

doi: 10.19562/j.chinasae.qcgc.2024.09.013

基于可拓相平面稳定域划分的Tube-MPC车辆 稳定性控制*

苏东旭¹, 赵治国¹, 赵坤¹, 李刚², 于勤¹

(1. 同济大学汽车学院, 上海 201804; 2. 武汉路特斯汽车有限公司, 武汉 430000)

[摘要] 针对分布式四轮驱动电动汽车在极限工况下稳定性控制难题, 考虑了横摆角速度、横纵向加速度等传感器噪声以及质心侧偏角估计误差的影响, 提出了基于可拓理论的相平面稳定域划分方法以及自适应管道模型预测控制(ATMPC)算法, 以快速量化车辆稳定性程度, 并在满足跟踪精度的前提下保证车辆行驶的稳定性。所设计的车辆横摆稳定性控制系统采用分层设计架构, 其中上层基于可拓理论, 将车辆质心侧偏角-横摆角速度相平面与可拓控制域相关联, 并根据车辆实际状态判断可拓控制域并计算关联函数, 实现了下层的管道模型预测控制(Tube-MPC)控制目标权重与控制模式的决策; 下层基于Tube-MPC对期望横摆角速度和质心侧偏角进行跟踪, 实现附加横摆力矩的精准决策, 之后采用轮胎负荷率优化方法进行横摆力矩的分配。通过CarSim与Simulink软件联合仿真, 对所设计的控制策略进行仿真实验。结果表明, 相较于常规MPC算法, 所提出的控制架构与ATMPC控制策略能够有效提升车辆在极限工况下的行驶稳定性以及噪声干扰环境下的鲁棒性。

关键词: 分布式驱动车辆; 稳定性控制; 可拓相平面; 管道模型预测控制

Tube-MPC Vehicle Stability Control Based on Stability Domain Division in Extension Phase Plane

Su Dongxu¹, Zhao Zhiguo¹, Zhao Kun¹, Li Gang² & Yu Qin¹

1. School of Automotive Studies, Tongji University, Shanghai 201804; 2. Lotus Automobile Company Ltd., Wuhan 430000

[Abstract] For the stability control problem of distributed four-wheel-drive electric vehicles under extreme conditions, considering the influence of sensor noise of yaw rate, lateral and longitudinal acceleration, as well as the estimation error of slip angle, a phase plane stability domain division method based on extension theory and an adaptive Tube-based Model Predictive Control algorithm (ATMPC) are proposed to quickly quantify the stability level of the vehicle and ensure the vehicle driving stability while maintaining tracking accuracy. The designed vehicle yaw stability control system utilizes hierarchical design architecture. The upper layer employs the extension theory to associate the vehicle slip angle-yaw rate phase plane with extension control domain and determines the control domain based on the actual vehicle state and calculates the dependent function to realize the decision-making of the control target weights and modes of the lower layer's Tube-MPC. The lower layer utilizes Tube-MPC to track the desired vehicle slip angle and yaw rate, enabling precise decision-making regarding the yaw moment, and adopts the tire loading ratios optimization method for the allocation of the yaw moment. The control strategy is validated by CarSim/Simulink co-simulation. The results show that the proposed control framework and ATMPC strategy can significantly enhance the driving stability of vehicles in extreme conditions and improve robustness in noisy environments, outperforming traditional MPC.

Keywords: distributed drive vehicle; stability control; extension phase plane; Tube-MPC

* 国家自然科学基金(52172390)资助。

原稿收到日期为2024年03月03日, 修改稿收到日期为2024年04月15日。

通信作者: 赵治国, 教授, E-mail: zhiguo.zhao@tongji.edu.cn。

前言

近年来,分布式驱动电动车辆稳定性控制研究一直是车辆动力学领域颇具吸引力的课题,车辆稳定性控制的好坏直接影响了车辆行驶的安全性。目前常见的车辆稳定控制系统主要包括了主动前轮转向系统(AFS),直接横摆力矩控制系统(DYC)以及电子稳定性控制系统(ESC)等,这些控制系统都能改善车辆的稳定性,但均存在一定的局限:由于各控制系统的控制目标、控制对象的差异和适用工况的区别,使得各系统的功能难以协调,且传统方法缺乏对车辆稳定性程度的快速量化。因此,须针对车辆稳定控制各子系统,制定协调控制策略,采用具体的数值大小衡量车辆稳定程度,合理协调各控制子系统,保障分布式驱动电动汽车在极限工况下的行驶稳定性。同时,车辆稳定控制系统易受到增多的传感器噪声的干扰以及模型不精准带来的状态估计误差的影响,有必要提升控制器在面对噪声干扰环境时的鲁棒性。

稳定性程度的判断对于车辆稳定性控制有着重要影响,准确的车辆稳定性分析可为车辆稳定性控制器的设计提供依据。相平面法是最为常用的车辆稳定性分析方法。Tian等^[1]基于 $\beta - \dot{\beta}$ 相平面设计用于控制非线性车辆稳定性的直接横摆力矩控制器。Zhai等^[2]在设计基于模糊PID的稳定性控制算法时使用了质心侧偏角-质心侧偏角速度($\beta - \dot{\beta}$)相平面约束,以将车辆运动状态限制于相平面稳定域内,提高车辆行驶稳定性。赵治国等^[3]构建不同行驶条件下 $\beta - \dot{\beta}$ 相平面,并将相平面的稳定区域划分为舒适区域和两级非舒适区域,基于车辆状态判别结果设计稳定性控制策略。Liang等^[4]使用 $\beta - \gamma$ 相平面包络边界方案作为稳定性约束,基于该约束对ESC系统和转矩矢量控制(TVC)策略的电动车辆进行协调控制。Beal等^[5]提出了由最大/最小后轮侧偏角和最大/最小稳态横摆角速度对应斜线组成的封闭平行四边形作为稳定性约束。目前大多数研究在利用相平面划分稳定域时,未对系统稳定性程度做出具体的量化,有必要通过具体的数值大小衡量状态点偏离稳定区域的程度,并建立车辆稳定性程度与MPC控制参数矩阵之间的关系。

在稳定性控制方法方面,模型预测控制(MPC)在处理复杂和多约束条件方面也显示出巨大的优势。Zhang等^[6]基于MPC设计了分层的控制策略,实现了车辆在极端工况下的横纵向耦合控制,提升了

车辆的稳定性。Ataei等^[7]基于线性时变参数模型预测控制(LPV-MPC)设计了多目标集成控制器用于提升分布式驱动电动车辆的综合性能,通过集中优化求解得到系统的最优控制输出。Hajiloo等^[8]基于 $\beta - \gamma$ 相平面划分车辆稳定区域并定义不同控制目标,通过设计考虑优先级的MPC控制器,实现了车辆横摆稳定性的控制。但是,在当前的基于MPC的车辆稳定性控制中,控制目标通常采用固定的权重^[9-11],控制模式(各控制系统参与程度)也未自动协调^[12-13],难以适应不同的工况,而且常规MPC控制方法在面对模型误差以及传感器噪声等问题时,调节能力也较为有限,跟踪精度和鲁棒性较差。

基于上述问题,本文提出一种基于可拓学理论^[14]的相平面稳定域划分方法,结合Tube-MPC^[15]鲁棒控制方法,在此基础上开发自适应Tube-MPC稳定控制策略,以提高分布式四轮驱动电动汽车在极限工况下的行驶稳定性与噪声干扰环境下的鲁棒性。主要贡献如下:

(1)提出了整车横摆稳定性控制架构(如图1所示),其采用分层架构,分为上下两层。

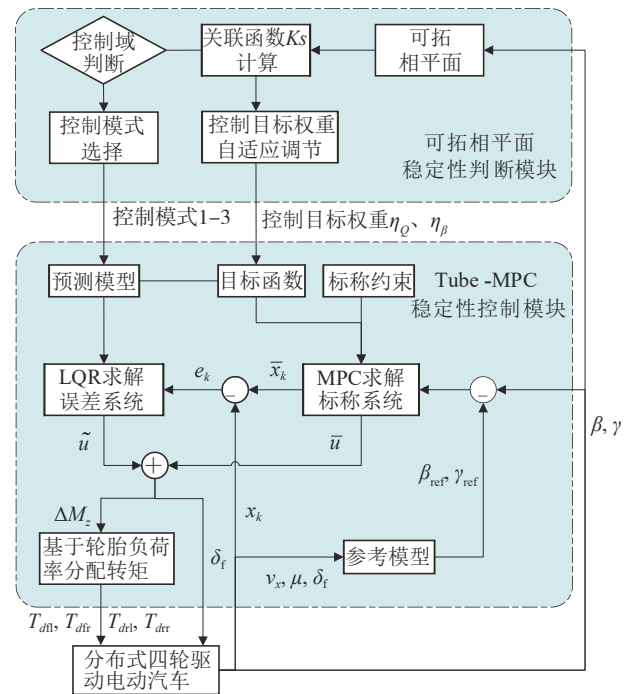


图1 整车稳定性控制架构

上层为可拓相平面稳定性判断模块,通过建立可拓相平面,判断车辆实时状态的稳定程度并计算关联函数,实现下层的Tube-MPC控制目标权重与控制模式的决策;下层控制器基于Tube-MPC控制,

求出整车横摆稳定控制所需的附加横摆力矩,并基于轮胎负荷率将附加横摆力矩分配给4个驱动轮,以完成整车的闭环稳定性控制。

图1中, K_s 为基于可拓相平面计算得到的关联函数值, \tilde{u} 和 \bar{u} 分别是系统的反馈控制量和标称控制量, x_k 和 \bar{x}_k 分别是系统的实际状态量和标称状态量, e_k 为系统的状态误差, ΔM_z 为车辆附加横摆力矩, $T_{dl}, T_{dfr}, T_{dfl}, T_{drr}$ 分别为车辆的四轮转矩。

(2)基于可拓理论将 $\beta - \gamma$ 相平面和可拓控制域相关联,并结合车辆实时状态建立可拓相平面稳定域和计算关联函数。

(3)根据关联函数值动态调整Tube-MPC目标函数权重,并根据车辆状态所处稳定域切换控制模式,基于Tube-MPC对期望横摆角速度和质心侧偏角跟踪,实现附加横摆力矩和主动前轮转角决策。

1 车辆动力学模型

为了保证车辆动力学系统的基本特征,考虑车辆的纵向运动、侧向运动与横摆运动,建立如图2所示的7自由度车辆动力学模型。

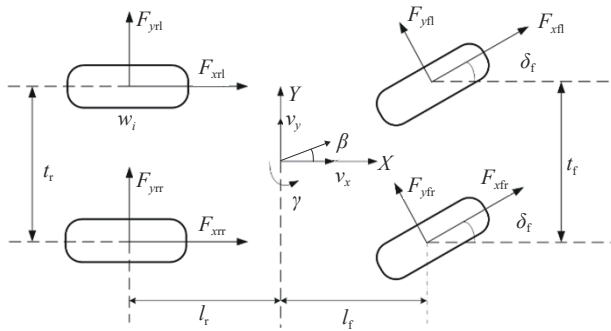


图2 车辆动力学模型

车辆动力学方程表示为

$$\begin{cases}
 m(\dot{v}_x - v_y \gamma) = (F_{xfl} + F_{xfr}) \cos \delta_f - (F_{yfl} + F_{yfr}) \sin \delta_f + \\
 F_{xrl} + F_{xrr} - F_f - F_w - F_i \\
 m(\dot{v}_y + v_x \gamma) = (F_{xfl} + F_{xfr}) \sin \delta_f + (F_{yfl} + F_{yfr}) \cos \delta_f + \\
 F_{yrl} + F_{yrr} \\
 I_z \dot{\gamma} = [(F_{xfl} + F_{xfr}) \sin \delta_f + (F_{yfl} + F_{yfr}) \cos \delta_f] l_f + \\
 [(F_{xfr} - F_{xfl}) \cos \delta_f + (F_{yfl} - F_{yfr}) \sin \delta_f] \frac{l_f}{2} + \\
 (F_{xrr} - F_{xrl}) \frac{l_r}{2} - (F_{yrl} + F_{yrr}) l_r + \\
 M_{zfl} + M_{zfr} + M_{zrl} + M_{zrr} \\
 I_w \cdot \dot{w}_i = T_{di} - T_{bi} - F_{xi} R_w - M_{yi}
 \end{cases} \quad (1)$$

式中: γ 为横摆角速度; m 为整车质量, l_f, l_r 分别为前后轴到质心的距离; t_f, t_r 分别为前后轮距; v_x, v_y 分别为汽车纵向、侧向速度; I_z 为整车绕 z 轴的转动惯量; δ_f 为前轮转角; F_{xi}, F_{yi} 分别为各轮的纵向力、横向力; I_w 为车轮转动惯量; w_i 为轮速; R_w 为车轮滚动半径; T_{di}, T_{bi} 分别为车轮驱动、制动力矩; M_{yi} 为车轮的轮胎滚动阻力矩; $F_f = mgf \cos \alpha$ 为滚动阻力; $F_w = C_D A u_a^2 / 21.15$ 为空气阻力; $F_i = mg \sin \alpha$ 为坡度阻力。 f 为滚动阻力系数; C_D 为空气阻力系数; A 为迎风面积; u_a 为相对车速; α 为道路坡度角。

表1 整车参数

参数	数值
整车质量/kg	1 650
轴距/m	3.05
质心到前轴距离/m	1.4
质心到后轴距离/m	1.65
轮距/m	1.60
整车绕 z 轴转动惯量/($\text{kg} \cdot \text{m}^2$)	3 234

基于魔术公式^[16]建立轮胎模型,轮胎侧向力为

$$F_{yi} = F_{zi} D_y \sin \left(C_y \text{atan} \left(B_y \alpha_i + E_y \left(B_y \alpha_i - \text{atan} \left(B_y \alpha_i \right) \right) \right) \right) \quad (2)$$

式中: F_{yi} 为轮胎的侧向力; F_{zi} 为轮胎的垂直载荷; α_i 为轮胎侧偏角, $i = f, r$;轮胎因子 $B_y = 0.1920$; $C_y = 1.413$; $D_y = 0.9801$; $E_y = -0.2855$ 。

为验证所搭建的车辆模型的有效性,在双移线工况下将车辆模型与CarSim模型结果进行对比。如图3所示,搭建的车辆模型的横摆角速度、侧向加速度响应与CarSim模型基本一致。

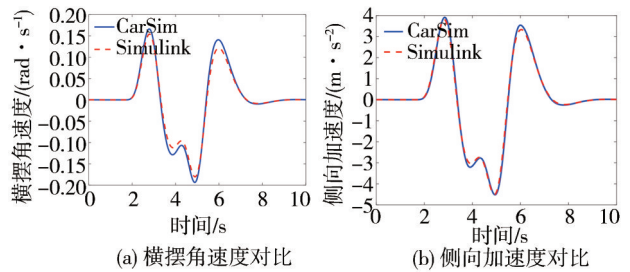


图3 横摆角速度和侧向加速度响应对比

由于车辆模型的非线性,所以采用扩展卡尔曼滤波估计车辆状态,根据系统状态方程,结合观测数据,计算卡尔曼滤波增益和协方差矩阵,不断迭代修正,实现系统状态最优估计,低附高速双移线工况下

的横摆角速度、质心侧偏角估计结果如图4所示。

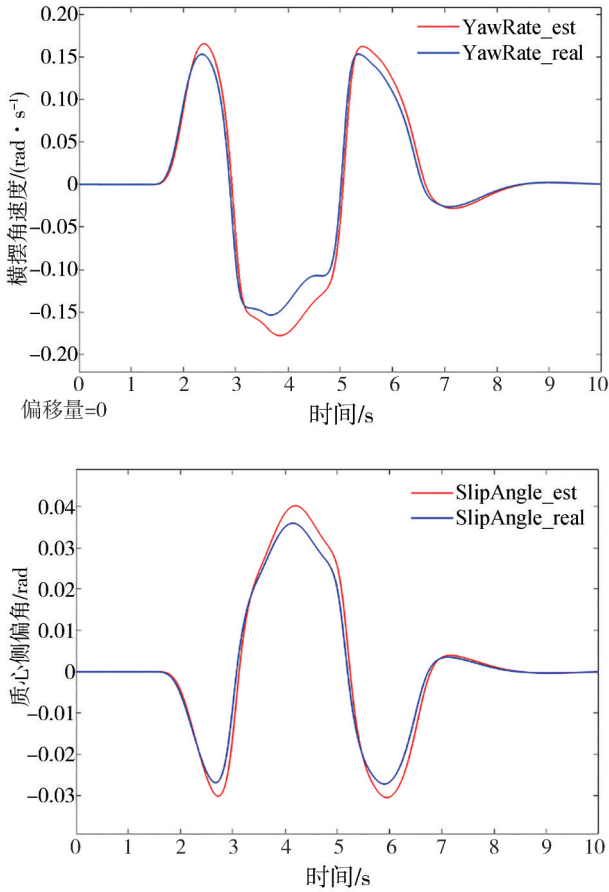


图4 横摆角速度和质心侧偏角估计结果

选用线性2自由度车辆模型来求得理想质心侧偏角和横摆角速度。前后轮胎侧偏角公式如下:

$$\alpha_f = \beta + \frac{l_f \gamma}{v_x} - \delta; \alpha_r = \beta - \frac{l_r \gamma}{v_x} \quad (3)$$

2自由度车辆运动微分方程式为

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{k_f + k_r}{mv_x} & \frac{l_f k_f - l_r k_r}{mv_x^2} - 1 \\ \frac{l_f k_f - l_r k_r}{I_z} & \frac{l_f^2 k_f + l_r^2 k_r}{I_z v_x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ \gamma \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{k_f}{mv_x} \\ \frac{l_f k_f}{I_z} \end{bmatrix} \delta_f \quad (4)$$

式中: β 为质心侧偏角; k_f, k_r 分别为前后轴轮胎侧偏刚度之和,通过轮胎数据建立轮胎侧偏刚度与垂直载荷关系后查表得到。

车辆转向行驶时的理想质心侧偏角和横摆角速度为

$$\begin{cases} \gamma_{ref} = \frac{v_x \delta_f}{l(1 + Kv_x^2)} \\ \beta_{ref} = \left(\frac{l_r}{v_x^2} + \frac{ml_f}{k_r l} \right) \frac{v_x^2}{l(1 + Kv_x^2)} \delta_f \end{cases} \quad (5)$$

式中: β_{ref} 为理想质心侧偏角; γ_{ref} 为理想横摆角速度; l 为汽车的轴距; K 为稳定性系数, $K = \frac{m}{l^2}(l_f/k_r - l_r/k_f)$ 。

理想质心侧偏角和横摆角速度会受到地面所能提供的最大侧向加速度的限制,在轮胎极限条件下侧向加速度必须满足:

$$|a_y| \leq \mu g \quad (6)$$

据此可以求得满足不同路面附着系数条件的横摆角速度和质心侧偏角的理想值:

$$\begin{cases} \gamma_{ref} = \min \left\{ \left| \frac{v_x \delta_f}{l(1 + Kv_x^2)} \right|, \left| \frac{\mu g}{v_x} \right| \right\} \times \text{sign}(\delta_f) \\ \beta_{ref} = \min \left\{ \left| \left(\frac{l_r}{v_x^2} + \frac{ml_f}{k_r l} \right) \frac{v_x^2}{l(1 + Kv_x^2)} \delta_f \right|, \left| \left(\frac{l_r}{v_x^2} + \frac{ml_f}{k_r l} \right) \mu g \right| \right\} \times \text{sign} \left(\left(\frac{l_r}{v_x^2} + \frac{ml_f}{k_r l} \right) \delta_f \right) \end{cases} \quad (7)$$

式中 μ 为路面附着系数。

2 基于可拓相平面的车辆稳定性判断

本节首先基于车辆动力学模型,建立 $\beta - \gamma$ 相平面,并在此基础上对基于横摆稳定性区域进行设计,然后基于可拓理论对相平面稳定区域做进一步的划分,得到经典域、可拓域和非域3个可拓控制域,并根据车辆的实时状态判断控制域和计算关联函数 Ks ,最后根据关联函数实现控制目标权重自适应调节。

2.1 车辆相平面建立

基于2自由度车辆动力学模型和运动微分方程,可以得到 β 和 γ 的2阶系统微分方程:

$$\begin{cases} \dot{\beta} = f_1(\beta, \gamma) \\ \dot{\gamma} = f_2(\beta, \gamma) \end{cases} \quad (8)$$

由式(4)可知,在确定的纵向车速 v_x 、前轮转角 δ_f 和路面附着系数 μ 的情况下,只须绘制不同初始值 (β, γ) 下系统的相轨迹,就可以得到如图5所示的 $\beta - \gamma$ 相平面,该相平面 $v_x = 10 \text{ m/s}$, $\delta_f = 0 \text{ rad}$, $\mu = 0.8$,其中黑色三角形代表稳定平衡点,红色圆圈为鞍点。

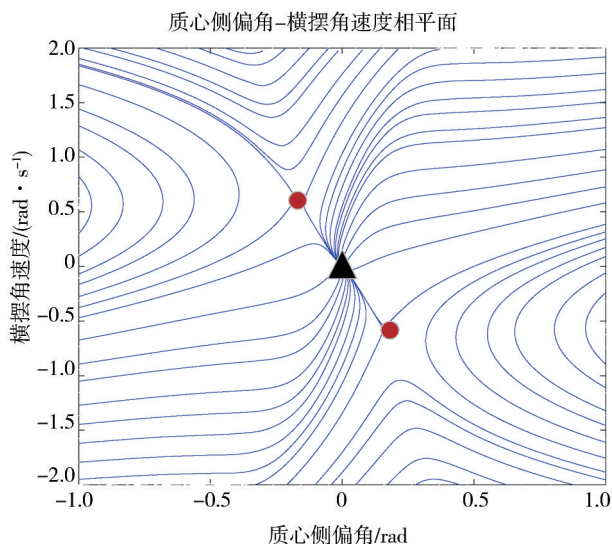


图5 质心侧偏角-横摆角速度相平面

2.2 横摆稳定性区域设计

在稳定性区域划分时,下文通过最大/最小后轮侧偏角限制质心侧偏角方向的稳定轨迹,同时通过最大稳定转角对应相平面下的横摆角速度零倾线作为限制横摆角速度方向的稳定轨迹^[17]。图6显示了在车速 $v_x = 10 \text{ m/s}$ 、转角 $\delta_f = 0.1 \text{ rad}$ 和路面附着系数 $\mu = 0.8$ 时的相平面。

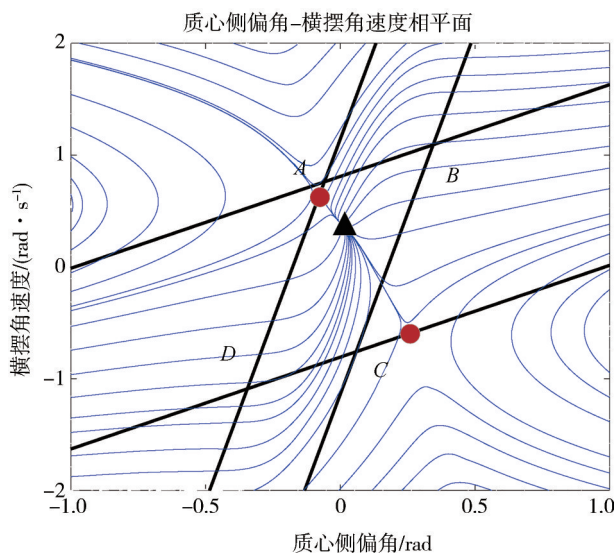


图6 安全包络边界

通过图6可以直观地表示出某一车速和路面附着系数下车辆 $\beta - \gamma$ 相平面的稳定域,可以被用于后续的可拓控制域划分以及关联函数计算。

2.3 可拓控制域划分

基于可拓理论^[14],以车辆的质心侧偏角和横摆

角速度作为特征量,将上文中建立的车辆 $\beta - \gamma$ 相平面划分为经典域、可拓域、非域3个区域,构建可拓相平面。

如何合理地确定各可拓控制域的边界对于判断车辆稳定性程度至关重要,将上文中设计的相平面横摆稳定域包络边界作为非域和可拓域的边界,这样既能简化可拓理论边界的确定过程,同时也能将车辆稳定状态与可拓控制域自然地联系在一起;在此基础上,可拓域和经典域的划分实际上等同于对车辆相平面稳定区域进行二次划分,下文在考虑乘客的舒适性感受情况下,将车辆的相平面稳定区域进一步划分为舒适区和不舒适区^[3],以稳定节点为中心,将相平面横摆稳定域包络边界缩放 K 倍作为舒适区和不舒适区的边界,此边界即可划分可拓域与经典域,其中通过舒适性阈值接受者操作特征曲线(receiver operating characteristic curve, ROC)分析法划分相平面区域,缩放因子 K 取值为 0.6,其取值是通过划分后的相平面边界阈值而确定的^[3],后续用关联函数衡量状态点偏离域边界的程度,也即计算偏离横摆稳定域和舒适域的距离,确定边界后所建立的可拓相平面如图7所示。这样建立的边界不仅能够与车辆实时状态相关联,同时具有理论依据,便于后续的车辆关联函数计算和车辆稳定性控制模式切换。

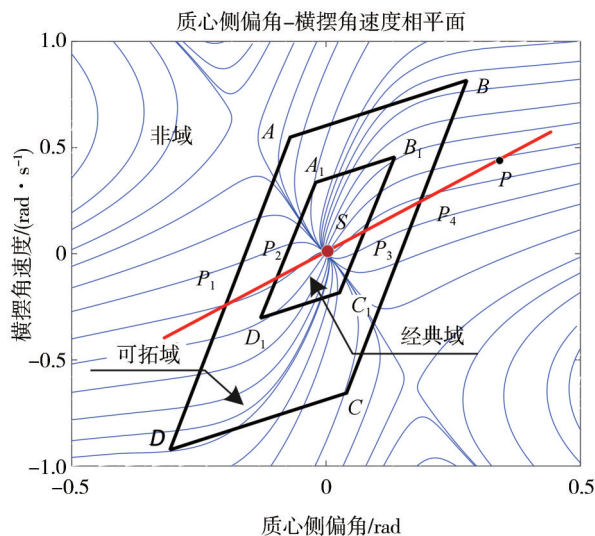


图7 可拓控制域划分

2.4 控制模式选择

车辆状态处于不同的可拓控制域时采取以下的控制模式。

模式1:在经典域中,车辆处于稳定且乘坐舒适

状态,可通过对横摆角速度进行控制,提升车辆过弯性能,此时的控制输入量 $u = \Delta M_z$ 。

模式2:在可拓域中,车辆处于临界稳定状态,乘坐舒适性较差,需要同时减小质心侧偏角和横摆角速度,改善车辆乘坐舒适性,此时进行直接横摆力矩控制,控制量 $u = \Delta M_z$ 。

模式3:当车辆状态处于非域时,车辆已经处于失稳状态,单一的横摆力矩控制已难以使车辆回到稳定区域,因此需要进行主动前轮转角控制,通过前轮转角和横摆力矩的共同作用,使车辆重新稳定,此时的控制量 $u = [\Delta M_z, \delta_f]$ 。

本文采取模型预测控制进行车辆稳定性控制,因此需要列出车辆的状态方程。首先考虑附加横摆力矩和附加前轮转角,建立对应非域控制的状态方程:

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta} \\ \dot{\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{k_f + k_r}{mv_x} & \frac{l_f k_f - l_r k_r}{mv_x^2} - 1 \\ \frac{l_f k_f - l_r k_r}{I_z} & \frac{l_f^2 k_f + l_r^2 k_r}{I_z v_x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta \\ \gamma \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{I_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} -\frac{k_f}{mv_x} \\ -\frac{l_f k_f}{I_z} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta M_z \\ \delta_f \end{bmatrix} \quad (9)$$

而理想横摆角速度及质心侧偏角的状态方程满足式(4),即

$$\begin{bmatrix} \dot{\beta}_{\text{ref}} \\ \dot{\gamma}_{\text{ref}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{k_f + k_r}{mv_x} & \frac{l_f k_f - l_r k_r}{mv_x^2} - 1 \\ \frac{l_f k_f - l_r k_r}{I_z} & \frac{l_f^2 k_f + l_r^2 k_r}{I_z v_x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \beta_{\text{ref}} \\ \gamma_{\text{ref}} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} -\frac{k_f}{mv_x} \\ -\frac{l_f k_f}{I_z} \end{bmatrix} \delta_f \quad (10)$$

令 $\Delta\gamma$ 为横摆角速度实际值与理想值之差, $\Delta\beta$ 为质心侧偏角实际值与理想值之差,即 $\Delta\gamma = \gamma - \gamma_{\text{ref}}$, $\Delta\beta = \beta - \beta_{\text{ref}}$,将式(9)与式(10)相减,可得可拓域和经典域的状态空间方程:

$$\begin{bmatrix} \Delta\dot{\beta} \\ \Delta\dot{\gamma} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{k_f + k_r}{mv_x} & \frac{l_f k_f - l_r k_r}{mv_x^2} - 1 \\ \frac{l_f k_f - l_r k_r}{I_z} & \frac{l_f^2 k_f + l_r^2 k_r}{I_z v_x} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta\beta \\ \Delta\gamma \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 \\ \frac{1}{I_z} \end{bmatrix} \Delta M_z \quad (11)$$

该方程的状态量 $x = [\Delta\beta, \Delta\gamma]$ 。

2.5 关联函数计算

在可拓学中,可拓矩是值点到域边界的距离,关联函数是描述系统当前状态偏离域边界的衡量指标。本文以车辆质心侧偏角和横摆角速度作为特征量进行关联函数的计算。如图7所示,在该可拓相平面中,稳定节点 $S(\beta_{\text{ref}}, \gamma_{\text{ref}})$ 为特征状态的最优点,假设车辆当前状态 P 处于可拓域,做过点 P 与稳定节点 S 的一条直线,分别与可拓域、经典域相交于点 P_1, P_2, P_3, P_4 。则经典域表示为 $\langle P_2, P_3 \rangle$,可拓域表示为 $\langle P_1, P_2 \rangle \cup \langle P_3, P_4 \rangle$ 。点到经典域的可拓距为 $\rho(P, \langle P_2, P_3 \rangle)$,计算公式如式(12)所示;点到可拓域的可拓距为 $\rho(P, \langle P_1, P_2 \rangle \cup \langle P_3, P_4 \rangle)$,计算公式如式(13)所示。

$$\rho(P, \langle P_2, P_3 \rangle) = \begin{cases} |P_2 P|, & P \in (-\infty, P_2) \\ -|P_2 P|, & P \in (P_2, S) \\ -|P_3 P|, & P \in (S, P_3) \\ |P_3 P|, & P \in (P_3, +\infty) \end{cases} \quad (12)$$

$$\rho(P, \langle P_1, P_2 \rangle \cup \langle P_3, P_4 \rangle) = \begin{cases} |P_1 P|, & P \in (-\infty, P_1) \\ -|P_1 P|, & P \in (P_1, S) \\ -|P_4 P|, & P \in (S, P_4) \\ |P_4 P|, & P \in (P_4, +\infty) \end{cases} \quad (13)$$

根据式(12)和式(13)可以计算出点 P 的关联函数^[18]:

$$K_S(P) = \frac{\rho(P, \langle P_1, P_2 \rangle \cup \langle P_3, P_4 \rangle)}{\rho(P, \langle P_1, P_2 \rangle \cup \langle P_3, P_4 \rangle) - \rho(P, \langle P_2, P_3 \rangle)} \quad (14)$$

2.6 控制目标权重自适应调节

设计模型预测控制的目标函数,使得实际横摆角速度、质心侧偏角能够较好地跟踪其理想值,同时控制量不宜变化过大,目标函数表述如下:

$$\begin{aligned} J = & \sum_{i=1}^{N_p} (Q \| (x - x_{\text{ref}}) \|^2) + \sum_{i=1}^{N_c} (R \| \Delta u \|^2) = \\ & \sum_{i=1}^N \left(\frac{1}{2} \left(\begin{bmatrix} \beta \\ \gamma \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \beta_{\text{ref}} \\ \gamma_{\text{ref}} \end{bmatrix} \right)^T \boldsymbol{\eta}_Q \begin{bmatrix} \eta_\beta Q_\beta & 0 \\ 0 & Q_\gamma \end{bmatrix} \left(\begin{bmatrix} \beta \\ \gamma \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \beta_{\text{ref}} \\ \gamma_{\text{ref}} \end{bmatrix} \right) + \right. \\ & \left. \frac{1}{2} \Delta u^T R \Delta u \right) \end{aligned} \quad (15)$$

式中: x_{ref} 为理想状态量; Δu 为控制量变化率; Q 为跟踪误差权重 (Q_γ, Q_β 分别对应横摆角速度与质心侧

偏角的权重); R 为控制率权重; η_Q 为 Q 与 R 的相对权重; η_β 为质心侧偏角与横摆角速度的相对权重; N_p 为预测时域; N_c 为控制时域。

关联函数 K_s 通过具体的数值大小衡量状态点偏离稳定区域的程度,用于实现目标函数中权重参数(η_Q, η_β)的自适应调节。

当 $K_s \geq 1$ 时,车辆状态处于经典域,此时行驶稳定且舒适,仅跟踪理想横摆角速度以提升车辆过弯性能,设置 $\eta_\beta = 0$ 。

当 $0 \leq K_s < 1$ 时,车辆处于可拓域,乘坐舒适性较差,须同时对横摆角速度和质心侧偏角进行控制,随着 K_s 逐渐减小,质心侧偏角引起的乘坐不舒适感和车辆不稳定程度逐渐加深,因此需要提高质心侧偏角相对权重,提升轨迹跟踪性能,根据式(14)调节 η_β :

$$\eta_\beta = 1 - K_s \quad (16)$$

当 $K_s < 0$ 时,车辆处于非域,已经失稳,此时相较于降低控制量成本,减小状态量误差从而使车辆快速回到稳定区域成为主要目标,因此须增大 Q 与 R 的相对权重 η_Q :随着 K_s 逐渐减小,误差跟踪权重应该以越来越快的速率增大,当 $K_s < -0.5$ 时车辆严重失稳,算法控制效果已不明显,因此设置 K_s 小于该阈值时跟踪权重变换不大,故使用Sigmoid函数表征 K_s 与 η_Q 的关系,如式(17)所示,对函数结果进行坐标范围转换,得到大小在合理的范围内的相对权重系数 η_Q 。车辆越趋向于失稳状态, K_s 的值越小,使得 η_Q 的值越大,此时相当于增大了质心侧偏角和横摆角速度的跟踪误差权重,从而提升了车辆的行驶稳定性与轨迹跟踪性能。

$$\eta_Q = 1 - \left(1 + e^{-12(K_s + 0.35)}\right)^{-1} \quad (17)$$

图8给出了 K_s 与相对权重(η_Q, η_β)的对应关系。

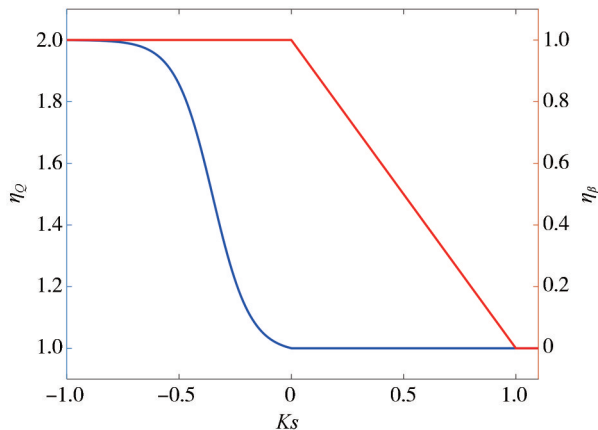


图8 相对权重与关联系数的对应关系

3 Tube-MPC 稳定性控制模块设计

3.1 Tube-MPC 控制器设计

在真实环境中,噪声扰动是经常存在的,例如传感器测量噪声、模型不准确引起的噪声等,而一般的MPC算法都是保障可行解在边界以内附近,这时如果系统受到噪声扰动,可行解容易跃出可行区域,并且随着时间的进行,扰动所引起的误差会不断迭代累积,使得系统控制精度连续下降,甚至最终失稳。Tube-MPC在处理有界扰动问题方面具有很强的稳定性,且控制器相对简单,相较于常规MPC,只增加模型初始状态的优化和更严格的约束条件,问题本质上也是二次规划,复杂程度与MPC大致相同,所以文中使用Tube-MPC来保障稳定性控制算法的鲁棒性,算法架构如图9所示。

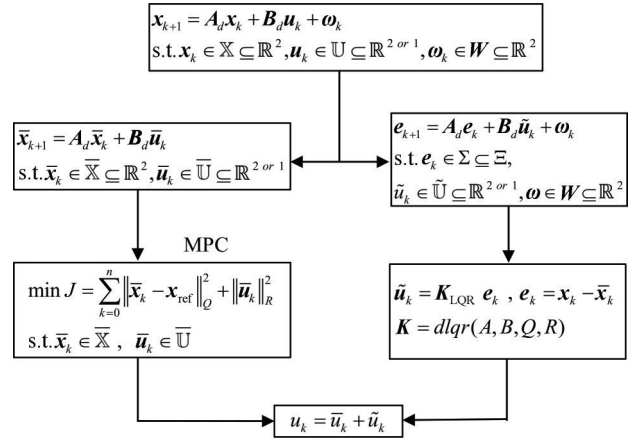


图9 Tube-MPC 架构

Tube-MPC将真实系统分解为标称系统与误差系统,用MPC方法在收紧约束条件下对标称系统进行开环求解得到标称轨迹,通过某种控制率(一般使用状态反馈方法)将真实系统的状态控制在以标称轨迹为中心的“管”集合内,这个“管”集合是系统约束 X 的子集,然后整个“管”集合被引导到一个期望的位置。下面阐述标称系统、误差系统模型的构建,及其对应的优化问题的求解过程。

(1)标称系统与误差系统。真实环境中的系统模型中存在噪声扰动,所以将真实系统分为标称系统和误差系统,标称系统、误差系统模型分别如下:

$$\begin{cases} \bar{x}_{k+1} = A_d \bar{x}_k + B_d \bar{u}_k \\ \text{s. t. } \bar{x}_k \in \bar{\mathbb{X}} \subseteq \mathbb{R}^2, \bar{u}_k \in \bar{\mathbb{U}} \subseteq \mathbb{R}^{2 \text{ or } 1} \end{cases} \quad (18)$$

$$\begin{cases} e_{k+1} = A_d e_k + B_d \tilde{u}_k + \omega_k \\ \text{s. t. } \omega_k \in \mathbb{W} \subseteq \mathbb{R}^2 \end{cases} \quad (19)$$

式中: $\bar{\mathbf{x}}_k$ 、 $\bar{\mathbf{u}}_k$ 分别为标称状态量、控制量; $\bar{\mathbf{X}}$ 、 $\bar{\mathbf{U}}$ 分别为其对应的集合; \mathbf{e} 为真实系统与标称系统间的误差, $\mathbf{e} = \mathbf{x} - \bar{\mathbf{x}}$; $\boldsymbol{\omega}_k$ 为扰动序列; \mathbf{W} 为覆盖 $\boldsymbol{\omega}_k$ 的所有可能值并且包含原点的凸子集。

Tube-MPC的控制量 \mathbf{u}_k 由标称控制和误差状态反馈控制组成:

$$\mathbf{u}_k = \bar{\mathbf{u}}_k + \tilde{\mathbf{u}}_k = \bar{\mathbf{u}}_k + \mathbf{K}\mathbf{e}_k \quad (20)$$

式中 \mathbf{K} 为状态反馈矩阵, 可通过LQR算法或者直接配置系统极点的方法来求解。

在这里介绍集合运算的定义, 集合 A 与集合 B 的加法定义为: $A \oplus B = \{a + b | a \in A, b \in B\}$, 集合 A 与集合 B 的减法定义为: $A \ominus B = \{x | x \oplus B \subseteq A\}$, 集合乘法定义为: $AX = \{Ax | x \in X\}$ 。

结合式(18)、式(19)和式(20), 可推得 $\mathbf{e}_{k+1} = \mathbf{A}_k \mathbf{e}_k + \boldsymbol{\omega}_k$, 其中, $\mathbf{A}_k = \mathbf{A}_d + \mathbf{B}_d \mathbf{K}$ 。假设存在 \mathbf{K} 以保证 \mathbf{A}_k 是稳定的, 则误差集有界, 可以证明存在集合 Z , 满足 $\mathbf{A}_k Z \oplus \mathbf{W} \subseteq Z$, 称 Z 为系统的扰动正不变集。若扰动序列 $\boldsymbol{\omega}_k \in \mathbf{W}$, 即使在 k 时刻系统的标称状态与真实状态有偏差, 但只要满足 $\mathbf{x}_k \in \bar{\mathbf{x}}_k \oplus Z$, 则下一时刻的误差仍然位于扰动不变集内, $\mathbf{e}_{k+1} = \mathbf{A}_k \mathbf{e}_k + \boldsymbol{\omega}_k \in \mathbf{A}_k Z \oplus \mathbf{W} \subseteq Z$ 。

(2) 问题求解

算法求解出的控制量须使得状态量(质心侧偏角、横摆角速度)在合理的范围内, 以保障车辆的行驶稳定性, 通过限制前后轮胎侧偏角(见式(3))来计算该范围; 设定前后轮胎线性区最大最小侧偏角, 使得 $\alpha_{r\min} \leq \alpha_r \leq \alpha_{r\max}$, $\alpha_{l\min} \leq \alpha_l \leq \alpha_{l\max}$, 即可得到状态量的约束范围(集合 X)。

Tube-MPC使用MPC算法求解标称系统, 将其引至设定的理想点, 依据前面的分析, 需要基于扰动不变集 Z 加紧对于标称系统的状态量与控制量的约束, 其约束集合 $\bar{\mathbf{X}}$ 、 $\bar{\mathbf{U}}$ 如下:

$$\bar{\mathbf{X}} = \mathbf{X} \ominus Z; \bar{\mathbf{U}} = \mathbf{U} \ominus \mathbf{K}Z \quad (21)$$

将求解标称系统轨迹的问题转化为求最优控制问题, 设计目标函数与约束条件如式(22)所示。

$$\begin{cases} \min J = \sum_{k=0}^n \|\bar{\mathbf{x}}_k - \mathbf{x}_{\text{ref}}\|_Q^2 + \|\Delta\bar{\mathbf{u}}_k\|_R^2 \\ \text{s. t. } \bar{\mathbf{x}}_{k+1} = \mathbf{A}\bar{\mathbf{x}}_k + \mathbf{B}\bar{\mathbf{u}}_k \\ \bar{\mathbf{x}}_0 \in \mathbf{x}_0 \oplus Z, \bar{\mathbf{x}}_k \in \bar{\mathbf{X}}, \bar{\mathbf{u}}_k \in \bar{\mathbf{U}} \\ \bar{\mathbf{x}}_N \in \mathbf{X}_f \subset \mathbf{X} \ominus Z \end{cases} \quad (22)$$

式中: Z 为最小扰动不变集, 采用文献[19]中提出的不变逼近算法来计算 Z 的外近似值; \mathbf{X}_f 为终端约束, 以最大鲁棒不变集(MPI)^[20]作为终端约束。

采用MPC求解式(22), 得到标称系统的初始状

态 $\bar{\mathbf{x}}_0^*$ 和最优控制序列 $\{\bar{\mathbf{u}}_0^*, \bar{\mathbf{u}}_1^*, \dots, \bar{\mathbf{u}}_{N_c-1}^*\}$ 。Tube-MPC的控制量如式(20)所示, 真实系统的最优控制 \mathbf{u}^* 可表述为

$$\mathbf{u}^* = \bar{\mathbf{u}}_k^* + \tilde{\mathbf{u}}_k^* = \bar{\mathbf{u}}_0^* + \mathbf{K}(\mathbf{x}_0 - \bar{\mathbf{x}}_0^*) \quad (23)$$

下面对MPC迭代形式进行公式推导: 将状态方程(式(9)和式(11))统一表述为 $\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A}\mathbf{x} + \mathbf{B}\mathbf{u}$ 。MPC根据被控对象的历史信息和未来输入信息, 预测系统的未来输出响应, 需要将状态方程离散化, 以便模型的迭代预测, 离散化后状态方程为

$$\mathbf{x}(k+1) = \mathbf{A}_d \mathbf{x}(k) + \mathbf{B}_d \mathbf{u}(k) \quad (24)$$

式中: $\mathbf{A}_d = \mathbf{T}\mathbf{A} + \mathbf{I}$; $\mathbf{B}_d = \mathbf{T}\mathbf{B}$; T 为离散步长; \mathbf{I} 为单位矩阵。

结合状态变量与控制变量, 得到扩维后的状态变量以及状态空间方程:

$$\begin{cases} \xi(k+1) = \tilde{\mathbf{A}}_d \xi(k) + \tilde{\mathbf{B}}_d \Delta \mathbf{u}(k) \\ \eta(k) = \tilde{\mathbf{C}}_d \xi(k) = \mathbf{x}(k) \end{cases} \quad (25)$$

$$\text{其中: } \xi(k) = \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \mathbf{u}(k-1) \end{bmatrix}; \tilde{\mathbf{A}}_d = \begin{bmatrix} \mathbf{A}_d & \mathbf{B}_d \\ \mathbf{0} & \mathbf{I}_{N_u} \end{bmatrix}$$

$$\tilde{\mathbf{B}}_d = \begin{bmatrix} \mathbf{B}_d \\ \mathbf{I}_{N_u} \end{bmatrix}; \tilde{\mathbf{C}}_d = [\mathbf{I}_{N_x} \quad \mathbf{0}]$$

进而求得预测时域内系统的预测输出:

$$\mathbf{Y}(k+1|k) = \mathbf{S}_x \xi(k) + \mathbf{S}_u \Delta \mathbf{U}(k) \quad (26)$$

式中由于需要求解标称系统初始状态, $\mathbf{Y}(k+1|k)$ 应包含当前时刻状态量, 各矩阵如下:

$$\mathbf{Y}(k+1|k) = \begin{bmatrix} \eta(k|k) \\ \eta(k+1|k) \\ \vdots \\ \eta(k+N_c|k) \\ \vdots \\ \eta(k+N_p|k) \end{bmatrix}$$

$$\Delta \mathbf{U}(k) = \begin{bmatrix} \Delta \mathbf{u}(k) \\ \Delta \mathbf{u}(k+1) \\ \vdots \\ \Delta \mathbf{u}(k+N_c-1) \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{S}_x = \begin{bmatrix} \tilde{\mathbf{C}}_d \\ \tilde{\mathbf{C}}_d \tilde{\mathbf{A}}_d \\ \tilde{\mathbf{C}}_d \tilde{\mathbf{A}}_d^2 \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{C}}_d \tilde{\mathbf{A}}_d^{N_c} \\ \vdots \\ \tilde{\mathbf{C}}_d \tilde{\mathbf{A}}_d^{N_p} \end{bmatrix}$$

$$S_u = \begin{bmatrix} 0 & 0 & \cdots & 0 \\ \tilde{C}_d \tilde{B}_d & 0 & \cdots & 0 \\ \tilde{C}_d \tilde{A}_d \tilde{B}_d & \tilde{C}_d \tilde{B}_d & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{C}_d \tilde{A}_d^{N_p-1} \tilde{B}_d & \tilde{C}_d \tilde{A}_d^{N_p-2} \tilde{B}_d & \cdots & \tilde{C}_d \tilde{B}_d \\ \vdots & \vdots & \vdots & \vdots \\ \tilde{C}_d \tilde{A}_d^{N_p-1} \tilde{B}_d & \tilde{C}_d \tilde{A}_d^{N_p-2} \tilde{B}_d & \cdots & \tilde{C}_d \tilde{A}_d^{N_p-N_c} \tilde{B}_d \end{bmatrix}$$

已知 $\xi(k) = I_x \mathbf{x}(k) + I_u \mathbf{u}(k-1)$, 代入式(26)中,得:

$$Y = [S_x I_x \quad S_u] \begin{bmatrix} \mathbf{x}(k) \\ \Delta U(k) \end{bmatrix} + S_x I_u \mathbf{u}(k-1) \quad (27)$$

记作: $Y = \Theta X + \Psi \mathbf{u}(k-1)$; $\Delta U = \Gamma X$

$$\text{其中: } I_x = \begin{bmatrix} I_{N_x \times N_x} \\ O_{N_x \times N_x} \end{bmatrix}; I_u = \begin{bmatrix} O_{N_x \times N_u} \\ I_{N_u \times N_u} \end{bmatrix}; \Gamma = \begin{bmatrix} O_{(N_c N_p) \times N_x} \\ I_{N_c \times N_x} \end{bmatrix}^T$$

3.2 考虑轮胎负荷率的转矩分配策略

Tube-MPC控制器输出附加横摆力矩后需要将转矩分配到4个轮上,基于轮胎负荷率进行驱动力矩分配,代价函数如式(28)所示,以降低轮胎负荷率的平均值和方差,提高车辆稳定性及其对路面附着性能的利用率。

$$\min J_h = \frac{1}{4} \sum_{i=1}^4 (\phi_i - E(\phi_i))^2 + \varepsilon_v E(\phi_i),$$

$$\phi_i = \left(\frac{T_{di}}{\mu_i F_{zi} R} \right)^2 \quad (28)$$

约束条件为

$$\begin{cases} M_z = \frac{1}{2R} (-T_{dfl} l_f + T_{dfr} l_f - T_{drl} l_r + T_{drr} l_r) \\ T_{df \min} \leq T_{dfl} + T_{dfr} \leq T_{df \max} \\ T_{dr \min} \leq T_{drl} + T_{drr} \leq T_{dr \max} \\ T_{di \min} \leq T_{di} \leq T_{di \max} \\ n \leq n_{\max} \\ T_{dfl} + T_{dfr} + T_{drl} + T_{drr} = T_i \\ lb \leq x \leq ub \\ lb = \max(-\mu F_{zi} R, T_{di0} - \Delta T) \\ ub = \min(\mu F_{zi} R, T_{di0} + \Delta T) \end{cases} \quad (29)$$

式中: ϕ_i 为轮胎负荷率; R 为轮胎滚动半径, m; F_{zi} 为垂直载荷, N; ΔT 为最大转矩变化率, N·m/s; T_i 为总的需求转矩, N·m; ε_v 为轮胎负荷率平均值的权重系数; n_i 为电机转速, r/min; n_{\max} 为电机最大转速, r/min; $T_{dr \min} = \max(-\mu F_{zi} R, T_{di0} - \Delta T)$, $T_{di \max} = \min(\mu F_{zi} R, T_{di0} + \Delta T)$ 。

4 仿真与结果分析

为验证本文设计的 ATMPC 控制策略的有效性

与鲁棒性,采用 MATLAB/Simulink 和 CarSim 联合仿真平台对其进行试验,如图 10 所示。MPC 决策层的参数设置如表 2 所示。

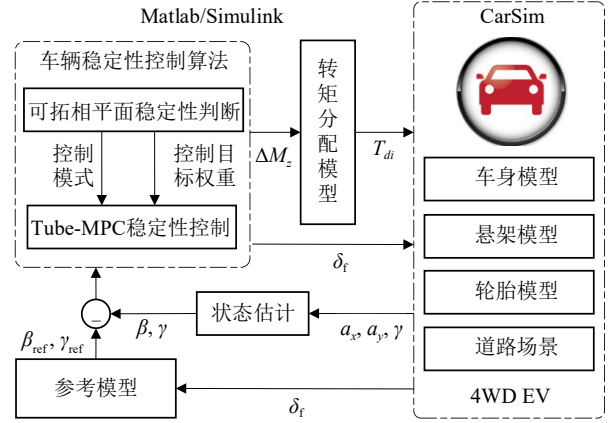


图 10 联合仿真架构图

表 2 MPC 的基本参数

参数	数值	
离散步长 T/s	0.01	
预测时域 N_p	10	
控制时域 N_c	7	
横摆力偶矩	约束范围 $M_z/(N \cdot m)$	[-1 200, 1 200]
	增量约束范围 $\Delta M_z/(N \cdot m)$	[-Inf, Inf]
前轮转角	约束范围 δ_f/rad	[-0.52, 0.52]
	增量约束范围 $\Delta \delta_f/\text{rad}$	[-0.026, 0.026]

4.1 自适应策略行驶稳定性验证

由于在双移线工况下车辆运行路径曲率变化较大,可以较好地用于验证车辆稳定性控制器的性能,因此选择该工况进行仿真验证。设置车速 90 km/h,路面附着系数 0.35,对比无稳定性控制、MPC 控制、自适应 MPC (AMPC) 控制的跟踪结果,仿真结果如图 11 所示。

低附双移线工况较为极限,车辆稳定性差,如图 11(d) 所示,状态点多数时刻位于非域,控制策略自适应调节 Q 与 R 的相对权重,并切换为附加横摆力矩和前轮转角联合控制,由图 11(a)、图 11(b)、图 11(e) 可以看出,未施加控制时车辆的质心侧偏角、横摆角速度与期望值相比偏差较大,施加控制后,车辆的质心侧偏角、横摆角速度能够比较好地跟随期望值,在控制效果方面,本文提出的 AMPC 算法优于一般 MPC,跟踪效果更好;由图 8(c) 可以看出,通过控制前轮转角和分配横摆力矩,车辆实际行驶轨迹能够更好地跟踪参考轨迹,提升了车辆的行驶稳定性;根据表 3 可知,AMPC 算法相较于一般 MPC,质心侧偏

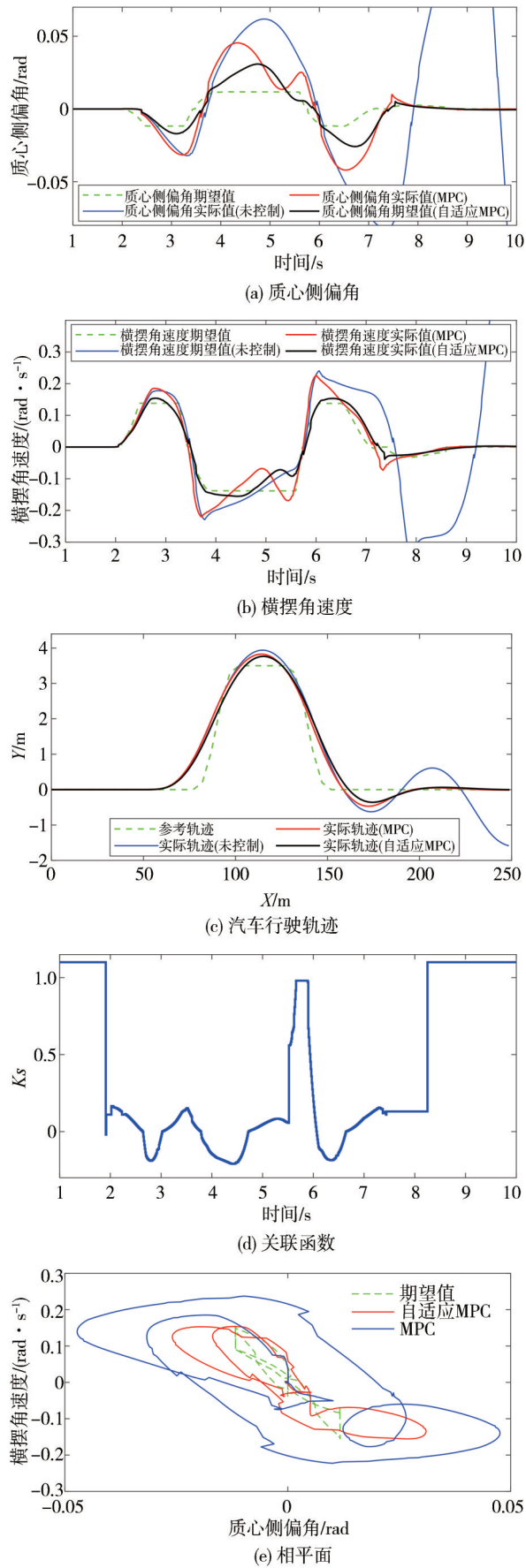


图 11 低附双移线工况下的仿真结果

角误差均方根和最大值分别降低 51.5%、44.0%，横摆角速度误差均方根和最大值分别降低 50.2%、60.5%，行驶轨迹误差均方根和最大值分别降低 26.0%、22.2%。在车辆不失稳的情况下，行驶轨迹误差都较小，在 6~10 s 内无控制情况下，车辆失稳，自适应 MPC 使得车辆能够处于稳定状态，减小行驶轨迹误差，所设计的控制器可以保证在低路面附着系数条件下的稳定性。

表 3 低附双移线工况下的跟踪误差

控制算法	质心侧偏角 误差/rad		横摆角速度 误差/(rad·s ⁻¹)		行驶轨迹 误差/m	
	RMS	Max	RMS	Max	RMS	Max
无控制	0.068 3	0.188 1	0.199 2	0.782 7	0.378 4	2.022 5
MPC	0.016 3	0.035 7	0.044 2	0.175 2	0.252 5	0.795 9
AMPC	0.007 9	0.020 0	0.022 0	0.069 2	0.200 4	0.619 2

设置车速 120 km/h，路面附着系数 0.85 的高附双移线工况，如图 12(d) 所示，此时车辆大多时刻位于可拓域，较为不稳定，控制策略自适应调节质心侧偏角与横摆角速度误差的相对权重。图 12 和表 4 显示，AMPC 的控制效果较优，质心侧偏角与横摆角速度跟踪误差、行驶轨迹横向偏差更小，相较于 MPC 方法，误差最大值分别降低 30.0%、21.9%。设置车速 90 km/h，路面附着系数 0.35 的低附蛇行工况，图 13 和表 5 显示，AMPC 的控制效果更优。

表 4 高附双移线工况下的跟踪误差

控制算法	质心侧偏角 误差/rad		横摆角速度 误差/(rad·s ⁻¹)		行驶轨迹 误差/m	
	RMS	Max	RMS	Max	RMS	Max
无控制	0.017 8	0.068 9	0.050 7	0.242 1	0.148 9	0.610 9
MPC	0.017 0	0.060 6	0.045 8	0.186 6	0.148 7	0.513 0
AMPC	0.013 2	0.047 3	0.031 6	0.130 6	0.147 9	0.452 3

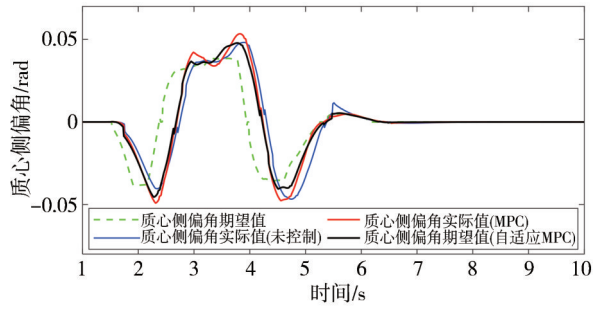
表 5 低附蛇行工况下的跟踪误差

控制算法	质心侧偏角 误差/rad		横摆角速度 误差/(rad·s ⁻¹)		行驶轨迹 误差/m	
	RMS	Max	RMS	Max	RMS	Max
无控制	0.015 6	0.034 2	0.038 9	0.127 5	0.436 2	0.486 6
MPC	0.012 4	0.025 5	0.027 0	0.101 8	0.201 8	0.239 0
ATMPC	0.008 0	0.016 1	0.022 3	0.065 6	0.180 1	0.059 6

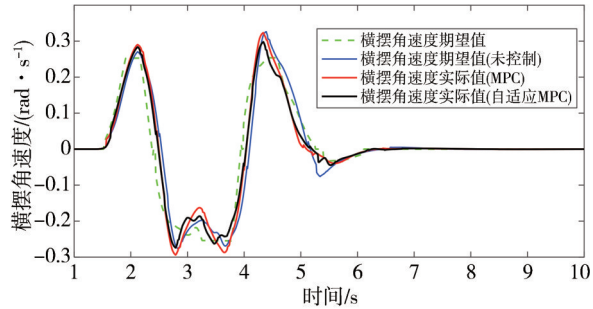
结果表明，所设计的 AMPC 控制器在不同的工况下具有良好的行驶稳定性和跟踪控制性能。

4.2 车辆控制策略鲁棒性验证

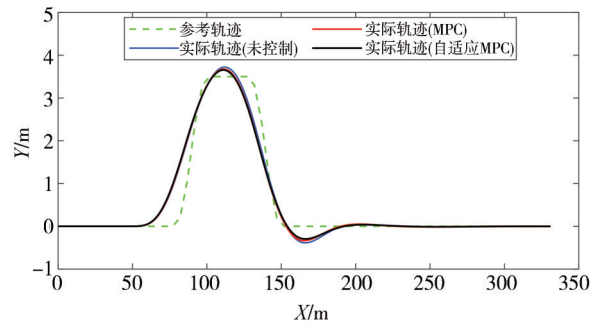
真实环境中的传感器测量噪声以及模型误差都会对控制效果产生影响，选择双移线及蛇行工况进



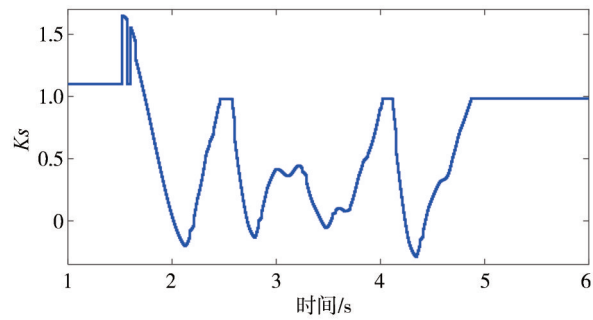
(a) 质心侧偏角



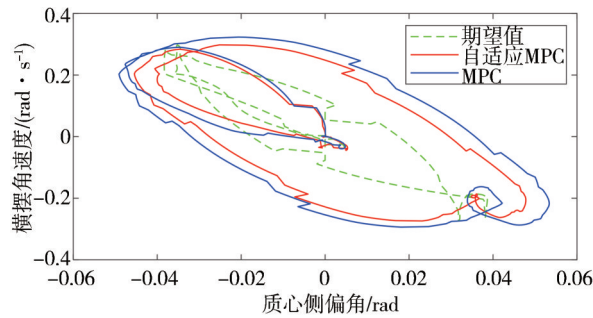
(b) 横摆角速度



(c) 汽车行驶轨迹

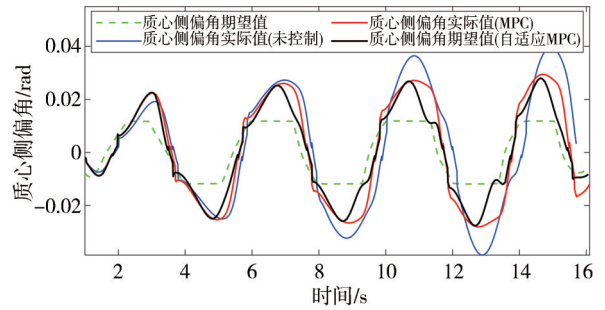


(d) 关联函数

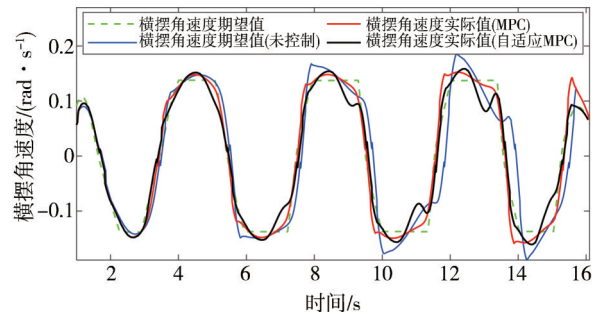


(e) 相平面

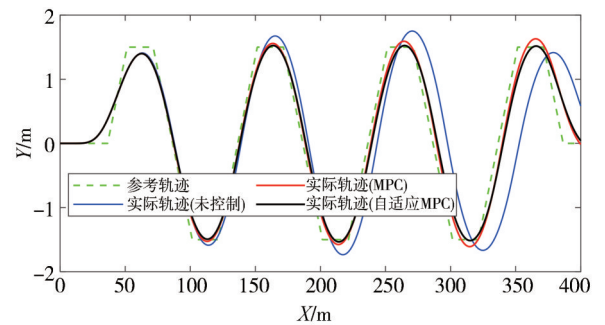
图12 高附双移线工况下的仿真结果



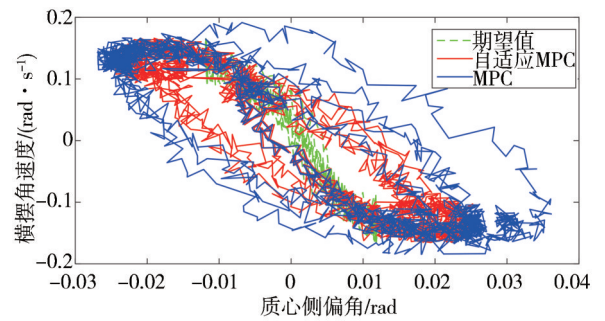
(a) 质心侧偏角



(b) 横摆角速度



(c) 汽车行驶轨迹



(d) 相平面

图13 低附蛇行工况下的仿真结果

行算法鲁棒性验证,设置车速 90 km/h,路面附着系数 0.35。测量横摆角速度、横纵向加速度的传感器噪声^[21],用 Simulink 白噪声模块模拟传感器噪声,将传感器噪声和由于模型不精准带来的质心侧偏角估计误差分别加给到车辆模型输入控制策略模块的信号(横摆角速度、横纵向加速度和质心侧偏角)。

Tube-MPC鲁棒性强,噪声干扰对控制效果的影响较弱。模糊控制可以处理非线性、时变和模糊的系统,抗干扰能力较强,受参数变化的影响较弱,所以本文选取模糊PID控制作为对照组之一。模糊控制器输入期望值与实际值的偏差及偏差变化率,对输入进行模糊化处理,划分论域,误差、误差变化率和附加横摆力矩的论域都为 $[-6,-5,-4,-3,-2,-1,0,1,2,3,4,5,6]$,模糊集均为 $[NB, NM, NS, ZE, PS, PM, PB]$,输入输出的模糊子集的隶属度函数均采用三角形函数,模糊控制的控制规则如表6所示。将模糊控制器求得的PID 3个参数输给PID, PID输出车辆的理想横摆力偶矩。

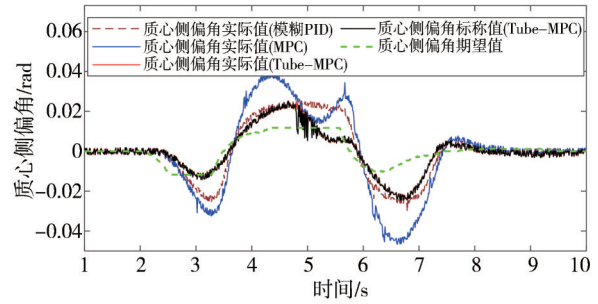
对比模糊PID、MPC控制、自适应Tube-MPC(ATMPC)标称、实际控制的跟踪结果,双移线工况

仿真结果如图14和表7所示,蛇行工况仿真结果如图15和表8所示。

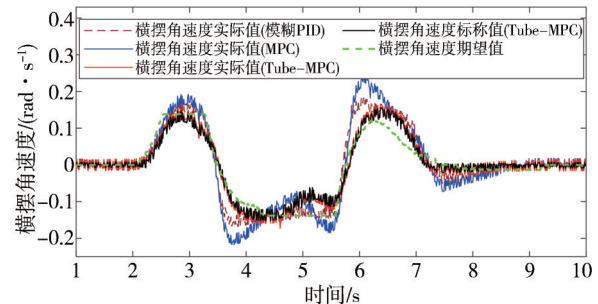
传感器噪声及模型误差使得MPC跟踪效果变差,通过使用ATMPC算法,可降低跟踪控制误差,抑制噪声扰动,提升鲁棒性。对于双移线工况,图14(d)

表6 模糊规则表

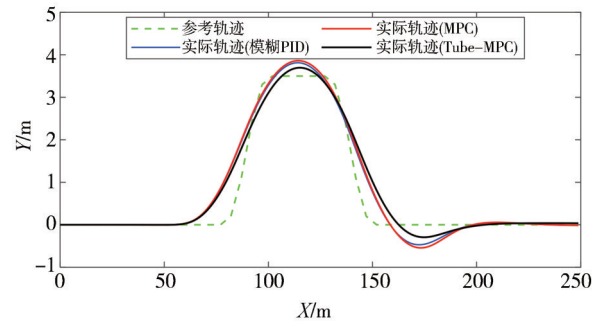
Δk_p 模糊控制规则								
Δk_p		$e(s)$						
		NB	NM	NS	ZE	PS	PM	PB
$\Delta e(s)$	NB	PB	PB	PM	PM	PS	NS	NS
	NM	PB	PB	PM	PM	PS	NS	NS
	NS	PB	PB	PM	PS	NS	NM	NM
	Z	PB	PB	PM	Z <td>NS</td> <td>NM</td> <td>NB</td>	NS	NM	NB
	PS	PM	PM	PS	NS	NM	NB	NB
	PM	PS	PS	NS	NM	NM	NB	NB
PB	PS	PS	NS	NM	NM	NB	NB	
Δk_i 模糊控制规则								
Δk_i		$e(s)$						
		NB	NM	NS	ZE	PS	PM	PB
$\Delta e(s)$	NB	NB	NB	NM	NM	NM	Z	Z
	NM	NB	NM	NM	NM	NS	Z	Z
	NS	NM	NM	NS	NS	Z	PS	PS
	Z	NM	NS	NS	Z <td>PS</td> <td>PS</td> <td>PM</td>	PS	PS	PM
	PS	NS	NS	Z <td>PS</td> <td>PS</td> <td>PM</td> <td>PM</td>	PS	PS	PM	PM
	PM	Z <td>Z <td>PS</td> <td>PM</td> <td>PM</td> <td>PB</td> <td>PB</td> </td>	Z <td>PS</td> <td>PM</td> <td>PM</td> <td>PB</td> <td>PB</td>	PS	PM	PM	PB	PB
PB	Z <td>Z <td>PS</td> <td>PM</td> <td>PB</td> <td>PB</td> <td>PB</td> </td>	Z <td>PS</td> <td>PM</td> <td>PB</td> <td>PB</td> <td>PB</td>	PS	PM	PB	PB	PB	
Δk_d 模糊控制规则								
Δk_d		$e(s)$						
		NB	NM	NS	ZE	PS	PM	PB
$\Delta e(s)$	NB	PS	PS	Z <td>Z <td>Z <td>PS</td> <td>PB</td> </td></td>	Z <td>Z <td>PS</td> <td>PB</td> </td>	Z <td>PS</td> <td>PB</td>	PS	PB
	NM	NB	NB	NM	NS	PM	PB	PM
	NS	NB	NB	NM	NS	PS	PS	PM
	Z	NS	NS	NS	NS	Z <td>PS</td> <td>PB</td>	PS	PB
	PS	NB	NB	NM	NS	PS	PB	PB
	PM	NB	NB	NM	NS	PM	PB	PB
PB	PS	PS	Z <td>Z <td>Z <td>PS</td> <td>PS</td> </td></td>	Z <td>Z <td>PS</td> <td>PS</td> </td>	Z <td>PS</td> <td>PS</td>	PS	PS	



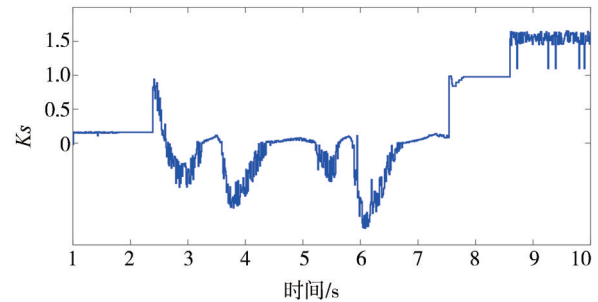
(a) 质心侧偏角



(b) 横摆角速度



(c) 汽车行驶轨迹



(d) 关联函数

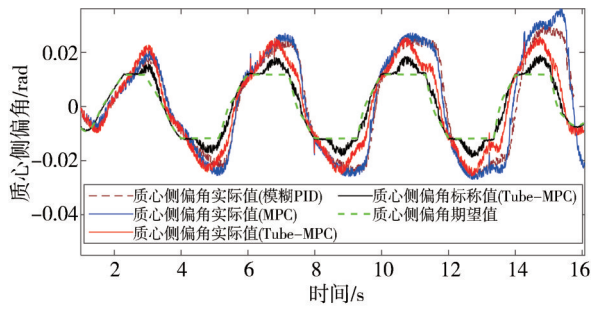
图14 低附双移线工况下的仿真结果

表7 低附双移线工况下的跟踪误差

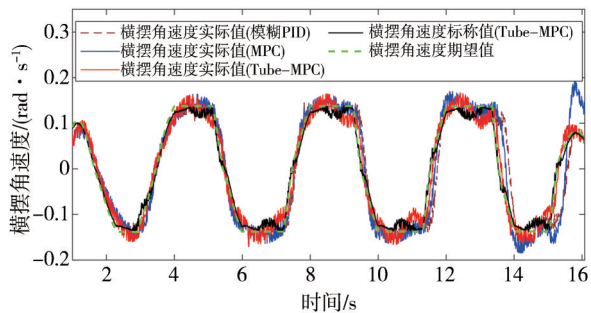
控制算法	质心侧偏角 误差/rad		横摆角速度 误差/(rad·s ⁻¹)		行驶轨迹 误差/m	
	RMS	Max	RMS	Max	RMS	Max
	MPC	0.016 1	0.044 3	0.049 5	0.229 3	0.215 9
模糊PID	0.009 6	0.028 8	0.029 6	0.140 9	0.203 1	0.782 8
ATMPC	0.005 9	0.019 5	0.025 9	0.072 3	0.196 1	0.489 6

表8 低附蛇行工况下的跟踪误差

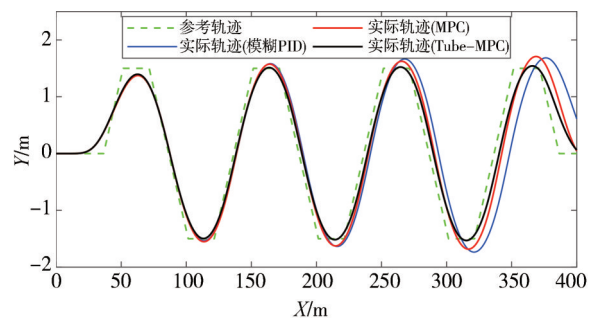
控制算法	质心侧偏角 误差/rad		横摆角速度 误差/(rad·s ⁻¹)		行驶轨迹 误差/m	
	RMS	Max	RMS	Max	RMS	Max
	MPC	0.012 9	0.040 2	0.037 2	0.163 9	0.239 8
模糊PID	0.011 0	0.026 2	0.028 3	0.107 4	0.351 1	0.419 9
ATMPC	0.007 6	0.017 5	0.023 5	0.072 7	0.182 0	0.073 0



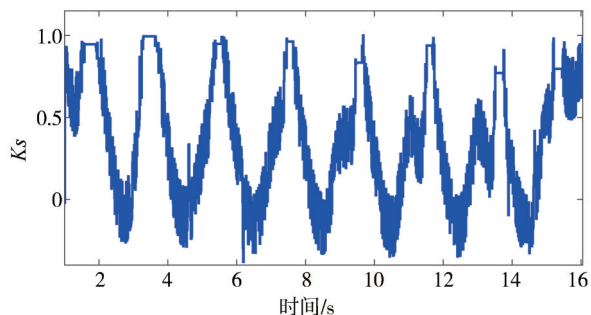
(a) 质心侧偏角



(b) 横摆角速度



(c) 汽车行驶轨迹



(d) 关联函数

图15 低附蛇行工况下的仿真结果

显示,状态点多数时刻位于非域,控制策略自适应调节 Q 与 R 的相对权重,切换为附加横摆力矩和前轮转角联合控制,由图 14(a)、图 14(b)和图 14(c)可见,附加前轮转角的自适应控制使得实际状态量更易收敛于标称状态量,ATMPC 的控制效果优于 MPC 和模糊 PID,相较于 MPC,质心侧偏角误差均方根和最大值分别降低 63.4%、56.0%,横摆角速度误差均方根和最大值分别降低 47.7%、68.5%,行驶轨迹误差均方根和最大值分别降低 9.2%、45.9%,同时对表 3 和表 7,相比于 MPC 控制效果受噪声影响较大,ATMPC 在有噪声干扰环境下的各项误差相近,ATMPC 提升了车辆在噪声干扰环境下的行驶稳定性,所设计的控制器具有良好的鲁棒性;同样对于蛇行工况,如图 15 所示,ATMPC 的控制效果相较于 MPC,质心侧偏角误差均方根和最大值分别降低 41.1%、56.5%,横摆角速度误差均方根和最大值分别降低 36.8%、55.6%,行驶轨迹误差均方根和最大值分别降低 24.1%、81.4%,结果相较于模糊 PID,误差也有较大程度的降低,对比表 5 和表 8,ATMPC 受到噪声干扰的影响较小,最后结果表明:在不同工况下,通过使用 ATMPC 算法,可降低对参考横摆角速度、质心侧偏角的跟踪控制误差,减小行驶路径的横向偏差,表明 ATMPC 算法具有更好的行驶稳定性和鲁棒性。

5 结论

本文基于可拓相平面与 Tube-MPC 算法,对分布式四轮驱动电动车辆的稳定性控制进行了研究。

(1)为提升车辆行驶稳定性,利用相平面与可拓理论,分析车辆动态稳定性并计算关联函数,以量化衡量状态点偏离稳定区域的程度,并将关联函数与车辆控制相结合,用于自适应调节优化 MPC 目标函数权重、协调附加横摆力矩与前轮转角的控制。

(2)为了提升稳定性控制算法的鲁棒性,设计了一种基于自适应 Tube-MPC 算法的集成控制器,以应对模型误差与测量噪声,提升了车辆在噪声干扰

环境下的稳定性。

(3)离线仿真结果表明,所设计的基于可拓相平面的自适应Tube-MPC算法可以提高车辆在不同极限工况下稳定性,以双移线工况为例,相较于常规MPC算法,质心侧偏角、横摆角速度最大跟踪误差分别降低44.0%、60.5%;同时,在面对噪声干扰环境时自适应控制器也具有较弱的鲁棒性,最大跟踪误差降低56.0%、68.5%。

本文初步证明了算法的有效性,后续将进一步划分车辆稳定域,分析其与控制模式、目标权重的关系机理,同时也将引入其它车辆稳定控制子系统(例如TCS、ABS)同DYC、AFS进行协调控制。

参考文献

- [1] TIAN J, WANG Q, DING J, et al. Integrated control with DYC and DSS for 4WID electric vehicles[J]. *IEEE Access*, 2019, 7: 124077-124086.
- [2] ZHAI L, SUN T, WANG J. Electronic stability control based on motor driving and braking torque distribution for a four in-wheel motor drive electric vehicle[J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2016, 65(6): 4726-4739.
- [3] 赵治国,陈晓蓉,梁凯冲,等.考虑乘坐舒适性的纯电动公交车辆稳定性控制[J]. *机械工程学报*, 2023, 59(10): 250-262.
ZHAO Zhiguo, CHEN Xiaorong, LIANG Kaichong, et al. Stability control method for the electric city bus considering riding comfort [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2023, 59 (10) : 250-262.
- [4] LIANG X, WANG Q, CHEN W, et al. Coordinated control of distributed drive electric vehicle by TVC and ESC based on function allocation[J]. *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part D: Journal of Automobile Engineering*, 2022, 236 (4): 606-620.
- [5] BEAL C E, BOBIER C G, GERDES J C. Controlling vehicle instability through stable handling envelopes [C]. *Proceedings of the 2011 Dynamic Systems and Control Conference*, Arlington, 2011.
- [6] ZHANG L, JIANG L, LIU H, et al. Coordinated longitudinal and lateral stability improvement for electric vehicles based on a real-time NMPC strategy [J]. *IEEE Transactions on Intelligent Transportation Systems*, 2023.
- [7] ATAEI M, KHAJEPOUR A, JEON S. Model predictive control for integrated lateral stability, traction/braking control, and roll-over prevention of electric vehicles [J]. *Vehicle System Dynamics*, 2020, 58(1): 49-73.
- [8] HAJILOO R, KHAJEPOUR A, KASAEZADEH A, et al. A prioritisation model predictive control for multi-actuated vehicle stability with experimental verification [J]. *Vehicle System Dynamics*, 2023, 61(8): 2144-2163.
- [9] CAIRANO S, TSENG H, BER D, et al. Vehicle yaw stability control by coordinated active front steering and differential braking in the tire sideslip angles domain [J]. *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, 2013, 21(4): 1236-1248.
- [10] JALALI M, HASHEMI E, KHAJEPOUR A, et al. A combined-slip predictive control of vehicle stability with experimental verification [J]. *Vehicle System Dynamics*, 2017, 56(2): 319-340.
- [11] GUO H, LIU F, XU F, et al. Nonlinear model predictive lateral stability control of active chassis for intelligent vehicles and its FPGA implementation [J]. *IEEE Transactions on Systems Man & Cybernetics Systems*, 2017, 99: 1-12.
- [12] ZHANG H, WANG J. Vehicle lateral dynamics control through AFS/DYC and robust gain-scheduling approach [J]. *IEEE Transactions on Vehicular Technology*, 2015, 65(1): 489-494.
- [13] WASIM M, KASHIF A S, ALI A, et al. Integrated AFS and DYC using predictive controller for vehicle handling improvement [C]. *2021 International Bhurban Conference on Applied Sciences and Technologies (IBCAST)*. *IEEE*, 2021: 568-573.
- [14] 蔡文,杨春燕.可拓学的基础理论与方法体系[J]. *科学通报*, 2013, 58(13): 1190-1199.
CAI Wen, YANG Chunyan. Basic theory and methodology on extenics [J]. *Chinese Science Bulletin*, 2013, 58(13): 1190-1199.
- [15] MAYNE D Q, SERON M M, RAKOVIĆ S V. Robust model predictive control of constrained linear systems with bounded disturbances [J]. *Automatica*, 2005, 41(2): 219-224.
- [16] ALAGAPPAN A V, RAO K V N, KUMAR R K. A comparison of various algorithms to extract magic formula tire model coefficients for vehicle dynamics simulations [J]. *Vehicle System Dynamics*, 2015, 53(2): 154-178.
- [17] 吴西涛,魏超,翟建坤,等.考虑横摆稳定性的无人车轨迹跟踪控制优化研究[J]. *机械工程学报*, 2022, 58(6): 130-142.
WU Xitao, WEI Chao, ZHAI Jiankun, et al. Study on the optimization of autonomous vehicle on path-following considering yaw stability [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2022, 58 (6) : 130-142.
- [18] 陈无畏,王晓,谈东奎,等.基于最小能耗的电动汽车横摆稳定性灰色预测可拓控制研究[J]. *机械工程学报*, 2019, 55(2): 156-167.
CHEN Wuwei, WANG Xiao, TAN Dongkui, et al. Study on the grey predictive extension control of yaw stability of electric vehicle based on the minimum energy consumption [J]. *Journal of Mechanical Engineering*, 2019, 55(2): 156-167.
- [19] RAKOVIC S V, KERRIGAN E C, KOURAMAS K I, et al. Invariant approximations of the minimal robust positively invariant set [J]. *IEEE Transactions on Automatic Control*, 2005, 50(3): 406-410. doi: 10.1109/TAC.2005.843854.
- [20] KOUVARITAKIS B, CANNON M. *Model predictive control* [M]. Switzerland: Springer International Publishing, 2016.
- [21] HANG P, XIA X, CHEN G, et al. Active safety control of automated electric vehicles at driving limits: a tube-based MPC approach [J]. *IEEE Transactions on Transportation Electrification*, 2021, 8(1): 1338-1349.