cases} \quad (9)$$

式中 dY/dX 为路径切线斜率。传统位置轨迹的路径模型、侧向/纵向车辆状态与多项式位姿轨迹一致,由式(3)可知,通过离散换道时间生成轨迹簇后,其路径簇与图 3 完全相同。在此基础上,取传统位置轨迹横摆角 φ' 与道路朝向的偏差,如图 5 所示。横摆角偏差随换道时间的减少而增加,即换道工况越紧急,车辆的转向幅度越大、横摆运动幅度越大,此结果符合预期。此外,3 条传统位置轨迹的横摆角偏差极值都已超过 0.05 rad,远大于多项式位姿轨迹。

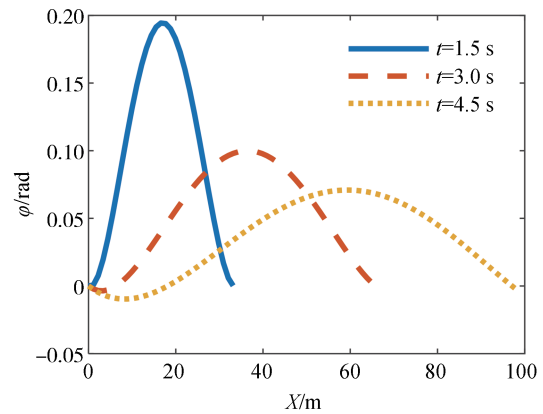


图5 传统位置轨迹横摆角与道路朝向的偏差

角模块车辆可以通过对侧向运动与横摆运动的独立主动控制,调整车头朝向,既可以跟踪多项式位姿轨迹,也能跟踪传统位置轨迹。分别规划出多项式位姿轨迹以及传统位置轨迹,二者的对比示意图如图 6 所示。

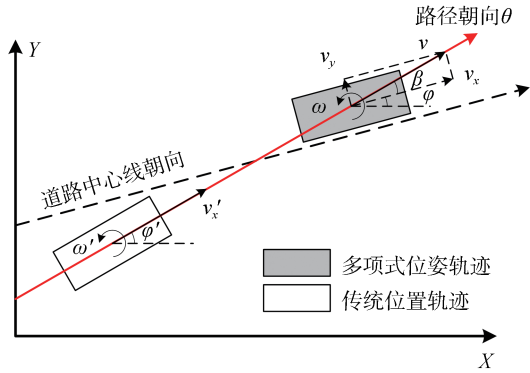


图6 多项式位姿轨迹与传统位置轨迹的对比示意图

图6中, φ 为多项式位姿轨迹的横摆角, φ' 为传统位置轨迹的横摆角。两类轨迹的路径相同,车身姿态不同。在传统位置轨迹中, φ' 与路径强耦合,通过横摆运动 ω' 与纵向运动 v_x' 的协同作用产生侧向运动,因此车头朝向 φ' 与路径朝向一致。而在多项式位姿轨迹中,纵向、侧向、横摆可以独立规划并控制,利用车辆的独立侧向运动 v_y 减少车身的横摆运动 ω ,使车头朝向 φ 与道路中心线朝向一致,从而实现车辆的斜行,在车身横摆姿态调整方面具有较大优势。

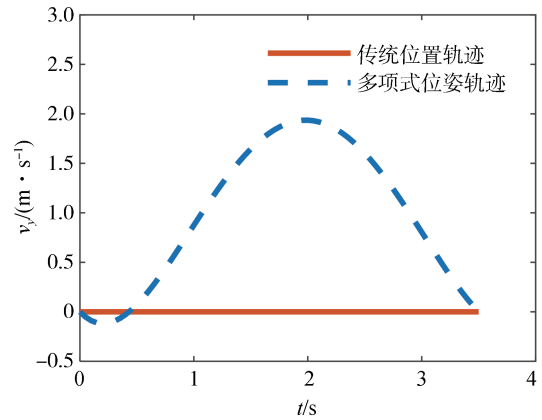
对于乘客而言,车辆坐标系下的侧向速度 v_y 与侧向加速度 a_y 关系到车辆的侧向舒适性与稳定性。二者存在如式(10)所示关系。

$$a_y = \dot{v}_y + a_x \omega_r \quad (10)$$

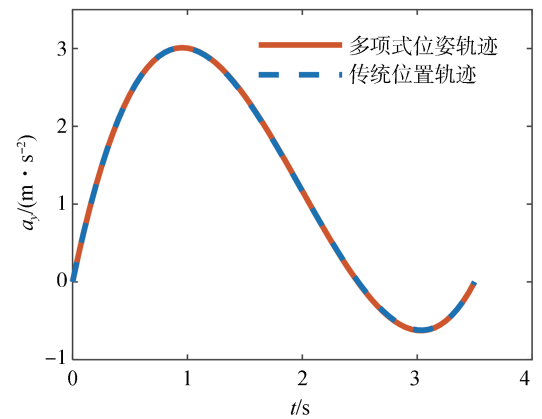
式中: a_x 为车辆坐标系下的纵向速度; ω_r 为横摆角速度。以 $t_1 = 3.5 \text{ s}$ 为例,两类轨迹的侧向速度 v_y 对比如图7(a)所示,侧向加速度 a_y 对比如图7(b)所示。

图中,传统位置轨迹的 \dot{v}_y 几乎为0,通过 a_x 与 ω_r 的耦合作用产生 a_y ,实现侧向运动。多项式位姿轨迹可以通过独立的侧向运动减少换道过程对横摆运动的依赖, \dot{v}_y 增大使得 ω_r 减小。因此虽然多项式位姿轨迹具有独立的侧向速度,但二者的侧向加速度几乎相同。因此多项式位姿轨迹不会对车辆的侧向舒适性与稳定性产生过多影响。两类轨迹的质心侧偏角对比如图8所示。

图中, β' 为传统位置轨迹的质心侧偏角, β 为多项式位姿轨迹的质心侧偏角。当航向角 θ 相同时, β' 几乎为0,两类轨迹横摆角的差值 $\varphi' - \varphi$ 即为多项式位姿轨迹的质心侧偏角 β ,上述结论与式(1)相符。



(a) 侧向速度对比图



(b) 侧向加速度对比图

图7 侧向性能对比图

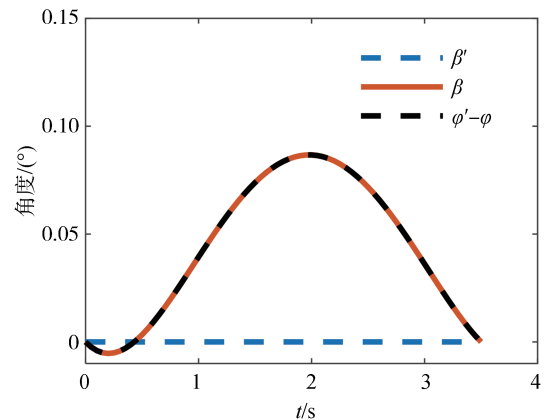


图8 两类轨迹的质心侧偏角对比图

2 位姿轨迹的规划方法

本文设计的位姿轨迹规划方法包括约束与评价函数两部分。生成轨迹簇后,建立路面附着状态约

束、运动学模型约束以及质心侧偏角约束,对轨迹进行初步筛选,设定考虑换道效率、侧向舒适性与稳定性、横摆角偏差、横摆舒适性与稳定性的评价函数,对满足约束的轨迹进行评价,从而得到最优轨迹。以角模块车辆为仿真对象,多项式位姿轨迹与传统位置轨迹均须满足上述约束并统一评价。

2.1 位姿轨迹的约束

受实际行驶条件影响,轨迹簇中的某些轨迹可能无法被跟踪。为保障轨迹的可跟踪性,须对其施加主要的约束,包括路面附着状态约束、运动学模型约束、质心侧偏角约束。通过约束对轨迹进行初步筛选,不满足约束的轨迹将直接舍弃,不纳入评价选择范围内。约束的适用对象为车辆整体,因此首先需要建立笛卡尔坐标系与车辆坐标系之间的转换关系,如式(11)所示。

$$\begin{bmatrix} X_g \\ Y_g \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos \varphi_h & -\sin \varphi_h \\ \sin \varphi_h & \cos \varphi_h \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_h \\ y_h \end{bmatrix} \quad (11)$$

式中: (X_g, Y_g) 为笛卡尔坐标系下的车辆纵向/侧向运动状态; φ_h 为车辆横摆角; (x_h, y_h) 为车辆坐标系下的车辆纵向/侧向运动状态。由于本文讨论的约束只涉及速度、加速度等矢量概念,因此上述坐标转换关系本质上就是坐标系的旋转。

为了使轮胎在线性区域内产生侧偏力,需要设置路面附着状态约束。通过判断轮胎纵向力与侧向力是否符合椭圆包络关系来判断轨迹是否具有可跟踪性。然而在规划阶段往往无法准确获得轮胎滑移率与侧偏角等车辆状态,因此采用附着椭圆对车辆的纵向、侧向加速度进行约束。角模块架构搭载分布式驱动系统,通过轮胎纵向力的差值产生附加横摆力矩,可能会对附着条件造成影响,且难以通过数学模型直接描述,因此本文引入基于模糊逻辑控制的横摆安全系数,以保障车辆在行驶过程中具有足够的轮胎附着力。路面附着约束如式(12)所示。

$$\sqrt{(a_x^2 + a_y^2)} \leq k_\mu \mu g \quad (12)$$

式中: a_x 与 a_y 分别是车辆坐标系下的纵向、侧向加速度; μ 为路面附着系数,本文拟在干燥良好路面工况进行仿真,取 $\mu = 0.8$; g 为重力加速度; k_μ 为横摆安全系数,利用模糊逻辑对其进行控制。当车辆的横摆力矩较小时,附加横摆力矩对轮胎附着的影响较小, k_μ 不需要发挥作用;当车辆横摆力矩增大至超过一定范围后,附加横摆力矩对附着条件的占用较大,此时需要 k_μ 逐渐减小并保持较低水平,使轮胎具有足够的纵向和侧向附着力。由于相关参数须通过试

验进行标定,并非本文的核心论点,因此本文采用模糊逻辑控制,使得系统在模糊和不精确的数据下对系数的选择做出合理的决策。此外,在图6所示的换道过程中,多项式位姿轨迹的横摆运动幅度较小,车辆横摆力矩较小,未达到模糊逻辑中当横摆力矩较大时的工况,其误差对约束的影响极小。后续研究若涉及到较大的横摆力矩,可以修正模糊规则并对相关参数进行标定,以进一步优化约束的效果。以车辆横摆力矩 M_z 为输入, M_z 如式(13)所示。

$$M_z = I_z \ddot{\varphi} \quad (13)$$

式中 I_z 为车辆的转动惯量, $I_z = 1536.7 \text{ kg} \cdot \text{m}^2$ 。设输入 $M_z \in [0, 6000] \text{ N} \cdot \text{m}$,输出 $k_\mu \in [0, 1]$,采用梯形函数作为隶属度函数,其模糊逻辑控制规则如表2所示。输出曲线如图9所示。

表2 横摆安全系数的模糊逻辑控制规则

判断条件 M_z	推理结果 k_μ
HIGH	LOW
MID	MID
LOW	HIGH

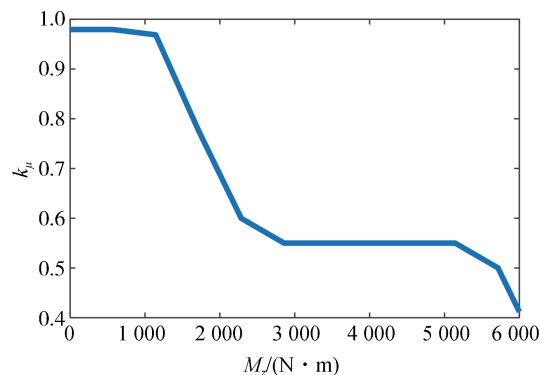


图9 横摆安全系数的模糊逻辑输出曲线

角模块车辆利用四轮独立转向系统实现全方位转向,因此需要建立四轮转向(four-wheel steering, 4WS)车辆模型,并以此为基础建立约束。在车辆行驶过程中,轮胎侧偏角是动态变化的,较难准确获得,因此假设轮胎侧偏角为0。同时假设两个前轮、后轮的转角分别相同。将模型简化为2自由度运动学模型,如图10所示。

图中, β 为质心侧偏角, v_x 为车辆坐标系下的纵向速度, $v_y = v_x \tan(\beta)$ 为车辆坐标系下的侧向速度, ω_r 为横摆角速度, δ_f, δ_r 分别为前后轮转角, $v_{yf} = v_x \tan(\delta_f)$ 为前轮侧向速度, $v_{yr} = v_x \tan(\delta_r)$ 为后轮侧向速度, L_f, L_r 分别为质心到前后轴的距离, $L_f =$

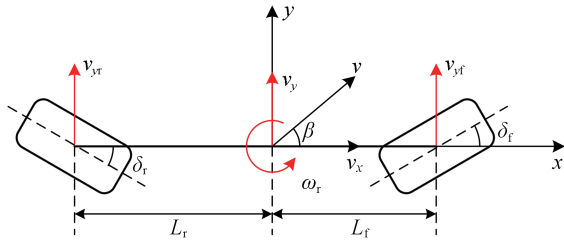


图10 4WS车辆运动学模型

1.015 m, $L_r = 1.895$ m。由运动学模型可知,车辆侧向速度 v_y 与横摆角速度 ω_r 之间存在如式(14)所示关系。

$$\begin{cases} v_y = v_x \frac{\tan(\delta_f)L_r + \tan(\delta_r)L_f}{L_r + L_f} \\ \omega_r = v_x \frac{\tan(\delta_f) - \tan(\delta_r)}{L_r + L_f} \end{cases} \quad (14)$$

当 δ_f, δ_r 的极值确定后, ω_r 与 v_y 的约束区间随之确定,即运动学模型约束。在此约束范围内,轨迹规划出的 ω_r 与 v_y 能够由某一特定的前后轮转角组合实现。虽然运动学模型忽略了车辆行驶过程中的轮胎侧偏等动态效应,在高速工况下具有一定局限性,但其计算效率高,可以提供快速的、初步的约束。若后续研究对约束条件的真实边界有需求,可以引入 ω_r 与 v_y 的动态补偿,对模型进行进一步校正和优化。

角模块车辆理论上具有超越传统车辆的前后轮转角范围,考虑到高速工况下的车辆稳定性,本文取 $\delta_{f\max} = 30^\circ, \delta_{r\max} = 10^\circ$ 。将此约束可视化,加入车辆纵向速度变化,由式(14)可绘制考虑纵向车速的运动学模型约束区域,如图11所示。

为防止车辆过度侧倾,需要建立质心侧偏角约束。角模块车辆的质心侧偏角范围研究较少,本文令汽车稳定性时的极限质心侧偏角 $\beta_{\max} = 12^\circ$ 。质心侧偏角约束如式(15)所示。

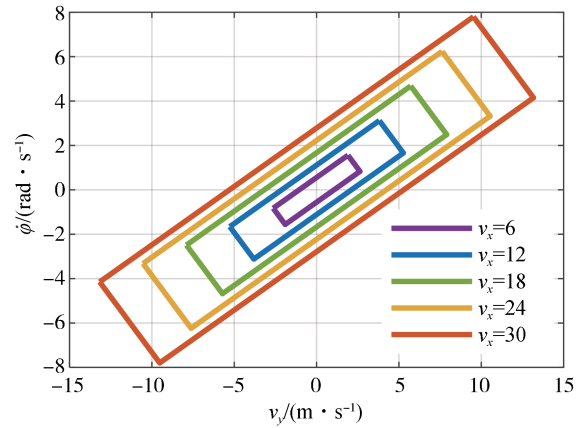
$$|\beta| = \arctan\left(\left|v_y/v_x\right|\right) \leq \beta_{\max} \quad (15)$$

2.2 位姿轨迹的评价函数

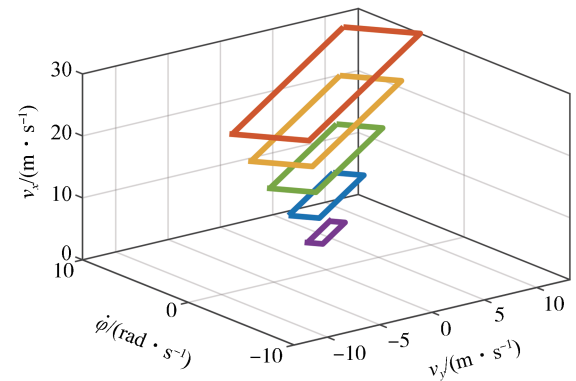
利用约束将轨迹簇中不符合要求的轨迹淘汰掉后,还需要建立评价函数来筛选出最优轨迹。本文综合考虑换道效率、侧向舒适性与稳定性、横摆角偏差、横摆舒适性与稳定性,建立了评价函数,分别对多项式位姿轨迹与传统位置轨迹进行评价。

车辆换道时间的长短决定了其能否成功避障或超车,因此在评价函数中,首先需要考虑的评价指标就是换道效率,如式(16)所示。

$$J_1 = \omega_1 T_s \quad (16)$$



(a) 二维视图



(b) 三维视图

图11 考虑纵向车速的运动学模型约束区域

式中: J_1 为换道效率评价指标; ω_1 为换道效率权重。如果换道时间过短,车辆将承受过大的侧向速度和侧向加速度,可能导致车辆侧翻,因此需要将侧向舒适性与稳定性纳入评价指标,如式(17)所示。

$$J_2 = \omega_{21} \int_{t_0}^{t_1} v_y^2 dt + \omega_{22} \int_{t_0}^{t_1} a_y^2 dt \quad (17)$$

式中: J_2 为侧向舒适性与稳定性评价指标; ω_{21}, ω_{22} 分别为侧向速度、侧向加速度权重。此外,为了对比多项式位姿轨迹与传统位置轨迹的车辆横摆性能,将车辆横摆角与道路中心线朝向的偏差作为评价指标之一,如式(18)所示。

$$J_3 = \omega_3 \int_{t_0}^{t_1} (\varphi - \varphi_p)^2 dt \quad (18)$$

式中: J_3 为横摆角偏差评价指标; ω_3 为横摆角偏差权重; φ_p 为车辆位置在道路中心线投影处的道路朝向。车辆横摆舒适性与稳定性也是评价轨迹的重要指标,如式(19)所示。

$$J_4 = \omega_{41} \int_{t_0}^{t_1} \dot{\varphi}^2 dt + \omega_{42} \int_{t_0}^{t_1} \ddot{\varphi}^2 dt \quad (19)$$

式中: J_4 为横摆舒适性与稳定性评价指标; ω_{41} 、 ω_{42} 分别为横摆角速度、横摆角加速度权重。最终,位姿轨迹的评价函数 J 如式(20)所示。

$$J = J_1 + J_2 + J_3 + J_4 \quad (20)$$

评价函数由多个评价指标组成,各评价指标的计算结果可能差距较大,进而造成部分数据失效,因此本文设置了权重参数。通过仿真试验对其进行标定,取 $\omega_1 = 30$, $\omega_{22} = 10$,其余参数均为1,既可以避免因换道效率数据较少造成的换道效率评价函数失效,又能有效限制侧向加速度,使车辆以较为平稳舒适的侧向性能换道。

此外,各部分评价函数在相加之前均需要进行Min-Max标准化,对某个待处理数据 a 进行Min-Max标准化的过程如式(21)所示。

$$a_{\text{new}} = \frac{(a - \text{Min})}{(\text{Max} - \text{Min})} \quad (21)$$

式中: Min 、 Max 为给定的 a 的最小值、最大值; a_{new} 为标准化结果。标准化可以有效降低数量级差距对评价函数造成的影响。

3 高速换道场景下的仿真结果

3.1 多项式位姿轨迹的仿真分析

设定换道时间 $t_1 = 0 \sim 5$ s,令采样周期 $T = 0.1$ s,基于多项式位姿轨迹模型与传统位置轨迹模型分别生成轨迹簇,筛选掉不符合约束的轨迹后对剩余轨迹进行评价,最终得到最优轨迹。车速为80 km/h时,最优多项式位姿轨迹与最优传统位置轨迹的仿真结果如图12所示。

路径对比如图12(a)所示。传统位置轨迹的路径较长,换道时间为 $t_c = 3.5$ s,多项式位姿轨迹的路径较短,换道时间为 $t_m = 3.1$ s。多项式位姿轨迹的换道效率提高了11.43%。

横摆角对比如图12(b)所示。传统位置轨迹在换道过程中,先打破了车头朝向与道路朝向的稳定关系,后将其恢复。多项式位姿轨迹的横摆角与道路中心线朝向几乎一致,在不影响车辆稳定性的前提下完成了换道。

横摆角偏差对比如图12(c)所示。传统位置轨迹横摆角偏差幅值为 $|(\varphi - \varphi_p)_c| = 0.0923$ rad,多项式位姿轨迹的横摆角偏差幅值为 $|(\varphi - \varphi_p)_m| = 0.0012$ rad,减少了98.86%。多项式位姿轨迹显著减少了车辆在换道过程中的横摆运动,有助于驾驶

员对周围视野的观察,变相增加了角模块车辆的安全性。

横摆角速度对比如图12(d)所示。传统位置轨迹的横摆角速度幅值为 $|\dot{\varphi}_c| = 0.1633$ rad/s,多项式位姿轨迹的横摆角速度幅值为 $|\dot{\varphi}_m| = 0.0024$ rad/s,减少了98.53%。横摆角加速度对比如图12(e)所示。传统位置轨迹的横摆角加速度幅值为 $|\ddot{\varphi}_c| = 0.4121$ rad/s²,多项式位姿轨迹的横摆角加速度幅值为 $|\ddot{\varphi}_m| = 0.0017$ rad/s²,减少了99.59%。多项式位姿轨迹的横摆舒适性与稳定性均有大幅提高。

在此工况下对最优轨迹的侧向性能进行探究。侧向速度对比如图12(f)所示。传统位置轨迹的侧向速度幅值为 $|v_c| = 4.6509$ m/s,多项式位姿轨迹的侧向速度幅值为 $|v_m| = 4.4680$ m/s,减少了3.93%,二者较为相近。侧向加速度对比如图12(g)所示。传统位置轨迹的侧向加速度幅值为 $|a_c| = 3.6459$ m/s,多项式位姿轨迹的侧向加速度幅值为 $|a_m| = 4.4735$ m/s,增加了22.70%。多项式位姿轨迹在较短时间内产生了更大的侧向位移,侧向速度和加速度的变化幅度仍在可接受范围内,不会过多影响车辆的侧向舒适性和稳定性。

分别在本文设计的3种高速换道场景下进行仿真,最终仿真结果如表3~表5所示。

由表中数据可知,当车速为120 km/h时,仿真分析的结论与车速80 km/h时相同,即多项式位姿轨迹提高了角模块车辆的换道效率、显著减少了换道时的横摆运动、大幅降低了横摆角偏差、极大改善了换道过程中的横摆舒适性与稳定性。

当车速为40 km/h时,道路中心线曲率半径较小。对于传统位置轨迹而言,横摆运动幅度较大,横摆力矩较大,换道时间较短的轨迹不满足路面附着状态约束,导致最优换道时间变大,因此多项式位姿轨迹的换道效率优化比率变大。同样对于传统位置轨迹,如图5所示,换道时间变大意味着其横摆运动幅度变小,因此多项式位姿轨迹的横摆性能优化比率变小,但各项横摆性能优化比率也均已超过80%。

综上所述,在本文设计的3种高速换道场景下,多项式位姿轨迹在提高换道效率的同时,大幅提高了角模块车辆的横摆舒适性与稳定性,具有显著优势。

3.2 多项式位姿轨迹的可跟踪性验证

在获得最优轨迹后,需要对车辆进行跟踪控制。本文利用MATLAB/Simulink与CarSim进行联合仿

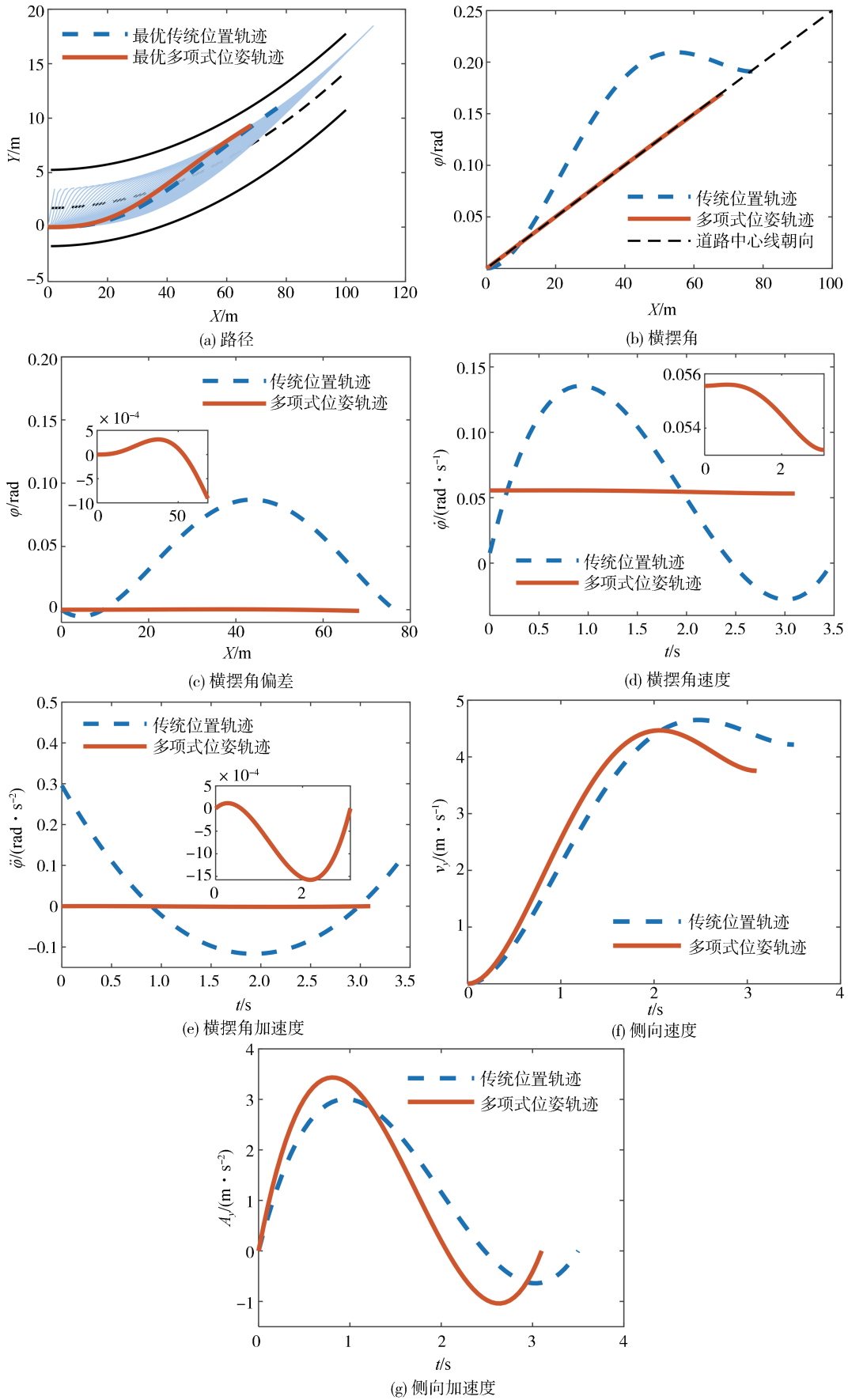


图 12 两种最优轨迹的仿真结果对比图

真,采用基于4WS车辆2自由度动力学模型的MPC轨迹跟踪控制器,以验证多项式位姿轨迹的可跟踪性。在4WS车辆的轨迹跟踪方面,已有许多学者进行过相关研究,具体的公式推导部分不是本文研究的重点,因此仅对仿真过程做简单描述。多项式位姿轨迹跟踪仿真试验框架如图13所示。

表3 车速80 km/h时的仿真结果

轨迹类型	t/s	$ \varphi - \varphi_p /\text{rad}$	$ \dot{\varphi} /(\text{rad}\cdot\text{s}^{-1})$	$ \ddot{\varphi} /(\text{rad}\cdot\text{s}^{-2})$
传统位置	3.5	0.092 3	0.163 3	0.412 1
多项式位姿	3.1	0.001 2	0.002 4	0.001 7
优化比率	11.43%	98.86%	98.53%	99.59%

表4 车速120 km/h时的仿真结果

轨迹类型	t/s	$ \varphi - \varphi_p /\text{rad}$	$ \dot{\varphi} /(\text{rad}\cdot\text{s}^{-1})$	$ \ddot{\varphi} /(\text{rad}\cdot\text{s}^{-2})$
传统位置	3.3	0.096 2	0.180 2	0.475 5
多项式位姿	2.9	9.73×10^{-4}	0.002 1	0.001 6
优化比率	12.12%	98.99%	98.82%	99.66%

表5 车速40 km/h时的仿真结果

轨迹类型	t/s	$ \varphi - \varphi_p /\text{rad}$	$ \dot{\varphi} /(\text{rad}\cdot\text{s}^{-1})$	$ \ddot{\varphi} /(\text{rad}\cdot\text{s}^{-2})$
传统位置	4.5	0.215 8	0.312 5	0.635 5
多项式位姿	2.9	0.028 5	0.054 6	0.035 1
优化比率	35.56%	86.80%	82.53%	94.48%

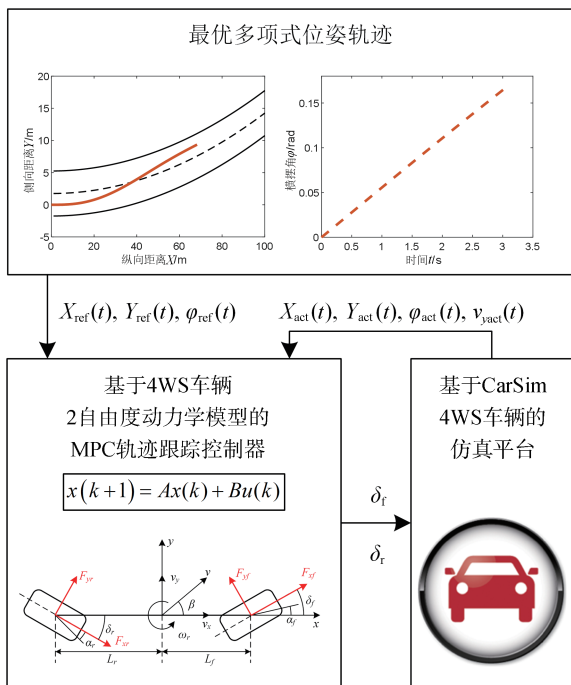
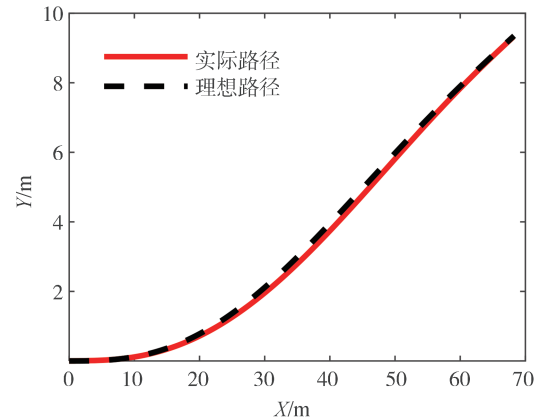


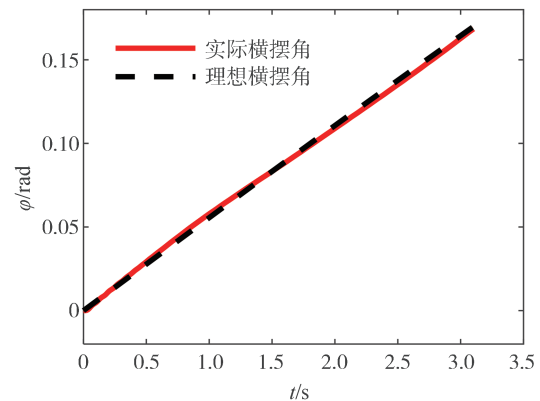
图13 多项式位姿轨迹跟踪仿真试验框架

在前文建立多项式位姿轨迹模型时,假设车辆的纵向速度不变,因此在CarSim中提供恒定的车辆

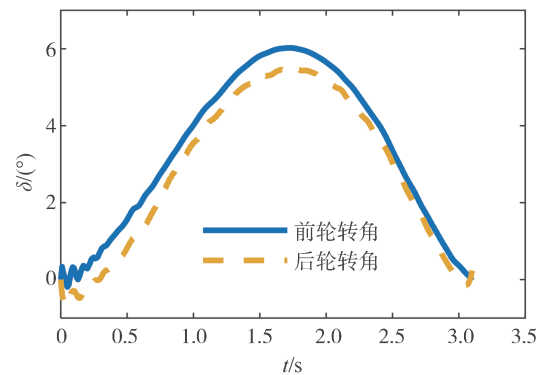
纵向速度。将规划出的最优多项式位姿轨迹作为参考轨迹输入,根据各采样点的坐标位置及横摆角,通过MPC控制器输出前后轮转角控制信号,将控制信号输入CarSim的4WS车辆模型中,读取车辆模型的实际输入形成闭环反馈,实现对参考轨迹的跟踪控制。以车速80 km/h的最优多项式位姿轨迹为例,对其进行可跟踪性验证,仿真结果如图14所示。



(a) 路径跟踪结果



(b) 横摆角跟踪结果



(c) 前后轮转角

图14 多项式位姿轨迹跟踪结果

在图14(a)中,侧向位移的最大偏差为 $\Delta Y = 0.2283 \text{ m}$,纵向位移的最大偏差为 $\Delta X = 0.1550 \text{ m}$ 。在图14(b)中,横摆角的最大偏差为 $\Delta \varphi =$

0.0026 rad。可见基于4WS车辆2自由度模型的MPC控制器可以较好地跟踪侧向轨迹、纵向轨迹以及横摆角。在图14(c)中,前后轮转角并未达到规划时拟定的最大值。因此多项式位姿轨迹的可跟踪性得到了验证。

4 结论

得益于多机构协同控制的模块化创新设计,角模块车辆可以实现纵向、侧向、横摆运动独立控制,因此可以对纵向轨迹、侧向轨迹、横摆角进行独立规划。本文以角模块车辆为研究对象,提出了多项式位姿轨迹 (X, Y, φ) 的规划方法,研究结果如下。

(1)基于五次多项式建立了位姿轨迹参数模型,通过离散换道时间获得多项式位姿轨迹簇与传统位置轨迹簇并进行分析。证明了多项式位姿轨迹能够更加灵活地调整角模块车辆的车身横摆姿态、充分发挥其在底盘协调控制方面的天然优势。

(2)设计了位姿轨迹规划方法,在高速换道场景下,生成最优多项式位姿轨迹与最优传统位置轨迹并进行了对比。仿真结果表明,多项式位姿轨迹在不过多影响角模块车辆侧向性能的前提下,可以提高换道效率,同时显著提高车辆的横摆舒适性与稳定性。

(3)利用MATLAB/Simulink与CarSim进行联合仿真,在高速换道场景下验证了多项式位姿轨迹的可跟踪性,并说明了多项式位姿轨迹具有可行性,为角模块车辆在高速行驶场景下的自动驾驶提供了理论基础。

在传统位置轨迹规划中,通常假设车辆为质点,既无法调整车辆的横摆姿态,又忽略了车身轮廓,而横摆姿态调整和车身轮廓在避障场景下尤为关键。后续研究将聚焦于角模块车辆在避障工况下的位姿轨迹规划问题。

参考文献

- [1] ZHANG Y, NI J, TIAN H, et al. Integrated robust dynamics control of all-wheel-independently-actuated unmanned ground vehicle in diagonal steering[J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2022, 164(10):108263.
- [2] 徐坤, 骆媛媛, 杨影, 等. 分布式电驱车辆状态感知与控制研究综述[J]. 机械工程学报, 2019, 55(22): 60-79.
XU K, LUO Y Y, YANG Y, et al. Review on state perception and control for distributed drive electric vehicles [J]. Journal of Mechanical Engineering, 2019, 55(22): 60-79.
- [3] 吴晓君, 马广强, 李妍, 等. 轮毂电机驱动的全向运行型AGV的位姿纠偏研究与实验[J]. 机械科学与技术, 2021, 40(12): 1877-1884.
WU X J, MA G Q, LI Y, et al. Posture correction based on omnidirectional AGV driven by in-wheel motor [J]. Mechanical Science and Technology for Aerospace Engineering, 2021, 40(12): 1877-1884.
- [4] LI Z, ZHENG L, REN Y, et al. Multi-objective optimization of active suspension system in electric vehicle with in-wheel-motor against the negative electromechanical coupling effects [J]. Mechanical Systems and Signal Processing, 2019, 116: 545-565.
- [5] 李全通. 全矢量线控滑板底盘设计与控制方法研究[D]. 长沙: 湖南大学, 2024.
LI Q T. Design and control of full-vector-wire-control skateboard platform [D]. Changsha: Hunan University, 2024.
- [6] 黄生有. 某轻型商用车一体化滑板底盘的结构设计及优化 [D]. 厦门: 华侨大学, 2023.
HUANG S Y. Structural design and optimization of an integrated skateboard chassis for a light commercial vehicle [D]. Xiamen: Huaqiao University, 2023.
- [7] 罗俊鑫. 线控四轮转向系统的开发及其控制策略研究[D]. 秦皇岛: 燕山大学, 2023.
LUO J X. Development and control strategy of four-wheel steering-by-wire system [D]. Qinhuangdao: Yanshan University, 2023.
- [8] 陈松. 一体化电动轮主动悬架系统开发及控制策略研究[D]. 秦皇岛: 燕山大学, 2023.
CHEN S. Active suspension system development and control strategies study based on the integrated electric wheel module [D]. Qinhuangdao: Yanshan University, 2023.
- [9] 张利鹏, 穆建华, 王建涛, 等. 角模块架构智能电动汽车路径跟踪鲁棒预测控制 [J]. 中国公路学报, 2024, 37(1): 241-254.
ZHANG L P, MU J H, WANG J T, et al. Robust predictive control for path tracking of intelligent electric vehicle based on wheel corner modul [J]. China Journal of Highway and Transport, 2024, 37(1): 241-254.
- [10] LI B, OUYANG Y, LI L, et al. Autonomous driving on curvy roads without reliance on frenet frame: a cartesian-based trajectory planning method [J]. IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems, 2022, 23(9): 15729-15741.
- [11] 孙传扬. 智能汽车紧急避撞轨迹规划与路径跟踪控制策略研究 [D]. 北京: 北京交通大学, 2022.
SUN C Y. Research on trajectory planning and path tracking control strategy for intelligent vehicle emergency collision avoidance [D]. Beijing: Beijing Jiaotong University, 2022.
- [12] VAN HOEK R, PLOEG J, NIJMEIJER H. Cooperative driving of automated vehicles using b-splines for trajectory planning [J]. IEEE Transactions on Intelligent Vehicles, 2021, 6(3): 594-604.

(下转第268页)

- 辆全轮转向路径跟踪策略[J]. 汽车工程, 2022, 44(11): 1665-1675.
- WANG W C, LI J Q, SUN F C, et al. Path tracking strategy for all-wheel steering of multi-axle heavy-duty vehicles based on tube MPC [J]. *Automotive Engineering*, 2022, 44(11): 1665-1675.
- [19] 王喆, 周晓军, 杨辰龙, 等. 驾驶员制动意图对多轴车辆紧急制动迟滞特性的影响 [J]. 汽车工程, 2018, 40(10): 1185-1191.
- WANG Z, ZHOU X J, YANG C L, et al. Effects of driver's braking intention on hysteresis characteristics of emergency braking in multi-axle vehicle [J]. *Automotive Engineering*, 2018, 40(10): 1185-1191.
- [20] KAMEL S M, DAVID M, CHRIS B, et al. Heavy vehicle hardware-in-the-loop automatic emergency braking simulation with experimental validation[J]. *SAE International Journal of Commercial Vehicles*, 2016, 9(2):57-62.
- [21] 史培龙, 赵轩, 陈子童, 等. 基于道路行驶工况辨识的重型载货汽车排气制动系统主动控制研究[J]. 汽车工程, 2023, 45(1): 104-111.
- SHI P L, ZHAO X, CHEN Z T, et al. Study on active control of exhaust brake system for heavy-duty truck based on road driving condition recognition [J]. *Automotive Engineering*, 2023, 45(1): 104-111.
- [22] LIU Z, CHENG S, LIU J, et al. A novel braking control strategy for hybrid electric buses based on vehicle mass and road slope estimation[J]. *Chinese Journal of Mechanical Engineering*, 2022, 35(6):150-150.
- [23] 侯忠生, 韩志刚. 非线性系统鲁棒无模型学习自适应控制[J]. 控制与决策, 1995(2):137-142.
- HOU Z S, HAN Z G. Robust model-free learning adaptive control for nonlinear systems [J]. *Control and Decision*, 1995(2): 137-142.
- [24] LIAO Y, JIANG Q, DU T, et al. Redefined output model-free adaptive control method and unmanned surface vehicle heading control [J]. *IEEE Journal of Oceanic Engineering*, 2019, 45(3): 714-723.
- [25] CHEN M, WANG Y. A data-driven adaptive method for attitude control of fixed-wing unmanned aerial vehicles [J]. *Advances in Aerospace Science and Technology*, 2019, 4(1): 1-15.
- [26] KHEMOUDJ O, IMINE H, DJEMAI M. Variable gain sliding mode observer for heavy duty vehicle tyre forces estimation [C]. *Proceedings of the 11th International Workshop on Variable Structure Systems*, 2010: 522-527.
- [27] SRIDHAR N, DEVIKA K, SUBRAMANIAN S, et al. Antilock brake algorithm for heavy commercial road vehicles with delay compensation and chattering mitigation [J]. *Vehicle System Dynamics*, 2019, 59: 526-546.
- [28] 李波, 潘盼, 沈海燕, 等. 智能分布式驱动汽车路径跟踪/制动能量回收协同控制策略研究[J]. 中国公路学报, 2022, 35(7): 292-304.
- LI B, PAN P, SHEN H Y, et al. Research on path tracking/braking energy recovery collaborative control strategy of intelligent distributed drive vehicle [J]. *China Journal of Highway and Highway*, 2022, 35(7): 292-304.
- [29] CHENG S, LI L, YAN B, et al. Simultaneous estimation of tire side-slip angle and lateral tire force for vehicle lateral stability control [J]. *Mechanical Systems and Signal Processing*, 2019, 132(Oct.1):168-182.

(上接第247页)

- [13] CHEN T, CAI Y, CHEN L, et al. Trajectory and velocity planning method of emergency rescue vehicle based on segmented three-dimensional quartic bezier curve[J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2023, 24(3): 3461-3475.
- [14] 周俊宇, 李克强, 任啥嘯, 等. 基于场景划分的智能网联汽车协同换道避障方法[J]. 汽车工程, 2024, 46(5): 745-753.
- ZHOU J Y, LI K Q, REN X H, et al. A cooperative obstacle avoidance lane change strategy for intelligent and connected vehicles based on scene division[J]. *Automotive Engineering*, 2024, 46(5): 745-753.
- [15] 唐斌, 许占祥, 江浩斌, 等. 基于分段优化的车辆换道避障轨迹规划[J]. 汽车工程, 2022, 44(6): 831-841.
- TANG B, XU Z X, JIANG H B, et al. Trajectory planning of intelligent vehicles in lane change for collision avoidance based on segmented optimization [J]. *Automotive Engineering*, 2022, 44(6): 831-841.
- [16] MA F, SHEN Y, NIE J, et al. Trajectory planning and tracking for four-wheel-steering autonomous vehicle with V2V communication[C]. *SAE Paper 2020-01-0114*.